

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG



LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỬ VÀ SIÊU CAO TẦN

cuu duong than cong . com

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

cuu duong than cong . com

HÀ NỘI - 2007

LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỪ VÀ SIÊU CAO TẦN

cuu duong than cong . com

**Biên soạn : THS. TÔN THẮT BẢO ĐẠT
 THS. DƯƠNG HIỀN THUẬN**

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG 1: CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Ở môn học trường điện từ, chúng ta sẽ tìm hiểu phân bố của các đại lượng điện và từ, nguyên nhân tạo ra chúng và xác định các đại lượng khi đã biết một số đại lượng khác. Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu về các vấn đề cơ bản nhất của trường điện từ bao gồm các đại lượng của điện và từ, các định luật cơ bản nhất nêu lên mối liên hệ giữa các đại lượng đó với nhau. Trong chương này sẽ có nhiều khái niệm mới mà chúng ta cần nắm vững trước khi chuyển sang các chương kế tiếp. Các học viên cần chú ý đến cách dẫn ra các phương trình toán học từ các phát biểu. Để có thể đọc hiểu được, các học viên cần trang bị kiến thức toán: hàm nhiều biến, giải tích vector với các toán tử gradient, divergence, rotate đã học trong chương trình toán cao cấp. Nếu không nắm vững các phần toán học trên sẽ rất khó hiểu được và theo kịp các phần chứng minh trong chương này. Cuối chương sẽ là phần tóm tắt các hệ thức trong chương và các bài tập.

1.1. Các đại lượng đặc trưng cơ bản cho trường điện từ

1.1.1. Vec tơ cường độ điện trường

Một điện tích thử q đặt trong trường điện, chịu tác dụng của lực điện \vec{F}_e . Tại mỗi điểm của trường điện, tỉ số \vec{F}_e/q là một đại lượng không đổi, đại lượng ấy được gọi là *cường độ trường điện* tại điểm đó. Ký hiệu \vec{E}

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad (\text{V/m}) \quad (1.1.1)$$

Với q đủ nhỏ để không ảnh hưởng đến trường điện ban đầu.

1.1.2. Vec tơ điện cảm

Khi đặt điện môi vào trường điện, điện môi bị phân cực. Mức độ phân cực điện môi được đặc trưng bởi *vec tơ phân cực điện* \vec{P} . Vec tơ phân cực điện \vec{P} xác định trạng thái phân cực điện môi tại mỗi điểm. *Vec tơ cảm ứng điện* \vec{D} được định nghĩa bởi hệ thức:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{C/m}^2) \quad (1.1.2)$$

Với $\epsilon_0 = 1/4\pi \cdot 9 \cdot 10^9$ (F/m) được gọi là hằng số điện.

Đối với môi trường tuyến tính, đẳng hướng:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (1.1.3)$$

Thay (1.1.3) vào (1.1.2):

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

Với $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ được gọi là độ thẩm tỉ đối của môi trường với chân không.

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (\text{F/m})$$

Được gọi là độ thẩm điện của môi trường

1.1.3. Vector cảm ứng từ

Một điện tích thử q chuyển động với vận tốc \vec{v} trong trường từ, chịu tác dụng lực \vec{F}_m

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.1.5)$$

Vec tơ \vec{B} được gọi là *vec tơ cảm ứng từ*.

1.1.4. Vec tơ cường độ từ trường

Khi đặt từ môi vào trường từ, từ môi bị phân cực. Mức độ phân cực từ môi được đặc trưng bởi *vec tơ phân cực từ* \vec{M} . Vec tơ phân cực từ môi xác định trạng thái phân cực từ tại mỗi điểm của từ môi. *Vec tơ cường độ trường từ* \vec{H} được định nghĩa bởi hệ thức:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (\text{A/m}) \quad (1.1.6)$$

Với $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$, được gọi là hằng số từ.
Đối với môi trường tuyến tính, đẳng hướng:

$$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H} \quad (1.1.7)$$

Thay (1.7) vào (1.6):

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \\ \vec{B} &= \mu_0 \mu_r \vec{H} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

Với $\mu_r = 1 + \chi_m$, được gọi là độ thẩm từ tỉ đối của môi trường với chân không.

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{H/m})$$

là độ thẩm từ của môi trường.

1.2. Định luật Ohm và định luật bảo toàn điện tích

1.2.1. Định luật Ohm

Dòng điện là dòng chuyển dời có hướng của các hạt mang điện dưới tác dụng của điện trường. Cường độ dòng điện I chảy qua một diện tích S đặt vuông góc với dòng chảy bằng lượng điện tích Q dịch chuyển qua mặt S trong một đơn vị thời gian.

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (1.2.1)$$

Để mô tả đầy đủ hơn sự chuyển động có hướng của các hạt mang điện, người ta đưa ra khái niệm mật độ dòng điện \vec{J} :

$$\vec{J} = Ne\vec{V} = \rho\vec{V} = \gamma\vec{E} \quad (\text{A/m}^2) \quad (1.2.2)$$

Với: N là số lượng hạt mang điện, mỗi hạt có điện tích e . ρ là mật độ điện tích khối (đơn vị C/m^3) và γ là độ dẫn điện của môi trường (đơn vị S/m). Biểu thức (1.2.2) được gọi là dạng vi phân của định luật Ohm.

Xét một vùng dẫn có dạng khối lập phương, cạnh L , 2 mặt đối diện được nối với điện áp không đổi U . Cường độ dòng điện đi qua khối lập phương đó:

$$\begin{aligned} I &= \int_S \vec{J} d\vec{S} = \int_S \gamma \vec{E} d\vec{S} \\ I &= \int_S \gamma E dS = \gamma LU = \frac{U}{R} \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Với $S = L \times L$ là diện tích mặt bên.

$R = L/\gamma S$: điện trở của khối vật dẫn.

1.2.2. Định luật bảo toàn điện tích

Định luật bảo toàn điện tích được Faraday tìm ra bằng thực nghiệm, nó được xem là một tiên đề của lý thuyết trường điện từ:

Tổng điện tích trong một hệ cô lập về điện không thay đổi.

Như vậy, lượng điện tích ở trong một thể tích V bị giảm đi trong một đơn vị thời gian bằng lượng điện tích đi ra khỏi thể tích V trong một đơn vị thời gian và bằng cường độ dòng điện I đi xuyên qua mặt kín S bao quanh thể tích V đó.

Gọi Q là điện tích của thể tích V . ρ là mật độ điện tích khối của V . Vậy:

$$I = -\frac{dQ}{dt} \quad (1.2.4)$$

Với
$$Q = \int_V \rho dV \quad (1.2.5)$$

Thay (1.2.5) vào (1.2.4):

$$I = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

Áp dụng:
$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S}$$

Ta được:
$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Áp dụng biểu thức định lý divergence cho vế trái, ta được:

$$\int_V \text{div} \vec{J} dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Biểu thức trên đúng với mọi thể tích V , vì vậy:

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{J} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \\ \text{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

Biểu thức (1.2.6) được gọi là dạng vi phân của định luật bảo toàn điện tích hay còn gọi là phương trình liên tục.

1.3. Các đặc trưng cơ bản của môi trường

Đặc tính của môi trường vật chất được thể hiện qua các tham số điện và từ của nó:

Độ thấm điện ϵ (F/m)

Độ thấm điện tỉ đối ϵ_r (không thứ nguyên)

Độ thấm từ μ (H/m)

Độ thấm từ tỉ đối μ_r (không thứ nguyên)

Độ dẫn điện γ (S/m)

Các biểu thức (1.1.4), (1.1.8), và (1.2.2) được gọi là các phương trình liên hệ hay còn gọi là các phương trình chất.

Dựa trên các tham số điện và từ, người ta chia vật chất (môi trường điện từ) ra thành các loại sau:

- *Môi trường tuyến tính:* các tham số ϵ , μ , và σ không phụ thuộc cường độ trường. Khi đó, các phương trình liên hệ là tuyến tính.

- *Môi trường đồng nhất và đẳng hướng*: các tham số điện và từ là hằng số. Trong môi trường này, các vectơ của cùng một phương trình liên hệ song song với nhau.
- Nếu các tham số điện từ theo các hướng khác nhau có các giá trị không đổi khác nhau thì được gọi là *không đẳng hướng*.
- Môi trường có các đại lượng điện từ là các hàm của tọa độ được gọi là môi trường không đồng nhất.

Trong tự nhiên, hầu hết các chất có độ thẩm điện tỉ đối lớn hơn 1 và là môi trường tuyến tính.

- Môi trường có độ thẩm từ tỉ đối lớn hơn gọi là *chất thuận từ*, nhỏ hơn 1 gọi là *chất nghịch từ*.
- *Chất dẫn điện* là chất có $\gamma > 10^4$ (S/m).
- *Chất bán dẫn* là chất có $10^4 > \gamma > 10^{-10}$ (S/m)
- *Chất cách điện* là chất có $\gamma < 10^{-10}$ (S/m)
- Môi trường là *dẫn điện lý tưởng* nếu $\gamma = \infty$, là *cách điện lý tưởng* nếu $\gamma = 0$.

1.4. Các phương trình Maxwell

1.4.1. Khái niệm về dòng điện dịch

Đối với dòng điện không đổi, ta có $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Từ phương trình liên tục, ta suy ra:

$$\text{div} \vec{J} = 0 \quad (1.4.1)$$

Dựa theo định nghĩa của toán tử divergence, hệ thức (1.4.1) chứng tỏ các đường dòng dẫn không đổi khép kín hoặc đi ra xa vô cùng, không có điểm bắt đầu và điểm kết thúc.

Đối với dòng điện biến đổi:

$$\text{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \quad (1.4.2)$$

Hệ thức (1.4.2) chứng tỏ các đường của dòng dẫn biến đổi không khép kín, chúng bắt đầu và kết thúc tại những điểm ở đó có mật độ điện tích biến đổi theo thời gian, chẳng hạn tại các cốt tụ của tụ điện. Dòng điện biến đổi đi qua được mạch có tụ, dù không tồn tại dòng chuyển dịch có hướng của các hạt mang điện đi qua lớp điện môi của tụ.

Maxwell đã đưa ra giả thiết có một quá trình xảy ra tương đương với sự có mặt của dòng điện giữa hai cốt tụ và đưa ra khái niệm *dòng điện dịch*.

Dòng điện dịch khép kín dòng điện dẫn trong mạch. trường điện biến đổi tạo nên dòng điện dịch này. Dòng chuyển dời có hướng của các hạt mang điện được Maxwell gọi là *dòng điện dẫn*. Dòng điện bao gồm dòng điện dẫn và dòng điện dịch được gọi là *dòng điện toàn phần*.

1.4.2. Phương trình Maxwell thứ ba và thứ tư

Phương trình Maxwell thứ tư được dẫn ra dựa theo định luật Gauss đối với trường điện.

Định luật Gauss được phát biểu như sau:

Thông lượng của vec tơ cảm ứng điện gởi qua một mặt kín S bất kỳ bằng tổng các điện tích tự do phân bố trong thể tích V được bao bởi mặt kín S ấy.

Gọi: q là tổng điện tích của thể tích V

\vec{D} là vec tơ cảm ứng điện trên mặt kín S.

ρ là mật độ điện tích khối bên trong thể tích V.

Theo định luật Gauss:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

Áp dụng định lý Divergence đối với vế trái:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{D} dV = \int_V \rho dV$$

Hệ thức này luôn đúng với mọi thể tích V . Vì vậy:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (1.4.3)$$

Nếu trong V không có điện tích thì $\operatorname{div} \vec{D} = 0$, đường sức của vec tơ cảm ứng điện không có điểm bắt đầu và kết thúc trong thể tích V , hay nói cách khác V không phải là nguồn của vec tơ cảm ứng điện.

Nếu $\rho > 0$, thông lượng của vec tơ cảm ứng điện qua S dương, chứng tỏ đường sức của vec tơ cảm ứng điện đi ra khỏi V . Ngược lại, đường sức của vec tơ cảm ứng điện đi vào V .

Từ biểu thức (1.4.3), ta có thể rút ra kết luận: *nguồn của trường vec tơ cảm ứng điện là điện tích, đường sức của vec tơ cảm ứng điện bắt đầu ở điện tích dương và kết thúc ở điện tích âm.*

Biểu thức (1.4.3) chính là phương trình thứ tư của hệ phương trình Maxwell.

Phương trình Maxwell thứ ba được dẫn ra từ định luật Gauss đối với trường từ:

Thông lượng của vec tơ cảm ứng từ \vec{B} qua mặt kín thì bằng không.

Tương tự như cách dẫn phương trình Maxwell thứ tư, ta được:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.4.4)$$

Hệ thức (1.4.4) chính là phương trình thứ ba của hệ phương trình Maxwell.

1.4.3. Phương trình Maxwell thứ nhất

Phương trình Maxwell thứ nhất được dẫn ra từ định luật lưu số Ampere-Maxwell, hay còn gọi là định luật dòng điện toàn phần. Định luật này thiết lập liên hệ giữa cường độ trường từ và dòng điện toàn phần tạo nên trường từ:

Lưu số của vector cường độ trường từ \vec{H} theo đường kín C tùy ý bằng tổ đại số cường độ các dòng điện chảy qua diện tích bao bởi đường kín C .

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i \quad (1.4.5)$$

$I_i > 0$ nếu chiều của dòng điện hợp với chiều của đường lấy tích phân theo quy tắc đinh ốc thuận.

Trong trường hợp dòng I chảy qua diện tích S phân bố liên tục với mật độ dòng \vec{J} , định luật lưu số Ampere – Maxwell có dạng:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} \quad (1.4.6)$$

Áp dụng định lý Stokes đối với vế trái, chuyển vế, ta được:

$$\int_S (\operatorname{rot} \vec{H} - \vec{J}) d\vec{S} = 0 \quad (1.4.7)$$

Vì vế trái luôn bằng không với mọi S , biểu thức dưới dấu tích phân phải bằng không, rút ra:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (1.4.8)$$

Tiếp theo, ta lấy divergence cả hai vế của (1.4.8):

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{J}$$

Vế trái luôn bằng không với mọi vec tơ \vec{H} (xem ở chương trình toán). Liên hệ với phương trình liên tục:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{J} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \\ 0 &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

Hệ thức (1.4.9) chỉ đạt được khi dòng điện là dòng không đổi. Vậy hệ thức (1.4.5) và (1.4.8) chỉ đúng khi dòng điện là dòng không đổi.

Bây giờ ta xét trường hợp dòng điện biến thiên. Khi đó:

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$$

Thay (1.4.3) vào, ta được:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{J} &= -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D} \\ \operatorname{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

Hệ thức (1.4.10) chứng tỏ đường dòng của vec tơ $\vec{J}_p = \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ khép kín. Vec tơ \vec{J}_p chính là vec tơ mật độ dòng điện toàn phần đã đề cập ở mục 1.4.1. Dòng điện toàn phần là tổng của dòng điện dẫn có vec tơ mật độ dòng điện dẫn:

$$\vec{J} = \gamma \vec{E} \quad (1.4.11)$$

Và dòng điện dịch có vec tơ mật độ dòng điện dịch:

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.4.12)$$

Biểu thức toán học của định luật lưu số của Ampere (1.4.6) đã được Maxwell mở rộng như sau, khi có kể đến dòng điện dịch:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} \quad (1.4.13)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.4.14)$$

Hệ thức (1.4.14) chính là phương trình thứ nhất của hệ phương trình Maxwell. Hệ thức này chứng tỏ không chỉ dòng điện dẫn mà ngay cả điện trường biến thiên cũng có thể sinh ra trường từ.

1.4.4. Phương trình Maxwell thứ hai

Phương trình thứ hai của hệ phương trình Maxwell được dẫn ra từ định luật cảm ứng điện từ Faraday. Định luật này thiết lập mối quan hệ giữa trường từ biến đổi trong không gian với trường điện phân bố trong không gian do trường từ gây ra:

Sức điện động sinh ra trên một vòng dây có giá trị bằng và ngược dấu với tốc độ biến thiên của từ thông gởi qua diện tích giới hạn bởi vòng dây đó.

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (1.4.15)$$

Với S là mặt giới hạn bởi đường cong kín C. Yếu tố diện tích $d\vec{S}$ của mặt S có chiều hợp với chiều của lấy tích phân C theo quy tắc đinh ốc thuận.

Áp dụng định lý Stokes với vế trái:

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{E} d\vec{S} \quad (1.4.16)$$

Nếu mặt lấy tích phân S không phụ thuộc thời gian:

$$\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.4.17)$$

Thay (1.4.16) và (1.4.17) vào (1.4.15) ta được:

$$\int_S \operatorname{rot} \vec{E} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.4.18)$$

Hệ thức (1.4.18) luôn đúng với mọi S, vì vậy:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.4.19)$$

Hệ thức (1.4.19) biểu diễn toán học của định luật Faraday, chính là phương trình thứ hai trong hệ phương trình Maxwell. Hệ thức này chứng tỏ trường từ biến thiên theo thời gian làm sinh ra trường điện xoáy phân bố trong không gian.

Đến đây, ta đã có đủ hệ phương trình Maxwell gồm 4 phương trình:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= \rho \end{aligned} \quad (1.4.20)$$

Cần lưu ý rằng hệ phương trình Maxwell (1.4.20) cùng các phương trình liên hệ chỉ đúng với môi trường chất không chuyển động, các thông số của môi trường không phải là các hàm của thời gian, trong môi trường không có chất sắt từ, không có nam châm vĩnh cửu.

1.4.5. Hệ phương trình Maxwell với nguồn ngoài:

Trong trường hợp xét trường được tạo ra bởi nguồn kích thích là nguồn độc lập với môi trường và không chịu ảnh hưởng của trường do nó tạo ra, hệ phương trình Maxwell phải có xét đến yếu tố *mật độ dòng điện ngoài* \vec{J}_e . Hệ phương trình Maxwell trở thành:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \vec{J}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= 0 \end{aligned} \quad (1.4.21)$$

1.4.6. Nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Maxwell

Xét trường hợp với môi trường đồng nhất và đẳng hướng, bên trong không tồn tại dòng dẫn, mật độ điện tích tự do bằng không, không có nguồn ngoài. Hệ phương trình Maxwell trong trường hợp này có dạng gọn là:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{H} &= 0 \\ \text{div} \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (1.4.22)$$

Xét thấy hệ phương trình (1.4.22) có dạng đối xứng. Các phương trình Maxwell vẫn giữ nguyên nếu ta thực hiện phép đối lẫn:

$$\vec{E} \leftrightarrow \vec{H}, \varepsilon \leftrightarrow -\mu. \quad (1.4.23)$$

Tính chất này được gọi là nguyên lý đối lẫn.

Tương tự, trong trường hợp có nguồn ngoài, nguyên lý áp dụng sẽ là:

$$\vec{E} \leftrightarrow \vec{H}, \varepsilon \leftrightarrow -\mu, \vec{J}_e \leftrightarrow \vec{J}_m, \rho \leftrightarrow \rho_m \quad (1.4.24)$$

Với \vec{J}_m, ρ_m là mật độ dòng từ và từ tích, hai đại lượng đưa vào mang tính hình thức, thực tế, chúng luôn bằng không.

Nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Maxwell có ý nghĩa quan trọng trong việc nghiên cứu lý thuyết và trong khi giải các bài toán điện từ thực tiễn, nếu kết quả của nguồn điện (hay nguồn từ) là đã biết thì chúng ta có thể nhận ngay kết quả do nguồn từ (hoặc nguồn điện) mà không phải tiến hành quá trình giải bài toán đó.

1.4.7. Hệ phương trình Maxwell đối với trường điều hòa

Một trạng thái rất quan trọng của trường điện từ là trạng thái khi các đại lượng cơ bản của trường và nguồn biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số góc ω . Bây giờ ta đi biểu diễn các đại lượng cơ bản của trường dưới dạng số phức và viết các phương trình Maxwell cho các biên độ phức của nó. Các đại lượng thực của trường ở một thời điểm bất kỳ được coi như là phần thực của các đại lượng phức tương ứng với chúng.

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \text{re} \left\{ \vec{i}_x E_{xm} e^{i(\omega t + \psi_x)} + \vec{i}_y E_{ym} e^{i(\omega t + \psi_y)} + \vec{i}_z E_{zm} e^{i(\omega t + \psi_z)} \right\} \\ \vec{E} &= \text{re} \left\{ \vec{E} e^{i\omega t} \right\} \end{aligned} \quad (1.4.22)$$

Với \vec{H}, \vec{J}, ρ , cách biểu diễn tương tự.

Từ cách biểu diễn phức các đại lượng của trường theo (1.4.22), chúng ta xây dựng được hệ phương trình Maxwell dạng vi phân cho các biên độ phức của trường như sau:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} + i\omega \vec{D} \\ \text{rot} \vec{E} &= -i\omega \vec{B} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= +\rho \end{aligned} \quad (1.4.23)$$

Các phương trình liên hệ dạng phức:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{J} &= \gamma(\vec{E} + \vec{E}_e) = \gamma \vec{E} + \vec{J}_e \end{aligned} \quad (1.4.24)$$

Với \vec{E}_e là cường độ của nguồn ngoài tạo nên trường.

Trong trường hợp không có nguồn ngoài:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= i\omega \varepsilon \vec{E} \\ \text{rot} \vec{E} &= -i\omega \mu \vec{H} \\ \text{div}(\mu \vec{H}) &= 0 \\ \text{div}(\varepsilon \vec{E}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.4.25)$$

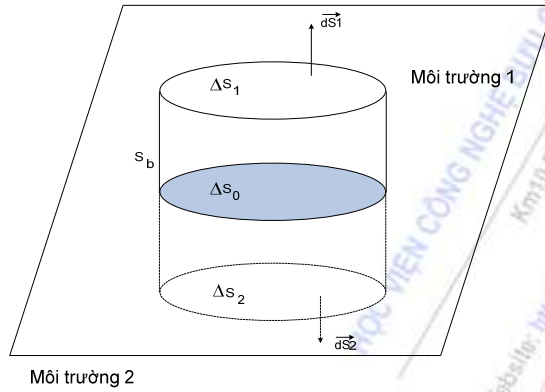
Với $\varepsilon = \varepsilon - i\frac{\gamma}{\omega}$ được gọi là độ thẩm điện phức của môi trường.

1.5. Điều kiện bờ đối với các vec tơ của trường điện từ

Điều kiện bờ đối với các vector của trường điện từ là hệ thức giữa các thành phần của các vector trường điện từ ở hai bên, sát mặt giới hạn phân cách hai môi trường khác nhau. Điều kiện bờ có tầm quan trọng trong cả nghiên cứu lý thuyết lẫn tìm nghiệm các bài toán điện từ trong thực tiễn. Trong mục này, chúng ta sẽ đi tìm quan hệ của cùng các vector $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$ ở hai bên của mặt phân cách hai môi trường khác nhau.

Ta xét thành phần pháp tuyến trước:

Điều kiện biên đối với thành phần pháp tuyến của một vector được dẫn ra từ phương trình dạng tích phân lấy theo mặt kín S , gồm mặt bên S_b và hai đáy $\Delta S_1, \Delta S_2$ đủ nhỏ để có thể coi vector trường không đổi trên mỗi đáy này (xem hình 1.5). Chọn vec tơ pháp tuyến \vec{n} hướng từ môi trường (2) đến môi trường (1). Các vec tơ ở môi trường 1 và 2 lần lượt có chỉ số là 1 và 2. Lấy giới hạn cho mặt bên $S_b \rightarrow 0$, $\Delta S_1 \rightarrow \Delta S_0$, $\Delta S_2 \rightarrow \Delta S_0$, thông lượng của vector trường gởi qua mặt bên $S_b \rightarrow 0$, sẽ nhận được quy luật biến đổi thành phần pháp tuyến vector của trường tại mặt biên Σ .



Hình 1.5

Ta có:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

$$\lim_{S_b \rightarrow 0} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \Delta S_0 \quad (1.5.1)$$

$\lim_{S_b \rightarrow 0} \int_V \rho dV =$ điện tích phân bố mặt trên $\Delta S_0 = \sigma \Delta S_0$ (với σ là mật độ điện tích mặt trên mặt Σ). Vậy:

$$\{\vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma\}_\Sigma \quad (1.5.2)$$

Hay: $\{D_{1n} - D_{2n} = \sigma\}_\Sigma$

Tương tự, ta được:

$$\{\vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0\}_\Sigma \quad (1.5.3)$$

Và: $\{\vec{n}(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) = -\frac{\partial \sigma}{\partial t}\}_\Sigma \quad (1.5.4)$

Đối với thành phần tiếp tuyến:

Cách xác định tương tự, với vòng dây dẫn chữ nhật nằm về hai bên của mặt biên, hai cạnh song song với mặt biên, ta được điều kiện biên đối với thành phần tiếp tuyến như sau:

$$\{\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0\}_\Sigma \quad (1.5.5)$$

Hay: $\{E_{1T} - E_{2T} = 0\}_\Sigma$

$$\{H_{1T} - H_{2T} = J_S\}_\Sigma \quad (1.5.6)$$

Với J_S là mật độ dòng điện dẫn mặt trên mặt Σ .

1.6. Năng lượng của trường điện từ - Định lý Poynting

Định lý Poynting thiết lập mối liên hệ giữa sự thay đổi năng lượng điện từ trong một thể tích V với dòng năng lượng điện từ chảy qua mặt kín S bao quanh thể tích này.

Giả sử có một điện tích điểm dq chuyển động với một vận tốc \vec{v} trong miền có thể tích V có trường điện từ, đặc trưng bởi các vector \vec{E}, \vec{B} . Điện tích điểm dq chịu tác dụng của lực điện và lực từ (Lorentz và Coulomb):

$$\vec{F} = dq\vec{E} + dq\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.6.1)$$

Khi dq dịch chuyển được một quãng đường $d\vec{l}$, công của lực điện từ tác dụng lên dq sẽ là:

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} \cdot d\vec{l} = dq\vec{E} \cdot d\vec{l} + dq\vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ dA &= dq \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ dA &= dq \cdot \vec{E} \cdot \vec{v} \cdot dt \end{aligned} \quad (1.6.2)$$

Công suất thực hiện bởi trường điện từ:

$$\frac{dA}{dt} = dq \cdot \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (1.6.3)$$

Nếu điện tích dq phân bố liên tục với mật độ ρ thì $dq = \rho \cdot dV$. Khi đó:

$$\frac{dA}{dt} = \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{E} \cdot dV \quad (1.6.4)$$

Theo định luật Ohm:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

(1.6.4) thành:

$$\frac{dA}{dt} = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dV \quad (1.6.5)$$

Như vậy, nếu điện tích khối mật độ ρ chuyển động với vận tốc \vec{v} tạo nên dòng điện dẫn mật độ dòng \vec{J} thì công suất trường điện từ thực hiện đối với dòng này trong miền thể tích V bằng:

$$P_j = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dV \quad (w) \quad (1.6.6)$$

Đó cũng chính là công suất tiêu tán trường do tỏa nhiệt trong thể tích V . Hàm dưới dấu tích phân là mật độ công suất tiêu tán:

$$p_j = \vec{J} \cdot \vec{E} \quad (w/m^3) \quad (1.6.7)$$

Tiếp theo, ta thay \vec{J} từ phương trình thứ nhất Maxwell:

$$\vec{J} = \text{rot} \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Để ý hằng đẳng thức:

$$\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \cdot \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \cdot \text{rot} \vec{H}$$

Và thay :

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Hệ thức (1.6.7) trở thành:

$$-div(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.6.8)$$

Vec tơ Poynting được định nghĩa:

$$\vec{P} = (\vec{E} \times \vec{H}) \quad (\text{W/m}^2) \quad (1.6.9)$$

Thay vào (1.6.8):

$$-div\vec{P} = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.6.10)$$

Hệ thức (1.6.10) chính là định lý Poynting dạng vi phân đối với giá trị tức thời của các vec tơ trường điện từ.

Tiếp theo, để có dạng tích phân, ta lấy tích phân hai vế theo thể tích V:

$$-\int_V div\vec{P}dV = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}dV + \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV$$

Áp dụng định lý Divergence cho vế trái:

$$-\oint_S \vec{P}d\vec{S} = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}dV + \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV \quad (1.6.11)$$

Đây chính là dạng tích phân của định lý Poynting.

Bây giờ ta xét ý nghĩa vật lý của định lý Poynting (1.6.11). Vì E đo bằng V/m, H đo bằng A/m nên P đo bằng W/m². Vậy tích phân:

$$-\oint_S \vec{P}d\vec{S} \quad (\text{W})$$

Là công suất trường điện từ truyền qua mặt S vào trong thể tích V. Do đó vec tơ Poynting còn được gọi là *vec tơ mật độ dòng công suất*.

Tích phân thứ nhất ở vế phải của (1.6.11) là công suất tiêu tán trường trong thể tích V, nên theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng, phải là công suất ứng với sự thay đổi năng lượng điện từ tập trung trong thể tích V

$$\frac{dW}{dt} = \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV \quad (\text{W}) \quad (1.6.12)$$

W là năng lượng trường điện từ tập trung trong thể tích V. Giả thiết ở thời điểm t = 0, các vector của trường điện từ bằng không, ở thời điểm t có giá trị $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$, từ (1.6.12):

$$W = \int_0^t \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV . dt \quad (1.6.13)$$

Dễ dàng chứng minh được:

$$\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} \right) \quad \text{và} \quad \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \vec{H} \vec{B} \right) \quad (1.6.14)$$

Thay vào (1.6.13):

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \vec{D} dV + \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \vec{B} dV \quad (\text{J})$$

Tích phân thứ nhất trong (1.6.14) chính là năng lượng trường điện, tích phân thứ hai là năng lượng trường từ. Mật độ năng lượng trường điện w_e và mật độ năng lượng trường từ lần lượt là:

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} \quad \text{và} \quad w_m = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B} \quad (\text{J/m}^3) \quad (1.6.15)$$

Đối với trường điện từ biến thiên điều hòa, ta có vec tơ Poynting phức:

$$\dot{\vec{P}} = \frac{1}{2} [\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*] \quad (1.6.16)$$

Mật độ dòng công suất trung bình:

$$\vec{P}_{tb} = re\vec{P} \quad (1.6.17)$$

Mật độ năng lượng trường điện trung bình:

$$w_{eTB} = \frac{1}{4} \vec{E} \vec{D}^* \quad (1.6.18)$$

Mật độ năng lượng trường từ trung bình:

$$w_{mTB} = \frac{1}{4} \vec{B} \vec{H}^* \quad (1.6.19)$$

Mật độ công suất tiêu tán trung bình:

$$p_{jTB} = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{J}^* \quad (1.6.20)$$

Định lý Poynting dạng phức:

$$-\oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V p_{jTB} dV + i2\omega \int_V (w_{eTB} - w_{mTB}) dV$$

Phần thực của vế trái chính là tích phân thứ nhất của vế phải, cũng chính là công suất tác dụng đưa vào mạch điện. Phần ảo của vế trái chính là tích phân thứ hai của vế phải, cũng chính là công suất phản kháng đưa vào mạch điện.

1.7. Định lý nghiệm duy nhất

1.7.1. Phát biểu định lý nghiệm duy nhất

Hệ phương trình Maxwell có nghiệm duy nhất khi trường điện từ thỏa mãn hai điều kiện sau:

1. Biết các vector cường độ điện trường và từ trường tại thời điểm ban đầu $t = 0$ ở bất kỳ điểm nào trong vùng không gian khảo sát (đây chính là điều kiện ban đầu)
2. Biết thành phần tiếp tuyến của vector cường độ điện trường hoặc thành phần tiếp tuyến của vector cường độ từ trường trên mặt giới hạn S bao miền không gian khảo sát trong khoảng thời gian $0 < t < \infty$ (đây chính là điều kiện bờ).

1.7.2. Chứng minh định lý

Nếu mặt S là giới hạn ngoài vùng không gian V , ta có bài toán trong. Nếu mặt S là giới hạn trong vùng không gian, ta có bài toán ngoài.

Cách chứng minh hai bài toán trong và ngoài, sinh viên có thể tham khảo trong tài liệu tham khảo.

1.8. Nguyên lý tương hỗ

1.8.1. Bồ đề Lorentz

Nguyên lý tương hỗ phản ánh mối quan hệ tương hỗ giữa trường điện từ và các nguồn tạo ra nó tại hai điểm khác nhau trong không gian môi trường vật chất. Nó có vai trò rất quan trọng trong lý thuyết anten. Trước hết chúng ta xét một bồ đề quan trọng gọi là bồ đề Lorentz.

Để cho đơn giản, chúng ta xét trường điện từ với nguồn biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số góc ω . Giả sử trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng có các tham số ϵ , μ , γ tại điểm

(1) tồn tại các nguồn điện và từ với mật độ $\vec{J}_{e1}, \vec{J}_{m1}$ tạo ra trường với cường độ \vec{E}_1, \vec{H}_1 , tại điểm

(2) tồn tại các nguồn điện và từ khác với mật độ $\vec{J}_{e2}, \vec{J}_{m2}$ tạo ra trường có cường độ \vec{E}_2, \vec{H}_2 . Các

nguồn và trường của chúng đều có cùng tần số góc là ω . Các phương trình Maxwell viết cho biên độ phức của trường và nguồn ở hai điểm (1) và (2) đều có dạng:

$$\text{rot} \vec{H}_1 = \gamma \vec{E}_1 + i\omega \epsilon \vec{E}_1 + \vec{J}_{e1} \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}_1 = -i\omega \mu \vec{H}_1 - \vec{J}_{m1} \quad (2)$$

$$\text{rot} \vec{H}_2 = \gamma \vec{E}_2 + i\omega \epsilon \vec{E}_2 + \vec{J}_{e2} \quad (3)$$

$$\text{rot} \vec{E}_2 = -i\omega\mu\vec{H}_2 - \vec{J}_{m2} \quad (4)$$

Tiến hành phép tính như sau:

- Nhân vô hướng 2 vế của (2) với \vec{H}_2 và hai vế của (3) với \vec{E}_1 , sau đó trừ vế theo vế. Áp dụng hằng đẳng thức vector, ta được:

$$\text{div}[\vec{E}_1 x \vec{H}_2] = -i\omega\epsilon\vec{E}_1\vec{E}_2 - i\omega\mu\vec{H}_1\vec{H}_2 - \gamma\vec{E}_1\vec{E}_2 - \vec{J}_{e2}\vec{E}_1 - \vec{J}_{m1}\vec{H}_2 \quad (5)$$

- Nhân vô hướng 2 vế của (4) với \vec{H}_1 và 2 vế của (1) với \vec{E}_2 , làm tương tự như bước đầu tiên, ta được:

$$\text{div}[\vec{E}_2 x \vec{H}_1] = -i\omega\epsilon\vec{E}_1\vec{E}_2 - i\omega\mu\vec{H}_1\vec{H}_2 - \gamma\vec{E}_1\vec{E}_2 - \vec{J}_{e1}\vec{E}_2 - \vec{J}_{m2}\vec{H}_1 \quad (6)$$

- Trừ (5) cho (6) vế theo vế:

$$\text{div}[\vec{E}_1 x \vec{H}_2] - \text{div}[\vec{E}_2 x \vec{H}_1] = \vec{J}_{e1}\vec{E}_2 - \vec{J}_{e2}\vec{E}_1 - (\vec{J}_{m1}\vec{H}_2 - \vec{J}_{m2}\vec{H}_1) \quad (1.8.1)$$

Hệ thức (1.8.1) được gọi là bổ đề Lorentz dạng vi phân.

Lấy tích phân 2 vế theo thể tích V bao cả hai điểm (1) và (2) được giới hạn bởi mặt kín S rồi áp dụng định lý Gauss cho vế trái, ta nhận được dạng tích phân của bổ đề Lorentz như sau:

$$\oint_S [\vec{E}_1 x \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 x \vec{H}_1] dS = \int_V [\vec{J}_{e1}\vec{E}_2 - \vec{J}_{e2}\vec{E}_1] - [\vec{J}_{m1}\vec{H}_2 - \vec{J}_{m2}\vec{H}_1] dV \quad (1.8.2)$$

Nếu mở rộng vùng V ra không gian vô hạn giới hạn bởi mặt cầu bán kính $r \rightarrow \infty$, bổ đề Lorentz dạng tích phân cho vùng không gian rộng vô hạn là:

$$\int_{V_\infty} [\vec{J}_{e1}\vec{E}_2 - \vec{J}_{e2}\vec{E}_1] - [\vec{J}_{m1}\vec{H}_2 - \vec{J}_{m2}\vec{H}_1] dV = 0 \quad (1.8.3)$$

1.8.2. Nguyên lý tương hỗ

Giả sử rằng trong một môi trường đồng nhất và đẳng hướng, nguồn điện và nguồn từ (1) chỉ phân bố trong thể tích V_1 , còn nguồn điện và nguồn từ thứ hai chỉ phân bố trong thể tích V_2 . Hai thể tích này không có miền chung. Như vậy tích phân theo thể tích V_∞ ở vế trái của (1.8.3) được phân ra làm 3 tích phân: theo các vùng V_1 , V_2 , và vùng còn lại. Tích phân của các vùng còn lại bằng không vì không có nguồn tồn tại trong vùng này. Biểu thức (1.8.3) trở thành:

$$\int_{V_1} (\vec{J}_{e1}\vec{E}_2 - \vec{J}_{m1}\vec{H}_2) dV = \int_{V_2} (\vec{J}_{e2}\vec{E}_1 - \vec{J}_{m2}\vec{H}_1) dV \quad (1.8.4)$$

Biểu thức (1.8.4) gọi là nguyên lý tương hỗ của trường điện từ và nguồn của chúng ở hai vùng khác nhau.

Bây giờ ta đi áp dụng nguyên lý tương hỗ cho các trường hợp khác nhau sau:

1. Với 2 lưỡng cực điện

Nếu trong thể tích V_1 đặt một lưỡng cực điện có mật độ dòng \vec{J}_{e1} dài l_1 tiết diện S_1 , trong thể tích V_2 đặt một lưỡng cực thứ hai có mật độ dòng \vec{J}_{e2} chiều dài l_2 , tiết diện S_2 . Các nguồn từ $\vec{J}_{m1} = \vec{J}_{m2} = 0$. Ta ký hiệu điện trường trong lưỡng cực điện 1 do nguồn trong lưỡng cực điện 2 tạo ra là \vec{E}_{21} và điện trường trong lưỡng cực điện thứ hai do lưỡng cực điện thứ nhất tạo ra là \vec{E}_{12} . Khi đó nguyên lý tương hỗ viết cho hai lưỡng cực điện 1 và 2 có dạng:

$$\int_{V_1} \vec{J}_{e1}\vec{E}_{21} dV = \int_{V_2} \vec{J}_{e2}\vec{E}_{12} dV \quad (1.8.5)$$

Ta ký hiệu:

$$\vec{I}_1 = \int_{S_1} \vec{J}_{e1} d\vec{S}$$

$$\begin{aligned}
\dot{I}_2 &= \int_{S_1} \dot{J}_{e2} d\vec{S} \\
\dot{e}_{21} &= \int_{l_1} \dot{E}_{21} d\vec{l} \\
\dot{e}_{12} &= \int_{l_2} \dot{E}_{12} d\vec{l} \quad (1.8.6) \\
\dot{P}_1 &= \dot{q}_1 \dot{I}_1; \dot{P}_2 = \dot{q}_2 \dot{I}_2 \\
\dot{q}_1 &= \frac{\dot{I}_1}{i\omega}; \dot{q}_2 = \frac{\dot{I}_2}{i\omega}
\end{aligned}$$

Ở đây, $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2$ là dòng điện và điện tích của lưỡng cực điện 1 và 2. \dot{P}_1, \dot{P}_2 là các mômen điện của hai lưỡng cực, \dot{e}_{21} là sức điện động cảm ứng trong lưỡng cực 1 do lưỡng cực 2 tạo ra, \dot{e}_{12} là sức điện động trong lưỡng cực 2 do lưỡng cực 1 tạo ra. Từ các biểu thức (1.8.5) và (1.8.6), ta có:

$$\dot{I}_1 \dot{e}_{21} = \dot{I}_2 \dot{e}_{12} \quad (1.8.7)$$

Và:
$$\dot{P}_1 \dot{E}_{21} = \dot{P}_2 \dot{E}_{12} \quad (1.8.8)$$

Nếu hai lưỡng cực điện 1 và 2 có kích thước giống nhau ($S_1 = S_2, l_1 = l_2$) và mật độ dòng điện trong chúng bằng nhau $\dot{J}_{e1} = \dot{J}_{e2}$ thì từ (1.8.7) và (1.8.8) ta suy ra rằng; *tác dụng của lưỡng cực điện 1 lên lưỡng cực điện 2 cũng bằng tác dụng của lưỡng cực điện 2 lên lưỡng cực điện 1.*

2. Với hai lưỡng cực từ

Nếu trong thể tích V_1 chỉ có lưỡng cực từ thứ nhất với mật độ dòng từ \dot{J}_{m1} và trong thể tích V_2 chỉ có lưỡng cực từ thứ hai với mật độ dòng từ \dot{J}_{m2} , các nguồn điện bằng không thì từ (1.8.4) ta có biểu thức của nguyên lý tương hỗ cho hai lưỡng cực từ là:

$$\dot{P}_{m1} \dot{H}_{21} = \dot{P}_{m2} \dot{H}_{12} \quad (1.8.9)$$

Với $\dot{P}_{m1}, \dot{P}_{m2}$ là momen từ của lưỡng cực từ thứ nhất và thứ hai. \dot{H}_{21} là cường độ từ trường trong lưỡng cực 1 do lưỡng cực 2 tạo ra, \dot{H}_{12} là cường độ từ trường từ trong lưỡng cực 2 do lưỡng cực 1 tạo ra.

3. Với một lưỡng cực điện và một lưỡng cực từ

Nếu trong thể tích V_1 chỉ có 1 lưỡng cực điện với mật độ dòng \dot{J}_{e1} và trong thể tích V_2 cũng chỉ có 1 lưỡng cực từ với mật độ dòng \dot{J}_{m2} , ta nhận được nguyên lý tương hỗ cho 1 lưỡng cực điện và một lưỡng cực từ như sau:

$$\dot{P}_{e1} \dot{E}_{21} = \dot{P}_{m2} \dot{H}_{12} \quad (1.8.10)$$

1.9. Nguyên lý đồng dạng điện động

Nguyên lý đồng dạng điện động xác định mối quan hệ giữa trường điện từ, các tham số điện và hình học của hệ điện từ và môi trường đối với 2 hệ điện từ đồng dạng điện động với nhau.

Trước tiên chúng ta chuyển các phương trình Maxwell dạng cơ bản có thứ nguyên về dạng không thứ nguyên.

Đặt:

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \alpha_1 \vec{a}_1; \vec{E} = \alpha_2 \vec{a}_2 \\ \vec{J} &= \alpha_3 \vec{a}_3; \vec{J} = \alpha_4 \vec{a}_4 \\ l &= \alpha_5 a_5; t = \alpha_6 a_6\end{aligned}\quad (1.9.1)$$

Trong đó: $\vec{a}_1; \vec{a}_2; \vec{a}_3; \vec{a}_4$ là các vector đơn vị không có thứ nguyên chỉ sự phụ thuộc của cường độ trường và nguồn vào tọa độ và thời gian; $a_5; a_6$ là các đơn vị vô hướng xác định tọa độ và thời gian trong toán tử vi phân, các hệ số tỉ lệ α có thứ nguyên tương ứng là:

$$\alpha_1(\text{A/m}), \alpha_2(\text{V/m}), \alpha_3(\text{A/m}^2) \\ \alpha_4(\text{V/m}^2), \alpha_5(\text{m}), \alpha_6(\text{S})$$

Thay (1.9.1) vào hai phương trình thứ nhất và thứ hai của hệ phương trình Maxwell rồi tiến hành các phép tính vi phân theo tọa độ và thời gian theo quy tắc của các hàm hợp, ta nhận được hệ phương trình mới dạng:

$$\begin{aligned}\text{rot} \vec{a}_1 &= c_1 \vec{a}_2 + c_2 \frac{\partial \vec{a}_2}{\partial a_6} + c_3 \vec{a}_3 \\ \text{rot} \vec{a}_2 &= -c_4 \vec{a}_4 - c_5 \frac{\partial \vec{a}_1}{\partial a_6}\end{aligned}\quad (1.9.2)$$

Ở đây, các hệ số mới c không có thứ nguyên có biểu thức sau:

$$c_1 = \gamma \alpha_2 \alpha_5 / \alpha_1; c_2 = \varepsilon \alpha_2 \alpha_5 / \alpha_1 \alpha_6; c_3 = \alpha_3 \alpha_5 / \alpha_1; c_4 = \alpha_4 \alpha_5 / \alpha_2; c_5 = \mu \alpha_1 \alpha_5 / \alpha_2 \alpha_6 \quad (1.9.3)$$

Hệ phương trình mới (1.9.2) là dạng không có thứ nguyên, nó mô tả các hệ điện từ khác nhau qua các hệ số c (1.9.3) khác nhau. Hai hệ điện từ có các hệ số c tương ứng bằng nhau gọi là hai hệ đồng dạng điện động với nhau. Biểu thức của nguyên lý đồng dạng điện động cho hai hệ điện từ sẽ là:

$$c_1 = c_1'; c_2 = c_2'; c_3 = c_3'; c_4 = c_4'; c_5 = c_5' \quad (1.9.4)$$

Ta xét một ví dụ minh họa cho việc áp dụng nguyên lý đồng dạng điện động:

Cho một hệ điện từ thực làm việc trong môi trường điện môi lý tưởng và không có nguồn ngoài. Chúng ta cần xác định một hệ mẫu của nó cũng đặt trong môi trường trên sao cho trường điện từ trong hệ thực và hệ mẫu có giá trị như nhau. Chúng ta hãy tìm điều kiện cho hệ mẫu khi áp dụng nguyên lý đồng dạng điện động. Theo điều kiện đặt ra thì:

$$\begin{aligned}\gamma &= 0, \vec{J}_e = \vec{J}_m = 0 \\ &= \varepsilon', \mu = \mu', \alpha_1 = \alpha_1', \alpha_2 = \alpha_2'\end{aligned}$$

Nêu từ (1.9.3) và (1.9.4) suy ra:

$$\begin{aligned}c_1 &= c_1' = 0, c_3 = c_3' = 0, c_4 = c_4' = 0 \\ c_2 &= c_2' \text{ và } c_5 = c_5'\end{aligned}$$

Hay nhận được kết quả với các hệ số tỉ lệ:

$$\alpha_6' / \alpha_6 = \alpha_5' / \alpha_5 \quad (1.9.5)$$

Biểu thức (1.9.5) cho ta mối quan hệ giữa các tham số của hệ thực và hệ mẫu như sau: nếu chọn hệ mẫu có kích thước lớn hơn hay nhỏ hơn kích thước của hệ thực bao nhiêu lần thì chu kỳ dao động của trường điện từ trong hệ mẫu cũng phải lớn hơn chu kỳ dao động của trường điện từ trong hệ thực bấy nhiêu lần. Kích thước và tần số làm việc của trường trong hai hệ mẫu và thực lại tỉ lệ với nhau.

Nguyên lý này rất có lợi trong việc nghiên cứu thực nghiệm các hệ điện từ như: tìm dạng các loại anten, đo sự phản xạ và tán xạ sóng điện từ từ máy bay ...

1.10. Trường tĩnh điện

1.10.1. Các phương trình Maxwell của trường điện từ tĩnh

Trường điện từ tĩnh là trường điện từ thỏa mãn hai điều kiện sau:

1. Các đại lượng điện và từ không thay đổi theo thời gian. Đạo hàm riêng các đại lượng này theo thời gian đều bằng không.
2. Không có sự chuyển động của các hạt mang điện, nghĩa là mật độ dòng điện luôn bằng không.

Áp dụng vào hệ phương trình Maxwell (1.4.20) và điều kiện biên của trường điện từ, ta được:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= 0 \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right. & \quad (1.10.1) & \quad \left\{ \begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= \rho \end{aligned} \right. & \quad (1.10.2) \\ \left\{ \begin{aligned} \vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) &= 0 \\ \vec{n}x(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) &= 0 \end{aligned} \right\}_\Sigma & \quad (1.10.3) & \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) &= \sigma \\ \vec{n}x(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) &= 0 \end{aligned} \right\}_\Sigma & \quad (1.10.4) \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} & \quad & \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{aligned}$$

Phương trình và điều kiện biên của trường điện từ tĩnh được tách thành hai nhóm độc lập, mỗi nhóm chỉ chứa các đại lượng liên quan đến trường từ hoặc trường điện. Trong tài liệu này chỉ khảo sát trường điện tĩnh. Đó là *trường điện không thay đổi theo thời gian của các điện tích đứng yên*.

1.10.2. Thế vô hướng của trường điện từ tĩnh

Công của lực điện tĩnh khi di chuyển một điện tích q theo một đường cong kín C như sau:

$$A = \oint_C dq \vec{E} \cdot d\vec{l} = dq \int_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

với S là mặt được bao bởi C .

Vì vậy người ta nói rằng trường điện tĩnh có tính chất thế. Công của lực tĩnh điện chỉ phụ thuộc vị trí điểm đầu và điểm cuối, không phụ thuộc vào đường đi.

Đại lượng đặc trưng cho vị trí đó được gọi là điện thế φ , đơn vị là Volt. Điện thế φ được định nghĩa:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi \quad (\text{V/m}) \quad (1.10.5)$$

Đây chính là nghiệm của phương trình thứ nhất $\text{rot} \vec{E} = 0$ vì $\text{rot} \text{grad} \varphi = 0$

Dấu trừ ở (1.10.5) chỉ là quy ước: chiều của vec tơ cường độ điện trường là chiều giảm của φ .

Theo định nghĩa của toán tử gradient:

$$d\varphi = \text{grad} \varphi \cdot d\vec{l}$$

Vì vậy:

$$\begin{aligned} d\varphi &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} \\ \varphi &= -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + C \quad (\text{V}) \end{aligned} \quad (1.10.6)$$

Điện thế là một đại lượng không đơn trị. Giá trị của nó phụ thuộc vào việc xác định gốc điện thế, là điểm mà điện thế được xem là bằng không. Trong thực tế, người ta thường chọn thế điện bằng không là điện thế của trái đất. Một đại lượng khác quan trọng hơn điện thế, đó là hiệu điện thế. Hiệu điện thế giữa hai điểm P và Q được xác định như sau:

$$\varphi(P) - \varphi(Q) = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.10.7)$$

1.10.3. Phương trình Poisson – Laplace

Ta bắt đầu bằng phương trình: $\text{div}\vec{D} = \rho$

Thay: $\vec{D} = \epsilon\vec{E}; \vec{E} = -\text{grad}\varphi$

Ta được: $\text{div}(\epsilon.\text{grad}\varphi) = -\rho$

Nếu miền khảo sát là đồng nhất, độ thẩm điện là hằng số:

$$\text{div}.\text{grad}\varphi = -\rho/\epsilon$$

Hay: $\Delta\varphi = -\rho/\epsilon$ (1.10.8)

Với Δ là toán tử Laplace. Phương trình (1.10.8) là phương trình Poisson. Phương trình này thể hiện quan hệ giữa điện thế của trường tĩnh điện với phân bố điện tích tạo nên trường tĩnh điện đó.

Nếu trong miền khảo sát không có điện tích, phương trình (1.10.8) trở thành:

$$\Delta\varphi = 0$$
 (1.10.9)

Phương trình (1.10.9) được gọi là phương trình Laplace.

1.10.4. Năng lượng của trường tĩnh điện, điện dung

Giả sử một hệ gồm N vật dẫn lần lượt mang điện tích: $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$. Điện thế tại vị trí của mỗi điện tích điểm lần lượt là $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$.

Năng lượng của trường tĩnh điện được tính như sau:

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \varphi_k \cdot q_k$$
 (1.10.10)

Điện dung bộ phân riêng của vật dẫn k:

$$C_{kk} = \sum_{m=1}^N A_{km}$$
 (1.10.11)

Điện dung bộ phân tương hỗ giữa vật dẫn k và vật dẫn m:

$$C_{km} = -A_{km}$$

Với:

$$q_k = \sum_{m=1}^N A_{km} \cdot \varphi_m$$

1.11. Từ trường của dòng điện không đổi

Trạng thái riêng thứ hai của trường điện từ là trường do dòng điện không đổi tạo ra. Đây là trạng thái dừng của trường điện từ. Trường điện từ dừng là trường điện từ có các đại lượng điện từ không đổi theo thời gian. Hệ phương trình Maxwell trở thành như sau:

$$\begin{cases} \text{rot}\vec{H} = \vec{J} \\ \text{div}\vec{B} = 0 \\ \vec{B} = \mu\vec{H} \end{cases} \quad (1.11.1) \quad \begin{cases} \text{rot}\vec{E} = 0 \\ \text{div}\vec{D} = \rho \\ \vec{D} = \epsilon\vec{E} \end{cases} \quad (1.11.2)$$

Các phương trình (1.11.2) có dạng giống như các phương trình của trường điện tĩnh, do vậy trường điện dừng cũng tương tự như trường điện tĩnh và là một trường thế. Điều khác nhau là trường điện dừng tồn tại trong vật dẫn mang điện trong khi trường điện tĩnh bên trong vật dẫn cân bằng điện thì bằng không.

Phương trình (1.11.2) chỉ ra rằng từ trường của trường từ dừng có dạng xoắn. Có thể biểu diễn:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A}_M$$
 (1.11.3)

Với \vec{A}_M được gọi là thế vector. Hàm thế vector \vec{A}_M hoàn toàn xác định khi ta biết div và rot của nó. Vì vậy ngoài biểu thức (1.11.3), ta đặt thêm điều kiện phụ sau:

$$\operatorname{div} \vec{A}_M = 0 \quad (1.11.4)$$

Đặt biểu thức (1.11.3) vào phương trình thứ nhất của (1.11.2), áp dụng hằng đẳng thức sau:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A}_M = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}_M - \Delta \vec{A}_M$$

Kết hợp với điều kiện (1.11.4), ta nhận được:

$$\Delta \vec{A}_M = -\mu \vec{J} \quad (1.11.5)$$

Đây là phương trình Poisson cho \vec{A}_M .

Tóm tắt chương 1

Chương thứ nhất tập trung vào các vấn đề tổng quát của trường điện từ:

- Các đại lượng cơ bản của trường điện từ.
- Các định luật cơ bản của trường điện từ. Chương này cũng đi vào thiết lập các phương trình toán học từ các phát biểu của các định luật. Hệ phương trình Maxwell được thành lập từ các phương trình toán học này.
- Điều kiện bờ: là điều kiện để tìm nghiệm của các phương trình Maxwell sau này.
- Một số nguyên lý của trường điện từ: nguyên lý tương hỗ, nguyên lý đồng dạng điện động.
- Định lý Poynting về năng lượng của trường điện từ.
- Từ các kiến thức đã trình bày, tìm hiểu hai trường hợp đặc biệt của trường điện từ: trường điện tĩnh và trường điện từ dừng của dòng điện không đổi.
- Chương này cũng đã trình bày các phương trình Maxwell của trường điện từ biến thiên điều hòa.

Các phương trình quan trọng trong chương này như sau:

- **Định luật bảo toàn điện tích**

$$\operatorname{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- **Hệ phương trình Maxwell**

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

- **Các phương trình liên hệ (môi trường đẳng hướng, tuyến tính)**

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}; \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}; \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}); \vec{J} = \gamma \vec{E}$$

- **Các điều kiện biên**

$$\left\{ \vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma \right\}_\Sigma \quad \left\{ \vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \right\}_\Sigma$$

$$\left\{ \vec{n}(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\}_\Sigma \quad \left\{ \vec{n}x(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \right\}_\Sigma$$

$$\left\{ \vec{n}x(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = J_s \right\}_\Sigma$$

- **Vector Poynting: $\vec{P} = (\vec{E} \times \vec{H})$**

- **Định lý Poynting**

$$-\oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V \vec{J} \vec{E} dV + \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV$$

Bài tập chương 1

- Điện tích thử q chuyển động trong miền có trường điện từ với vận tốc $\vec{V} = \vec{i}_x + \vec{i}_y$ (m/s). Tìm cường độ trường điện \vec{E} nếu biết trường từ có $\vec{B} = \vec{i}_x - 2\vec{i}_z$ và lực của trường điện từ tác dụng lên điện tích thử bằng không.
- Một quả cầu vật chất bán kính a có độ thẩm điện ϵ đặt trong không khí. Một điện lượng Q phân bố đều trong thể tích quả cầu. Hãy tìm cường độ điện trường \vec{E} ở trong và ngoài quả cầu.
- Tìm cường độ điện trường \vec{E} của một sợi dây thẳng dài vô hạn đặt trong không khí tích điện với mật độ điện tích dài λ_1 (C/m).
- Tính cường độ điện trường \vec{E} của một lưỡng cực điện đặt trong không khí. Lưỡng cực có chiều dài l và điện tích ở hai đầu của nó là điện tích điểm có giá trị q và $-q$.
- Tính cường độ trường \vec{E} và thế ϕ của hai sợi dây mảnh thẳng dài vô hạn đặt song song trong không khí, cách nhau một khoảng d . Mỗi sợi chỉ tích điện với mật độ điện tích dài λ_1 và $-\lambda_2$ (C/m).
- Tìm cường độ từ trường \vec{H} trên đường thẳng vuông góc đi qua tâm của vòng dây dẫn mảnh bán kính R đặt trong không khí. Dòng điện không đổi chảy trong vòng dây có cường độ là I .
- Tính cường độ từ trường \vec{H} ở ngoài, giữa và trong một ống dây dẫn hình trụ tròn dài vô hạn đặt trong không khí. Biết rằng ống dây dẫn có bán kính trong là R_1 và bán kính ngoài R_2 có dòng điện không đổi I chạy qua.
- Tính cường độ từ trường \vec{H} trên trục của ống dây dài l bán kính a cuốn N vòng dây dẫn, có dòng điện không đổi chạy qua.
- Có một tụ điện phẳng, điện môi không khí, tạo thành từ hai bản tròn bán kính $r = 2\text{cm}$ và khoảng cách giữa chúng $d = 0,2\text{ cm}$. Tụ điện này là một phần của mạch giao động. Trên hai bản tụ có một điện áp điều hòa dạng

$$U = U_m \sin \omega t$$

$$U_m = 500\text{V}, \omega = 217 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$
 Nếu bỏ qua hiệu ứng mép, hãy tìm dòng điện dịch toàn phần chảy qua 2 bản tụ và cường độ từ trường \vec{H} tại không gian giữa hai bản tụ cách tâm một khoảng $r' = 1\text{ cm}$.
- Tìm biểu thức của điện năng tích trữ trong một tụ điện phẳng không khí có hiệu thế điện U và điện dung C .
- Tìm giá trị trung bình của điện năng chứa trong một tụ điện kép phẳng gồm 3 bản với diện tích mỗi bản $S = 4\text{cm}^2$, khoảng cách giữa các bản $d = 0,1\text{ cm}$. Điện môi giữa các bản tụ là không khí, điện trường biến đổi trong tụ dạng hình sin với biên độ $E_m = 3 \cdot 10^3\text{ V/m}$.

12. Chứng minh rằng trên giới hạn phân chia giữa hai môi trường điện môi, đường sức điện trường bị khúc xạ theo hệ thức:

$$\operatorname{tg}\beta_1/\operatorname{tg}\beta_2 = \varepsilon_1/\varepsilon_2$$

Ở đây, β_1 và β_2 là góc tạo bởi vector cường độ điện trường với pháp tuyến của mặt giới hạn trong các môi trường điện môi 1 và 2, ε_1 và ε_2 là độ thẩm điện tuyệt đối của hai môi trường trên.

13. Điện môi có độ thẩm điện $\varepsilon = 80\varepsilon_0$, độ dẫn điện $\gamma = 1 \text{ S/m}$. Xác định tần số của dòng điện điều hòa mà ở đó biên độ dòng điện dẫn bằng biên độ dòng điện dịch.

14. Hai môi trường phân cách bởi mặt phẳng có phương trình $x + y = 1$ trong hệ tọa độ Descartes. Miền 1 chứa gốc tọa độ có độ thẩm điện $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$, miền 2 có $\varepsilon_2 = 8\varepsilon_0$. Cường độ trường điện trong miền 1 tại mặt phân cách là $\vec{E}_1 = 2\vec{i}_y + 3\vec{i}_z$. Tìm cường độ trường điện trong miền 2 tại mặt phân cách. Giả sử trên mặt phân cách không có điện tích tự do.

15. Cáp đồng trục có bán kính lõi bằng a , bán kính vỏ bằng b , trong không gian giữa lõi và vỏ có trường điện xuyên trục $E_r = E_0/r$ và trường từ phương vị $H_\phi = H_0/r$. Với E_0, H_0 là hằng số. Tính công suất truyền dọc cáp.

16. Chứng minh rằng tổng cường độ các dòng điện dẫn và dòng điện dịch qua mặt kín bất kỳ thì bằng không.

17. Tại thời điểm $t = 0$, một phần vật dẫn mang điện tích với mật độ ρ_0 . Chứng minh rằng mật độ điện tích bên trong vật dẫn giảm rất nhanh về không.

18. Xác định cường độ trường điện, thế điện trong chân không bên trên mặt dẫn phẳng rất rộng, mặt trên mang điện tích mặt phân bố đều với mật độ σ .

19. Trong hệ tọa độ Descartes, cường độ trường điện có dạng: $\vec{E} = yz\vec{i}_x + zx\vec{i}_y + xy\vec{i}_z$. Tìm hiệu điện thế giữa hai điểm $A(0; 22; 7; 99)$ và $B(1; 1; 1)$.

20. Xác định thế điện và cường độ điện trường tại một điểm trên trục của một đĩa tròn phẳng bán kính a tích điện đều với mật độ σ . Môi trường xung quanh là không khí.

CHƯƠNG 2: CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGHIỆM HỆ PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

Để tìm các vector cường độ của trường điện từ trong các bài toán điện từ nói chung, chúng ta phải giải các phương trình Maxwell tức là tích phân chúng. Chương này trình bày các phương pháp tích phân các phương trình Maxwell trên cơ sở chuyển chúng về dạng phương trình sóng cho các vector cường độ điện trường, cho các thế điện động và cho các vector Hertz. Áp dụng các phương pháp phổ biến trong vật lý toán, chúng ta tìm được nghiệm của các phương trình sóng trên và dẫn ra biểu thức cho các vector cường độ trường. Trường điện từ bức xạ của lưỡng cực điện, lưỡng cực từ, nguyên tố điện tích mặt được dẫn ra trong chương này theo các phương pháp trên như những ví dụ minh họa.

2.1. Phương trình sóng cho các vector cường độ điện trường

Hệ phương trình Maxwell trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng có cả nguồn điện và từ có dạng:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} &= -\vec{J}_m - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

$$\text{div} \vec{E} = \rho / \varepsilon$$

$$\text{div} \vec{H} = \rho_m / \mu$$

Hai phương trình thứ nhất và thứ hai bao gồm cả các vector \vec{E} và \vec{H} cùng các nguồn của chúng. Chúng ta hãy chuyển về dạng chỉ có một vector \vec{E} hoặc \vec{H} theo các nguồn của chúng.

Lấy rot cho cả hai vế, để ý rằng:

$$\text{rot rot} \vec{A}_M = \text{grad div} \vec{A}_M - \Delta \vec{A}_M$$

Ta được:

$$\text{grad div} \vec{H} - \Delta \vec{H} = \text{rot} \vec{J}_e + \text{rot} \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{E}$$

$$\text{grad div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\text{rot} \vec{J}_m - \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{H}$$

Thay $\text{div} \vec{E}$ và $\text{div} \vec{H}$ bằng ρ/ε và ρ_m/μ theo phương trình thứ ba và thứ tư. Thay $\text{rot} \vec{E}$ và $\text{rot} \vec{H}$ bởi vế phải của nó trong các phương trình thứ nhất và thứ hai rồi chuyển vế, ta nhận được các biểu thức dạng:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \gamma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= -\text{rot} \vec{J}_e + \frac{\text{grad} \rho_m}{\mu} + \varepsilon \frac{\partial \vec{J}_m}{\partial t} + \vec{J}_m \\ \Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= -\text{rot} \vec{J}_m + \frac{\text{grad} \rho}{\varepsilon} + \mu \frac{\partial \vec{J}_e}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Các phương trình (2.1.2) có dạng đạo hàm riêng bậc hai. Vế trái chỉ chứa một vector, vế phải chứa các vector nguồn. các phương trình này được gọi là phương trình sóng không thuần nhất. Thường người ta chỉ giải các phương trình trong trường hợp không có nguồn và trong môi trường điện môi lý tưởng. Khi đó, hai phương trình (2.1.2) trở thành các phương trình sóng thuần nhất như sau:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= 0 \\ \Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

Khi tồn tại nguồn ngoài, người ta chuyển các phương trình Maxwell về các phương trình sóng cho các thể điện động và các vector Hertz.

2.2. Phương trình sóng cho thể điện động

Các phương trình trong hệ phương trình Maxwell là phương trình tuyến tính. Trường do hai nguồn kích thích độc lập bằng tổng của hai trường do mỗi nguồn (nguồn kia bằng không) tạo ra. Mặt khác, hầu hết các nguồn điện và từ trong thực tế là các nguồn độc lập.

Ta tách hệ phương trình Maxwell thành hai hệ, một hệ mô tả trường điện từ do nguồn điện tạo ra, một hệ mô tả trường điện từ do nguồn từ tạo ra. Trường điện từ tổng hợp do cả hai nguồn tạo ra sẽ là chồng chất trường của mỗi nguồn tạo ra.

2.2.1. Đối với nguồn điện

Xét trường trong điện môi lý tưởng $\gamma = 0$, hệ phương trình Maxwell (2.1.1) viết cho nguồn điện (cho nguồn từ bằng không) có dạng:

$$\begin{aligned}\text{rot} \vec{H} &= \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{E} &= \rho / \varepsilon \\ \text{div} \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (2.2.1)$$

Người ta đưa vào một khái niệm mới, gọi là hàm thể vector điện \vec{A}_e :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_e \quad (2.2.2)$$

Đây chính là nghiệm của phương trình thứ tư vì:

$$\text{div} \vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{div} \text{rot} \vec{A}_e = 0$$

Thay (2.2.2) vào phương trình thứ hai, ta được;

$$\text{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \right) = 0$$

Gọi φ_e là thế điện vô hướng, với:

$$\begin{aligned}\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} &= -\text{grad} \varphi_e \\ \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} - \text{grad} \varphi_e\end{aligned}\quad (2.2.3)$$

\vec{A}_e và φ được gọi chung là các thể điện động của nguồn điện. Các vector của trường được biểu diễn qua các thể điện động theo các biểu thức (2.2.2) và (2.2.3)

Thay (2.2.2) và (2.2.3) vào phương trình thứ nhất, ta được:

$$\Delta \vec{A}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_e}{\partial t^2} - \text{grad} (\text{div} \vec{A}_e + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_e}{\partial t}) = -\mu \vec{J}_e$$

Các thế điện động là các hàm chọn tùy ý nên để cho phương trình có dạng đơn giản, người ta đưa vào điều kiện phụ gọi là điều kiện phụ Lorentz như sau;

$$\operatorname{div} \vec{A}_e + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_e}{\partial t} = 0 \quad (2.2.4)$$

Phương trình trở thành:

$$\Delta \vec{A}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_e}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}_e \quad (2.2.5)$$

Nếu thay (2.2.3) vào phương trình thứ 3 của (2.2.1), cũng áp dụng điều kiện phụ Lorentz, ta được phương trình cho thế vô tuyến điện:

$$\Delta \varphi_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi_e}{\partial t^2} = -\rho / \varepsilon \quad (2.2.6)$$

Các phương trình (2.2.5) và (2.2.6) được gọi là các phương trình D'Alembert hay còn gọi là các phương trình sóng không thuần nhất. Ta nhận xét thấy khi đưa vào các thế điện động, các phương trình sóng đơn giản hơn so với ở (2.1.2). Các thế điện động được sử dụng như là các đại lượng trung gian. Các vector cường độ điện trường và từ trường có thể xác định qua các thế điện động một cách đơn giản.

2.2.2. Đối với nguồn từ

Hệ phương trình Maxwell (2.1.1) đối với nguồn từ (cho nguồn điện bằng không) trong điện môi lý tưởng có dạng:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\vec{J}_m - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.2.7)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = \rho_m / \mu$$

Vì dạng của (2.2.7) và (2.2.1) tương tự nhau nên ta có thể áp dụng nguyên lý đối lẫn đã tìm hiểu ở chương 1 cho các biểu thức (2.2.2), (2.2.3) và các phương trình sóng (2.2.5), (2.2.6) được các kết quả sau:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{A}_m \\ \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi_m \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{A}_m - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_m}{\partial t^2} &= -\mu \vec{J}_m \\ \Delta \varphi_m - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial t^2} &= -\rho_m / \varepsilon \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

$$\operatorname{div} \vec{A}_m + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_m}{\partial t} = 0 \quad (2.2.10)$$

\vec{A}_m và φ_m là các thế điện động vector và vô hướng của trường điện từ đối với nguồn từ.

Như vậy, nếu trong môi trường điện môi lý tưởng tồn tại cả nguồn điện và nguồn từ thì trường điện từ tổng hợp bằng chồng chất trường của nguồn điện và nguồn từ. Kết hợp (2.2.2), (2.2.3), và (2.2.8), ta được;

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} - \frac{1}{\varepsilon} \text{rot} \vec{A}_m - \text{grad} \varphi_e \\ \vec{H} &= \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_e - \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} - \text{grad} \varphi_m\end{aligned}\quad (2.2.11)$$

2.2.3. Đối với trường điều hòa

Đối với trường điều hòa, ta cũng có thể dẫn ra các phương trình sóng bằng cách tương tự. Kết quả như sau:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}} &= -i\omega \vec{A}_e - \frac{1}{\varepsilon} \text{rot} \dot{\vec{A}}_m - \text{grad} \dot{\varphi}_e \\ \dot{\vec{H}} &= \frac{1}{\mu} \text{rot} \dot{\vec{A}}_e - i\omega \vec{A}_m - \text{grad} \dot{\varphi}_m\end{aligned}\quad (2.2.12)$$

Với:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_e &= \frac{i}{\omega \varepsilon \mu} \text{div} \dot{\vec{A}}_e \\ \dot{\varphi}_m &= \frac{i}{\omega \varepsilon \mu} \text{div} \dot{\vec{A}}_m\end{aligned}\quad (2.2.13)$$

Đối với trường điện từ điều hòa, chỉ cần tìm nghiệm đối với các thể vector là đủ để tìm các biểu thức cho cường độ trường.

2.3. Phương trình sóng cho vector Hertz

Hertz đã chỉ ra rằng có thể tích phân các phương trình Maxwell khi chuyển chúng về phương trình sóng chỉ một hàm vector, vector đó được gọi là vector Hertz. Các vector cường độ trường điện từ được biểu diễn qua vector Hertz bằng các phép vi phân cơ bản. Tiếp theo chúng ta sẽ xét các phương trình sóng cho các vector Hertz điện và vector Hertz từ ứng với trường hợp nguồn điện và nguồn từ.

2.3.1. Vector Hertz điện

Vector Hertz điện được ký hiệu $\vec{\Gamma}_e$ và được định nghĩa như sau:

$$\vec{A}_e = \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{\Gamma}_e}{\partial t} \quad (2.3.1)$$

Thay (2.3.1) vào (2.2.2), ta được:

$$\vec{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{\Gamma}_e \quad (2.3.2)$$

Thay \vec{A}_e vào điều kiện phụ Lorentz, ta được:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{\Gamma}_e + \varphi_e) = 0$$

Suy ra: $\varphi_e = -\text{div} \vec{\Gamma}_e$ (2.3.3)

Đặt (2.3.10), (2.3.30) vào biểu thức (2.2.3), ta được;

$$\vec{E} = \text{grad} \text{div} \vec{\Gamma}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} \quad (2.3.4)$$

Như vậy, các vec tơ trường điện từ được biểu diễn chỉ qua một vec tơ Hertz bởi biểu thức (2.3.2) và (2.3.4). Kế tiếp ta đi tìm phương trình cho vector Hertz.

Thay (2.3.10) vào phương trình (2.2.5) rồi tích phân hai vế theo thời gian từ 0 đến t, ta được:

$$\Delta \vec{\Gamma}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \vec{J}_e dt \quad (2.3.5)$$

Đặt:

$$\vec{P}_e = \int_0^t \vec{J}_e dt \quad (2.3.6)$$

Gọi là vector phân cực của nguồn điện, ta có được phương trình D'Alembert cho vector Hertz điện như sau:

$$\Delta \vec{\Gamma}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} = -\frac{\vec{P}_e}{\varepsilon} \quad (2.3.7)$$

Từ (2.3.7), ta nhận thấy vector phân cực là nguồn tạo ra vector Hertz điện nên ta còn gọi $\vec{\Gamma}_e$ là thế vector phân cực điện.

2.3.2. Vector Hertz từ

Vector Hertz từ được ký hiệu là $\vec{\Gamma}_m$. Áp dụng nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Maxwell cho các thể điện động cùng các vector cường độ trường cho các biểu thức từ (2.3.1) đến (2.3.7), ta được:

$$\begin{aligned} \vec{A}_m &= \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{\Gamma}_m}{\partial t} \\ \varphi_m &= -\text{div} \vec{\Gamma}_m \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{\Gamma}_m \\ \vec{H} &= \text{grad} \text{div} \vec{\Gamma}_m - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_m}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Phương trình D'Alembert cho vector Hertz từ có dạng:

$$\Delta \vec{\Gamma}_m - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_m}{\partial t^2} = -\frac{\vec{M}}{\mu} \quad (2.3.10)$$

Với:

$$\vec{M} = \int_0^t \vec{J}_m dt \quad (2.3.11)$$

là vector từ hóa của nguồn từ, do đó người ta còn gọi $\vec{\Gamma}_m$ là thế vector từ hóa.

2.3.3. Trường loại điện và loại từ

Trong trường hợp vector Hertz điện và vector Hertz từ chỉ có một thành phần tọa độ thì trong hệ tọa độ Descartes, ta chọn vector Hertz dọc theo phương truyền của trường điện từ là trục z như sau:

$$\vec{\Gamma}_e = \Gamma_e \vec{i}_z; \vec{\Gamma}_m = \Gamma_m \vec{i}_z \quad (2.3.12)$$

Từ các biểu thức (2.3.2), (2.3.5), và (2.3.9) ta thấy;

- Trường của nguồn điện (ứng với vector Hertz điện chỉ có một thành phần) có từ trường dọc theo phương truyền z bằng không, các thành phần khác nói chung khác không. Trường điện từ loại này gọi là trường loại điện dọc hay từ ngang và ký hiệu là E hay TM.

- Trường của nguồn từ (ứng với vector Hertz từ chỉ có một thành phần) có điện trường dọc theo phương truyền bằng không, còn các thành phần khác nói chung khác không. Trường điện từ loại này được gọi là trường loại từ dọc hay điện ngang và ký hiệu là H hay TE.

Như vậy trong trường hợp tổng quát, trường điện từ có thể coi như tổng hợp của hai loại trường: loại điện và loại từ.

2.4. Tìm nghiệm phương trình sóng

Ở các mục trước của chương này, chúng ta đã tìm hiểu cách đưa các phương trình Maxwell của các đại lượng điện từ về các phương trình sóng của các thể điện động và vector

Hertz. Vấn đề tiếp theo là giải các phương trình sóng này. Ta thấy các phương trình sóng có dạng giống nhau, bởi vậy, ta đi giải phương trình cho một đại lượng đại diện nào đó như sau:

$$\Delta \psi - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -g \quad (2.4.1)$$

Người ta đã chứng minh được nghiệm của phương trình trên như sau;

$$\psi(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{g(r', t - \frac{r}{v})}{r} dV \quad (2.4.2)$$

Từ biểu thức (2.4.20), thấy rằng trường tại thời điểm t tại điểm quan sát được xác định không phải bởi giá trị của nguồn tại thời điểm t mà được xác định ở thời điểm sớm hơn t một khoảng r/v .

r/v chính là khoảng thời gian để trường truyền từ nguồn đến điểm quan sát cách một khoảng r với tốc độ v . Như vậy trường ở điểm quan sát chậm pha so với nguồn một khoảng thời gian là r/v . Nghiệm (2.4.2) còn được gọi là thể chậm của trường điện từ.

Như vậy, chúng ta có được nghiệm của các phương trình sóng cho các thể vector và vô hướng như sau;

$$\vec{A}_e(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_e(r', t - \frac{r}{v})}{r} dV \quad (2.4.3)$$

$$\vec{A}_m(r, t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_m(r', t - \frac{r}{v})}{r} dV \quad (2.4.4)$$

Nếu trường là điều hòa theo thời gian thì:

$$\vec{\psi}(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{g}(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.5)$$

$$\vec{A}_e(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_e(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.6)$$

$$\vec{A}_m(r, t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_m(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.7)$$

Với $k = 2\pi/\lambda$

Ở các mục tiếp theo, chúng ta sẽ áp dụng phương pháp thể chậm trên để tìm trường bức xạ của lưỡng cực điện và lưỡng cực từ như là các ví dụ.

2.5. Trường điện từ của lưỡng cực điện

Lưỡng cực điện là nguyên tố bức xạ sóng điện từ, là thành phần cơ bản tạo ra anten.

2.5.1. Khái niệm

Lưỡng cực điện là một đoạn dây dẫn ngắn, mảnh, bên trong có dòng điện biến đổi do nguồn nuôi ngoài cung cấp. Ta giả thiết như sau:

- Lưỡng cực điện được đặt trong điện môi lý tưởng: $\gamma = 0$, $\varepsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$
- Chiều dài l của lưỡng cực rất ngắn so với bước sóng λ của trường điện từ do nó phát ra: $l \ll \lambda$
- Dòng điện trong lưỡng cực biến đổi điều hòa với tần số ω
- Khoảng cách từ điểm tính trường đến lưỡng cực r rất lớn so với chiều dài của nó: $l \ll r$

2.5.2. Trường điện từ của lưỡng cực

Chọn hệ tọa độ cầu có gốc O nằm giữa lưỡng cực, trục của lưỡng cực nằm hướng theo trục Oz. Dòng điện nuôi lưỡng cực hướng dọc trục Oz và điều hòa theo thời gian:

$$\vec{I} = \dot{I}e^{i\omega t}\vec{i}_z = \dot{J}Se^{i\omega t}\vec{i}_z \quad (2.5.1)$$

Với \dot{J} là mật độ dòng điện, S là tiết diện của lưỡng cực điện. Với các giả thiết ở 2.5.1, dòng điện trong lưỡng cực điện có biên độ và pha bằng nhau tại mọi điểm dọc theo lưỡng cực.

Vì dòng nguồn nuôi trong lưỡng cực điện hướng theo trục z, nên tại điểm khảo sát trường M chỉ có một thành phần hướng theo trục z. Áp dụng (2.4.6) để tính biên độ phức của thế chậm cho lưỡng cực điện. Chú ý do $r \gg l$ nên có thể xem khoảng cách từ M đến bất kỳ điểm nào trên lưỡng cực đều như nhau.

$$\vec{A}_e = \dot{A}_e\vec{i}_z = \vec{i}_z \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}e^{-ikr}}{r} dV = \vec{i}_z \frac{\mu}{4\pi} \int_l \frac{\dot{I}e^{-ikr}}{r} dl = \vec{i}_z \frac{\mu \dot{I} l}{4\pi r} e^{-ikr} \quad (2.5.2)$$

Trong hệ tọa độ cầu, ta có;

$$\vec{i}_z = \cos\theta\vec{i}_r - \sin\theta\vec{i}_\theta$$

Biểu thức (2.5.2) trở thành:

$$\vec{A}_e = \frac{\mu \dot{I} l e^{-ikr}}{4\pi r} (\cos\theta\vec{i}_r - \sin\theta\vec{i}_\theta) \quad (2.5.3)$$

Cường độ trường từ của lưỡng cực theo biểu thức (2.2.2):

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{\dot{I} l}{4\pi} \text{rot} \left[\frac{e^{-ikr}}{r} (\cos\theta\vec{i}_r - \sin\theta\vec{i}_\theta) \right] \\ \vec{H} &= \frac{\dot{I} l}{4\pi} \left(\frac{1}{r} + ik \right) \sin\theta \frac{e^{-ikr}}{r} \vec{i}_\phi \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

Áp dụng phương trình Maxwell $\text{rot}\vec{H} = i\omega\epsilon\vec{E}$, ta tính được biên độ phức của cường độ điện trường như sau:

$$\vec{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \text{rot}\vec{H} = \frac{\dot{I} l}{4\pi i\omega\epsilon} \frac{e^{-ikr}}{r} x \left\{ 2 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos\theta\vec{i}_r + \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin\theta\vec{i}_\theta \right\} \quad (2.5.5)$$

Ta nhận xét thấy vectơ cường độ trường có biên độ tỉ lệ nghịch với r, có mặt đồng pha là mặt cầu bán kính r. Vậy trường bức xạ của lưỡng cực điện có tính chất sóng cầu. vận tốc dịch chuyển mặt đồng pha của sóng được gọi là vận tốc pha v_p :

$$\phi = \omega t - kr = \text{const}$$

$$d\phi = \omega dt - kdr = 0$$

$$v_p = dr/dt = \omega/k$$

Từ (2.5.4) và (2.5.5), ta tính giá trị tức thời của vectơ cường độ trường như sau:

$$\begin{cases} H_\phi = \frac{\dot{I} l k}{4\pi r} \sin\theta \left\{ \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) - \sin(\omega t - kr) \right\} \\ E_r = \frac{\dot{I} l k^2}{2\pi\omega\epsilon r} \cos\theta \left\{ \frac{1}{k^2 r^2} \sin(\omega t - kr) + \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right\} \\ E_\theta = \frac{\dot{I} l k^2}{4\pi\omega\epsilon r} \sin\theta \left\{ \left(\frac{1}{k^2 r^2} - 1 \right) \sin(\omega t - kr) + \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right\} \\ E_\phi = H_r = H_\theta = 0 \end{cases} \quad (2.5.6)$$

Tiếp theo ta xét tính chất của trường bức xạ của lưỡng cực điện ở các vùng không gian khác nhau:

2.5.3. Trường ở vùng gần

Một điểm được xem là nằm trong vùng gần nếu khoảng cách từ điểm quan sát đến lưỡng cực nhỏ hơn bước sóng rất nhiều $r \ll \lambda$ nhưng vẫn đảm bảo $r \gg l$.

Do $r \ll \lambda$ nên $kr = 2\pi r/\lambda \ll 1$. Như vậy, nếu trong biểu thức (2.5.6) ta bỏ qua các đại lượng vô cùng bé bậc lớn hơn kr và độ lệch pha kr , ta được giá trị tức thời của các thành phần cường độ trường trong vùng gần của lưỡng cực điện:

$$\begin{cases} H_\phi = \frac{Il}{4\pi r^2} \sin \theta \cos \omega t \\ E_r = \frac{Il}{2\pi\omega\epsilon r^3} \cos \theta \sin \omega t \\ E_\theta = \frac{Il}{4\pi\omega\epsilon r^3} \sin \theta \sin \omega t \end{cases} \quad (2.5.7)$$

Ta nhận thấy từ trường H_ϕ lệch pha so với điện trường E_r và E_θ một góc $\pi/2$, nên vector Poynting trung bình bằng không. Như vậy, năng lượng trường điện từ của lưỡng cực điện ở vùng gần chủ yếu dao động xung quanh nguồn, trường ở vùng gần không mang tính chất sóng. Vùng gần được gọi là vùng cảm ứng. Từ trường giống như từ trường của dòng điện không đổi.

2.5.4. Trường ở vùng xa

Một điểm được xem là nằm trong vùng xa nếu khoảng cách từ điểm quan sát đến lưỡng cực lớn hơn bước sóng rất nhiều $r \gg \lambda$. Khi đó $kr \gg 1$.

Ta nhận được biểu thức các thành phần của trường lưỡng cực điện ở vùng xa như sau:

$$\begin{aligned} H_\phi &= -\frac{Ilk}{4\pi r} \sin \theta \sin(\omega t - kr) = -\frac{Il}{2\lambda r} \sin \theta \sin(\omega t - kr) \\ E_\theta &= -\frac{Ilk^2}{4\pi\omega\epsilon r} \sin \theta \sin(\omega t - kr) = -\frac{Il}{2\lambda r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin \theta \sin(\omega t - kr) \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Ta nhận thấy:

- Trường ở vùng xa của lưỡng cực chỉ gồm hai thành phần H_ϕ và E_θ đồng pha, vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền r , vector Poynting là thực, năng lượng trường điện từ của lưỡng cực được bức xạ vào không gian. Vùng xa vì vậy được gọi là vùng bức xạ.

- Biên độ cường độ trường tỉ lệ với tần số ω (tỉ lệ nghịch với bước sóng), nếu có cùng giá trị của dòng điện I và ở cùng khoảng cách, khi tần số càng cao thì cường độ trường càng lớn.

- Các biên độ cường độ trường đều tỉ lệ với $\sin\theta$ nên trường bức xạ của lưỡng cực điện có tính định hướng trong không gian. Nó cực đại tại mặt phẳng có $\theta = 90^\circ$ và bằng không theo phương của lưỡng cực $\theta = 0^\circ$.

Tính định hướng của các trường bức xạ sẽ được khảo sát trong môn học anten.

2.5.5. Công suất bức xạ, trở kháng bức xạ

Trong mục này ta tìm hiểu hai khái niệm mới là công suất bức xạ và trở kháng bức xạ, là hai tham số rất quan trọng trong lý thuyết và kỹ thuật anten.

Công suất bức xạ được tính bởi tích phân theo toàn mặt kín bao quanh lưỡng cực ở vùng xa của vector Poynting trung bình. Thường, người ta lấy mặt cầu là mặt cầu cho đơn giản.

$$P_{bx} = \oint_S \vec{P}_{tb} d\vec{S} \quad (2.5.9)$$

Vector Poynting của trường bức xạ của lưỡng cực điện như sau:

$$\vec{P}_{tb} = \frac{I^2 l^2 k^3}{32\pi^2 r^2 \omega \epsilon} \sin^2 \theta \vec{i}_r \quad (2.5.10)$$

Yếu tố vi phân diện tích trên mặt cầu:

$$dS = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

Công suất bức xạ trung bình:

$$P_{tb} = \frac{I^2 l^2 k^3}{32\pi^2 \omega \epsilon} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{I^2 l^2 k^2}{12\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{I^2}{2} R_{bx} \quad (2.5.11)$$

Với:

$$R_{bx} = \frac{l^2 k^2}{6\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad (2.5.12)$$

R_{bx} là điện trở bức xạ của lưỡng cực điện.

Đặt:

$$z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Và gọi là trở sóng của môi trường.

2.6. Trường điện từ của lưỡng cực từ

2.6.1. Lưỡng cực từ

Lưỡng cực từ được xem là một đoạn dây dẫn ngắn, mảnh, bên trong có dòng từ biến đổi do nguồn nuôi ngoài cung cấp chạy qua. Lưỡng cực từ là mô hình lý tưởng để tính toán các bài toán của nguồn bức xạ từ.

Ta có thể áp dụng phương pháp tính các thêc chậm để tìm các vectơ cường độ trường do lưỡng cực từ gây ra. Tuy nhiên, ta có một phương pháp khác, đó là áp dụng nguyên lý đối lẫn đối với biểu thức mô tả trường của lưỡng cực điện. Ta được biên độ phức của trường của lưỡng cực từ như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_m &= -\frac{\dot{I}_m l}{4\pi r} \sin \theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) e^{-ikr} \vec{i}_\phi \\ \dot{\vec{H}}_m &= \frac{\dot{I}_m l}{4\pi i \omega \mu} \frac{e^{-ikr}}{r} \left\{ 2 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos \theta \vec{i}_r + \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin \theta \vec{i}_\theta \right\} \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

Như vậy, trường bức xạ của lưỡng cực từ cũng là sóng cầu, các vectơ cường độ trường tỉ lệ với bán kính r , tỉ lệ với tần số ω và có tính định hướng trong không gian, vai trò của điện trường và từ trường thay thế cho nhau.

2.6.2. Trường điện từ của vòng dây

Trong thực tế, người ta tạo ra nguyên tố bức xạ ra trường điện từ tương đương như trường của lưỡng cực từ bằng cách cho dòng điện biến đổi I_M chạy qua một vòng dây dẫn nhỏ mảnh.

Sau đây ta sẽ áp dụng phương pháp thêc chậm để tìm trường bức xạ của nguyên tố anten khung này.

Giả sử rằng mặt phẳng của vòng dây nằm trùng với mặt phẳng vĩ tuyến của tọa độ cầu. Vòng dây có kích thước rất nhỏ so với bước sóng của trường do nó phát ra. Dòng điện biến thiên điều hòa: $\dot{I}e^{i\omega t}$. Có thể xem biên độ và pha của dòng điện như nhau dọc theo đường dây.

Thế chậm tìm được:

$$\dot{\vec{A}}_e = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\dot{\vec{J}}}{r'} e^{-ikr'} dV \quad (2.6.2)$$

R' là khoảng cách từ điểm tính trường đến vi phân vòng dây $d\vec{l}$

Ta có: $dV = Sdl, \vec{J}dV = JSd\vec{l} = I d\vec{l}$

Thay vào (2.6.2), ta được:

$$\dot{\vec{A}}_e = \frac{\mu \dot{I}}{4\pi} \int \frac{e^{-ikr'}}{r'} d\vec{l} \quad (2.6.3)$$

Vì dòng điện chỉ có một phương ϕ nên thế chậm của nó cũng chỉ có một thành phần theo ϕ .

Xét hai vi phân vòng dây $d\vec{l}$ đặt đối xứng qua mặt phẳng P đi qua điểm tính trường Q và vuông góc với mặt phẳng vòng dây (gọi là mặt phẳng kinh tuyến). Mỗi một yếu tố vi phân đối xứng nhau qua mặt phẳng P được phân tích thành hai yếu tố vi phân khác: $d\vec{l}''$ hướng song song với mặt phẳng P và $d\vec{l}'$ hướng vuông góc với mặt phẳng này. Khi để ý đến chiều dòng điện chạy

trong vòng dây, ta thấy rằng: thế vector của các yếu tố vi phân $d\vec{l}''$ tạo ra ở điểm Q có cùng giá trị nhưng ngược nhau nên triệt tiêu, còn thế vector do các yếu tố $d\vec{l}'$ tạo ra có cùng giá trị và cùng hướng nên tăng gấp đôi. Do đó, tích phân (2.6.3) chỉ cần lấy theo các yếu tố $d\vec{l}'$ và chỉ cần lấy một nửa vòng dây và kết quả nhân đôi.

$$d\vec{l}' = dl \cos \phi = R \cos \phi d\phi$$

R là bán kính của vòng dây.

Biểu thức (2.6.3) trở thành:

$$\vec{A}_e = \vec{i}_\phi \frac{\mu \dot{I} R}{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{-ikr'}}{r'} \cos \phi d\phi \quad (2.6.4)$$

Ta có các hệ thức gần đúng sau:

$$r' \approx \sqrt{r^2 - 2rR \sin \theta \cos \phi} = r \sqrt{1 - \frac{2R}{r} \sin \theta \cos \phi} \approx r - R \sin \theta \cos \phi$$

Nên:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r'} &= \frac{1}{r - R \sin \theta \cos \phi} = \frac{1}{r} \frac{1}{1 - \frac{R}{r} \sin \theta \cos \phi} \\ &\approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \cos \phi \right) = \frac{1}{r} + \frac{R}{r^2 \sin \theta \cos \phi} \end{aligned}$$

Và:

$$\begin{aligned} e^{-ikr'} &\approx e^{-ik(r - R \sin \theta \cos \phi)} = e^{-ikr} e^{ikR \sin \theta \cos \phi} \\ &= e^{-ikr} \{ \cos(kR \sin \theta \cos \phi) + i \sin(kR \sin \theta \cos \phi) \} \end{aligned}$$

Khi: $\lambda \gg R$ thì $kR \ll 1$ nên có thể xem:

$$\begin{aligned} \cos(kR \sin \theta \cos \phi) &\approx 1 \\ \sin(kR \sin \theta \cos \phi) &\approx kR \sin \theta \cos \phi \end{aligned}$$

Như vậy ta có:

$$e^{-ikr'} \approx e^{-ikr} (1 + ikR \sin \theta \cos \phi)$$

Ta tính được tích phân (2.6.4) như sau:

$$\int_0^\pi \frac{e^{-ikr'} \cos \phi}{r'} d\phi = \frac{\pi}{2} \frac{e^{-ikr}}{4\pi} \sin \theta \left(\frac{1}{r} + ik \right)$$

Thế chậm của vòng dây tại Q là:

$$\vec{A}_e = \frac{\mu \dot{I} e^{-ikr}}{4r} \sin \theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) R^2 \vec{i}_\phi \quad (2.6.5)$$

Cường độ từ trường của vòng dây:

$$\vec{H} = \frac{\dot{I} R^2}{4} \frac{e^{-ikr}}{r} \left\{ 2 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos \theta \vec{i}_r + \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin \theta \vec{i}_\theta \right\} \quad (2.6.6)$$

Cường độ điện trường:

$$\vec{E} = \frac{1}{i\omega \epsilon} \text{rot} \vec{H} = \frac{\dot{I} R^2 k^2 e^{-ikr}}{4i\omega \epsilon r} \sin \theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) \vec{i}_\phi \quad (2.6.7)$$

So sánh với lưỡng cực từ, ta thấy rằng cường độ trường do vòng dây và lưỡng cực từ có tính chất tương tự nhau. Cường độ trường của vòng dây và lưỡng cực từ sẽ hoàn toàn giống nhau nếu:

$$\frac{\dot{I}_m l}{i\omega} = \mu \dot{I} \pi R^2 \quad (2.6.8)$$

Nếu gọi:

$$\vec{P}_m = \dot{q}_m \vec{l} = \frac{\dot{I}_m \vec{l}}{i\omega} \quad (2.6.9)$$

Là mmomen của lưỡng cực từ và:

$$\vec{P}_{mV} = \mu \vec{I} S \cdot \vec{i}_S = \mu I \pi R^2 \vec{i}_S \quad (2.6.10)$$

Là momen từ của vòng dây dẫn có dòng điện I và diện tích S , thì điều kiện để cho hai trường bức xạ của lưỡng cực từ và của vòng dây tương đương nhau là:

$$\vec{P}_m = \vec{P}_{mV} \quad (2.6.11)$$

Các thành phần của trường bức xạ của vòng dây ở vùng xa là:

$$\begin{cases} H_\theta = -\frac{IR^2 k^2}{4r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \\ E_\phi = \frac{IR^2 k^2}{4r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \end{cases} \quad (2.6.12)$$

Công suất bức xạ và trở bức xạ;

$$\begin{aligned} P_{bxv} &= \frac{I_m^2}{2} R_{bxv} \\ R_{bxv} &= \frac{8}{3} \pi^3 \left(\frac{S}{\lambda^2}\right)^2 Z_c \end{aligned} \quad (2.6.13)$$

Tóm tắt chương 2:

Các phương trình trong hệ phương trình Maxwell nói lên mối quan hệ giữa các đại lượng của một trường điện từ, và quan trọng hơn là mối quan hệ giữa các đại lượng của trường với các nguồn bức xạ nên trường ấy. Việc giải hệ phương trình Maxwell chính là đi tìm phân bố của một trường bức xạ trong không gian khi đã biết các yếu tố kích thích tạo nên trường ấy.

Có nhiều phương pháp giải khác nhau. Trong chương này trình bày phương pháp giải qua các đại lượng trung gian. Thay vì giải trực tiếp, người ta giải tìm ra các đại lượng trung gian, gọi chung là các đại lượng thể chậm. Các đại lượng của trường bức xạ sẽ tìm được từ các thể chậm này.

Mặc dù có vẻ phức tạp hơn, nhưng thực chất việc giải tìm thể chậm và tính các đại lượng trường từ thể chậm đơn giản hơn nếu xét về mặt toán học.

Chương này cũng trình bày cách sử dụng phương pháp trên để tìm phân bố trường của lưỡng cực điện và lưỡng cực từ, hai nguyên tố anten quan trọng trong chương trình môn học anten sau này.

Mục 2.3 trình bày đại lượng trung gian thể điện động. Mục 2.4 trình bày đại lượng trung gian khác là thể vector Hertz. Ta có thể chọn giải bằng hai loại vector trung gian khác nhau này.

Mục 2.5 Trình bày cách giải tìm nghiệm là các thể chậm trung gian này.

Bài tập

1. Chứng minh rằng nếu các thể điện động vector \vec{A}_e , vô hướng φ_e thỏa mãn phương trình sóng thuần nhất thì các vector cường độ trường E và H cũng thỏa mãn phương trình sóng này.

2. Chứng minh rằng bằng cách đổi biến mới dạng:

$$\xi = t - r/v \text{ và } \eta = t + r/v \text{ với } v^2 = 1/\epsilon\mu$$

Chúng ta chuyển được phương trình sóng thuần nhất dạng:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

Về dạng mới:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

Ở đây, ψ là hàm của hai biến r và t .

3. Một lưỡng cực điện dài $l = 0,1\text{m}$ đặt trong không khí, được nuôi bởi dòng điện hình sin có biên độ $I_m = 1\text{A}$ và tần số $f = 1\text{MHz}$. Hãy xác định biên độ cường độ điện trường, từ trường tại khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo các phương $\theta = 30^\circ$ và 90° . Tính giá trị của vector Poynting trung bình của lưỡng cực.
4. Một lưỡng cực điện dài $l = 0,2\text{m}$, được nuôi bởi dòng điện hình sin có biên độ $I_m = 2\text{A}$ đặt trong không khí. Tại khoảng cách $r = 5\text{km}$ theo phương $\theta = 90^\circ$, xác định được mật độ công suất trung bình của lưỡng cực $P_{tb} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$. Hãy tính biên độ cường độ điện trường và từ trường tại khoảng cách đó ở hướng trên và tần số phát f của lưỡng cực.
5. Tại khoảng cách $r = 10\text{km}$ trong không khí theo phương $\theta = 30^\circ$, máy đo biên độ cường độ điện trường chỉ $E_m = 3 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$. Hãy tính công suất bức xạ của lưỡng cực điện phát.
6. Có hai lưỡng cực điện đặt song song nhau trong không khí, cách nhau 1 khoảng d . Mỗi một lưỡng cực tạo ra điện trường ở khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo hướng cực đại có biên độ $E_m = 0,001 \text{ V/m}$ một cách riêng rẽ nhau. Hãy xác định biên độ điện trường E_m của hai lưỡng cực cũng ở khoảng cách này nhưng theo hai hướng là: theo trục x nối hai lưỡng cực và theo trục y . Biết rằng dòng trong hai lưỡng cực đồng pha, bước sóng của chúng bằng 2m , khoảng cách d có các giá trị $1,2\text{m}$ và $2,5\text{m}$.
7. Trong một khung dây dẫn tròn đường kính $2R = 20\text{cm}$ có dòng điện biến đổi chảy với biên độ $I_m = 1\text{A}$, bước sóng do khung phát ra bằng 20m . Hãy tính cường độ từ trường của khung ở khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo hướng bức xạ cực đại.

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG TRÌNH PTIT ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG 3: SÓNG ĐIỆN TỪ PHẪNG

Như đã biết ở các chương trước, điện trường biến thiên sẽ làm sinh ra từ trường, từ trường biến thiên sẽ làm phát sinh điện trường. Quá trình này cứ như vậy tiếp diễn làm cho trường điện từ lan truyền ra xa trong không gian. Trường điện từ lan truyền dưới dạng sóng nên được gọi là sóng điện từ. Sóng điện từ được chia thành các loại sau đây: sóng phẳng, sóng trụ và sóng cầu là các loại sóng có mặt đồng pha lần lượt là mặt phẳng, mặt trụ và mặt cầu. Trong thực tế, các sóng đều là sóng trụ hoặc sóng cầu. Khi xét đến sóng điện từ ở vùng xa với nguồn phát, có thể xem gần đúng sóng là sóng phẳng. Việc nghiên cứu sóng phẳng có ý nghĩa quan trọng trong thực tế vì các lý do sau:

Nghiên cứu sóng phẳng sẽ dễ dàng hơn về mặt toán học. Nhưng các kết quả nghiên cứu định tính của sóng phẳng có thể đặc trưng cho các sóng khác. Trong một số trường hợp, các kết quả định lượng của sóng phẳng có thể áp dụng cho sóng trụ và cầu.

Ở xa nguồn bức xạ, có thể xem sóng điện từ là sóng phẳng. Trong chương này ta sẽ xét các tính chất của sóng điện từ phẳng truyền trong các môi trường đồng nhất, đẳng hướng, sự phản xạ và khúc xạ của sóng phẳng tại các mặt phân chia môi trường khác nhau, các dạng phân cực khác nhau của sóng phẳng và các hiệu ứng xảy ra trong môi trường khi truyền sóng phẳng.

3.1. Nghiệm phương trình sóng đối với sóng phẳng

Trong chương này, ta giả sử rằng sóng điện từ điều hòa với tần số ω .

3.1.1. Sóng phẳng đồng nhất

Mặt đồng pha của sóng phẳng là mặt phẳng. Nếu trong mặt phẳng đồng pha này, các biên độ của cường độ trường H và E có giá trị không đổi ở mọi điểm thì sóng phẳng đó được gọi là đồng nhất. Như vậy, sóng phẳng đồng nhất có mặt đồng biên và đồng pha trùng nhau và là mặt phẳng.

Các phương trình Maxwell của sóng phẳng điều hòa trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng với các biên độ phức của cường độ trường viết trong hệ tọa độ Descartes có dạng:

$$\frac{\partial \dot{H}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{ym}}{\partial z} = i\omega \epsilon_p \dot{E}_{xm} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_{zm}}{\partial x} = i\omega \epsilon_p \dot{E}_{ym} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial y} = i\omega \epsilon_p \dot{E}_{zm} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial z} = -i\omega \mu \dot{H}_{xm} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial x} = -i\omega \mu \dot{H}_{ym} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial y} = -i\omega \mu \dot{H}_{zm} \quad (6)$$

Chọn hệ tọa độ Descartes có trục z trùng với phương truyền của sóng phẳng, mặt đồng pha và đồng biên là mặt phẳng song song với xOy và có phương trình là $z = 1$.

Như vậy, các vec tơ cường độ trường \vec{E} và \vec{H} của sóng phẳng đồng nhất có giá trị như nhau ở mọi điểm của mặt P , không phụ thuộc vào tọa độ x và y , chúng chỉ là hàm của z và thời gian t . Đạo hàm theo x và y vì vậy sẽ bằng không:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (3.1.1)$$

Từ điều kiện (3.1.1) và các phương trình (3) và (6) suy ra được:

$$\dot{E}_{zm} = \dot{H}_{zm} = 0 \quad (3.1.2)$$

Ta thấy rằng sóng phẳng đồng nhất trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng không có các thành phần dọc theo phương truyền sóng của vector cường độ điện trường và cường độ từ trường. Các vector cường độ trường của sóng nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương truyền sóng. Sóng phẳng đồng nhất như vậy còn được gọi là sóng điện từ ngang, hay là sóng TEM.

3.1.2. Nghiệm phương trình sóng

Trong phần này, ta sẽ đi xác định biểu thức cho các vector cường độ trường của sóng phẳng TEM. Từ các phương trình (1), (2), (4), và (5), ta nhận được các phương trình sóng thuần nhất sau:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{xm}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{E}_{xm} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{E}_{ym} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{xm}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{H}_{xm} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{ym}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{H}_{ym} = 0 \quad (10)$$

$$\text{Với } k_p = \omega \sqrt{\varepsilon_p \mu} = \omega \sqrt{\varepsilon(1 - i \frac{\gamma}{\omega \varepsilon}) \mu} \quad (3.1.3)$$

Gọi là số sóng phức.

Các phương trình từ (7) đến (10) giống nhau nên ta chỉ cần tìm nghiệm một phương trình và suy ra nghiệm các phương trình còn lại. Phương trình (7) có nghiệm dạng sau:

$$\dot{E}_{xm} = \dot{E}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{xmpx} e^{ik_p z} \quad (3.1.4)$$

Số hạng thứ nhất ở vế phải suy giảm khi z tăng, biểu thị sóng phẳng truyền theo phương z > 0 gọi là sóng tới. Số hạng thứ hai giảm khi z giảm biểu thị sóng phẳng theo chiều ngược lại với sóng tới gọi là sóng phản xạ. $\dot{E}_{xmt}, \dot{E}_{xmpx}$ là các biên độ phức của sóng tới và sóng phản xạ.

Tương tự, nghiệm của các phương trình (8), (9), và (10):

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ym} &= \dot{E}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{ympx} e^{ik_p z} \\ \dot{H}_{xm} &= \dot{H}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{xmpx} e^{ik_p z} \\ \dot{H}_{ym} &= \dot{H}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{ympx} e^{ik_p z} \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Tổng hợp lại, các vector cường độ trường của sóng phẳng có thể viết như sau:

$$\begin{aligned} \vec{\dot{E}} &= (\dot{E}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{xmpx} e^{ik_p z}) \vec{i}_x + (\dot{E}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{ympx} e^{ik_p z}) \vec{i}_y \\ \vec{\dot{H}} &= (\dot{H}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{xmpx} e^{ik_p z}) \vec{i}_x + (\dot{H}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{ympx} e^{ik_p z}) \vec{i}_y \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Quay hệ tọa độ quanh trục z sao cho trục x chỉ hướng của vector E và trục y chỉ hướng của vector H, ta có:

$$\begin{aligned} \vec{\dot{E}} &= E_m \vec{i}_x = \dot{E}_{xm} \vec{i}_x \\ \vec{\dot{H}} &= H_m \vec{i}_y = \dot{H}_{ym} \vec{i}_y \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Như vậy:

$$\dot{E}_{mt} = \dot{E}_{xmt} = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_p} \frac{\partial \dot{H}_{ymt}}{\partial z} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_p}} \dot{H}_{ymt} = z_p \dot{H}_{mt} \quad (3.1.8)$$

$$\dot{E}_{mpx} = \dot{E}_{xmpx} = -\frac{1}{i\omega\epsilon_p} \frac{\partial \dot{H}_{ympx}}{\partial z} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_p}} \dot{H}_{ympx} = z_p \dot{H}_{mpx} \quad (3.1.9)$$

Z_p được gọi là trở sóng phức của môi trường.

Đến đây, ta có thể viết các biểu thức các vector cường độ trường sóng TEM gọn hơn:

$$\begin{aligned} \dot{H}_m &= \dot{H}_{mt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{mpx} e^{ik_p z} \\ \dot{E}_m &= ([\dot{H}_{mt} x \vec{i}_z] e^{-ik_p z} - [\dot{H}_{mpx} x \vec{i}_z] e^{ik_p z}) z_p \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Vector cường độ trường phức của sóng phẳng là:

$$\begin{aligned} \dot{H}_m &= \dot{H}_{mt} e^{i(\omega t - k_p z)} + \dot{H}_{mpx} e^{i(\omega t + k_p z)} \\ \dot{E}_m &= ([\dot{H}_{mt} x \vec{i}_z] e^{i(\omega t - k_p z)} - [\dot{H}_{mpx} x \vec{i}_z] e^{i(\omega t + k_p z)}) z_p \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

Tương tự, ta có thể tìm được biểu thức của sóng phẳng truyền theo phương bất kỳ nào đó. Biểu thức cho từ trường của sóng thuận có dạng:

$$\dot{H}_t = \dot{H}_{mt} e^{i(\omega t - k_p l)} \quad (3.1.12)$$

Vector \dot{H}_{mt} nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương 1. Cường độ điện trường của sóng thuận sẽ là:

$$\dot{E}_t = z_p [\dot{H}_{mt} \times \vec{i}_l] e^{i(\omega t - k_p z)} \quad (3.1.13)$$

Các số sóng phức k_p và trở sóng phức z_p là các đại lượng phức nên có thể biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} k_p &= \beta - i\alpha \\ z_p &= |z_p| e^{i\psi} \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

Ở đây, α được gọi là hệ số tiêu hao của môi trường, β gọi là hệ số pha của sóng, ψ là argument của trở sóng phức.

$$\alpha = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}} \quad (3.1.15)$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}} \quad (3.1.16)$$

$$|z_p| = \frac{z_c}{\sqrt[4]{1 + tg^2 \delta_e}} \quad (3.1.17)$$

$$\psi = \arctg \frac{\alpha}{\beta} = \arctg \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}{1 + \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}} \quad (3.1.18)$$

Vận tốc pha của sóng là vận tốc dịch chuyển mặt đồng pha của nó. Mặt đồng pha của sóng phẳng thuận có dạng:

$$\phi = \omega t - \beta z = \text{const} \quad (3.1.19)$$

Do đó: $d\phi = \omega dt - \beta dz = 0$

Nên vận tốc pha v_{ph} :

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}} \quad (3.1.20)$$

Ở đây v là vận tốc truyền sóng phẳng trong môi trường rộng vô hạn.

Vector Poynting trung bình của sóng phẳng theo hướng thuận:

$$\vec{P}_{tb} = \frac{1}{2} \operatorname{re} \dot{\vec{P}} = \frac{1}{2} \operatorname{re} [\dot{\vec{E}}_{mt} \times \dot{\vec{H}}_{mt}^*] = \frac{1}{2} |z_p| |\dot{\vec{H}}_{mt}|^2 \vec{i}_z = \frac{1}{2} \frac{|\dot{\vec{E}}_{mt}|^2}{|z_p|} \quad (3.1.21)$$

3.2. Sóng phẳng đồng nhất trong các môi trường đồng nhất và đẳng hướng

3.2.1. Trong môi trường điện môi lý tưởng

Nghiên cứu các tính chất của sóng điện từ phẳng đồng nhất truyền dọc theo trục $z > 0$ trong môi trường điện môi lý tưởng đồng nhất và đẳng hướng rộng vô hạn. Vì điện môi lý tưởng có độ dẫn điện $\gamma = 0$ nên các tham số điện của nó là các số thực. Từ các biểu thức (3.1.16) đến (3.1.21), ta có:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0, \psi = 0 \\ \beta &= k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \\ |z_p| &= z_c = \sqrt{\mu / \varepsilon} \\ v_{ph} &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = v \\ P_{tb} &= \frac{1}{2} z_c |\dot{\vec{H}}_m|^2 = \frac{1}{2} \frac{|\dot{\vec{E}}_m|^2}{z_c} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

Các vector cường độ trường của sóng phẳng thuần trong điện môi lý tưởng bây giờ có dạng:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}}_m &= \dot{\vec{H}}_{mt} e^{-i\beta z} \\ \dot{\vec{E}}_m &= z_c [\dot{\vec{H}}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{-i\beta z} \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Hay:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}} &= \dot{\vec{H}}_{mt} e^{i(\omega t - \beta z)} \\ \dot{\vec{E}} &= z_c [\dot{\vec{H}}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t - \beta z)} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Ta nhận xét tính chất của sóng phẳng trong điện môi lý tưởng như sau:

- Các vector \vec{E} và \vec{H} luôn vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng. Từ trường và điện trường luôn đồng pha và có biên độ không đổi dọc theo phương truyền sóng.
- Vận tốc pha của sóng phẳng bằng vận tốc truyền sóng trong cùng môi trường.
- Nếu môi trường không tổn hao năng lượng, không tán sắc sóng điện từ. trở sóng là một số thực.

3.2.2. Trong môi trường dẫn điện

Trong môi trường dẫn điện có độ dẫn điện $\gamma \neq 0$ thì trở sóng là đại lượng phức, hệ số tiêu hao $\alpha \neq 0$ nên sóng điện từ bị tiêu hao năng lượng, biên độ của các vector cường độ trường suy giảm theo hàm mũ dạng $e^{-\alpha z}$ dọc theo phương truyền sóng z . Điện trường và từ trường lệch pha nhau một góc ψ bằng argument của trở sóng phức. Vận tốc pha là hàm số của tần số. Sóng phẳng trong môi trường dẫn điện bị tán sắc.

Biểu thức của vector cường độ trường có dạng:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}} &= \dot{\vec{H}}_{mt} e^{i(\omega t - \beta z)} e^{-\alpha z} \\ \dot{\vec{E}} &= z_c [\dot{\vec{H}}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t - \beta z + \psi)} e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

Nếu môi trường dẫn điện có độ dẫn điện rất lớn thì:

$$\left. \begin{aligned} \alpha \approx \beta &\approx \sqrt{\frac{\omega\mu\gamma}{2}} \\ |z_p| &\approx \sqrt{\frac{\mu\omega}{\gamma}} \\ v_{ph} &\approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\gamma}} \\ \varphi &\approx \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

3.3. Hiệu ứng bề mặt

Vật dẫn điện là vật có độ dẫn điện σ rất lớn. Từ (3.2.5), ta suy ra, khi tần số càng lớn thì hệ số α rất lớn. Như vậy, biến độ trường điện và trường từ suy giảm rất nhanh khi truyền vào bên trong vật dẫn. Điều này có nghĩa là sóng điện từ chỉ tồn tại ở một lớp rất mỏng trên bề mặt của vật dẫn. Không chỉ có sóng điện từ, khi cho dòng điện cao tần chạy trong vật dẫn điện tốt, người ta cũng chứng minh được dòng điện này chỉ tồn tại ở một lớp mỏng trên bề mặt vật dẫn. Hiện tượng này được gọi là hiệu ứng bề mặt (skin effect).

Để đặc trưng cho hiệu ứng bề mặt, người ta đưa ra khái niệm độ thấm sâu của trường hay chính là độ dày của lớp bề mặt mà trường tồn tại δ . Đó chính là khoảng cách tính từ bề mặt vật dẫn đi sâu vào bên trong, tại đó cường độ trường giảm đi $e = 2,7183\dots$ lần so với giá trị ngay trên bề mặt.

3.4. Sự phân cực của sóng phẳng

Sóng điện từ ở một thời điểm nào đó hướng của các vector cường độ trường \vec{E} và \vec{H} được xác định thì gọi là sóng bị phân cực. Nếu hướng của các vector cường độ \vec{E} và \vec{H} của sóng thay đổi một cách ngẫu nhiên thì sóng gọi là không bị phân cực.

Mặt phẳng chứa vector cường độ điện trường và phương truyền sóng gọi là mặt phẳng phân cực.

Sóng điện từ phẳng có nhiều dạng phân cực như: phân cực ellipse, phân cực tròn và phân cực thẳng. Các dạng phân cực trên có nhiều ứng dụng trong kỹ thuật.

3.4.1. Phân cực ellipse

Giả sử ta nhìn từ nguồn phát sóng theo hướng truyền sóng, nếu đầu cuối của vector cường độ điện trường của sóng vạch nên hình ellipse trong không gian thì gọi là sóng phân cực ellipse.

Chúng ta có thể phân tích sóng phân cực ellipse thành hai thành phần sóng có cùng tần số, cùng phương truyền và các vector cường độ trường vuông góc với nhau trong không gian.

Giả sử ta có hai sóng phẳng như sau:

$$\vec{E}_1 = \vec{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - \beta z)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{y}_0 E_{my} \cos(\omega t - \beta z + \varphi)$$

Ở đây E_{mx} , E_{my} là các biên độ của các sóng thành phần, φ là góc lệch pha ban đầu của hai sóng.

Vector cường độ điện trường của sóng tổng hợp sẽ thực hiện theo quy tắc tổng hợp 2 vector, chúng ta hãy tìm phương trình cho đầu cuối của vector cường độ trường của sóng tổng hợp. Ta lần lượt bình phương hai vế của các biểu thức trên và biến đổi đôi chút sẽ nhận được biểu thức sau:

$$\left(\frac{E_1}{E_{mx}}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{E_{my}}\right)^2 - 2\cos\varphi \frac{E_1 E_2}{E_{mx} E_{my}} = \sin^2 \varphi \quad (3.4.1)$$

Từ hình học giải tích, ta nhận thấy biểu thức (3.4.1) là phương trình mô tả đường cong ellipse trong mặt phẳng tọa độ E_1 , E_2 . Ellipse này có trục lớn làm một góc ψ với trục tọa độ x .

Do vậy trong quá trình truyền sóng theo trục z đầu cuối của vector điện trường của sóng tổng hợp sẽ vạch ra một đường xoắn trong không gian.

Giá trị của ψ có thể tính theo biểu thức sau:

$$\operatorname{tg}^2 \psi = \frac{2E_{mx}E_{my}}{E_{mx}^2 - E_{my}^2} \cos \varphi \quad (3.4.2)$$

với $E_{mx} > E_{my}$

3.4.2. Phân cực tròn

Trong trường hợp thành phần điện trường của hai sóng thành phần có biên độ bằng nhau: $E_{mx} = E_{my} = E_m$ và lệch pha nhau góc $\varphi = \pm\pi/2$ thì ta có:

$$\sin^2 \varphi = 1, \cos \varphi = 0$$

Nên phương trình (3.4.1) trở thành:

$$E_1^2 + E_2^2 = E_m^2 \quad (3.4.3)$$

Đây là phương trình đường tròn trong mặt phẳng tọa độ E_1, E_2 . Trong trường hợp này, đầu cuối của vector điện trường vẽ nên đường xoắn tròn trong không gian. Sóng được gọi là phân cực tròn. nếu nhìn theo chiều truyền sóng, vector điện trường quay theo chiều kim đồng hồ thì ta có sóng phân cực tròn quay phải, trường hợp vector điện trường quay ngược chiều kim đồng hồ ta gọi là sóng phân cực tròn quay trái. Chiều quay của vector cường độ điện trường phụ thuộc vào dấu của góc lệch pha $\pi/2$.

3.4.3. Phân cực thẳng

Sóng có vector cường độ trường \vec{E} luôn hướng song song theo một đường thẳng trong quá trình truyền sóng gọi là sóng phân cực thẳng hay phân cực tuyến tính.

Trong trường hợp này góc lệch pha của 2 sóng thành phần có giá trị: $\varphi = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$

Nên $\sin \varphi = 0, \cos \varphi = \pm 1$ và phương trình (3.4.1) trở về dạng:

$$\left(\frac{E_1}{E_{mx}} \pm \frac{E_2}{E_{my}} \right)^2 = 0$$

Suy ra:
$$E_2 = \pm \frac{E_{my}}{E_{mx}} E_1 \quad (3.4.4)$$

Đây là phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ, nghiêng một góc so với trục x là ψ' được xác định bởi biểu thức :

$$\operatorname{tg} \psi' = \frac{E_{my}}{E_{mx}} \quad (3.4.5)$$

Đối với phân cực thẳng tùy theo hướng của vector cường độ điện trường, người ta còn phân làm hai trường hợp là phân cực ngang và phân cực đứng.

3.5. Sự phản xạ và khúc xạ sóng điện từ

Hiện tượng sóng điện từ thay đổi đột ngột phương truyền tại chỗ phân cách hai môi trường có tham số khác nhau gọi là sự phản xạ và khúc xạ của sóng điện từ. Sự phản xạ và khúc xạ sóng được ứng dụng nhiều trong kỹ thuật. Trong mục này chúng ta nghiên cứu quy luật của sóng phản xạ và khúc xạ tại mặt phân cách rộng vô hạn của hai môi trường có tham số điện khác nhau. Để cho đơn giản, ta chỉ xét đối với trường hợp sóng phẳng tới phân cực thẳng ngang và đứng, các trường hợp phân cực khác của sóng phẳng là tập hợp của hai dạng sóng phân cực thẳng ngang và đứng như đã xét trong mục 3.4.

3.5.1. Sóng tới phân cực ngang

Sóng phân cực thẳng được gọi là phân cực ngang nếu vector cường độ điện trường của sóng tới vuông góc với mặt phẳng tới. Mặt phẳng tới là mặt phẳng chứa phương truyền sóng và pháp tuyến của mặt phân cách hai môi trường. Trong trường hợp này, vector cường độ điện trường

của sóng tới sẽ song song với mặt phân cách hai môi trường. Để tìm quy luật của sóng phản xạ và khúc xạ, ta chọn hệ tọa độ Descartes có mặt xOy trùng với mặt phẳng giới hạn phân cách hai môi trường, trục z trùng với pháp tuyến của mặt giới hạn, hai môi trường điện môi có các tham số điện $\varepsilon_1, \mu_1, \varepsilon_2, \mu_2$ tương ứng. Vì sóng tới là sóng phẳng truyền theo phương z_t lập với pháp tuyến một góc φ_t nên ta có thể quay hệ tọa độ xung quanh trục z một góc nào đó để trục x của nó chỉ phương của vector cường độ điện trường của sóng tới. Tại mặt phân cách sẽ có sóng phản xạ lại môi trường 1 với góc phản xạ φ_{px} truyền theo hướng z_{px} , còn sóng khúc xạ tại mặt phân cách với góc ψ và đi vào môi trường thứ hai theo phương z_{kx} .

Điện trường của sóng tới, sóng phản xạ và khúc xạ chỉ có thành phần theo trục x, còn từ trường của các sóng trên có hai thành phần theo trục y và trục z. Áp dụng biểu thức (3.1.4), (3.1.5) cho cường độ trường của các sóng, ta được:

- Sóng tới:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{x}_0 \dot{E}_{1mx} e^{-ik_1 z_t} \\ \vec{H}_1 &= (\vec{y}_0 \dot{H}_{1my} + \vec{z}_0 \dot{H}_{1mz}) e^{-ik_1 z_t} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.1)$$

- Sóng phản xạ:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}'_1 &= \vec{x}_0 \dot{E}'_{1mx} e^{-ik_1 z_{px}} \\ \vec{H}'_1 &= (-\vec{y}_0 \dot{H}'_{1my} + \vec{z}_0 \dot{H}'_{1mz}) e^{-ik_1 z_{px}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.2)$$

- Sóng khúc xạ:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_2 &= \vec{x}_0 \dot{E}_{2mx} e^{-ik_2 z_{kx}} \\ \vec{H}_2 &= (-\vec{y}_0 \dot{H}_{2my} + \vec{z}_0 \dot{H}_{2mz}) e^{-ik_2 z_{kx}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.3)$$

Ở đây, $k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}, k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$ là số sóng của môi trường 1 và 2 tương ứng, các tọa độ phương truyền sóng z_t, z_{px}, z_{kx} được biểu diễn qua tọa độ x, y, z như sau:

$$\left. \begin{aligned} z_t &= -y \sin \varphi_t + z \cos \varphi_t \\ z_{px} &= -y \sin \varphi_{px} - z \cos \varphi_{px} \\ z_{kx} &= -y \sin \psi + z \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (3.5.4)$$

Vì hai môi trường 1 và 2 đều là điện môi nên áp dụng điều kiện bờ cho các vector cường độ trường của các sóng tại mặt phẳng giới hạn phân cách xOy ($z = 0$) ta có:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{1\tau} &= \dot{E}_{1mx} + \dot{E}'_{1mx} = \dot{E}_{2\tau} = \dot{E}_{2mx} \\ \dot{H}_{1\tau} &= \dot{H}_{1my} - \dot{H}'_{1my} = \dot{H}_{2\tau} = \dot{H}_{2my} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.5)$$

Đặt các biểu thức (3.5.1), (3.5.2), (3.5.3), (3.5.4) vào trong (3.5.5) và cho $z = 0$, ta nhận được các hệ thức:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{1mx} e^{ik_1 y \sin \varphi_t} + \dot{E}'_{1mx} e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} &= \dot{E}_{2mx} e^{ik_2 y \sin \psi} \\ \dot{H}_{1my} e^{ik_1 y \sin \varphi_t} - \dot{H}'_{1my} e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} &= \dot{H}_{2my} e^{ik_2 y \sin \psi} \end{aligned}$$

Hai hệ thức trên luôn thỏa mãn với mọi giá trị của y nên chúng tương đương với hai hệ thức sau:

$$\dot{E}_{1mx} + \dot{E}'_{1mx} = \dot{E}_{2mx} \quad (3.5.6)$$

$$\dot{H}_{1my} - \dot{H}'_{1my} = \dot{H}_{2my}$$

$$e^{ik_1 y \sin \varphi_t} = e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} = e^{ik_2 y \sin \psi} \quad (3.5.7)$$

Từ (3.5.7), ta suy ra:

$$\varphi_t = \varphi_{px} \quad (3.5.8)$$

$$k_1 \sin \varphi_t = k_2 \sin \psi \quad (3.5.9)$$

Biểu thức (3.5.8) mô tả định luật phản xạ sóng điện từ tại mặt giới hạn. Biểu thức (3.5.9) cho ta định luật khúc xạ của sóng. Nếu gọi:

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1}, n_2 = \sqrt{\epsilon_2} \quad (3.5.10)$$

là chiết suất của môi trường thứ nhất và thứ hai, đồng thời coi độ thấm từ tuyệt đối của chúng bằng nhau: $\mu_1 = \mu_0, \mu_2 = \mu_0$, thì định luật khúc xạ của sóng phẳng có dạng giống như trong quang học:

$$n_1 \sin \varphi_t = n_2 \sin \psi \quad (3.5.11)$$

Để mô tả mối quan hệ giữa các biên độ phức của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ, người ta đưa ra khái niệm hệ số phản xạ và hệ số khúc xạ.

Hệ số phản xạ là tỉ số giữa biên độ phức của sóng phản xạ và biên độ phức của sóng tới tính cho điện trường, ký hiệu là R. hệ số khúc xạ là tỉ số giữa biên độ phức của sóng khúc xạ trên biên độ phức của sóng tới, cũng tính cho điện trường và ký hiệu là T.

Đối với sóng phân cực ngang, ta có:

$$R_{ng} = \frac{\dot{E}'_{1m}}{\dot{E}_{1m}}, T_{ng} = \frac{\dot{E}'_{2m}}{\dot{E}_{1m}} \quad (3.5.12)$$

$$\begin{cases} \dot{E}_{1m} = \dot{E}_{1mx}, \dot{E}'_{1m} = \dot{E}'_{1mx} \\ \dot{E}_{2m} = \dot{E}_{2mx}, \dot{H}_{1my} = \dot{H}_{1m} \cos \psi \\ \dot{H}'_{1my} = \dot{H}'_{1m} \cos \varphi_t, \dot{H}_{2my} = \dot{H}_{2m} \cos \psi \end{cases} \quad (3.5.13)$$

$$\text{Và} \quad \begin{cases} \dot{H}_{1m} = \dot{E}_{1m} / z_{c1} \\ \dot{H}'_{1m} = \dot{E}'_{1m} / z_{c1} \\ \dot{H}_{2m} = \dot{E}_{2m} / z_{c2} \end{cases} \quad (3.5.14)$$

Ở đây $z_{c1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}, z_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$ là trở sóng của môi trường 1 và 2 tương ứng. Thay các giá trị của biên độ phức của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ trong biểu thức (3.5.13), (3.5.14) vào hệ thức (3.5.6) và sau đó chia hai vế của chúng cho \dot{E}_{1m} ta có:

$$1 + R_{ng} = T_{ng} \quad (3.5.15)$$

$$(1 - R_{ng}) \frac{\cos \varphi_t}{z_{c1}} = T_{ng} \frac{\cos \psi}{z_{c2}}$$

Từ hai biểu thức trên, ta tính được biểu thức cho hệ số phản xạ và khúc xạ như sau:

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{z_{c2} \cos \varphi_t - z_{c1} \cos \psi}{z_{c2} \cos \varphi_t + z_{c1} \cos \psi} \\ T_{ng} &= \frac{2 z_{c2} \cos \varphi_t}{z_{c2} \cos \varphi_t + z_{c1} \cos \psi} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.16)$$

Góc khúc xạ ψ có thể tính qua góc tới φ_t qua định luật khúc xạ (3.5.9) là:

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2} \sin \varphi_t \right)^2} \approx \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_t} \quad (3.5.17)$$

Biểu thức (3.5.16) được gọi là công thức Fresnel.

Nếu hai môi trường là điện môi có độ thấm từ tuyệt đối bằng nhau $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ thì công thức Fresnel (3.5.16) có dạng khác là:

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi_t - \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi_t + \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}} \\ T_{ng} &= \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi_t}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi_t + \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.18)$$

3.5.2. Sóng tới phân cực đứng

Sóng phân cực thẳng gọi là phân cực đứng nếu vector cường độ điện trường của sóng tới nằm trong mặt phẳng tới. Trường hợp này vector cường độ từ trường của sóng tới sẽ song song với mặt phân cách hai môi trường.

Ta cũng chọn hệ tọa độ Descartes có trục z trùng với pháp tuyến mặt phân cách 2 môi trường khác nhau, mặt xOy trùng với mặt phẳng rộng vô hạn phân cách 2 môi trường và trục x chỉ phương của vector cường độ từ trường của sóng tới. Các vector cường độ trường của sóng tới, sóng phản xạ, khúc xạ, phương z_t, z_{px}, z_{kx} và các góc $\varphi_t, \varphi_{px}, \psi$ được vẽ trên **hình 3.10**.

Ta thấy các vector ta thấy các vector từ trường của sóng tới, sóng phản xạ và sóng khúc xạ chỉ có một thành phần theo trục x, còn vector cường độ điện trường của ba sóng trên có hai thành phần theo trục y và z.

Ta lập lại các bước tiến hành tương tự như ở mục 3.5.1 áp dụng điều kiện biên choc ác thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường tại mặt giới hạn phân cách hai môi trường xOy cho hình **3.10** sẽ nhận được các biểu thức của định luật phản xạ và khúc xạ như các biểu thức (3.5.8), (3.5.9) nhưng hệ số phản xạ và khúc xạ có dạng khác trước là;

$$\left. \begin{aligned} R_d &= \frac{z_{c1} \cos \varphi_t - z_{c2} \cos \psi}{z_{c1} \cos \varphi_t + z_{c2} \cos \psi} \\ T_d &= \frac{2z_{c2} \cos \varphi_t}{z_{c1} \cos \varphi_t + z_{c2} \cos \psi} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.19)$$

mối quan hệ giữa T_d và R_d có dạng:

$$1 + R_d = T_d (z_{c1}/z_{c2}) \quad (3.5.20)$$

Nếu hai môi trường điện môi có độ từ thẩm tuyệt đối bằng nhau: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ thì biểu thức Fresnel (3.5.19) có dạng khác là:

$$\left. \begin{aligned} R_d &= \frac{\sqrt{\varepsilon_2} \cos \varphi_t - \sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}}{\sqrt{\varepsilon_2} \cos \varphi_t + \sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}} \\ T_d &= \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi_t}{\sqrt{\varepsilon_2} \cos \varphi_t + \sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_t}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.21)$$

3.5.3. Sóng tới vuông góc với mặt giới hạn

Khi sóng tới vuông góc với mặt giới hạn phân chia hai môi trường, tức góc tới $\varphi_t = 0$, theo định luật khúc xạ, ta có $\cos \psi = 1$ và do đó góc khúc xạ $\psi = 0$.

Lúc này các hệ số khúc xạ và phản xạ (3.5.16), (3.5.19) nhận dạng đơn giản là:

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{z_{c2} - z_{c1}}{z_{c2} + z_{c1}}; T_{ng} = \frac{2z_{c2}}{z_{c2} + z_{c1}} \\ R_d &= \frac{z_{c1} - z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}}; T_d = \frac{2z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.22)$$

3.5.4. Sự phản xạ toàn phần

Nếu như môi trường 1 có chiết suất lớn hơn môi trường 2: $n_1 > n_2$ thì từ (3.5.11), ta có:

$$\sin \psi = (n_1/n_2) \sin \varphi_t$$

nghĩa là sẽ nhận được góc khúc xạ ψ lớn hơn góc tới φ_t . Khi đó ta sẽ nhận được một góc tới giới hạn $0 < \varphi_0 < \pi/2$ để đạt được điều kiện:

$$\sin \psi = (n_1/n_2) \sin \varphi_0 = 1$$

và ta nhận được góc khúc xạ $\psi = \pi/2$, khi đó sóng khúc xạ sẽ truyền sát mặt phân cách hai môi trường. Bây giờ nếu ta tăng góc của sóng tới trong môi trường 1 để cho $\varphi_t > \varphi_0$ thì sóng khúc xạ không đi vào môi trường 2 mà quay lại môi trường thứ nhất (ứng với $\psi > \pi/2$). Hiện tượng trên gọi là phản xạ toàn phần. Góc φ_0 gọi là góc giới hạn được xác định bởi biểu thức:

$$\varphi_0 = \arcsin (n_2/n_1)$$

3.5.5. Sự khúc xạ toàn phần

Ngược với hiện tượng phản xạ toàn phần là sự khúc xạ toàn phần, nghĩa là sóng tới truyền không phản xạ vào môi trường thứ hai. Trong trường hợp khúc xạ toàn phần thì hệ số phản xạ bằng không. Góc tới ứng với hiện tượng khúc xạ toàn phần gọi là góc Bruster và ký hiệu là φ_b . Ta có biểu thức để xác định giá trị của góc Bruster đối với hai trường hợp phân cực ngang và đứng của sóng tới suy từ (3.5.16) và (3.5.19) là:

$$R_{ng} = 0 \rightarrow z_{c2} \cos \varphi_b - z_{c1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_b} = 0$$

$$R_d = 0 \rightarrow z_{c1} \cos \varphi_b - z_{c2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_b} = 0$$

Ta nhận thấy hai phương trình trên không thể đồng thời có cùng nghiệm được, nghĩa là chỉ có một trong hai trường hợp xảy ra hiện tượng khúc xạ toàn phần. thực tế chỉ ra rằng chỉ có sóng phân cực đứng mới có hiện tượng khúc xạ toàn phần. Và góc Bruster được xác định như sau:

$$\tan \varphi_b = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad (3.5.24)$$

Chú ý: các kết quả chúng ta đã nhận được đối với sóng phản xạ và khúc xạ tại giới hạn phân chia hai môi trường là điện môi cũng áp dụng được cho các môi trường bất kỳ có độ dẫn điện khác không. Lúc đó trong các công thức Fresnel và (3.5.19), ta chỉ cần thay $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_p$, $z_c \rightarrow z_p$ cho môi trường có $\sigma \neq 0$.

3.6. Điều kiện bờ gần đúng Leontovic

Chúng ta xét trường hợp của sóng phẳng khúc xạ tại mặt giới hạn phân cách hai môi trường từ điện môi vào môi trường có độ dẫn điện lớn. Giả sử môi trường 1 là điện môi, môi trường 2 là dẫn điện có σ_2 khá lớn. Khi đó ta có các điều kiện sau:

$$\left. \begin{aligned} |k_1| &\ll |k_{p2}| \\ \text{hay: } \varepsilon_1 &\ll \varepsilon_2 \tan \delta_{e2} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.1)$$

Từ định luật khúc xạ (3.5.9), ta suy ra:

$$\sin \psi \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 \tan \delta_{e2}}} \sin \varphi_t \quad (3.6.2)$$

Từ biểu thức (3.6.2) ta có kết luận như sau; với mọi góc tới φ_t , khi thỏa mãn điều kiện (3.6.1) góc khúc xạ $\psi \approx 0$, tức là sóng khúc xạ truyền vào môi trường có độ dẫn lớn theo phương pháp tuyến với mặt giới hạn phân cách hai môi trường không phụ thuộc vào giá trị của góc tới φ_t .

Nếu chọn trục z của hệ tọa độ Descartes trùng với phương của pháp tuyến mặt giới hạn phân cách, thì các vector cường độ trường của sóng khúc xạ trong môi trường 2 có dạng:

$$\vec{H}_2 = \vec{\tau}_0 H_{2\tau}$$

$$\vec{E}_2 = [\vec{\tau}_0 \times \vec{z}_0] z_{p2} H_{2\tau}$$

Với $\vec{\tau}_0$ là vector đơn vị tiếp tuyến với mặt giới hạn phân chia hai môi trường. $H_{2\tau}$, $E_{2\tau}$ là các thành phần tiếp tuyến của vector cường độ trường của sóng khúc xạ ở sát mặt giới hạn.

Theo điều kiện bờ tổng quát tại mặt giới hạn, ta có:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

Vì vậy ta suy ra được quan hệ:

$$E_{1\tau} = z_{p2} H_{1\tau} \quad (3.6.3)$$

Biểu thức (3.6.3) mô tả mối quan hệ giữa các thành phần tiếp tuyến của vector cường độ trường của sóng tới trong môi trường điện môi qua tham số điện của môi trường thứ hai có độ dẫn điện khá lớn. Nó được gọi là điều kiện bờ gần đúng Leontovic. Điều kiện trên cũng được ứng dụng để tính tiêu hao của sóng điện từ khi truyền dọc bề mặt các kim loại dẫn điện tốt.

3.7. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng

3.7.1. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng

Ở các phần trước, chúng ta đã tìm hiểu sóng điện từ phẳng trong các môi trường đẳng hướng. Trong các môi trường này, các tham số điện từ như ϵ , μ , σ là các hằng số và các vector của trường điện từ \vec{E} song song với \vec{D} , \vec{B} song song với \vec{H} qua các phương trình chất.

Trong tự nhiên, ngoài các môi trường đẳng hướng còn tồn tại những môi trường mà theo các hướng khác nhau các tham số điện từ của chúng có các giá trị khác nhau. Những môi trường như vậy được gọi là môi trường không đẳng hướng. Độ từ thẩm và điện thẩm của môi trường không đẳng hướng gồm một số các giá trị khác nhau tạo thành một bảng gọi là tenxơ độ từ thẩm $\vec{\mu}$ và $\vec{\epsilon}$. Chúng có dạng sau:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}, \vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.7.1)$$

Các phương trình chất trong môi trường không đẳng hướng sẽ là:

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E}, \vec{B} = \vec{\mu} \vec{H} \quad (3.7.2)$$

Triển khai (3.7.2) cho các thành phần theo các trục tọa độ của hệ tọa độ Descartes được:

$$\begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y &= \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z &= \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \\ B_x &= \mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z \\ B_y &= \mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y + \mu_{yz} H_z \\ B_z &= \mu_{zx} H_x + \mu_{zy} H_y + \mu_{zz} H_z \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

Từ (3.7.3), ta thấy trong môi trường không đẳng hướng các vector của trường \vec{E} không song song với \vec{D} , \vec{B} không song song với \vec{H} .

Trong thực tế chỉ tồn tại các môi trường mà độ từ thẩm và điện thẩm đều là các tenxơ, chỉ có các môi trường không đẳng hướng loại như sau:

- Môi trường có ϵ và σ là các hằng số mà độ từ thẩm và điện thẩm là tenxơ $\vec{\mu}$ được gọi là môi trường không đẳng hướng từ quay. Ferit bị từ hóa bởi từ trường không đổi là môi trường từ quay đối với sóng điện từ. Nó được ứng dụng trong kỹ thuật siêu cao tần làm các thiết bị điều khiển sự truyền sóng.

- Môi trường có ϵ và σ là các hằng số, còn độ điện thẩm là tenxơ $\vec{\epsilon}$ được gọi là môi trường không đẳng hướng điện quay. Chất khí bị ion hóa (còn gọi là plazma) dưới tác dụng của từ trường không đổi cũng biểu hiện tính không đẳng hướng của môi trường điện quay đối với sóng điện từ. Tầng ion hóa của khí quyển trái đất cũng là plazma dưới tác dụng của từ trường trái đất cũng là

môi trường điện quay. Khi truyền sóng vô tuyến trong tầng ion hóa cần xét đến tính chất không đẳng hướng của nó. Điều này được nghiên cứu kỹ trong các tài liệu về truyền sóng vô tuyến.

3.7.2. Tenxơ độ từ thẩm và điện thẩm

Ferit là hợp chất của oxit sắt 3 và một số oxit kim loại khác như Mangan, Magie, Nicken ... Nó là chất vừa có tính của chất điện môi, vừa có tính của chất điện môi, vừa là chất sắt từ. Ferit không bị từ hóa có tính chất như một môi trường đẳng hướng bình thường đối với sự truyền sóng điện từ.

Nếu ferit được đặt trong từ trường không đổi, dưới tác dụng của từ trường này, các momen từ nguyên tử trong ferit được định hướng lại theo từ trường này. Kết quả trong ferit xuất hiện từ trường phụ cùng với từ trường ban đầu và ferit được gọi là đã bị từ hóa bởi từ trường không đổi đó.

Dưới đây chỉ nêu kết quả tìm tenxơ độ từ thẩm và điện thẩm:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & -ia & 0 \\ ia & \mu_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (3.7.4)$$

với:

$$\left. \begin{aligned} \mu_x = \mu_{xx} = \mu_y = \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_M \omega_0}{\omega^2 - \omega_M} \right) \\ \mu_{xy} = -\mu_{yx} = -ia \\ a = \mu_0 \frac{\omega \omega_0}{\omega^2 - \omega_M^2} \\ \omega_M = \frac{e}{m_0} \mu_0 H_0, \omega_0 = \frac{e}{m_0} M \end{aligned} \right\} \quad (3.7.5)$$

Ở đây, e là điện tích của điện tử, m_0 là khối lượng của nó, M là giá trị của vector từ hóa của ferit, ω là tần số của sóng điện từ, ω_M là tần số cộng hưởng từ quay, μ_0 là độ từ thẩm tuyệt đối của chân không.

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & -ib & 0 \\ ib & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (3.7.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_M} \right) \\ \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = -ib \\ b = \epsilon_0 \frac{\omega_M \omega_0^2}{\omega(\omega^2 - \omega_M^2)} \\ \omega_0^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_0}, \omega_M = \mu_0 \frac{e}{m_0} H_0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7.7)$$

N là số điện tử trong một đơn vị thể tích ϵ_0 là độ điện thẩm tuyệt đối của chân không.

3.8. Nguyên lý Huguen – Kirchoff

Nguyên lý Huguen – Kirchoff cho phép ta tìm được nghiệm của phương trình sóng thuần nhất đối với một hàm vô hướng nào đó hoặc một thành phần vuông góc bất kỳ của vector cường độ trường. Sau đây ta đi tìm biểu thức của nguyên lý này.

Chúng ta bắt đầu bằng việc tìm nghiệm của phương trình sóng thuần nhất cho hàm vô hướng sau:

$$\nabla^2 \psi - k^2 \psi = 0 \quad (3.8.1)$$

tại một điểm P bất kỳ trong vùng V được giới hạn bởi mặt kín S khi biết giá trị của hàm này và đạo hàm theo pháp tuyến của nó trên mặt S đó. Hàm ψ được giả thiết là liên tục cùng với đạo hàm bậc nhất và bậc hai của nó ở trong V và trên S.

Ta áp dụng định lý Green:

$$\int_V (\psi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_S (\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n}) dS \quad (3.8.2)$$

Ở đây hàm ϕ là tùy ý liên tục cùng với đạo hàm riêng cho đến cấp hai trong V và trên S. Ta chọn hàm ϕ dạng:

$$\phi = e^{-ikr}/r \quad (3.8.3)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường P đến một điểm bất kỳ trong vùng V. Hàm ϕ chọn dạng (3.8.3) thỏa mãn điều kiện của định lý Green trừ điểm P, vì tại đây ϕ tiến đến vô cực khi r tiến đến 0. Để áp dụng biểu thức (3.8.2), ta bao điểm P bằng mặt cầu nhỏ S_0 có bán kính R_0 . Khi ấy, miền V sẽ được giới hạn bởi hai mặt kín là S và S_0 . Vì hàm ϕ cũng thỏa mãn phương trình sóng (3.8.1) nên tích phân theo thể tích ở vế trái của (3.8.2) bằng không và suy ra:

$$\int_{S_0} (\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n}) dS = - \int_S (\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n}) dS \quad (3.8.4)$$

Các đạo hàm theo pháp tuyến lấy theo pháp tuyến hướng ra ngoài vùng V. Do đó trên mặt cầu S_0 ta có:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \phi}{\partial r}; \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3.8.5)$$

Nên:
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) = \left(ik + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-ikr}}{r}$$

Ta tính tích phân trên mặt cầu S_0 khi áp dụng định lý trung bình được:

$$I_0 = \int_{S_0} (\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n}) dS = \left(ik + \frac{1}{R_0} \right) \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \psi_{tb} 4\pi R_0^2 + \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{tb} 4\pi R_0^2 \quad (3.8.6)$$

Ở đây, ψ_{tb} và $(\partial \psi / \partial r)_{tb}$ là các giá trị trung bình của hàm ψ và đạo hàm riêng của nó trên mặt cầu S_0 . Chúng là các giá trị hữu hạn. Do đó nếu ta xét trường hợp giới hạn cho mặt cầu S_0 thu nhỏ về thành một điểm thì được kết quả:

$$\begin{aligned} \psi_{tb} &\rightarrow \psi(P) \\ I_0 &= 4\pi \psi(P) \text{ khi } R_0 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Từ (3.8.4) ta được:

$$\psi(P) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left(\psi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) - \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (3.8.5)$$

Biểu thức (3.8.5) chính là biểu thức của nguyên lý Hughen – Kirchoff. Từ biểu thức này, ta tìm được đạo hàm ψ qua ở điểm bất kỳ trong thể tích V qua tích phân mặt S của giá trị của giá trị của hàm này và đạo hàm theo pháp tuyến của nó. Nếu các giá trị của hàm ψ và đạo hàm $\partial \psi / \partial n$ trên mặt S được coi là phân bố của các nguồn nguyên tố thì giá trị của hàm ψ ở một điểm bất kỳ trong thể tích V là chồng chất của các sóng cầu nguyên tố bức xạ ở trên mặt S giới hạn thể tích V.

3.9. Nguyên lý dòng tương đương

Giả sử có các nguồn q_1, q_2, \dots, q_n đặt trong vùng V giới hạn bởi mặt kín S. Chúng ta cần tìm trường ở điểm P bất kỳ trong không gian V' ngoài mặt S.

Theo nguyên lý Hughen – Kirchoff ta có thể tính trường tại P trong V' của các nguồn đã cho qua các nguồn bức xạ nguyên tố phân bố trên mặt S tạo ra. Các nguồn nguyên tố phân bố trên mặt S được gọi là các nguồn dòng tương đương (dòng điện mặt và dòng từ mặt). Trường do các nguồn dòng tương đương ở điểm P bất kỳ trong V' trùng với trường do các nguồn đã cho trong vùng V tạo ra cũng tại điểm P. Còn trường do nguồn dòng tương đương tạo ra trong vùng V bằng không. Do đó ta có điều kiện biên cho trường của nguồn dòng tương đương là: các thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường sát bên trong mặt S bằng không:

$$E'_{\tau tr|s} = H'_{\tau tr|s} = 0 \quad (3.9.1)$$

Theo định lý nghiệm duy nhất, muốn để trường của nguồn đã cho và trường của nguồn dòng tương đương tạo ra ở điểm P trong vùng V' trùng với nhau phải có điều kiện là: các thành phần tiếp tuyến của cường độ điện trường và từ trường của hai trường này trên mặt S ở phía bên ngoài phải bằng nhau và chúng khác 0

$$\begin{aligned} E'_{\tau ng|s} &= E_{\tau ng|s} \neq 0 \\ H'_{\tau ng|s} &= H_{\tau ng|s} \neq 0 \end{aligned} \quad (3.9.2)$$

Từ các biểu thức (3.9.1) và (3.9.2) ta thấy các thành phần tiếp tuyến của cường độ trường của nguồn dòng tương đương biến đổi nhảy vọt từ không sang khác không khi qua mặt giới hạn S. Theo điều kiện biên tổng quát, sự biến đổi nhảy vọt của các thành phần tiếp tuyến E'_τ, H'_τ của trường trên mặt giới hạn S tương đương với sự tồn tại của dòng điện mặt I_S và dòng từ mặt I_{SM} chảy trên mặt S. Các dòng mặt này liên quan đến các vector cường độ trường trên mặt S bởi các hệ thức sau:

$$\begin{aligned} \vec{I}_S &= [\vec{n}_0 \times \vec{H}'_{ng}]_S \\ \vec{I}_{SM} &= -[\vec{n}_0 \times \vec{E}'_{ng}]_S \end{aligned} \quad (3.9.3)$$

Ở đây, \vec{n}_0 là vector đơn vị pháp tuyến ngoài của mặt giới hạn S.

Áp dụng phương pháp thế điện động chúng ta tìm được biểu thức cho các thế chậm vector điện và từ do các nguồn dòng tương đương \vec{I}_S và \vec{I}_{SM} trên S tạo ra tại điểm P trong V' ta được:

$$\begin{cases} \dot{\vec{A}}_e = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{I}_S e^{-ikr}}{r} dS = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S [\vec{n}_0 \times \vec{H}'_{ng}] \frac{e^{-ikr}}{r} dS \\ \dot{\vec{A}}_M = \frac{\varepsilon}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{I}_{SM} e^{-ikr}}{r} dS = -\frac{\varepsilon}{4\pi} \oint_S [\vec{n}_0 \times \vec{E}'_{ng}] \frac{e^{-ikr}}{r} dS \end{cases} \quad (3.9.4)$$

Trong công thức trên, các tham số điện từ như ε, μ và số sóng k phải tính trong môi trường ở vùng không gian ngoài V'.

Các biểu thức (3.9.3) và (3.9.4) là biểu thức của nguyên lý dòng tương đương của trường điện từ.

Tóm tắt chương 3

Chương này tập trung vào việc tìm hiểu sóng điện từ phẳng, là loại sóng phổ biến nhất trong thực tế. Sinh viên cần nắm vững các khái niệm mới liên quan đến sóng điện từ phẳng như: sóng điện từ phẳng, sóng phẳng đồng nhất, sự phân cực, các loại phân cực khác nhau, hiệu ứng bề mặt.

Một phần không kém quan trọng là tìm hiểu sóng phẳng trong các môi trường khác nhau. Sinh viên cần nắm vững các đặc tính của sóng phẳng khi được truyền trong các môi trường khác nhau.

Các mục 3.7, 3.8, và 3.9 khá phức tạp, sinh viên có thể tham khảo thêm trong các sách khác nếu có quan tâm.

Một số công thức và phương trình cần nhớ:

- Các phương trình sóng:**

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{ym}}{\partial z} &= i\omega \varepsilon_p \dot{E}_{xm} \\ \frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_{zm}}{\partial x} &= i\omega \varepsilon_p \dot{E}_{ym} \\ \frac{\partial \dot{H}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial y} &= i\omega \varepsilon_p \dot{E}_{zm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial z} &= -i\omega\mu\dot{H}_{xm} \\ \frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial x} &= -i\omega\mu\dot{H}_{ym} \\ \frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial y} &= -i\omega\mu\dot{H}_{zm}\end{aligned}$$

- **Nghiệm phương trình sóng:**

$$\dot{H}_m = \dot{H}_{mt} e^{i(\omega t - k_p z)} + \dot{H}_{mpx} e^{i(\omega t + k_p z)}$$

$$\dot{E}_m = ([\dot{H}_{mt} x \vec{i}_z] e^{i(\omega t - k_p z)} - [\dot{H}_{mpx} x \vec{i}_z] e^{i(\omega t + k_p z)}) z_p$$

- **Các số sóng phức k_p và trở sóng phức z_p :**

$$k_p = \beta - i\alpha$$

$$z_p = |z_p| e^{i\psi}$$

$$\alpha = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}$$

$$\alpha = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}$$

$$|z_p| = \frac{z_c}{\sqrt[4]{1 + tg^2 \delta_e}}$$

$$\psi = \arctg \frac{\alpha}{\beta} = \arctg \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}{1 + \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}}$$

$$\phi = \omega t - \beta z = \text{const}$$

- **Vận tốc pha v_{ph} :**

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + tg^2 \delta_e}}}$$

- **Vector Poynting trung bình của sóng phẳng theo hướng thuận:**

$$\vec{P}_{tb} = \frac{1}{2} \text{Re} \dot{\vec{P}} = \frac{1}{2} \text{Re} [\dot{\vec{E}}_{mt} \times \dot{\vec{H}}_{mt}^*] = \frac{1}{2} |z_p| |\dot{H}_{mt}|^2 \vec{i}_z = \frac{1}{2} \frac{|\dot{E}_{mt}|^2}{|z_p|}$$

Bài tập chương 3

1. Sóng phẳng TEM truyền trong môi trường điện môi đồng nhất, đẳng hướng, rộng vô hạn có tham số điện từ là:

$\varepsilon = 4\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$, biên độ cường độ điện trường của sóng $E_m = 10^{-3}$ V/m với tần số $f = 10^6$ Hz. Lập biểu thức giá trị tức thời của cường độ từ trường của sóng và tính giá trị mật độ công suất trung bình của sóng.

2. Trong nửa không gian $z > 0$ là môi trường dẫn điện với $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ S/m, $\mu = \mu_0$ được truyền một sóng điện phẳng theo phương trục z với tần số $f = 10^5$ Hz.

Hãy xác định vận tốc pha, bước sóng, trở sóng và độ thâm sâu của trường trong môi trường trên. Biên độ cường độ trường sẽ giảm đi bao nhiêu lần so với ở trên bề mặt của nó ở độ sâu $d = 1$ mm.

3. Tìm độ sâu thâm nhập của trường và điện trở mặt riêng của các môi trường sau:

- a. Êbônít có: $\sigma = 5 \cdot 10^{-14} \text{ S/m}$, $\mu = \mu_0$
 b. Đất khô có: $\sigma = 10^{-14} \text{ S/m}$, $\mu = \mu_0$
 c. Đồng có: $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-14} \text{ S/m}$, $\mu = \mu_0$
 ở các tần số của trường: $f = 10^5 \text{ Hz}$ và 10^8 Hz

4. Sóng điện từ phẳng tới truyền vuông góc với mặt giới hạn phân chia hai môi trường có các tham số điện sau:

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= \epsilon_0, \mu_1 = \mu_0, \sigma_1 = 0 \\ \epsilon_2 &= 5,5\epsilon_0, \mu_2 = \mu_0, \sigma_2 = 0\end{aligned}$$

5. Sóng phẳng truyền từ không khí vào môi trường pôliêtilen có $\epsilon = 2,3\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$ dưới góc tới $\varphi_i = 45^\circ$.

Hãy tìm góc khúc xạ và hệ số khúc xạ đối với trường hợp phân cực đứng và ngang của sóng tới.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
 Tel: (04) 5541221; Fax: (04) 5540587
 Website: <http://www.o-pit.edu.vn>; E-mail: dhc@o-pit.edu.vn

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG TRÌNH
PTIT
 ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG 4: SÓNG ĐIỆN TỪ TRONG CÁC HỆ ĐỊNH HƯỚNG

Ở chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu về các đường truyền sóng điện từ siêu cao tần. Đây chính là các thiết bị để giới hạn đường truyền lan của các giao động, không cho lan tỏa ra không gian. Các thiết bị này còn gọi là các hệ định hướng bởi sự định hướng đường truyền sóng điện từ của chúng. Các hệ định hướng phổ biến được sử dụng là: đường dây song hành, mạch giải, cáp đồng trục, các ống dẫn sóng. Chúng ta sẽ tìm hiểu tổng quát và lần lượt từng hệ định hướng. Trong mỗi hệ định hướng, chúng ta sẽ tìm hiểu công dụng của chúng đối với từng loại sóng $TM(E)$, $TE(H)$, và TEM .

4.1. Khái niệm về sóng điện từ định hướng và các hệ định hướng

Chúng ta gọi đường truyền là các thiết bị hay hệ để giới hạn đường truyền lan các dao động điện từ hay các dòng năng lượng điện từ theo hướng đã cho. Đường truyền dùng để truyền dẫn năng lượng siêu cao tần hay sóng siêu cao gọi là đường truyền năng lượng siêu cao tần (đường truyền siêu cao).

Đường truyền siêu cao được gọi là đường truyền đồng nhất nếu như dọc theo hướng truyền sóng tiết diện ngang không thay đổi và môi trường chứa trong nó là đồng nhất. Trong kỹ thuật siêu cao tần, đường truyền đồng nhất được sử dụng là chủ yếu. Người ta có thể phân loại đường truyền đồng nhất ra các loại sau: đường truyền hở và đường truyền kín.

Trong đường truyền hở, tại tiết diện ngang không có vòng kim loại bao bọc vùng truyền năng lượng siêu cao tần. Đường truyền hở có nhiều dạng khác nhau như: đường dây đôi, mạch dải, đường truyền sóng mặt ...

Đối với đường truyền kín, trong nó phải có ít nhất một mặt vật dẫn kim loại bao bọc hoàn toàn vùng truyền năng lượng siêu cao tần. Đường truyền kín là các ống kim loại rỗng có tiết diện khác nhau, bên trong có thể nhét đầy các chất điện môi đồng nhất khác nhau hoặc không khí hay chân không. Chúng được gọi là ống dẫn sóng.

Có nhiều loại ống dẫn sóng được dùng trong kỹ thuật siêu cao tần như: ống dẫn sóng đồng trục, ống dẫn sóng chữ nhật, ống dẫn sóng trụ tròn ...

Ở dải sóng mét, người ta ứng dụng đường dây đôi (song hành) và cáp đồng trục hay ống dẫn sóng đồng trục để truyền dẫn năng lượng siêu cao. Đường dây đôi có cấu trúc đơn giản và cho kích thước ngang khá gọn, dễ điều chỉnh phối hợp. Nhưng ở dải sóng decimet, ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục được dùng phổ biến để truyền dẫn năng lượng siêu cao. Đường dây đôi không được sử dụng rộng rãi trong dải sóng này vì tổn hao do bức xạ và hiệu ứng bề mặt.

Trong dải sóng centimet, đường truyền siêu cao phổ biến là các ống dẫn sóng chữ nhật và trụ tròn vì nó cho tiêu hao nhỏ, kích thước phù hợp, ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục ít được dùng vì tổn hao do hiệu ứng bề mặt ở lõi trong và tổn hao trong điện môi rất lớn. Nó chỉ dùng ở khoảng cách ngắn và công suất nhỏ.

Trong dải milimet, các ống dẫn sóng chữ nhật và tròn không được dùng phổ biến do kích thước nhỏ, khó chế tạo và tiêu hao lớn. Ở dải sóng này, đường truyền siêu cao phổ biến là mạch dải, đường truyền sóng mặt như: ống dẫn sóng điện môi, dây dẫn đơn có phủ chất điện môi.

Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu trường điện từ tồn tại và lan truyền trong các dạng đường truyền siêu cao phổ biến như: ống dẫn sóng chữ nhật, ống dẫn sóng trụ tròn, ống dẫn sóng hoặc cáp đồng trục, ống dẫn sóng điện môi, đường dây đôi, mạch giải ... Chúng ta cũng tiến hành xét điều kiện truyền lan các dạng trường TEM , TE , TM trong chúng và nghiên cứu các đại lượng đặc trưng cho trường và cho đường truyền để từ đó áp dụng chúng có hiệu quả nhất khi truyền dẫn năng lượng siêu cao.

4.2. Tìm nghiệm phương trình sóng trong hệ định hướng tổng quát

Với đường truyền đồng nhất có cấu trúc tương đối đơn giản, ta có thể áp dụng phương pháp lý thuyết trường điện từ để tìm phân bố trường điện từ truyền lan trong đó. Tức là ta có thể

tìm nghiệm hệ phương trình Maxwell với các điều kiện biên cụ thể của các dạng đường truyền trên. Để đơn giản, ta xét trường điện từ điều hòa với tần số góc ω đặt trong môi trường điện môi đồng nhất và đẳng hướng. Khi xét các quá trình sóng truyền trong đường truyền đồng nhất, ta không tính đến vai trò của nguồn. Với điều kiện trên, hệ phương trình Maxwell cho trường điều hòa trong đường truyền đồng nhất không tiêu hao có dạng:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H}_m &= i\omega \epsilon \vec{E}_m \\ \text{rot} \vec{E}_m &= -i\omega \mu \vec{H}_m \\ \text{div} \vec{E}_m &= 0 \\ \text{div} \vec{H}_m &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Với điều kiện biên:

$$E_\tau = \psi \quad (4.2.2)$$

Ở đây, ký hiệu \vec{E}_m, \vec{H}_m là các vector biên độ phức của cường độ điện trường và từ trường. E_τ là thành phần tiếp tuyến của cường độ điện trường. ϵ và μ là hằng số điện môi và hằng số từ môi của môi trường.

Để tìm nghiệm của hệ (4.2.1) với điều kiện biên (4.2.2), ta chuyển nó về dạng các phương trình sóng cho các vector \vec{E}_m, \vec{H}_m và được các phương trình thuần nhất sau:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E}_m + k^2 \vec{E}_m &= 0 \\ \nabla^2 \vec{H}_m + k^2 \vec{H}_m &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

Ở đây, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$

Như vậy, bài toán tìm trường điện từ trong đường truyền đồng nhất là bài toán tìm nghiệm của hệ phương trình sóng thuần nhất (4.2.3) với điều kiện biên (4.3.2).

4.2.1. Phương pháp tìm nghiệm

Ta có thể tìm nghiệm phương trình sóng theo các phương pháp khác nhau. Ta nhận thấy rằng: đường truyền siêu cao đồng nhất có trục truyền sóng là thẳng và tiết diện ngang không đổi dọc theo trục truyền sóng. Vì vậy, khi áp dụng hệ tọa độ trụ tổng quát, ta có thể tìm nghiệm của các phương trình sóng (4.3.3) theo phương pháp chung rất thuận tiện cho các dạng khác nhau của đường truyền siêu cao đồng nhất.

Ta chọn hệ tọa độ sao cho trục Oz song song với trục của ống dẫn sóng. Hai trục ngang khác có tọa độ là q_1, q_2 nằm trong mặt phẳng tiết diện ngang của đường truyền đồng nhất. Mặt giới hạn vùng truyền dẫn ký hiệu là S_{bk} ($k = 1, 2, 3, \dots$) và các đường bao ngang ký hiệu là $L_{\perp k}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$).

Áp dụng phương pháp phân ly biến số, ta có thể tìm nghiệm của các phương trình sóng (4.2.3) trong hệ tọa độ trụ tổng quát dưới dạng sau:

$$\begin{aligned} \vec{E}_m(q_1, q_2, z) &= \vec{E}_\perp(q_1, q_2).F(z) \\ \vec{H}_m(q_1, q_2, z) &= \vec{H}_\perp(q_1, q_2).F(z) \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

và tìm được dạng của hàm $Fz = e^{\pm \gamma z}$.

Ở đây, $\gamma = \alpha + i\beta$ là hằng số truyền của sóng dọc theo trục z của đường truyền, α là hệ số tiêu hao, β là hệ số pha của sóng. Như vậy các quá trình sóng truyền dọc trục z của đường truyền phụ thuộc vào tốc độ đều có thể biểu diễn qua hàm mũ $e^{\pm \gamma z}$.

Dấu trừ ở số mũ của nó ứng với sóng truyền theo hướng trục z dương, còn dấu cộng ứng với sóng truyền theo hướng ngược lại. Từ đây về sau, ta quy ước chỉ sử dụng hàm $e^{-\gamma z}$. Tức là chọn hàm $F(z)$ có dạng:

$$F(z) = e^{-\gamma z} \quad (4.2.5)$$

Các $\vec{E}_\perp, \vec{H}_\perp$ là các vector cường độ điện, từ trường phụ thuộc vào các tọa độ ngang q_1, q_2 .

Ta đặt:

$$\begin{aligned}\vec{E}_\perp(q_1, q_2) &= \vec{E}_q(q_1, q_2) + \vec{i}_z.E_z(q_1, q_2) \\ \vec{H}_\perp(q_1, q_2) &= \vec{H}_q(q_1, q_2) + \vec{i}_z.H_z(q_1, q_2)\end{aligned}\quad (4.2.6)$$

Các \vec{E}_q, \vec{H}_q là các thành phần ngang của trường, còn E_z, H_z là các thành phần dọc theo trục z của trường. Vì trường phụ thuộc vào tọa độ z có dạng của biểu thức (4.2.5) nên toán tử Laplace trong tọa độ trụ tổng quát có thể viết:

$$\nabla^2 = \nabla_q^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_q^2 + \gamma^2 \quad (4.2.7)$$

∇_q^2 là toán tử Laplace tác động chỉ lên các tọa độ q_1, q_2 .

Từ các biểu thức (4.2.4), (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7), ta chuyển được các phương trình sóng về dạng đơn giản hơn như sau:

$$\nabla_q^2 \vec{E}_q + \chi^2 \vec{E}_q = 0 \quad (4.2.8)$$

$$\nabla_q^2 \vec{H}_q + \chi^2 \vec{H}_q = 0$$

$$\nabla_q^2 E_z + \chi^2 E_z = 0 \quad (4.2.9)$$

$$\nabla_q^2 H_z + \chi^2 H_z = 0$$

$$\text{Ở đây:} \quad \chi^2 = k^2 + \gamma^2 \quad (4.2.10)$$

được gọi là số sóng ngang, nó liên quan đến dạng cụ thể của tiết diện ngang đường truyền đồng nhất.

Từ hệ thống phương trình Maxwell (4.2.1), các thành phần ngang của cường độ điện từ trường có thể biểu diễn qua các thành phần dọc của chúng theo biểu thức sau:

$$\chi^2 \vec{E}_q = -\gamma \nabla_q E_z + i\omega\mu[\vec{i}_z \times \nabla_q H_z] \quad (4.2.11)$$

$$\chi^2 \vec{H}_q = -\gamma \nabla_q H_z - i\omega\varepsilon[\vec{i}_z \times \nabla_q E_z]$$

$$\text{Ở đây:} \quad \nabla = \nabla_q + \vec{i}_z.\gamma \quad (4.2.12)$$

là toán tử Gradient, ∇_q là các thành phần ngang của nó trong tọa độ trụ tổng quát. Như vậy việc tìm nghiệm của các phương trình sóng (4.2.3) chuyển về việc tìm nghiệm của các phương trình sóng (4.2.9) cho các thành phần dọc của trường E_z, H_z và áp dụng biểu thức (4.2.11).

Nghiệm của các phương trình (4.2.9) sẽ được tìm tùy theo dạng cụ thể tiết diện ngang của đường truyền, vì lúc ấy mới có biểu thức cụ thể cho ∇_q^2 .

Bây giờ chúng ta hãy phân tích điều kiện biên (4.2.2). Tại một điểm M bất kỳ trên chu vi tiết diện ngang của đường truyền L_\perp ta xây dựng ba vector: vector đơn vị \vec{i}_n pháp tuyến với mặt giới hạn S_b , vector đơn vị \vec{i}_l tiếp tuyến với chu vi L_\perp , vector đơn vị \vec{i}_z hướng theo trục z. Cả ba vector này hợp thành một tam diện thuận có đỉnh tại M. Như vậy một thành phần tiếp tuyến bất kỳ của trường đều có thể biểu diễn như sau:

$$\vec{E}_\tau = \vec{i}_l E_l + \vec{i}_z E_z = \vec{i}_\tau E_\tau \quad (4.2.13)$$

\vec{i}_τ là vector đơn vị tiếp tuyến với mặt S_b tại điểm M.

Từ biểu thức (4.2.11) và (4.2.13), điều kiện biên (4.2.2) có thể cho dưới dạng tương đương sau:

$$\begin{aligned} E_z|_{L_\perp} &= \psi_1 \\ \frac{\partial}{\partial n} H_z|_{L_\perp} &= \psi_2 \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Các hàm đã cho ψ_1, ψ_2 phụ thuộc vào tọa độ ngang q_1, q_2 .

Đến đây, các phương trình sóng (4.2.9) cho các thành phần dọc E_z, H_z của trường và điều kiện biên (4.2.14) có thể tách làm hai bài toán như sau:

1) Bài toán Dirichlet đối với E_z có dạng:

$$\begin{aligned} \nabla_q^2 E_z + \chi^2 E_z &= 0 \\ E_z|_{L_\perp} &= \psi_1 \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

2) Bài toán Noyman đối với H_z có dạng:

$$\begin{aligned} \nabla_q^2 H_z + \chi^2 H_z &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial n} H_z|_{L_\perp} &= \psi_2 \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

Như vậy việc tìm các thành phần của cường độ trường điện từ trong đường truyền đồng nhất thực chất là tìm nghiệm của hai bài toán Dirichlet và Noyman. Nghiệm của chúng bao gồm vô số các hàm riêng ứng với các giá trị riêng khác nhau có phân bố gián đoạn trong miền xác định.

Trong đường truyền thống nhất, trường điện từ tồn tại có cấu trúc và tính chất khác nhau. Người ta có thể phân loại trường dựa trên đặc trưng phân bố của nó dọc theo trục đường truyền và dựa trên các thành phần của trường. Trong hai mục tiếp theo 4.2.2 và 4.2.3, chúng ta sẽ lần lượt tìm hiểu các cách phân loại trường khác nhau: theo đặc trưng phân bố của trường dọc theo trục z và theo các thành phần trường.

4.2.2. Các dạng trường truyền lan và tại chỗ

Ta đã biết từ biểu thức (4.2.4) và (4.2.5) tất cả các thành phần của cường độ điện và từ trường phân bố theo tọa độ dọc z dưới dạng hàm mũ $e^{-\gamma z}$ nên ta có thể viết γ dưới dạng:

$$\gamma = i\sqrt{k^2 - \chi^2} \quad (4.2.17)$$

Ta đưa vào các ký hiệu:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\chi}; f_{th} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}\lambda_{th}} \text{ gọi là bước sóng tới hạn, tần số tới hạn} \quad (4.2.18)$$

lúc này có thể viết:

$$\gamma = i\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{th}}\right)^2} \quad (4.2.18)$$

Ta xét các trường hợp sau:

(i) Khi $\chi^2 < k^2$ tức $\lambda < \lambda_{th}$ hay $f > f_{th}$

Trường hợp này theo (4.2.18), hằng số truyền γ là một số thuần ảo $\gamma = i\beta$,

$$\alpha = 0 \text{ với } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2} \quad (4.2.19)$$

Trường điện từ trong đường truyền có dạng sóng chạy với biên độ không đổi dọc theo trục z . Ta gọi trường điện từ có tính chất truyền lan. Nó được đặc trưng với các đại lượng sau:

- Bước sóng trong đường truyền, ký hiệu là λ :

$$\lambda_t = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}} \quad (4.2.20)$$

- Vận tốc pha:

$$V_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}} \quad (4.2.21)$$

- Vận tốc nhóm:

$$V_{nh} = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}} \quad (4.2.22)$$

λ là bước sóng của trường trong không gian tự do và f là tần số của nó, ϵ , μ là tham số của môi trường chứa trong đường truyền.

Từ biểu thức (4.2.20), chúng ta thấy rằng vận tốc pha của sóng (vận tốc dịch chuyển mặt đồng pha của sóng dọc theo phương z) là hàm của tần số hay bước sóng $V_{ph} = \psi(\omega) = \varphi(\lambda)$. Ta gọi sự phụ thuộc này là đặc trưng tần sắc của sóng trong đường truyền.

(ii) Khi $\chi^2 > k^2$ tức $\lambda > \lambda_{th}$ hay $f < f_{th}$

Trường hợp này thì hằng số truyền γ là một số thực:

$$\gamma = \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2 - 1} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2 - 1} \quad (4.2.23)$$

Trường hợp này trường điện từ không truyền lan dọc theo trục z của đường truyền, nó có phân bố với biên độ suy giảm theo hàm mũ $e^{-\alpha z}$ dọc theo trục z . Trường lúc này gọi là trường tại chỗ hay trường địa phương. Biên độ trường suy giảm càng nhanh khi λ càng khác xa λ_{th} . Từ đây có thể thấy được ý nghĩa vật lý của bước sóng tới hạn λ_{th} và tần số tới hạn. λ_{th} chính là giới hạn trên đối với bước sóng công tác λ của trường điện từ có thể truyền trong đường truyền, còn f_{th} là giới hạn dưới về tần số của trường truyền lan trong đường truyền.

4.2.3. Các dạng trường TM(E), TE(H), TEM

(i) Trường TM(E)

Trường được gọi là từ ngang hay điện dọc khi $E_z \neq 0$, $H_z = 0$. Nó được ký hiệu là TM hay E. Trong trường hợp chung, trường TM(E) trong đường truyền có 5 thành phần của trường.

Thành phần dọc E_z được tìm từ bài toán Dirickle (4.2.15), còn các thành phần khác suy ra từ (4.2.11), ta được:

$$\begin{aligned} \vec{E}_q &= -\frac{\gamma}{\chi^2} \nabla_q E_z \\ \vec{H}_q &= -\frac{i\omega\epsilon}{\chi^2} [\vec{i}_z \times \nabla_q E_z] \\ \frac{E_q}{H_q} &= \frac{\gamma}{i\omega\epsilon} = Z_c^e \end{aligned} \quad (4.2.24)$$

Z_c^e gọi là trở sóng ngang của trường TM(E) trong đường truyền. Nó bằng tỉ số của thành phần ngang của điện trường trên thành phần ngang của từ trường. Với sóng truyền lan thì $Z_c^e = \frac{i\beta}{i\omega\epsilon} = \frac{\beta}{\omega\epsilon}$ là một số thực, tức là các thành phần ngang của điện trường và từ trường của sóng đồng pha, vector Poynting trung bình chỉ sự truyền năng lượng của sóng trong đường truyền khác không.

Với trường tại chỗ thì $Z_c^e = \frac{\alpha}{i\omega\epsilon}$ là một số thuần ảo, các thành phần ngang của điện

trường lệch pha với các thành phần ngang của từ trường một góc $\pi/2$, do đó vector Poynting trung bình của trường bằng không, có nghĩa là không có sự truyền năng lượng dọc theo đường truyền.

(ii) Trường TE(H)

Trường gọi là trường điện ngang hay từ dọc và có ký hiệu TE hay H khi có $E_z = 0, H_z \neq 0$. Thành phần dọc của từ trường H_z của trường này được tìm từ bài toán Neumann (4.2.16). Nó nói chung có đủ 5 thành phần của trường:

Các thành phần ngang của trường TE(H) được suy ra từ (4.2.11) có dạng:

$$\begin{aligned}\vec{H}_q &= -\frac{\gamma}{\chi^2} \nabla_q H_z \\ \vec{E}_q &= -\frac{i\omega\mu}{\chi^2} [\vec{i}_z \times \nabla_q E_z] \\ \frac{E_q}{H_q} &= \frac{i\omega\mu}{\gamma} = Z_c^h\end{aligned}\quad (4.2.25)$$

Ở đây, Z_c^h được gọi là trở sóng ngang của trường TE(H). Nó bằng tỉ số của các thành phần ngang của điện trường trên các thành phần ngang của từ trường. Khi trường TE(H) truyền lan dọc trục z thì Z_c^h là một số thực, còn khi TE(H) là tại chỗ thì Z_c^h là một số thuần ảo.

(iii) Trường TEM

Ngoài hai loại trường TM(E) và TE(H), còn tồn tại dạng trường mà cả thành phần dọc của điện trường E_z và từ trường H_z đều vắng mặt tức $E_z = H_z = 0$. Ta gọi trường này là trường điện từ ngang và ký hiệu là TEM. Từ biểu thức (4.2.11) ta thấy rằng điều kiện để các thành phần ngang của trường này khác không khi các thành phần dọc của nó bằng không là số sóng ngang $\chi = 0$.

Các thành phần ngang của trường TEM sẽ được tìm từ các phương trình sóng (4.2.8) khi cho $\chi = 0$ có dạng:

$$\begin{aligned}\nabla_q^2 \vec{E}_q &= 0 \\ \nabla_q^2 \vec{H}_q &= 0\end{aligned}\quad (4.2.26)$$

(4.2.26) là phương trình Laplace. Phương trình này cũng mô tả trường trong hệ tĩnh điện và hệ tĩnh từ. Từ đó ta rút ra kết luận rằng trường điện từ TEM chỉ tồn tại trong các dạng đường truyền mà trong đó có khả năng tồn tại các trường tĩnh. Hơn nữa, sự phân bố giá trị tức thời của trường biến đổi TEM sẽ trùng với phân bố của bài toán trường tĩnh tương ứng. Từ đó ta suy ra rằng trường TEM sẽ tồn tại trong các đường truyền mà tiết diện ngang của nó là vùng không đơn liên, được giới hạn bởi nhiều (ít nhất là hai) các chu vi kín không giao nhau hoặc đường đi ra vô cùng. Chẳng hạn trường TEM tồn tại trong đường dây song hành có hai hay nhiều dây dẫn, trong ống dẫn sóng đồng trục, cáp đồng trục ... Trong những đường truyền dạng trên, khi truyền sóng TEM ta có thể áp dụng các khái niệm về điện áp và dòng điện.

Vì số sóng ngang của trường TEM $\chi = 0$ nên bước sóng tới hạn của nó $\lambda_{th} = \infty$, và suy ra $\lambda_{th} = \lambda, \beta = k, V_{nh} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = V$, sự tán sắc trong đường truyền TEM không xảy ra. Trường TEM có thể truyền dọc theo đường truyền với tần số bất kỳ, trở sóng ngang của trường TEM cho bởi công thức:

$$Z_{cTEM} = \frac{E_q}{H_q} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_c \quad (4.2.27)$$

Nếu môi trường là chân không hoặc không khí thì;

$$\begin{aligned}Z_{cTEM} &= Z_c^0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi\Omega \approx 377\Omega \\ \epsilon_0 &= \frac{10^{-9}}{36\pi} F/m; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m\end{aligned}$$

Chú ý: trường hợp chung trong đường truyền đồng nhất tồn tại cả sáu thành phần của trường điện từ, thì tùy theo thành phần dọc của E_z hay H_z chiếm ưu thế mà gọi là trường EH hay HE. Ta gọi chúng là trường lai ghép.

4.3. Ống dẫn sóng chữ nhật

Ống dẫn sóng chữ nhật là một ống kim loại rỗng, thẳng, có tiết diện ngang hình chữ nhật, bên trong có chứa điện môi đồng nhất hoặc không khí. Để tìm trường điện từ trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta chọn hệ tọa độ Descartes như sau: trục z trùng với trục của ống dẫn sóng, trục x hướng theo thành rộng, trục y hướng theo thành hẹp. Lúc này các tọa độ ngang $q_1 = x$, $q_2 = y$. Ống dẫn sóng chữ nhật được dung phổ biến trong dải sóng cm. Trong nó tồn tại các trường TM(E) và TE(H).

Để cho đơn giản ta xét với trường hợp ống dẫn sóng chữ nhật có dạng lý tưởng, có thành làm bằng kim loại dẫn điện lý tưởng với $\gamma_{kl} = \infty$ và bên trong là chân không hoặc không khí có $\gamma_{dm} = 0$. Ta lần lượt tìm các trường TM(E) và TE(H) trong ống dẫn sóng.

4.3.1. Trường từ ngang TM(E)

Bài toán Dirichlet cho thành phần dọc E_z đối với ống dẫn sóng chữ nhật trong hệ tọa độ Descartes có dạng:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \chi^2 E_z = 0 \quad (4.3.1)$$

Với E_z (tại $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$) = 0, a và b là chiều cao và chiều rộng của ống dẫn sóng chữ nhật.

Ta tìm nghiệm E_z bằng phương pháp phân ly biến số. Ta đặt:

$$E_z(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \quad (4.3.2)$$

Đưa nó vào phương trình (4.3.1) sẽ tính được hai phương trình sau:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \chi_x^2 X = 0 \quad (4.3.3)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + \chi_y^2 Y = 0$$

$$\chi^2 = \chi_x^2 + \chi_y^2 \quad (4.3.4)$$

Điều kiện biên tương ứng cho chúng:

$$\begin{aligned} X|_{x=0, a} &= 0 \\ Y|_{y=0, b} &= 0 \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

Nghiệm tổng quát của (4.3.3) là tổ hợp tuyến tính các nghiệm riêng có dạng sau:

$$\begin{aligned} X(x) &= A \sin(\chi_x \cdot x) + B \cos(\chi_x \cdot x) \\ Y(y) &= C \sin(\chi_y \cdot y) + D \cos(\chi_y \cdot y) \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

Ở đây, A , B , C , D là các hằng số. Ta sử dụng điều kiện biên (4.3.5) cho các nghiệm (4.3.6) sẽ xác định được các giá trị riêng χ_x , χ_y .

Khi $x = 0$, $y = 0$ ta chọn được $B = D = 0$.

Khi $x = a$, $y = b$ thì có:

$$\begin{aligned} \sin(\chi_x \cdot a) &= 0 \\ \sin(\chi_y \cdot b) &= 0 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra:

$$\begin{aligned} \chi_x &= m\pi/a & m &= 1, 2, 3, \dots \\ \chi_y &= n\pi/b & n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

Cuối cùng theo (4.3.2), (4.3.6), và (4.3.7), ta có kết quả:

$$E_z(x, y) = C_e \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \quad (4.3.8)$$

C_e là hằng số tùy ý.

Các số nguyên m , n có thể lấy bằng không, trừ trường hợp cả $m = n = 0$.

Các thành phần điện và từ trường ngang của trường TE(H) được tính qua H_z theo biểu thức (4.2.24) có dạng:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\gamma}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\gamma}{\chi^2} C_e \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ E_y &= -\frac{\gamma}{\chi^2} C_e \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ H_x &= -\frac{E_y}{Z_c^e}, H_y = \frac{E_x}{Z_c^e} \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

Bước sóng tới hạn của trường TM(E) trong ống dẫn này có dạng:

$$\lambda_{th} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \quad (4.3.10)$$

4.3.2. Trường điện ngang TE(H)

Đối với trường TE(H) thì thành phần dọc của từ trường H_z được tìm từ bài toán Neumann sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \chi^2 H_z &= 0 \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{x=0,a} &= 0, \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0 \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

Ta cũng tiến hành tương tự như trường TM(E) bằng cách đặt:

$$H_z(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$$

Thay vào phương trình (4.3.11) và tách ra được hai phương trình có dạng tương tự như (4.3.3) và có nghiệm dạng (4.3.6). Điều kiện biên bây giờ có khác là:

$$\frac{\partial X}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0, \frac{\partial Y}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0 \quad (4.3.12)$$

Do đó ta cũng tìm được các số sóng ngang dạng:

$$\begin{aligned} \chi_x &= m\pi/a \quad m = 1, 2, 3, \dots \\ \chi_y &= n\pi/b \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

Với các hằng số $A = C = 0$. Nên cuối cùng nhận được kết quả từ trường dọc H_z :

$$H_z(x,y) = C_h \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \quad (4.3.14)$$

C_h là hằng số tùy ý.

Các số nguyên m, n có thể lấy bằng không trừ trường hợp cả $m = n = 0$.

Các thành phần điện và từ trường ngang của trường TE(H) được tính qua H_z theo biểu thức (4.2.25) như sau:

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{\gamma}{\chi^2} C_h \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ H_y &= -\frac{\gamma}{\chi^2} C_h \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ E_x &= H_y Z_c^h, E_y = -H_x Z_c^h \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

Bước sóng tới hạn của trường này cũng được biểu thị có dạng như biểu thức (4.3.10).

4.4. Ống dẫn sóng trụ tròn

Ngoài ống dẫn sóng chữ nhật, người ta còn sử dụng ống dẫn sóng trụ tròn để truyền sóng siêu cao. Ống dẫn sóng trụ tròn là một ống làm bằng kim loại dẫn điện tốt, tiết diện ngang hình

tròn, bên trong chứa điện môi đồng nhất. Để tìm trường điện từ trong ống dẫn sóng trụ tròn, ta xét trường hợp ống dẫn sóng là lý tưởng tức có độ dẫn điện riêng $\gamma_{kl} = \infty$ và $\gamma_{dm} = 0$. Ta chọn hệ tọa độ trụ tròn có trục z trùng với trục của ống dẫn sóng còn hai trục toa độ ngang nằm trong tiết diện ngang của ống $q_1 = r, q_2 = \varphi$.

R là bán kính ống dẫn sóng tròn. Cũng giống như ống dẫn sóng chữ nhật, trong ống dẫn sóng tròn tồn tại hai dạng trường là TM(E) và TE(H).

4.4.1. Trường từ ngang TM(E)

Trường TM(E) được tìm từ nghiệm của bài toán Dirichlet đối với thành phần dọc của điện trường E_z . Trong tọa độ trụ tròn, nó có dạng:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \chi^2 E_z = 0 \quad (4.4.1)$$

$$E_z|_{r=R} = 0 \quad (4.4.2)$$

Ta đặt: $E_z(r, \varphi) = R(r) \cdot \phi(\varphi)$

Thay vào (4.4.1) và tách được hai phương trình:

$$\frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} + m^2 \phi = 0 \quad (4.4.3)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(\chi^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (4.4.4)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Phương trình (4.4.3) có nghiệm dạng:

$$\phi(\varphi) = A \cdot \cos(m\varphi) + B \cdot \sin(m\varphi) = C \cdot \cos(m\varphi - \varphi_0) \quad (4.4.5)$$

A, B, C là các hằng số, φ_0 là góc cực ban đầu, có thể chọn $\varphi_0 = 0$.

Phương trình (4.4.4) là phương trình Bessell cấp m, nó cho nghiệm tổng quan dạng:

$$R_m(r) = D \cdot J_m(\chi r) + E \cdot N_m(\chi r) \quad (4.4.6)$$

D, E là các hằng số, $J_m(\chi r)$ là hàm Bessell cấp m, $N_m(\chi r)$ là hàm Noymann cấp m.

Trường điện từ ở trục ống dẫn sóng tròn ($r = 0$) là hữu hạn, trong khi đó hàm Noymann $N_m(0) \rightarrow -\infty$ nên ta chọn hằng số $E = 0$. Cuối cùng ta nhận được biểu thức của điện trường dọc E_z là:

$$E_z(r, \varphi) = C_e \cdot J_m(\chi r) \cdot \cos(m\varphi - \varphi_0) \quad (4.4.7)$$

Để tìm số sóng ngang, ta ứng dụng điều kiện biên sau:

$$E_z|_{r=R} = 0 \rightarrow J_m(\chi R) = 0 \quad (4.4.8)$$

Nếu gọi ϵ_{mn} , $n = 1, 2, 3, \dots$ là nghiệm thứ n của hàm Bessell cấp m, tức là:

$$J_m(\epsilon_{mn}) = 0$$

Thì số sóng ngang được tính

$$\chi = \frac{\epsilon_{mn}}{R} \quad (4.4.9)$$

Do đó bước sóng tới hạn của trường TM(E) được tính là:

$$\chi_{th}^e = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2\pi R}{\epsilon_{mn}} \quad (4.4.10)$$

Các thành phần ngang của trường TM(E) được tìm theo biểu thức (4.2.24) có dạng:

$$E_r = -\frac{\chi C_e}{\chi} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0)$$

$$E_\varphi = \frac{\chi C_e m}{\chi^2 r} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \quad (4.4.11)$$

$$H_r = -\frac{E_\varphi}{Z_c^e}, H_\varphi = \frac{E_r}{Z_c^e}$$

$$\text{ở đây, } J'_m(\chi r) = \frac{dJ_m}{d\chi r}$$

4.4.2. Trường điện ngang TE(H)

Thành phần từ trường dọc H_z của trường TE được tìm từ nghiệm của bài toán Neumann. Trong hệ tọa độ trụ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + \chi^2 H_z &= 0 \\ \left. \frac{\partial H_z}{\partial r} \right|_{r=R} &= 0 \end{aligned} \quad (4.4.12)$$

Ta cũng tiến hành các bước tương tự như khi tìm nghiệm của bài toán cho trường TM(E) và cũng cho nghiệm của các hàm $\phi(\varphi)$ và $R(r)$ giống như biểu thức (4.4.7):

$$H_z(r, \varphi) = C_h \cdot J_m(\chi r) \cdot \cos(m\varphi - \varphi_0) \quad (4.4.13)$$

C_h là hằng số tùy ý.

Điều kiện biên bây giờ có dạng:

$$\left. \frac{dJ_m}{dr} \right|_{r=R} = 0 \rightarrow J'_m(\chi r) \Big|_{r=R} = 0 \quad (4.4.14)$$

Ta gọi μ_{mn} là nghiệm thứ n , $n = 1, 2, 3, \dots$ của đạo hàm bậc nhất của hàm Bessel cấp m , tức là $J'_m(\mu_{mn}) = 0$ thì ta tính được số sóng ngang và bước sóng tới hạn của trường TE trong ống dẫn sóng tròn là:

$$\chi = \frac{\mu_{mn}}{R}, \chi_{th}^h = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}} \quad (4.4.15)$$

Các thành phần ngang của trường TE(H) được tính từ biểu thức (4.2.25) có dạng:

$$\begin{aligned} H_r &= -\frac{\gamma C_h}{\chi} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \\ H_\varphi &= \frac{\gamma C_h m}{\chi^2 r} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \\ E_r &= Z_c^h \cdot H_\varphi, E_\varphi = -Z_c^h \cdot H_r \end{aligned} \quad (4.4.16)$$

4.5. Cáp đồng trục

Ống dẫn sóng đồng trục gồm hai ống kim loại rỗng dẫn điện tốt lồng đồng trục với nhau. Môi trường đồng nhất thường là không khí. Còn cấu tạo của cáp đồng trục có lõi trong là một sợi kim loại hay nhiều sợi kim loại xoắn lại hình trụ, có lớp điện môi với hằng số tương đối ϵ' bao bọc hình trụ và bên ngoài có lớp lưới kim loại bao quanh tạo nên thành phần ngoài của cáp.

Trong ống dẫn sóng và cáp đồng trục có tồn tại trường điện từ ngang TEM có bước sóng tới hạn $\lambda_{thTEM} = \infty$ nên nó là trường cơ bản. Ngoài ra trong ống dẫn sóng và cáp đồng trục còn tồn tại các trường bậc cao TM(E) và TE(H).

4.5.1. Trường cơ bản TEM

Các thành phần ngang của trường TEM trong ống dẫn sóng hay cáp đồng trục có thể tìm từ phương trình Laplace trong hệ tọa độ trụ tròn. Tuy nhiên, ta có thể tìm chúng dễ dàng hơn qua phương trình cho thế ϕ của trường này. Ta biết từ hệ phương trình Maxwell và điều kiện $E_z = H_z = 0$ ta có:

$$\begin{aligned} \nabla_q \times \vec{E}_q &= 0 \\ \nabla_q \cdot \vec{E}_q &= 0 \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

$$\text{Từ phương trình đầu của (4.5.1), ta có thể đặt: } \vec{E}_q = -\text{grad}\phi = -\nabla_q \phi \quad (4.5.2)$$

Và gọi ϕ là thế của trường TEM. Ta có thể chọn nó có giá trị là U ở trên lõi ngoài ($r = b$) và bằng 0 ở lõi trong ($r = a$).

Đặt (4.5.2) vào trong phương trình thứ hai của (4.5.1), ta được:

$$\nabla_q(-\nabla_q\phi) = -\nabla_q^2\phi = 0 \quad (4.5.3)$$

Đây là phương trình Laplace cho thế ϕ của trường TEM. Vì trường cơ bản TEM có tính đối xứng trụ nên hàm ϕ không phụ thuộc vào tọa độ φ , và phương trình (4.5.3) viết trong hệ tọa độ trụ tròn có dạng đơn giản hơn như sau:

$$\nabla_q^2\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0$$

từ đó suy ra: $\frac{d\phi}{dr} = \frac{C_1}{r}$

và $\phi(r) = C_1 \ln r + C_2$

Ở đây, C_1, C_2 là hằng số tích phân. Ta có thể chọn $C_2 = 0$. Tức là được:

$$\phi(r) = C_1 \ln r \quad (4.5.4)$$

Hằng số C_1 được tính từ điều kiện biên:

$$\phi(a) = C_1 \ln a = 0$$

$$\phi(b) = C_1 \ln b = U$$

và cho $C_1 = \frac{U}{\ln \frac{b}{a}} \quad (4.5.5)$

cuối cùng ta có:

$$\phi(r) = \frac{U}{\ln \frac{b}{a}} \ln r \quad (4.5.6)$$

U là hiệu điện thế giữa hai lõi của ống dẫn sóng hay cáp đồng trục.

Điện trường ngang của trường TEM được tính từ (4.5.2) có thành phần:

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{U}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r} \quad (4.5.7)$$

Từ trường chỉ có thành phần ngang H_φ có dạng:

$$H_\varphi = \frac{-1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_r}{\partial z} = \frac{-U}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \ln \frac{b}{a}}} \frac{1}{r} = \frac{E_r}{Z_c} \quad (4.5.8)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (4.5.9)$$

Tích phân của cường độ điện trường E_r theo một đường cong bất kỳ nối giữa lõi và trong và ngoài của ống dẫn sóng hay cáp cho kết quả không phụ thuộc vào dạng của đường cong.

$$\int_a^b E_r dl = \phi(b) - \phi(a) = U$$

Còn dòng điện chạy trong lõi trong hay lõi ngoài có giá trị bằng nhau và chiều ngược nhau. Nó được tính:

$$I = \oint_{L_\perp} H_\varphi dl = 2\pi r H_\varphi = \frac{2\pi U}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \ln \frac{b}{a}}}$$

Trở sóng đặc tính của ống dẫn sóng hay cáp đồng trục được tính theo công thức:

$$Z_{CT} = \frac{U}{I} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}}{2\pi} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon'}} \ln \frac{b}{a} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon'}} \lg \frac{b}{a} \quad (4.5.9)$$

Trong kỹ thuật các cáp đồng trục được chế tạo theo tiêu chuẩn có trở sóng đặc tính bằng 50 Ohm và 75 Ohm.

4.5.2. Trường bậc cao TM, TE

Trong ống dẫn sóng hay cáp đồng trục, ngoài trường cơ bản TEM ra còn tồn tại các trường đơn vị bậc cao loại từ ngang và điện ngang. Việc tìm các thành phần cường độ trường của chúng có thể tiến hành tương tự như đã làm trong ống dẫn sóng tròn với các bài toán Dirickle và Noymann. Nhưng điều kiện biên ở đây phải kể với các chu vi kín ở hai lõi trong và ngoài.

4.6. Đường dây song hành

Ở dải sóng mét, đường truyền năng lượng siêu cao tần dạng phổ biến có cấu tạo đơn giản, kích thước ngang nhỏ là đường dây song hành. Đường dây song hành đơn giản nhất, gồm có hai dây dẫn kim loại trụ tròn như nhau đường kính d đặt song song với nhau, cách nhau một khoảng D giữa hai trục của chúng trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng. Môi trường đồng nhất và đẳng hướng có thể là không khí hay điện môi. Ngoài loại đơn giản nhất hai dây, đường dây song hành có thể gồm 4 dây hoặc 2 dây có màn chắn kim loại.

Sau đây ta chỉ xét trường hợp đường dây song hành đơn giản gồm hai dây dẫn hờ. Trường điện từ truyền dọc đường dây song hành này là trường TEM. Các vector cường độ trường của nó tuân theo phương trình Laplace dạng (4.2.26).

Khi nghiên cứu trường tĩnh điện ở vùng không gian bao quanh hai dây dẫn mảnh đặt song song cách nhau một khoảng được tích điện (có cùng điện lượng song trái dấu) ta thấy thế của nó tuân theo phương trình Laplace dạng (4.5.3). Đường sức điện trường tĩnh của hệ luôn vuông góc với các đường đẳng thế (là họ vòng tròn nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của hai dây dẫn), nên điện trường nằm trong mặt phẳng ngang với trục hai dây dẫn. Từ trường sinh ra ở vùng không gian bao quanh hai dây dẫn có dòng điện không đổi chảy dòng trong mỗi dây có cùng giá trị song ngược chiều) cũng tuân theo phương trình Laplace như dạng (4.5.3). Nên đường sức từ trường của hệ trùng với các đường đẳng thế của chúng (cũng là các họ vòng tròn dạng như các đường đẳng thế của điện trường tĩnh). Do đó từ trường cũng nằm trong mặt phẳng ngang với trục của hai dây dẫn.

Ta cũng có thể nhận được cấu trúc trường TEM của đường dây song hành trên khi suy từ cấu trúc của trường TEM trong ống dẫn sóng đồng trục bằng cách áp dụng phép biến hình bảo giác thích hợp trong mặt phẳng phức của tiết diện ngang các đường truyền trên.

Điện áp và dòng điện trên đường dây của sóng thuận (truyền theo chiều dương trục z của hệ) có dạng:

$$\begin{aligned} U(z) &= U_m \cdot e^{-ikz} \\ I(z) &= I_m \cdot e^{-ikz} \end{aligned} \quad (4.6.1)$$

Trở sóng đặc tính của đường dây song hành không tiêu hao có dạng:

$$Z_{CT} = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{2D}{d} \quad (4.6.2)$$

Ở đây U_m , I_m là biên độ của điện áp và dòng trên dây.

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2D}{d} \\ C_0 &= \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{2D}{d}} \end{aligned} \quad (4.6.3)$$

là điện cảm và điện dung tính trên một đơn vị độ dài của đường dây song hành.

Nếu đường dây song hành được đặt trong không khí ($\epsilon = \epsilon_0$ và $\mu = \mu_0$) thì trở sóng đặc tính của đường dây này có dạng đơn giản là:

$$Z_{CT0} \approx 120 \ln \frac{2D}{d} \approx 276 \lg \frac{2D}{d} (\Omega)$$

4.7. Mạch dải

Trong kỹ thuật đo lường và các thiết bị thu ở các dải sóng từ dm đến mm, người ta thường sử dụng một loại đường truyền năng lượng siêu cao tần có kích thước gọn nhẹ, đó là các mạch dải siêu cao tần. Vì các mạch dải siêu cao tần được chế tạo dưới dạng mạch in nên chúng được dùng rất phổ biến trong vi mạch siêu cao. Mạch dải siêu cao thường cấu tạo theo các dạng: dạng đối xứng, dạng không đối xứng, dạng đường khe và dạng cáp phẳng.

Các tấm điện môi dùng làm đế của mạch dải có độ thấm điện tương đối khá lớn cỡ từ 7 đến 13, có tiêu hao rất nhỏ, có độ dày $h = 1,5$ đến 5 mm.

Để tạo ra các dải kim loại dẫn sóng, người ta dùng các kim loại phun, tạo ra trên mặt tấm điện môi các dải dẫn sóng có độ dày lớn hơn nhiều lần độ thấm sâu của trường, cỡ 15 đến 100 micromet. Dải kim loại rộng gọi là bản đáy hay đất, còn dải hẹp có độ rộng 0,05 đến 10 milimet được gọi là dải trung tâm dẫn sóng. Độ rộng của mạch dải thường lớn gấp nhiều lần chiều cao tổng cộng của nó.

4.8. Ống dẫn sóng điện môi

Ở dải sóng mm hoặc ngắn hơn (dưới mm hoặc hồng ngoại hay quang học), người ta dùng ống dẫn sóng điện môi để truyền dẫn năng lượng điện từ rất thuận tiện vì có năng lượng tiêu hao nhỏ, kích thước bé và dễ chế tạo. Ống dẫn sóng điện môi có cấu tạo từ một thanh điện môi đồng nhất dạng phẳng hay trụ tròn gồm một hay nhiều lớp. Nếu các lớp điện môi có chiết suất đồng nhất và khác nhau thì được gọi là có dạng nhảy bậc. Còn nếu trong một lớp chính (thường là lớp giữa) mà chiết suất biến đổi theo một hàm số của tọa độ thì được gọi là ống dẫn sóng dạng Gradient. Sóng truyền dọc ống dẫn sóng điện môi là sóng mặt chậm. Ống dẫn sóng điện môi phẳng được dùng trong các kỹ thuật quang tích phân, trong các thiết bị Laze bán dẫn.

Ống dẫn sóng điện môi trụ tròn dùng chủ yếu để dẫn năng lượng ở dải sóng mm hay dải sóng quang học dưới dạng sợi quang.

Tóm tắt chương 4

Chương này trình bày các phương tiện khác nhau dùng để truyền dẫn sóng điện từ mà được gọi là các hệ định hướng. Nội dung chương bao gồm:

- Giới thiệu về sóng điện từ định hướng và hệ định hướng.
- Phương pháp tìm nghiệm (tức là tìm phân bố của sóng điện từ) ở các hệ định hướng.
- Các dạng trường trong kỹ thuật.

Từ các phần trên, chương này đi vào tìm phân bố của sóng điện từ ở các hệ định hướng được sử dụng trong thực tiễn hiện nay, bao gồm:

- Ống dẫn sóng chữ nhật và trụ tròn.
- Ống dẫn sóng đồng trục và cáp đồng trục.
- Đường dây song hành, mạch giải và ống dẫn sóng điện môi cũng được đề cập sơ lược.

Sinh viên cần nắm vững các công thức trong mục 4.2, phân biệt được bài toán Dirichle và Neumann.

Bài tập chương 4

1. Tính và biểu diễn lên trục số các bước sóng tới hạn và bước sóng của các dạng sóng trong ống dẫn sóng chữ nhật bên trong chứa không khí có kích thước tiết diện ngang $a = 7,2$ cm; $b = 3,4$ cm, bước sóng hoạt động $\lambda = 3,9$ cm với điều kiện $\lambda_{th} \geq 3,2$ cm.

2. Tính và biểu diễn lên trục số khoảng cách Δz dọc theo ống dẫn sóng chữ nhật bên trong chứa không khí của các trường tại chỗ mà trên khoảng cách này biên độ của trường suy giảm đi 10 lần. Biết rằng kích thước ống dẫn sóng chữ nhật $a = 7,2$ cm; $b = 3,4$ cm, bước sóng hoạt động $\lambda = 7$ cm và chỉ xét với dạng trường có $\lambda_{th} \geq 3,2$ cm.

3. Tính và biểu diễn lên trục số các bước sóng tới hạn và bước sóng trong ống dẫn sóng trụ tròn chứa không khí cho các dạng sóng có $\lambda_{th} \geq 4,8$ cm. Biết rằng bước sóng công tác $\lambda = 6$ cm, bán kính ống dẫn sóng tròn $R = 4$ cm.

4. Tính và biểu diễn lên trục số các khoảng cách Δz dọc theo ống dẫn sóng trụ tròn bên trong chứa không khí mà trên khoảng cách này biên độ các trường tại chỗ giảm đi 10 lần. Biết rằng bước sóng hoạt động $\lambda = 10$ cm, bán kính ống dẫn sóng $R = 4$ cm, và ứng với các trường có $\lambda_{th} \geq 4,8$ cm.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH ĐIỆN TỬ
Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Nội
Tel: (04) 5541 221; Fax: (04) 5541 222
Website: <http://www.o-pit.edu.vn>; E-mail: dlh@o-pit.edu.vn

cuuduongthancong.com

CHƯƠNG TRÌNH
PTIT
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

cuuduongthancong.com

CHƯƠNG 5: HỘP CỘNG HƯỞNG

Ở môn học Lý thuyết mạch, chúng ta đã biết mạch LC cho tần số cộng hưởng riêng là:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ở dải tần số siêu cao, ta không thể dùng mạch LC cho hiện tượng cộng hưởng, do các nguyên nhân sau:

1. Để nhận được tần số cộng hưởng f_0 lớn, ta phải giảm nhỏ các giá trị L và C của cuộn cảm hay tụ điện. Do kích thước chế tạo, ta không thể có các giá trị L và C nhỏ như yêu cầu được.

2. Ở dải sóng siêu cao, kích thước của các cuộn cảm hay tụ điện so sánh được với bước sóng nên tại các tần số này, bản thân mạch dao động cũng đóng vai trò như các phần tử bức xạ năng lượng điện từ làm tăng tiêu hao năng lượng đáng kể trong mạch dao động và mạch không duy trì được dao động ở dải này.

3. Khi tần số tăng, tiêu hao do hiệu ứng bề mặt và tiêu hao trong điện môi của cuộn cảm và tụ điện tăng đáng kể làm giảm phẩm chất của mạch dao động LC, làm cho nó mất tính chọn lọc cộng hưởng.

Vì vậy, ở dải sóng siêu cao, người ta sử dụng các mạch dao động có tham số phân bố, thường gọi là mạch cộng hưởng. Hộp cộng hưởng là một vùng không gian hữu hạn mà ở trong nó sau khoảng thời gian lớn hơn nhiều chu kỳ dao động siêu cao tần có sự tích lũy năng lượng điện từ. Hộp cộng hưởng thường có dạng kín, tức là được bao bọc bởi thành kim loại. Tuy nhiên cũng có hộp cộng hưởng dạng không kín như hộp cộng hưởng điện môi, hộp cộng hưởng hở ở dải mm hay dải quang học bao gồm hai bản phản xạ đặt song song cách nhau một khoảng nhất định. Các hộp cộng hưởng kín lại chia làm hai loại:

1. Các hộp cộng hưởng có cấu trúc tương đối đơn giản được tạo nên từ các đoạn ống dẫn sóng đồng nhất rộng như: hộp cộng hưởng chữ nhật, hộp cộng hưởng trụ tròn, hộp cộng hưởng đồng trục, hộp cộng hưởng xuyên tâm ...

2. Các hộp cộng hưởng có cấu trúc phức tạp hơn như: hộp cộng hưởng hình xuyên, hộp cộng hưởng dạng một khâu của đèn Manhetron, hộp cộng hưởng đồng trục có khe hở ...

Đối với các hộp cộng hưởng từ đoạn ống dẫn sóng rộng, do cấu trúc đơn giản nên ta có thể tìm được trường điện từ các dạng tồn tại bên trong chúng bằng cách tìm nghiệm của các phương trình Maxwell với các điều kiện bờ đã cho rồi từ đó tìm được các đại lượng đặc trưng cơ bản là bước sóng cộng hưởng riêng hay tần số cộng hưởng riêng và độ phẩm chất của hộp cộng hưởng ứng với các dạng dao động khác nhau trong hộp.

Đối với các hộp cộng hưởng phức tạp thì do cấu trúc điều kiện bờ phức tạp, ta chỉ xét cấu trúc của trường điện từ của các dao động hay sóng trong chúng, kết hợp với tìm biểu thức cho bước sóng hay tần số cộng hưởng riêng của dạng dao động được sử dụng và nêu ứng dụng của chúng.

Khác với các mạch cộng hưởng LC chỉ có một tần số cộng hưởng riêng f_0 khi đã cho các giá trị của L và C , trong hộp cộng hưởng với kích thước đã cho có thể tồn tại vô số các dao động riêng có cấu trúc trường khác nhau và tương ứng cho các bước sóng cộng hưởng hay tần số cộng hưởng và độ phẩm chất khác nhau.

Các hộp cộng hưởng được ứng dụng trong kỹ thuật siêu cao làm mạch dao động trong các lĩnh vực như: trong chế độ dao động tự do nó được dùng làm hộp tiếng vọng để kiểm tra các trạm phát xung. Trong chế độ dao động cưỡng bức, hộp cộng hưởng đóng vai trò của hệ cộng hưởng chọn lọc cho các thiết bị thu, phát, đo lường. Trong các dụng cụ điện từ và bán dẫn siêu cao, hộp cộng hưởng tạo ra không gian tương tác và trao đổi năng lượng giữa trường điện từ và các điện tử hoặc lỗ trống để tạo hoặc khuếch đại các dao động siêu cao tần.

5.1. Độ phẩm chất của hộp cộng hưởng

(i) Khái niệm chung

Độ phẩm chất của hộp cộng hưởng là một tham số cơ bản, nó đặc trưng cho khả năng duy trì các dao động tự do trong hộp và dải thông của hộp. Nếu hộp cộng hưởng được sử dụng làm mạch dao động cộng hưởng trong máy thu thì độ phẩm chất của nó đánh giá khả năng chọn lọc tần số của máy thu.

Độ phẩm chất của mạch cộng hưởng đối với một dạng mạch dao động riêng được xác định bởi biểu thức sau:

$$Q = \omega_0 \frac{W}{P_{th}} \quad (5.1.1)$$

Hoặc:

$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{th}} \bigg|_{\omega=\omega_0} \quad (5.1.2)$$

Ở đây, W là năng lượng của trường điện từ tích lũy trong hộp. W_{th} là năng lượng điện từ tiêu hao trong hộp sau một chu kỳ của trường, P_{th} là công suất tiêu hao của trường trong hộp, ω_0 là tần số cộng hưởng của dạng dao động. Vì trong hộp cộng hưởng tồn tại vô số các dao động riêng, mỗi dạng có cấu trúc trường riêng nên có năng lượng tích lũy, năng lượng tiêu hao hay công suất tiêu hao riêng, do đó hộp cộng hưởng cũng có vô số độ phẩm chất. Từ nay về sau, khi xét độ phẩm chất của hộp cộng hưởng, ta hiểu ngầm là chỉ cho một dạng dao động riêng không suy biến tồn tại trong hộp.

(ii) Các loại độ phẩm chất

Tiêu hao năng lượng của trường điện từ trong hộp cộng hưởng do các nguyên nhân sau: tiêu hao trên bề mặt bên trong của hộp do hiệu ứng bề mặt, tiêu hao trong chất điện môi chứa trong hộp, tiêu hao do ghép với tải bên ngoài của hộp. Nên ta có thể viết:

$$P_{th} = P_{thkl} + P_{thdm} + P_{tht} \quad (5.1.2)$$

Và ta viết (5.1.2) dưới dạng sau:

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{P_{th}}{\omega_0 W} = \frac{1}{Q_{kl}} + \frac{1}{Q_{dm}} + \frac{1}{Q_{ng}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ng}} \quad (5.1.3)$$

Ta đưa vào các loại độ phẩm chất sau của hộp:

$$Q_{kl} = \omega_0 \frac{W}{P_{thkl}} \quad (5.1.4)$$

Là độ phẩm chất của hộp khi chỉ tính đến tiêu hao do hiệu ứng bề mặt trong hộp.

$$Q_{dm} = \omega_0 \frac{W}{P_{thdm}} \quad (5.1.5)$$

Là độ phẩm chất của hộp khi chỉ tính đến tiêu hao trong chất điện môi chứa trong hộp.

$$Q_{ng} = \omega_0 \frac{W}{P_{tht}} \quad (5.1.6)$$

Là độ phẩm chất ngoài khi chỉ tính đến tiêu hao do ghép tải ở ngoài hộp. Trong trường hợp chung thì độ phẩm chất của hộp cộng hưởng là độ phẩm chất tải Q_t . Q_0 được gọi là độ phẩm chất không tải hay độ phẩm chất riêng của hộp. Nó chỉ liên quan đến tiêu hao xảy ra trong bản thân hộp mà không tính đến ảnh hưởng của tải. Ta có:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{kl}} + \frac{1}{Q_{dm}} \quad (5.1.7)$$

Để chỉ mức độ liên kết giữa hộp cộng hưởng và tải bên ngoài, người ta còn đưa vào khái niệm hiệu suất của hộp cộng hưởng và ký hiệu bởi chữ η_h được xác định bởi biểu thức sau:

$$\eta_h = \frac{P_{tht}}{P_{th}} \quad (5.1.8)$$

Từ (5.1.3), (5.1.6), và (5.1.8) ta tính được:

$$\eta_h = \frac{Q_t}{Q_{ng}} = \frac{Q_0}{Q_0 + Q_{ng}} = 1 - \frac{Q_t}{Q_0} \quad (5.1.9)$$

Khi $Q_0 = Q_{ng}$ ta có sự ghép giữa hộp cộng hưởng và tải ở chế độ tới hạn. Khi $Q_{ng} < Q_0$ ta có chế độ ghép chặt, ngược lại chế độ ghép lỏng ứng với trường hợp $Q_{ng} > Q_0$.

(iii) xác định độ phẩm chất

Ta có thể tính được biểu thức của Q_{kl} khi biết biểu thức các thành phần trường điện từ của dạng dao động đã cho theo công thức (5.1.4).

Năng lượng tích lũy của trường điện từ W có thể tính qua điện năng cực đại hay từ năng cực đại. Ở đây ta tính qua từ năng cực đại. Do đó ta có thể viết:

$$W = W_M = \frac{1}{2} \int_V \mu |H_m|^2 dV \quad (5.1.10)$$

Còn công suất tiêu hao do hiệu ứng bề mặt trong hộp được tính theo biểu thức:

$$P_{th} = \frac{1}{2} R_s \int_{S_h} |H_\tau|^2 dS \quad (5.1.11)$$

H_m là biên độ của từ trường H trong hộp cộng hưởng. H_τ là thành phần tiếp tuyến của trường tại thành phần bên trong hộp cộng hưởng. Còn:

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_{kl}}{2\sigma_{kl}}} \quad (5.1.12)$$

Là điện trở mặt riêng của kim loại làm thành hộp cộng hưởng.

Từ (5.1.4), (5.1.10) và (5.1.11), ta nhận được độ phẩm chất;

$$Q_{kl} = \frac{\omega_0 \mu \int_V |H_m|^2 dV}{R_s \int_V |H_m|^2 dV} = \frac{2\mu \int_V |H_m|^2 dV}{\delta \mu_{kl} \int_V |H_m|^2 dV} \quad (5.1.13)$$

Với $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \mu_{kl} \sigma_{kl}}}$ Là độ sâu thâm nhập của trường, μ_{kl} , σ_{kl} là độ từ thẩm và độ dẫn

riêng của kim loại thành hộp, μ là độ từ thẩm của điện môi chứa trong hộp, S_h là diện tích thành hộp.

Việc tính chính xác Q_{kl} theo (5.1.13) khó vì trong trường hợp chung, dạng hộp cộng hưởng rất phức tạp và khó tìm được nghiệm của phương trình sóng qua biểu thức giải tích. Tuy nhiên ta có thể đánh giá sơ bộ giá trị của Q_{kl} như sau: khi áp dụng kết quả của định lý trung bình ta có thể viết:

$$\int_V |H_m|^2 dV \approx H_{mtb}^2 \cdot V \quad (5.1.14)$$

$$\int_{S_h} |H_\tau|^2 dS \approx H_{\tau tb}^2 \cdot S_h \quad (5.1.15)$$

Đối với kim loại làm hộp cộng hưởng thường có $\mu_{kl} \approx \mu_0$ và điện môi trong hộp cũng có $\mu \approx \mu_0$. Ở đây, H_{mtb} và $H_{\tau tb}$ là giá trị trung bình của biên độ từ trường và thành phần tiếp tuyến của nó ở trên hộp và trên thành hộp. Lúc ấy, biểu thức (5.1.13) có dạng:

$$Q_{kl} = k \frac{V}{S} \frac{1}{\delta} \quad (5.1.16)$$

$$k = \frac{2H_{mtb}^2}{H_{\tau tb}^2} \quad (5.1.17)$$

Từ biểu thức (5.1.16), ta nhận xét như sau: Q_{kl} phụ thuộc vào tỉ số của thể tích và diện tích mặt hộp V/S , phụ thuộc vào dạng dao động riêng trong hộp và tỉ lệ nghịch với độ thẩm sâu của trường δ . Thông thường ở dải sóng cm thì tỉ số V/S_h cỡ bước sóng, hệ số k cỡ đơn vị, còn độ thẩm sâu cỡ một phần của micromet nên độ phẩm chất Q_{kl} có giá trị vào khoảng 10^3 đến 10^4 , lớn gấp nhiều lần độ phẩm chất của khung dao động tập trung. Muốn cho Q_{kl} của hộp lớn, ta phải chọn dạng hộp và dạng dao động trong nó thích hợp và đặc biệt giảm trở mặt riêng R_s của nó bằng cách chọn kim loại có độ dẫn điện cao làm thành hộp và gia công mặt bên trong hộp cho thật nhẵn.

Hộp cộng hưởng tiếng vọng ở dải sóng cm dùng trong đài rada đạt được Q_0 cỡ hàng trăm nghìn. nếu trong hộp cộng hưởng chứa đầy chất điện môi có độ dẫn σ_{dm} thì công suất tiêu hao trong nó được tính theo công thức:

$$P_{thdm} = \frac{1}{2} \int_V J.E.dV = \frac{1}{2} \sigma_{dm} \int_V |E_m|^2 dV$$

Năng lượng của trường tích lũy trong hộp bằng năng lượng điện trường cực đại trong nó và được tính theo công thức:

$$W = W_E = \frac{1}{2} \varepsilon_{dm} \int_V |E_m|^2 dV$$

E_m là biên độ điện trường trong hộp, ε_{dm} là độ điện thẩm của điện môi chứa bên trong hộp. Theo biểu thức (5.1.5), ta nhận được:

$$Q_{dm} = \frac{\omega_0 \varepsilon_{dm}}{\sigma_{dm}} = \frac{1}{tg \delta_e} \quad (5.1.18)$$

Từ biểu thức (5.1.18) cho ta kết quả là độ phẩm chất Q_{dm} của hộp chỉ do tính chất của bản thân chất điện môi chứa bên trong hộp quyết định, không phụ thuộc vào dạng của hộp.

Từ các biểu thức (5.1.7), (5.1.13) và (5.1.18) ta xác định được độ phẩm chất riêng Q_0 của hộp.

Việc tính biểu thức Q_{ng} liên quan đến bài toán kích thích hay ghép của trường và phụ thuộc vào dạng của hộp và phần tử kích thích hay ghép. Ở đây ta không xét đến bài toán này. Bây giờ ta xác định Q_t . Do khó khăn của việc tính Q_{ng} nên tính Q_t theo biểu thức (5.1.3) là không nên. Phương pháp thuận tiện hơn để xác định Q_t của hộp cộng hưởng là qua đo đặc bằng thực nghiệm dựa trên mối quan hệ giữa Q_t với hằng số thời gian τ của dao động tự do trong hộp và độ rộng dải thông $2\Delta\omega$ (hoặc $2\Delta f$) của hộp trong chế độ cưỡng bức.

Nếu ta kích thích hộp cộng hưởng bằng một xung đơn thì trong hộp có dao động tự do với tần số cộng hưởng ω_0 nhưng do có tiêu hao nên dao động tự do tắt dần. Năng lượng tích lũy của nó giảm theo hàm mũ. Từ đó ta có biểu thức:

$$\frac{dW}{dt} = -P_{th} = -\omega_0 \frac{W}{Q_t}$$

dấu (-) là chỉ sự giảm năng lượng của dao động tự do trong hộp.

Từ phương trình vi phân trên ta tìm được quy luật giảm của năng lượng W :

$$W = W_0 \cdot e^{-\frac{\omega_0}{Q_t} t} \quad (5.1.19)$$

W_0 là năng lượng ban đầu của dao động trong hộp. vì biên độ trường tỉ lệ với căn bậc hai của năng lượng nên ta có thể viết:

$$E_m = E_{m0} \cdot e^{-\frac{\omega_0}{Q_t} t} = E_{m0} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.1.20)$$

$$\tau = \frac{2Q_t}{\omega_0} \quad (5.1.21)$$

Nếu cho $t = \tau$ thì từ (5.1.20) ta được:

$$E_m = E_{m0} \cdot e^{-1} \text{ hay } \frac{E_{m0}}{E_m} = e$$

Tức sau khoảng thời gian bằng hằng số τ thì biên độ trường của dao động tự do trong hộp giảm đi e lần so với giá trị ban đầu E_{m0} . Nếu ta đo được τ thì từ (5.1.21) xác định được Q_t của hộp. Bây giờ ta tìm mối quan hệ giữa Q_t và dải thông của hộp: ứng với mỗi dạng dao động riêng, hộp cộng hưởng trong chế độ dao động cưỡng bức ở vùng tần số xung quanh tần số cộng hưởng, đường cong cộng hưởng của hộp có dạng tương tự như dạng của mạch dao động LC tập trung. Cụ thể ta có thể tìm được dạng đường cong cộng hưởng của hộp như sau:

$$E_m = \frac{E_{m0}}{\sqrt{1 + \left(2Q_t \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2}} \quad (5.1.22)$$

E_{m0} là biên độ của trường ở tần số cộng hưởng. Nếu gọi các tần số ω_1, ω_2 là giới hạn của dải thông của hộp mà tại đây biên độ trường giảm đi 0,707 so với giá trị cực đại E_{m0} thì ta có:

$$\frac{E_m(\omega_1, \omega_2)}{E_{m0}} = \frac{E_{m0}}{\sqrt{1 + \left(2Q_t \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

tức là: $2Q_t \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1$ và suy ra:

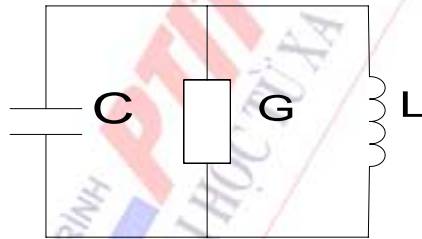
$$Q_t = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{f_0}{2\Delta f} \quad (5.1.23)$$

$2\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1, 2\Delta f = f_2 - f_1$ là dải thông của hộp cộng hưởng.

Từ (5.1.23) ta có thể xác định được độ phẩm chất tải Q_t của hộp nếu đo được dải thông của nó.

(iv) Biểu diễn sơ đồ tương đương của hộp cộng hưởng

Khi nghiên cứu các mạch có sử dụng hộp cộng hưởng như trong mạch dao động của máy phát, máy thu, thiết bị đo, các bộ lọc siêu cao, việc biểu diễn hộp cộng hưởng qua sơ đồ tương đương rất tiện lợi. Khi hộp cộng hưởng làm việc với một dạng dao động riêng không suy biến và khi các tần số cộng hưởng của các dạng dao động riêng lân cận khác cách tần số cộng hưởng của dạng dao động công tác một khoảng không nhỏ hơn một nửa độ rộng dải thông của hộp ứng với dạng dao động công tác thì ta có thể biểu diễn hộp cộng hưởng dưới dạng sơ đồ tương đương như một mạch dao động tập trung mắc song song như hình sau:



Hình 5.1

Dẫn nạp của hộp sẽ là:

$$Y = G + iB = G + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (5.1.24)$$

$$\text{Độ dẫn: } G = G_h + G_t \quad (5.1.25)$$

Trong đó G_h là độ dẫn của bản thân hộp và G_t là độ dẫn phản ánh từ tải qua phần tử ghép vào hộp, còn C và L là điện dung và điện cảm của hộp khi có phản ánh của tải vào hộp. vì ở siêu cao tần, ta có thể đo đặc được độ dẫn G và điện nạp B của hộp nên ta có thể tính được độ phẩm chất Q_t và Q_0 của hộp.

Ta biết điện nạp B của hộp có dạng:

$$B = \omega C \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) = \frac{C}{\omega}(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)$$

ở tần số cộng hưởng ta có thể coi $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$ nên có:

$$B|_{\omega \approx \omega_0} = 2C(\omega - \omega_0) = 2C\Delta\omega$$

Từ đó ta tìm được:

$$C = \frac{1}{2} \frac{dB}{d\omega} \Big|_{\omega \approx \omega_0}$$

Từ biểu thức tính độ phẩm chất mạch có thông số tập trung hay nối tiếp (đã học trong lý thuyết mạch), ta có công thức xác định độ phẩm chất Q_t và Q_0 của hộp cộng hưởng:

$$Q_t = \frac{\omega_0}{2(G_h + G_t)} \left(\frac{dB}{d\omega} \right) \Big|_{\omega \approx \omega_0} \quad (5.1.26)$$

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{2G_h} \left(\frac{dB}{d\omega} \right) \Big|_{\omega \approx \omega_0} \quad (5.1.27)$$

Từ thực nghiệm, người ta đã rút ra các kết luận sau:

- Điện dẫn của bản thân hộp cộng hưởng G_h xung quanh tần số cộng hưởng ω_0 không thay đổi.
- Điện nạp B của hộp phụ thuộc tuyến tính vào tần số và có độ dốc càng lớn khi độ phẩm chất Q_0 của hộp lớn, đạo hàm $dB/d\omega > 0$.
- Điện nạp B của hộp sẽ đổi dấu khi qua tần số cộng hưởng ω_0 .

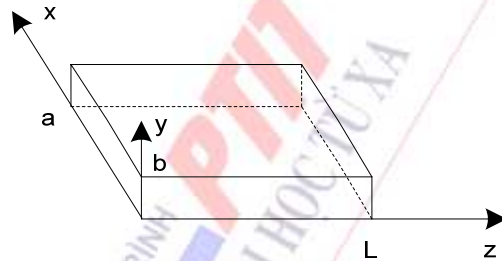
5.2. Các hộp cộng hưởng đơn giản

5.2.1. Hộp cộng hưởng chữ nhật

(i) Bài toán chung

Hộp cộng hưởng chữ nhật được hình thành từ một ống dẫn sóng chữ nhật rỗng, được bịt kín hai đầu bởi hai vách kim loại làm ống dẫn sóng. Để tìm trường điện từ tồn tại trong hộp cộng hưởng, ta chọn hệ tọa độ Descartes có trục z hướng theo chiều dài L của hộp, còn trục x và y nằm trùng với tiết diện ngang. Hộp cộng hưởng có kích thước a, b và L. Như vậy hai mặt đáy của hộp có phương trình là $z = 0$, $z = L$.

Để đơn giản ta xét với trường hợp cộng hưởng chữ nhật lý tưởng, tức là kim loại làm thành hộp có $\gamma_{kl} = \infty$ và trong hộp là điện môi lý tưởng $\gamma_{dm} = 0$.



Hình 5.2

Như vậy việc tìm trường điện từ trong hộp cộng hưởng sẽ là tìm nghiệm của phương trình Maxwell hay phương trình sóng với điều kiện biên là thành phần tiếp tuyến của điện trường trên thành bên trong hộp bằng không.

$$E_{\tau}|_{S_h} = 0 \quad (5.2.1)$$

Để tìm nghiệm của các phương trình sóng cho hộp cộng hưởng từ đoạn ống dẫn sóng nói chung và hộp cộng hưởng chữ nhật nói riêng, ta áp dụng phương pháp phân ly biến số giống như đối với ống dẫn sóng. Tức là ta đặt:

$$\begin{aligned} \vec{E}_m(q_1, q_2, z) &= \vec{E}_{\perp}(q_1, q_2) F(z) \\ \vec{H}_m(q_1, q_2, z) &= \vec{H}_{\perp}(q_1, q_2) F(z) \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

Và:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\perp}(q_1, q_2) &= \vec{E}_q(q_1, q_2) + \vec{i}_z E_z(q_1, q_2) \\ \vec{H}_{\perp}(q_1, q_2) &= \vec{H}_q(q_1, q_2) + \vec{i}_z H_z(q_1, q_2) \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

Ở đây, \vec{E}_q, \vec{H}_q là các vector ngang chỉ phụ thuộc vào các tọa độ ngang q_1, q_2 của điện trường và từ trường, E_z và H_z là các thành phần dọc của điện trường và từ trường. Nếu đặt (5.2.2) và (5.2.3) vào các phương trình sóng, ta được các phương trình xác định hàm $F(z)$, E_z , H_z và \vec{E}_q, \vec{H}_q như sau:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} - \gamma^2 F = 0 \quad (5.2.4)$$

$$\nabla_q^2 E_z + \chi^2 E_z = 0 \quad (5.2.5)$$

$$\nabla_q^2 H_z + \chi^2 H_z = 0$$

$$\nabla_q^2 \vec{E}_q + \chi^2 \vec{E}_q = 0 \quad (5.2.6)$$

$$\nabla_q^2 \vec{H}_q + \chi^2 \vec{H}_q = 0$$

γ là hằng số truyền sóng dọc trục z , χ là số sóng ngang giống như ở trong ống dẫn sóng. Phương trình (5.2.4) cho nghiệm dạng:

$$F(z) = A.e^{-\gamma z} + B.e^{\gamma z} \quad (5.2.7)$$

A, B là các hằng số sẽ được chọn từ điều kiện biên và khi kích thích sóng trong hộp cộng hưởng.

Phương trình (5.2.5) cho các thành phần dọc E_z, H_z sẽ được giải cũng bằng phương pháp phân ly biến số trong các hệ tọa độ cụ thể cho các dạng hộp đã cho. Các thành phần ngang của trường \vec{E}_q, \vec{H}_q được tìm thấy từ các phương trình (5.2.6). Nhưng đơn giản hơn, ta có thể tìm chúng từ các thành phần dọc đã biết thông qua các phương trình Maxwell. Trong hệ tọa độ trụ tổng quát, ta nhận được các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{\chi^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial E_z}{\partial q_1} \right) - i\omega\mu \frac{1}{h_2} \frac{\partial H_z}{\partial q_2} \right\} \\ E_2 &= \frac{1}{\chi^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial E_z}{\partial q_2} \right) + i\omega\mu \frac{1}{h_1} \frac{\partial H_z}{\partial q_1} \right\} \\ H_1 &= \frac{1}{\chi^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial H_z}{\partial q_1} \right) + i\omega\mu \frac{1}{h_2} \frac{\partial E_z}{\partial q_2} \right\} \\ H_2 &= \frac{1}{\chi^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial H_z}{\partial q_2} \right) - i\omega\mu \frac{1}{h_1} \frac{\partial E_z}{\partial q_1} \right\} \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

Với h_1, h_2 là hệ số Lamé của hệ tọa độ. Trong hệ tọa độ Descartes thì $h_1 = h_2 = 1$, q_1 là x , q_2 là y .

Trong hộp cộng hưởng chữ nhật chỉ tồn tại hai loại trường TM và TE nên ta sẽ tìm dạng của hàm $F(z)$ cho các trường này. Ta có thể tách điều kiện biên ra thành hai dạng sau:

$$E_\tau|_{S_{xq}} = 0 \quad (5.2.9)$$

$$E_\tau|_{z=0,L} = 0 \quad (5.2.10)$$

Điều kiện biên (5.2.9) hoàn toàn tương tự như điều kiện biên đối với ống dẫn sóng có cùng tiết diện ngang với hộp cộng hưởng. Từ đây ta rút ra kết luận là việc tìm các hàm phân bố theo các tọa độ ngang của E_z và H_z trong hộp cộng hưởng từ đoạn ống dẫn sóng có dạng tương tự như các hàm phân bố theo các tọa độ ngang của các thành phần dọc của trường trong ống dẫn sóng có cùng dạng tiết diện ngang. Do vậy ta có thể áp dụng các kết quả đã nhận được khi nghiên cứu trong phân ống dẫn sóng.

Điều kiện biên (5.2.10) sẽ cho phép ta xác định được phân bố của trường dọc theo tọa độ trong hộp cộng hưởng, tức là tìm dạng cụ thể của hàm $F(z)$ đối với các dạng trường.

(ii) Phân bố của trường dọc theo trục z

Đối với trường TM(E) thì từ điều kiện biên (5.2.10) và biểu thức (5.2.8) ta suy ra điều kiện:

$$\left. \frac{dF}{dz} \right|_{z=0,L} = 0 \quad (5.2.11)$$

Khi cho $z = 0$, từ (5.2.11) và (5.2.7) ta được:

$$A = B$$

Khi cho $z = L$, ta có $-\gamma A e^{-\gamma L} + \gamma A e^{\gamma L} = 0$

hay: $\sinh \gamma L = 0$

Phương trình này chỉ có nghiệm khi $\gamma = i\beta$ tức là chuyển sang dạng:

$$\sinh \gamma L = \sin i\beta L = 2i \sin \beta L = 0$$

Ta rút ra được:

$$\beta = p\pi/L \quad \text{với } p = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2.12)$$

Hàm phân bố F của trường có dạng:

$$F(z) = A e^{-i\beta z} + A e^{i\beta z} = 2A \cos \beta z \quad (5.2.13)$$

Đối với trường TE(H) thì điều kiện biên (5.2.10) và với biểu thức (5.2.8) sẽ cho:

$$F(0) = F(L) = 0 \quad (5.2.14)$$

Từ điều kiện (5.2.14) và (5.2.7) ta cũng rút ra được biểu thức cho $\gamma = i\beta$ và β có dạng như biểu thức (5.2.12) và cho hàm phân bố F(z) có dạng sau:

$$F(z) = -2iA \sin \beta z \quad (5.2.15)$$

Bây giờ ta có thể tìm các biểu thức cho các thành phần trường trong hộp cộng hưởng chữ nhật.

(iii) Trường TM(E)

Áp dụng kết quả của phân bố trường theo tọa độ ngang trong ống dẫn sóng chữ nhật, hàm F(z) từ (5.2.13) và biểu thức (5.2.8) ta nhận được biểu thức sau cho trường TM trong hộp cộng hưởng chữ nhật:

$$\begin{aligned} E_z &= E_m \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_x &= -\frac{E_m}{\chi^2} \left(\frac{p\pi}{L}\right) \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_y &= -\frac{E_m}{\chi^2} \left(\frac{p\pi}{L}\right) \left(\frac{n\pi}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_x &= \frac{E_m i\omega\epsilon}{\chi^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_y &= -\frac{E_m i\omega\epsilon}{\chi^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \end{aligned} \quad (5.2.16)$$

$E_m = 2A$ là một hằng số tùy ý, nó được xác định từ kết quả của việc kích thích trường.

Còn χ^2 được tính từ biểu thức (4.3.4) và (4.3.7).

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$p = 0, 1, 2, \dots$$

Bước sóng cộng hưởng riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật được tính từ biểu thức sau:

$$\chi^2 = k^2 + \gamma^2$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \gamma = i\beta = i\frac{p\pi}{L}, \chi^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\text{Suy ra: } \lambda = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}} \quad (5.2.17)$$

Từ biểu thức của các thành phần trường TM_{mnp} , ta thấy các thành phần ngang của trường điện và trường từ lệch pha nhau 90° . Do đó vector mật độ công suất trung bình theo phương trục z bằng 0. Ngoài ra, thành phần dọc E_z đồng pha với các thành phần ngang E_x, E_y song điểm cực đại của chúng lại lệch nhau theo trục z đi một khoảng $\lambda/4$. Trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta đã biết hệ số pha β biểu thị qua bước sóng trong ống dẫn sóng λ_t có dạng:

$\beta = 2\pi/\lambda_t$ mà $\beta = p\pi/L$ nên ta suy ra:

$$L = p\lambda_t/2, p = 1, 2, 3, \dots \quad (5.2.18)$$

Biểu thức (5.2.18) gọi là điều kiện cộng hưởng của hộp cộng hưởng chữ nhật. Điều kiện (5.2.18) mô tả hiện tượng là từ một tiết diện z bất kỳ, sóng truyền dọc theo trục z và sóng phản xạ liên tiếp hai lần tại hai đáy $z = 0, z = L$ có pha cách nhau $2p\pi$ tức là chúng đồng pha. Dạng dao động đơn vị nào thỏa mãn điều kiện cộng hưởng sẽ có biên độ rất lớn trong hộp, còn các dạng dao động khác sẽ bị tiêu hao nên tắt rất nhanh.

(iv) Trường TE(H)

Nếu bây giờ ta áp dụng kết quả cho hai hàm phân bố theo các tọa độ ngang của trường TE trong ống dẫn sóng chữ nhật dạng (4.3.14) và dạng hàm $F(z)$ từ (5.2.15) và biểu thức (5.2.8) sẽ nhận được các thành phần trường TE trong hộp cộng hưởng chữ nhật sau:

$$\begin{aligned} H_z &= H_m \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_x &= -\frac{H_m}{\chi^2} \left(\frac{p\pi}{L}\right) \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_y &= -\frac{H_m}{\chi^2} \left(\frac{p\pi}{L}\right) \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_x &= \frac{H_m i\omega\mu}{\chi^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_y &= -\frac{H_m i\omega\mu}{\chi^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

ở đây ta chọn $H_m = -2iA$ với $m = 0, 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots; p = 1, 2, 3, \dots$

χ^2 cũng có dạng như đối với ống dẫn sóng chữ nhật theo (4.3.4) và (4.3.7)

Bước sóng cộng hưởng riêng của dạng trường TE_{mnp} trong hộp này cũng được biểu thị bởi (5.2.17). Điều kiện cộng hưởng cho dạng trường TE trong hộp cộng hưởng chữ nhật cũng tuân theo biểu thức (5.2.18). Từ các biểu thức (5.2.16) và (5.2.19) ta thấy ứng với một cặp ba số nguyên (m, n, p) trong hộp cộng hưởng chữ nhật tồn tại các dạng trường đơn vị dạng $TM_{mnp}(E_{mnp})$ và $TE_{mnp}(H_{mnp})$.

Chúng được gọi là các dạng dao động riêng trong hộp cộng hưởng. Mỗi dạng dao động riêng có bước sóng cộng hưởng riêng theo công thức (5.2.17) khi đã cho kích thước của hộp, dao động riêng có bước sóng cộng hưởng lớn nhất gọi là dạng dao động cơ bản, các dạng dao động khác gọi là dạng dao động bậc cao. Chẳng hạn nếu ta có kích thước của hộp: $L > a > b > 0$ thì:

$$\lambda_0(H_{101}) = \frac{2aL}{\sqrt{a^2 + L^2}} \max$$

Nên dạng dao động H_{101} là cơ bản trong hộp cộng hưởng chữ nhật.

Các dạng dao động riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật có cấu trúc trường khác nhau, nhưng có cùng tần số hay bước sóng cộng hưởng riêng gọi là dạng dao động suy biến. Chẳng hạn các dạng dao động TM_{mnp} và TE_{mnp} khi có cùng chỉ số là các dạng suy biến. Dạng dao động cơ bản trong hộp cộng hưởng không đóng vai trò quan trọng như trường cơ bản trong ống dẫn sóng.

5.2.2. Hộp cộng hưởng trụ tròn

(i) Trường TM(E) và TE(H)

Hộp cộng hưởng trụ tròn được hình thành từ một đoạn ống dẫn sóng tròn được bịt kín hai đầu bởi thành kim loại làm ống dẫn sóng. Để tìm trường điện từ trong hộp cộng hưởng trụ tròn ta dùng hệ tọa độ có trục Oz trùng với trục của hộp, tâm O đặt tại tâm của một trong hai đáy. Như vậy nếu hộp có bán kính R và chiều dài L thì mặt xung quanh và hai đáy có phương trình là: $r = R, z = 0, z = L$. Để đơn giản ta cũng xét với hộp cộng hưởng dạng lý tưởng tức là thành hộp làm bằng kim loại dẫn điện lý tưởng, bên trong chứa không khí hoặc chân không có độ dẫn điện bằng không.

Các biểu thức của trường điện từ trong hộp cộng hưởng trụ tròn được tìm bằng cách tính nghiệm của các phương trình sóng với điều kiện biên (5.2.1). Cũng tương tự như trường hợp với hộp cộng hưởng chữ nhật, khi phân tích điều kiện biên ta có thể tách thành hai trường hợp cho mặt xung quanh và cho hai đáy tương tự như (5.2.9) và (5.2.10):

$$E_r|_{r=R} = 0 \quad (5.2.20)$$

$$E_z|_{z=0,L} = 0 \quad (5.2.21)$$

Điều kiện biên (5.2.20) hoàn toàn tương tự như điều kiện biên trong ống dẫn sóng tròn có cùng tiết diện do đó ta có thể áp dụng các kết quả về các hàm phân bố của trường theo tọa độ ngang r, φ trong ống dẫn sóng tròn cho hàm phân bố của trường cũng theo các tọa độ r, φ trong hộp cộng hưởng trụ tròn mà không cần phải tìm nghiệm của các phương trình sóng nữa.

Điều kiện biên (5.2.21) hoàn toàn tương tự như điều kiện biên (5.2.10) trong hộp cộng hưởng chữ nhật có cùng chiều dài L. Do vậy ta có thể lấy hàm phân bố của trường dọc theo tọa độ z trong hộp cộng hưởng chữ nhật làm hàm phân bố theo tọa độ này trong hộp cộng hưởng trụ tròn mà không cần giải các phương trình cho hàm F. Tương tự hộp cộng hưởng chữ nhật, trong hộp cộng hưởng trụ tròn cũng tồn tại các trường loại TM(E) và TE(H).

Trường TM(E)

Thành phần dọc của điện trường E_z khi áp dụng các kết quả từ hàm phân bố theo tọa độ ngang trong ống dẫn sóng tròn của trường TM(E) và hàm phân bố theo tọa độ z trong hộp cộng hưởng chữ nhật cho trường này:

$$E_z(r, \varphi, z) = E_m J_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \cos\left(p \frac{\pi}{L} z\right) \quad (5.2.22)$$

Các thành phần ngang của trường được tìm từ biểu thức (5.2.8) qua thành phần dọc E_z vừa tìm. Rong hệ tọa độ trụ: q_1 là r, q_2 là φ , $h_1 = 1$, $h_2 = r$. ta có các kết quả cho các thành phần ngang trường TM(E) như sau:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{\chi^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = -\frac{E_m p \pi}{\chi L} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \sin\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \\ E_\varphi &= \frac{1}{\chi^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right) = \frac{E_m m p \pi}{\chi^2 r L} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \sin\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \end{aligned} \quad (5.2.23)$$

$$H_r = \frac{i\omega\epsilon}{\chi^2 r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = -\frac{iE_m \omega \epsilon m}{\chi^2 r} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \cos\left(\frac{p\pi}{L} z\right)$$

$$H_\varphi = -\frac{i\omega\epsilon}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{iE_m \omega \epsilon}{\chi} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \cos\left(\frac{p\pi}{L} z\right)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots; p = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\chi = \frac{\epsilon_{mn}}{R} \text{ như ở biểu thức trong ống dẫn sóng tròn, } E_m \text{ là hằng số.}$$

Trường TE(H)

Thành phần từ trường dọc H_z của trường TE trong hộp cộng hưởng trụ tròn được tìm khi sử dụng các kết quả đã nhận được về hàm phân bố theo các tọa độ ngang r, φ trong ống dẫn sóng tròn và hàm phân bố theo tọa độ z trong hộp cộng hưởng chữ nhật đối với trường TE. Kết quả ta nhận được biểu thức cho H_z :

$$H_z(r, \varphi, z) = H_m J_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \sin\left(p \frac{\pi}{L} z\right) \quad (5.2.24)$$

Từ (5.2.8) và (5.2.24) ta có các biểu thức cho các thành phần ngang của trường trong hộp cộng hưởng trụ tròn:

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{1}{\chi^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \right) = -\frac{H_m p \pi}{\chi L} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \cos\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \\ H_\varphi &= \frac{1}{\chi^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) = \frac{H_m m p \pi}{\chi^2 r L} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \cos\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \\ E_r &= -\frac{i\omega\mu}{\chi^2 r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = -\frac{iH_m \omega \mu m}{\chi^2 r} J_m(\chi r) \sin(m\varphi - \varphi_0) \sin\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \\ E_\varphi &= \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\frac{iH_m \omega \mu}{\chi} J'_m(\chi r) \cos(m\varphi - \varphi_0) \sin\left(\frac{p\pi}{L} z\right) \\ m &= 0, 1, 2, \dots; p = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.2.25)$$

$\chi = \frac{\mu_{mn}}{R}$ có dạng như ở biểu thức trong ống dẫn sóng tròn.

(ii) Điều kiện cộng hưởng

Điều kiện cộng hưởng trong hộp cộng hưởng trụ tròn được tìm tương tự như trong hộp cộng hưởng chữ nhật. Nghĩa là:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{p\pi}{L} \quad \text{từ đó ta rút ra được:} \\ L &= p \frac{\lambda_i}{2}, p = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (5.2.26)$$

Bước sóng cộng hưởng hay tần số cộng hưởng của các dạng dao động riêng trong hộp cộng hưởng trụ tròn được tìm từ biểu thức sau:

$$\chi^2 = \gamma^2 + k^2 = -\left(p \frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2$$

Ở đây χ được tính theo (1.5.9) đối với trường TM(E) và (4.4.9) đối với trường TE(H). Từ đó ta có được bước sóng cộng hưởng của các dạng dao động riêng:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\epsilon_{mn} \mu_{mn}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}} \quad (5.2.27)$$

5.2.3. Hộp cộng hưởng đồng trục và xuyên tâm

Hộp cộng hưởng đồng trục được tạo ra từ một đoạn ống dẫn sóng đồng trục được bịt kín hai đầu bởi thành kim loại làm ống dẫn sóng.

Dạng dao động cơ bản trong hộp cộng hưởng đồng trục khi $L > R_2 - R_1$ là dạng dao động TEM₁. Nó có bước sóng cộng hưởng:

$$\lambda_0(\text{TEM}_1) = 2L \quad (5.2.28)$$

Đối với các dạng dao động TEM_p, $p = 1, 2, 3, \dots$ bước sóng cộng hưởng riêng được tính từ điều kiện cộng hưởng:

$$\lambda_{op} = \frac{2L}{p} \quad (5.2.29)$$

Khi $R_2 - R_1 > L$, bước sóng cộng hưởng của dạng dao động riêng E₀₁₀ trong hộp cộng hưởng đồng trục lại bằng $2(R_2 - R_1)$ và rõ ràng là lớn hơn bước sóng cộng hưởng của dạng TEM₁ nên trong trường hợp này dạng dao động riêng E₀₁₀ là dạng dao động cơ bản.

Trường của dạng dao động này có một số đặc điểm sau:

- Do $m = 0$ nên trường không phụ thuộc góc φ .

- Do $p = 0$ nên điện trường chỉ có thành phần dọc hướng theo trục z .
- Từ trường chỉ có thành phần ngang H_ϕ dạng các vòng tròn đồng tâm.
- Do $n = 1$ nên dọc theo bán kính r chỉ có một chu kỳ biến thiên của điện và từ trường.

Từ các đặc điểm trên của trường dạng E_{010} ta thấy nó có đặc tính ngang theo phương của bán kính hộp cộng hưởng. Hộp cộng hưởng đồng trục trong trường hợp này được gọi là hộp cộng hưởng xuyên tâm.

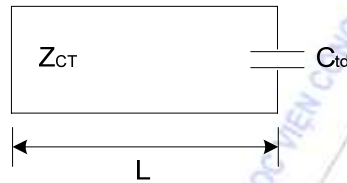
5.3. Các hộp cộng hưởng phức tạp

5.3.1. Hộp cộng hưởng đồng trục có khe

Hộp cộng hưởng đồng trục có khe được hình thành từ một đoạn ống dẫn sóng đồng trục, một đầu ngắn mạch, còn đầu kia giữa lõi trong và vách kim loại ngắn mạch bên ngoài để hở tạo thành một khe. Hộp cộng hưởng đồng trục có khe thuộc loại hộp có hình dáng phức tạp.

Vùng khe hẹp của hộp cộng hưởng hình thành một điện dung, trong vùng này tập trung điện trường, còn trong vùng còn lại trường có dạng TEM_p . Chiều dài của lõi giữa hộp đồng trục là L , bán kính lõi trong là R_1 , lõi ngoài là R_2 , độ rộng của khe là d .

Để tìm tần số hoặc bước sóng cộng hưởng của dạng dao động TEM_p trong hộp cộng hưởng này ta sử dụng sơ đồ tương đương sau:



Hình 5.3

Phần khe của hộp được xem như có điện dung của một tụ điện phẳng:

$$C_{td} = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon \pi R_1^2}{d} \quad (5.2.30)$$

Phần đồng trục ngắn mạch một đầu được coi là một đoạn đường truyền có trở sóng đặc tính Z_{CT} , dài L , ngắn mạch đầu cuối. Đầu hở mạch của đường truyền gắn với điện dung C_{td} .

Điều kiện cộng hưởng được cho bởi biểu thức là tổng điện nạp hay kháng thuần tại điểm mắc điện dung của mạch ở hình 2.12 bằng không.

$$\omega_0 C_{td} - \frac{1}{Z_{CT}} \cot g \frac{\omega_0 L}{C} = 0$$

Hay:

$$\cot g \left(\frac{\omega_0 L}{C} + p\pi \right) = \omega_0 Z_{CT} C_{td} \quad (5.3.31)$$

$$\cot g(x + p\pi) = k'x$$

$$\text{Ở đây: } x = \frac{\omega_0 L}{C}, k' = \frac{Z_{CT} C_{td}}{L} C$$

C là vận tốc ánh sáng trong chân không.

Giải phương trình (5.3.31) ta được các nghiệm $x_{01}, x_{02} \dots$

$$0 < x_{01} < \frac{\pi}{2}, \pi < x_{02} < \frac{3\pi}{2}, \dots, \pi(p-1) < x_{0p} < (2p-1)\frac{\pi}{2}$$

Trở lại giá trị cho: $\lambda_0 = \frac{C}{f_0} = \frac{2\pi C}{\omega_0}$ ta được:

$$(p-1)\frac{\lambda_{0p}}{2} < L_{0p} < (2p-1)\frac{\lambda_{0p}}{4}, p = 1, 2, 3, \dots \quad (5.3.32)$$

Trong thực tế, người ta hay dùng dạng dao động với chỉ số $p = 1$ để rút gọn kích thước của hộp cộng hưởng ở các dải sóng met và decimet. Nên từ (5.3.32) ta có:

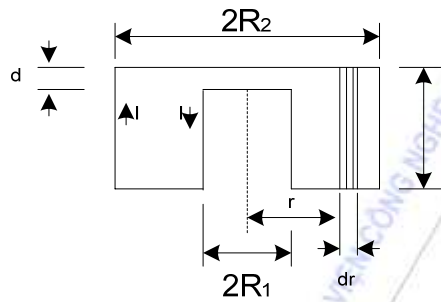
$$0 < L_{01} < \frac{\lambda_{01}}{4} \quad (5.3.33)$$

So sánh biểu thức (5.3.33) và (5.3.30) ta thấy khi đưa một khe vào đã làm cho chiều dài của hộp giảm đi một nửa. Tất nhiên do tồn tại khe hẹp nên dòng mặt tại đây có biên độ lớn gây tổn hao làm cho phẩm chất của hộp giảm đi.

Hộp cộng hưởng đồng trục có khe còn được gọi là hộp cộng hưởng đồng trục mắc tải điện dung. Nó được sử dụng làm mạch cộng hưởng trong tần kế hay mạch dao động trong các bộ dao động dài sóng dm và cuối sóng met. Việc điều chỉnh cộng hưởng của hộp được thực hiện bằng cách thay đổi chiều dài L nhờ một pittông ngăn mạch dịch chuyển.

5.3.2. Hộp cộng hưởng hình xuyên

Hộp cộng hưởng hình xuyên có tiết diện dọc như hình sẽ sau:



Hình 5.4

$$\text{Với các điều kiện: } R_2 \ll \frac{\lambda}{4}, L \ll \frac{\lambda}{4}, d \ll L \quad (5.3.34)$$

Sự biến thiên của điện trường và từ trường của dạng dao động trong hộp theo các tọa độ r, φ và z là không đáng kể. Trong điều kiện như vậy, hộp cộng hưởng hình xuyên có dạng chuẩn dùng, tức có thể tách khá rõ rệt ra vùng điện và vùng từ. Vùng khe hẹp ở giữa xuyên với độ rộng của khe là d, tập trung chủ yếu đường sức điện trường tương đương với điện dung C_{td} . Vùng không gian xuyên hai bên tập trung chính đường sức từ trường tương đương như một điện cảm L_{td} . Hộp cộng hưởng hình xuyên có thể coi như là một mạch dao động tập trung với L_{td} và C_{td} . Do đó tần số cộng hưởng của mạch tính theo công thức:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{td} C_{td}}} \quad (5.3.35)$$

Nếu bỏ qua hiệu ứng mép thì điện dung C_{td} có thể tính là điện dung của tụ điện phẳng:

$$C_{td} = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon \pi R_1^2}{d} \quad (5.3.36)$$

Còn điện cảm của xuyên được tính theo công thức:

$$L_{td} = \frac{\phi}{I}$$

ϕ là từ thông đi qua xuyên, I là dòng điện chảy trên thành bên trong của hộp vùng xuyên. Theo định luật dòng toàn phần thì ta có thể viết:

$$I = 2\pi r H$$

H là cường độ từ trường trong xuyên tại điểm cách tâm hộp với bán kính r.

Từ thông đi qua một yếu tố của tiết diện xuyên có độ rộng là dr, dài L được tính:

$$d\phi = B dS = \mu \frac{IL}{2\pi} \frac{dr}{r}$$

từ thông qua cả tiết diện xuyên được tính:

$$\phi = \int_{R_1}^{R_2} d\phi = \frac{\mu L}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Thay các giá trị của C_{td} và L_{td} vào (5.3.34) ta tính được tần số cộng hưởng của hộp:

$$\omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2d}{\epsilon \mu L \ln \frac{R_2}{R_1}}} \quad (5.3.37)$$

Hay bước sóng cộng hưởng của hộp:

$$\lambda_0 = \pi R_1 \sqrt{\frac{2L}{d} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5.3.38)$$

Như phần tính C_{td} ta đã giả thiết bỏ qua hiệu ứng bờ, tuy nhiên muốn có giá trị chính xác hơn về ω_0 hoặc λ_0 ta phải bổ sung phần điện dung phụ ở bên trong xuyên. Lúc ấy ta phải thay vào trong công thức (5.3.35) giá trị của C_{td} bằng C'_{td} theo công thức sau:

$$C'_{td} = C_{td} \left\{ 1 + \frac{4d}{\pi R_1} \ln \frac{\min(L_1, R_2 - R_1)}{d} \right\} \quad (5.3.39)$$

Khi viết $\min(L, R_2 - R_1)$ có nghĩa là cần lấy giá trị nhỏ nhất trong giá trị của L và hiệu $R_2 - R_1$. Việc điều chỉnh tần số hay bước sóng cộng hưởng của hộp cộng hưởng hình xuyên được thực hiện bằng hai phương pháp điện dung và điện cảm.

Phương pháp điều chỉnh cộng hưởng bằng điện cảm được tiến hành bằng các vít kim loại đưa ngang qua mắt trụ ngoài của hộp với chiều dài của các vít có thể thay đổi. Khi các vít kim loại đi sâu vào trong vùng xuyên của hộp thì làm cho bước sóng cộng hưởng λ_0 nhỏ đi hay tần số cộng hưởng ω_0 tăng.

Phương pháp điều chỉnh cộng hưởng bằng điện dung là làm thay đổi độ rộng d của khe hộp. Người ta có hai cách làm thay đổi độ rộng d là chế tạo thành đáy trên của hộp dưới dạng màng kim loại mỏng có thể làm biến dạng độ rộng d hoặc có thể làm dịch chuyển hình trụ tạo thành lõi trong của xuyên cũng làm cho mặt dưới của khe nâng hạ xuống.

Khi độ rộng d của khe nhỏ đi làm cho điện dung của C_{td} tăng và do đó bước sóng cộng hưởng tăng.

Hộp cộng hưởng hình xuyên được sử dụng làm mạch dao động cộng hưởng cho đèn Klistron trong mạch khuếch đại hay tạo dao động siêu cao tần.

5.4. Điều chỉnh tần số cộng hưởng của hộp cộng hưởng

Từ các mục trước, chúng ta đã biết rằng tần số cộng hưởng có liên quan đến kích thước của hộp cộng hưởng qua biểu thức của điều kiện cộng hưởng. Do vậy, khi thay đổi kích thước của hộp ta nhận được các giá trị khác nhau của tần số cộng hưởng hay bước sóng cộng hưởng. Điều này thường hay thực hiện bởi pittông dịch chuyển được. Tuy nhiên trong một số trường hợp chỉ cần điều chỉnh tần số cộng hưởng của một dạng dao động đã cho trong hộp ở phạm vi nhỏ, mà cấu trúc của hộp đỡ phức tạp và giảm tiêu hao do có dòng mặt ở chỗ tiếp xúc của pittông với thành hộp, người ta không dùng pittông dịch chuyển mà dùng phương pháp nhiễu loạn nhỏ. Việc điều chỉnh tần số cộng hưởng của hộp theo phương pháp này được thực hiện bằng cách đưa vào bên trong hộp một vật thể có kích thước nhỏ hơn nhiều so với kích thước hộp. Vật thể đưa vào trong hộp có thể là điện môi, ferit hay kim loại dẫn điện lý tưởng. Phương pháp điều chỉnh cộng hưởng này cho phép ta khắc phục được các nhược điểm khi chế tạo hộp không chính xác và bù được một số sai sót do bất đồng nhất gây ra làm ảnh hưởng đến điều kiện cộng hưởng và cách thực hiện khá đơn giản. Vì thể tích của vật thể đưa vào rất nhỏ so với thể tích của hộp nên nó không gây ra méo đáng kể đến cấu trúc trường của dạng dao động trong hộp, từ đó ta coi vật thể đưa vào như một nhiễu loạn nhỏ.

Giả sử ta có hộp cộng hưởng dạng tùy ý có thể tích V , bên trong chứa không khí với hằng số ϵ_0 , μ_0 đang làm việc với một dạng dao động nào đó ở tần số ω . Bây giờ ta đưa vào trong hộp một vật thể rất nhỏ có thể tích là V_0 với hằng số ϵ , μ , γ .

Theo kết quả của phương pháp nhiễu loạn nhỏ thì sự thay đổi tần số tương đối trong hộp được xác định bởi biểu thức sau:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta W_H - \Delta W_E}{2W(V)} \quad (5.4.1)$$

$$\text{Ở đây: } W(V) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_V E^2 dV = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V H^2 dV$$

Là năng lượng tích lũy cực đại của điện trường hoặc từ trường trong hộp cộng hưởng không nhiễu loạn (chưa đưa vật thể vào).

(i) Trường hợp vật thể đưa vào là kim loại thì:

$$\begin{aligned} \Delta W_E &= W_E(V_0) \\ \Delta W_H &= W_H(V_0) \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

$W_E(V_0)$, $W_H(V_0)$ là điện năng và từ năng cực đại trong thể tích V_0 đã có trước đây của hộp khi chưa đưa vật thể vào.

(ii) Nếu vật đưa vào là điện môi hay ferit thì:

$$\begin{aligned} \Delta W_E &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} W_E(V_0) \\ \Delta W_H &= \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} W_H(V_0) \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

Để làm rõ ứng dụng của phương pháp điều chỉnh trên, ta xét ví dụ như sau:

Giả sử có hộp cộng hưởng hình trụ tròn làm việc với dạng dao động H_{mnp} . Ta đưa vào trong hộp một đĩa mỏng điện môi có độ dày $d \ll \lambda$ vào vị trí bụng của điện trường trong hộp. Đĩa này không làm méo cấu trúc trường của dạng dao động và trường trong đĩa coi như đồng nhất.

Từ biểu thức trường của dạng dao động trong hộp cộng hưởng trụ tròn, ta tìm được:

$$\begin{aligned} W(V) &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_{S_{\perp}} \int_0^L E_q^2(r, \varphi) \sin^2\left(\frac{p\pi}{L} z\right) dz dS \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 L \int_{S_{\perp}} E_q^2(r, \varphi) dS \end{aligned}$$

$$\text{ở đây: } E_q^2(r, \varphi) = E_r^2(r, \varphi) + E_{\varphi}^2(r, \varphi)$$

Và:

$$\begin{aligned} \Delta W_E &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_{S_{\perp}} \int_0^d E_q^2(r, \varphi) dz dS \\ &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} d \int_{S_{\perp}} E_q^2(r, \varphi) dS \end{aligned}$$

S_{\perp} là tiết diện ngang của hộp.

Áp dụng công thức (5.4.1), ta nhận được:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{d}{L} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \quad (5.4.4)$$

Nghĩa là khi đưa điện môi vào trong hộp, tần số cộng hưởng giảm đi.

5.5. Kích thích và ghép năng lượng trong ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng

Ta đã xét các dạng trường điện từ tồn tại trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng cùng các tính chất quan trọng của chúng. Tuy nhiên lại xuất hiện một vấn đề là các dạng trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng được tạo ra như thế nào và cần dẫn năng lượng từ chúng ra mạch ngoài ra sao.

Các phần tử dùng để tạo ra dạng trường mong muốn trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng được gọi là phần tử kích thích. Ngược lại các phần tử dùng để ghép năng lượng của dạng trường đã cho ra mạch ngoài gọi là phần tử liên kết hay phần tử ghép.

Theo nguyên lý tương hỗ trong lý thuyết trường điện từ, chúng ta nhận thấy nguyên tắc làm hoạt động của các phần tử kích thích và các phần tử ghép là tương tự nhau. Tức là cùng một phần tử có thể làm chức năng của phần tử kích thích và ngược lại cũng có thể làm chức năng của phần tử ghép tùy theo từng ứng dụng. Vì vậy, ở đây ta chỉ xét trường hợp phần tử kích thích.

Bài toán kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng là bài toán tìm trường điện từ trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng của nguồn đã cho với phân bố dòng đã biết trong phần tử kích thích. Để tìm nghiệm của nó, người ta tiến hành như sau: biểu diễn trường cần tìm trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng dưới dạng tổ hợp của các dạng trường đơn vị trong ống dẫn sóng và tổ hợp các dao động riêng trong hộp cộng hưởng với các hệ số khai triển cần tìm. Yêu cầu đặt ra là trường phải tìm tại vị trí đặt phần tử kích thích trùng với trường của nó có phân bố dòng đã cho. Khi đồng nhất các hệ số triển khai của chúng, ta tìm được kết quả của bài toán. Việc tính toán định lượng bài toán này sẽ dẫn đến việc xây dựng các sơ đồ tương đương thay thế của các phần tử kích thích.

Sau đây ta chỉ trình bày nguyên tắc hoạt động theo quan điểm định tính của các phần tử kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng.

Theo lý thuyết trường điện từ, các phần tử kích thích trường chính là các bức xạ nguyên tố. Chúng có dạng là các lưỡng cực điện, lưỡng cực từ hoặc tổ hợp của cả hai dạng trên. Do vậy, các phần tử kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng cũng gồm ba loại: loại điện, loại từ và loại nhiễu xạ. Nguyên tắc tạo trường của chúng tuân theo nguyên tắc của các bức xạ nguyên tố.

(i) Phần tử kích thích dạng điện

Phần tử kích thích dạng điện được thực hiện bằng các que dò hay thăm kim loại mảnh đưa vào bên trong ống dẫn sóng hoặc hộp cộng hưởng. Muốn tạo ra dạng trường đơn vị hoặc dạng dao động riêng mong đợi, ta phải đặt que dò hay que thăm ở vị trí mà điện trường của trường đơn vị hay dạng dao động riêng là cực đại và phương của que thăm phải song song với đường sức của điện trường. Phần tử kích thích loại điện này thường là phần kéo dài của lõi giữa ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục đưa vào bên trong ống dẫn sóng có chiều dài xác định, còn lõi ngoài của ống đồng trục nối với thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng.

(ii) Phần tử kích thích dạng từ

Phần tử kích thích dạng từ được thực hiện dưới dạng vòng dây dẫn mảnh có diện tích nhỏ (lưỡng cực từ) được đưa vào trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng. Muốn tạo ra dạng trường đơn vị hoặc dạng dao động riêng mong muốn, ta đặt vòng dây kích thích dẫn năng lượng siêu cao tần từ nguồn ngoài vào trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng tại vị trí từ trường của dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng là cực đại và mặt phẳng vòng dây vuông góc với đường sức từ trường của chúng.

(iii) Phần tử kích thích dạng nhiễu xạ

Phần tử kích thích dạng nhiễu xạ được thực hiện bằng cách xẻ các khe hẹp hay lỗ nhỏ trên thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng. Vì trên thành hay bên trong của ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng ứng với một dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng đã cho có phân bố dòng điện mặt xác định. Việc xẻ các khe hay lỗ trên thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng sẽ làm biến dạng phân bố của dòng điện mặt và thành phần tiếp tuyến của từ trường tại đây và khe hoặc lỗ trở thành nguồn bức xạ thứ cấp tương đương như một lưỡng cực từ hoặc tổ hợp của cả lưỡng cực điện và từ tùy theo vị trí và hình dạng của lỗ hay khe. Kích thích dạng nhiễu xạ rất thích hợp khi ghép nối giữa các ống dẫn sóng với nhau hoặc giữa ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng. Để tạo ra dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng mong muốn trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng

hưởng, ta cần xê khe hẹp hay lỗ nhỏ ở chỗ trên thành có dòng điện mặt của trường đã cho cực đại và cắt ngang dòng mặt này hoặc ở chỗ có thành phần tiếp tuyến của từ trường cực đại và khe hay lỗ song song với tiếp tuyến từ trường.

Tóm tắt chương 5

Chương này tập trung vào một loại mạch dao động có tham số phân bố sử dụng trong kỹ thuật siêu cao tần đó là hộp cộng hưởng. Hộp cộng hưởng trong mạch siêu cao tần có chức năng tương đương như mạch dao động cộng hưởng LC trong các mạch điện tần số thấp.

Trong chương 4, chúng ta đã tìm hiểu các đường truyền sóng siêu cao. Trong chương này, chúng ta cũng có nhiều loại hộp cộng hưởng khác nhau, mỗi loại làm việc với một số loại sóng điện từ khác nhau (TEM, TE(H), TM(E)).

Đối với mỗi loại hộp cộng hưởng chúng ta cần tìm hiểu các yếu tố sau:

- Cấu tạo.
- Loại sóng tồn tại.
- Tần số cộng hưởng.
- Điều kiện cộng hưởng.
- Độ phẩm chất của mạch.

Trong hai mục cuối của chương này, chúng ta tìm hiểu cách ghép nối tín hiệu giữa đường truyền với hộp cộng hưởng. Đây chính là cách để đưa tín hiệu vào và lấy tín hiệu ra từ hộp cộng hưởng. Đồng thời chúng ta cũng tìm hiểu cách hiệu chỉnh tần số cộng hưởng của hộp cộng hưởng.

Bài tập chương 5

1. Tính và lập bảng các bước sóng cộng hưởng riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật rỗng có kích thước $a = 7,2$ cm; $b = 3,4$ cm; $L = 10$ cm với các dạng dao động hoạt động có trong dải sóng có $\lambda \geq 5,3$ cm.
2. Xác định số các dạng dao động riêng và các tần số cộng hưởng tương ứng với chúng trong hộp cộng hưởng trụ tròn rỗng (chứa đầy không khí) có kích thước: bán kính $R = 7,5$ cm; chiều dài $L = 10$ cm khi tần số hoạt động f thay đổi từ 1500 MHz đến 3000 MHz.
3. Xác định số các dạng dao động riêng và chiều dài cộng hưởng tương ứng với chúng trong hộp cộng hưởng trụ tròn rỗng có kích thước: bán kính $R = 7,5$ cm; chiều dài L thay đổi từ 7,5 cm đến 15 cm, bước sóng công tác $\lambda = 10$ cm.
4. Xác định độ phẩm chất riêng của hộp cộng hưởng chữ nhật rỗng cho dạng dao động riêng H_{101} và bước sóng cộng hưởng của nó. Hộp cộng hưởng làm bằng đồng có độ dẫn điện riêng $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$ 1/ Ω m với kích thước: $L = a = 23$ cm; $b = 10$ cm.

CHƯƠNG 6: MẠNG NHIỀU CỰC SIÊU CAO TẦN

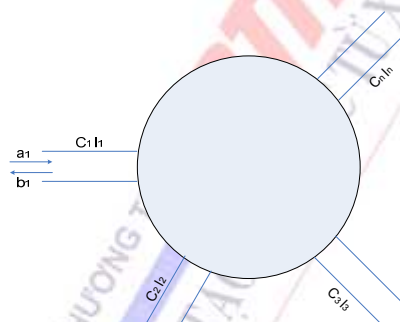
Ngoài đường truyền và hộp cộng hưởng, trong kỹ thuật siêu cao tần còn sử dụng các phần tử thụ động tuyến tính và không tuyến tính khác nhau. Những phần tử này có cấu trúc rất đa dạng và có những tính chất đặc thù để đảm nhiệm các chức năng cần thiết. Khi nghiên cứu và ứng dụng các phần tử này, nếu dựa trên sự tính toán cấu trúc trường điện từ và tính các tham số đặc trưng bên trong của thiết bị thường gặp nhiều khó khăn do cấu trúc và điều kiện biên của chúng phức tạp. Hơn nữa với các phần tử này, người ta quan tâm chủ yếu đến công suất truyền, hệ số phản xạ và sự phối hợp trở kháng trên đường truyền. Các đặc tính điện bên ngoài của các phần tử (tức là các tham số phản ánh tính chất điện của các phần tử tại các mặt cuối của chúng) đủ cho phép ta giải quyết các nhu cầu trên. Khi nghiên cứu các tham số điện bên ngoài, ta sử dụng công cụ toán là đại số tuyến tính và các phép tính ma trận. Các phần tử siêu cao tần được xem là các “mạng nhiều cực siêu cao”

6.1. Mạng nhiều cực siêu cao tần

6.1.1. Khái niệm

Một cách tổng quát, ta hiểu mạng nhiều cực siêu cao tần là một vùng không gian được giới hạn bởi các mặt dẫn kim loại dẫn điện tốt (còn gọi là bọc kim loại) chỉ thông ra ngoài qua những nhánh là các đoạn đường truyền dẫn năng lượng siêu cao.

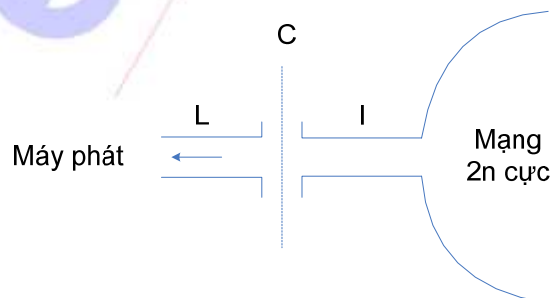
Nếu mạng có n nhánh (l_1, l_2, \dots, l_n) thì gọi đó là mạng $2n$ cực siêu cao. Các nhánh có thể có tiết diện khác nhau hoặc cấu trúc khác nhau. Tiết diện cuối cùng của các nhánh (C_1, C_2, \dots, C_n) được gọi là các mặt cuối của mạng $2n$ cực. Khi nghiên cứu các mạng $2n$ cực siêu cao, ta giả thiết rằng trong mỗi nhánh của nó chỉ tồn tại một dạng trường, đồng thời các mặt cuối C phải chọn cách đủ xa chỗ nối vào bọc kim loại để tại các mặt cuối không tồn tại các trường bậc cao. Ta quy ước rằng sóng đi từ ngoài qua mặt cuối C vào mạng nhiều cực được gọi là sóng tới a , còn sóng đi từ trong mạng nhiều cực ra ngoài qua C được gọi là sóng phản xạ b .



Hình 6.1

6.1.2. Công suất phức

Có một đoạn đường truyền L nối giữa máy phát và một nhánh I của mạng nhiều cực như hình 6.2.



Hình 6.2

Như vậy tại mặt cuối C sẽ có sóng tới từ máy phát truyền vào mạng nhiều cực và cũng có sóng phản xạ từ mạng nhiều cực qua C.

Trên đoạn đường truyền L có sóng đứng. Nếu ta gọi \vec{E} và \vec{H} là cường độ trường của sóng đứng tại C thì theo lý thuyết trường, công suất của sóng qua C phải là:

$$P = \frac{1}{2} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] d\vec{S} \quad (6.1.1)$$

Ở đây, S là tiết diện của đường truyền tại C. Công thức (6.1.1) cho ta công suất phức của sóng qua mặt C. Công suất trung bình của nó là phần thực của biểu thức (6.1.1).

Ta có thể chuyển công thức (6.1.1) về dạng sau:

$$P = \frac{1}{2} \int_S [\vec{E}_q \times \vec{H}_q^*] d\vec{S} \quad (6.1.2)$$

Ở đây, \vec{E}_q và \vec{H}_q là các thành phần ngang của điện và từ trường của sóng.

Từ đây về sau ta sẽ đề cập chủ yếu đến các thành phần ngang của trường.

Với một sóng chạy bất kỳ theo hướng truyền sóng gọi là sóng tới, thành phần ngang của điện từ trường được biểu diễn như sau:

$$\vec{E}_q^t = \vec{q}_{10} E_q^t(q_1, q_2) \cdot e^{-i\gamma z} \quad (6.1.3)$$

$$\vec{H}_q^t = \vec{q}_{20} H_q^t(q_1, q_2) \cdot e^{-i\gamma z}$$

$\vec{q}_{10}, \vec{q}_{20}$ Là các vector đơn vị hướng theo 2 trục tọa độ ngang q_1, q_2 , $E^t(q_1, q_2)$ và $H^t(q_1, q_2)$ là biên độ phức, γ là hằng số truyền còn z là tọa độ dọc theo phương truyền sóng.

Từ (6.1.2) và (6.1.3) ta nhận được:

$$P = \frac{1}{2} \int_S E_q^t H_q^{t*} d\vec{S} \quad (6.1.4)$$

6.1.3. Sóng chuẩn hóa

Để tiện lợi cho việc nghiên cứu sự truyền sóng trong tuyến siêu cao, người ta đưa vào khái niệm “sóng chuẩn hóa”. Sóng chuẩn hóa là sóng chạy trên đường truyền của một dạng sóng nhất định ở tần số công tác có công suất truyền trung bình qua tiết diện S của đường truyền bằng $\frac{1}{2}$ (công suất cực đại bằng 1).

Nếu ta gọi e_{ch} là biên độ phức điện trường của sóng chuẩn hóa và h_{ch} là biên độ phức từ trường của nó thì điều kiện chuẩn hóa trên có dạng:

$$\int_S e_{ch} h_{ch}^* dS = 1 \quad (6.1.5)$$

e_{ch}, h_{ch} là các hàm của tọa độ ngang tại tiết diện S của đường truyền. bây giờ một sóng chạy tới theo chiều z dương trên đường truyền tại tiết diện S bất kỳ có biên độ điện và từ trường ngang được biểu diễn qua biên độ sóng chuẩn hóa như sau:

$$\left. \begin{aligned} E_q^t &= e_{ch} a \\ H_q^t &= h_{ch} a \end{aligned} \right\} \quad (6.1.6)$$

a là biên độ sóng tới (hoặc gọi tắt là sóng tới). Nó là một đại lượng phức không phụ thuộc vào các tọa độ ngang của tiết diện S trên đường truyền, nó tỉ lệ với biên độ điện trường ngang của sóng tới.

Đối với sóng chạy phản xạ (theo chiều z âm), ta cũng có biểu thức tương tự sau:

$$\left. \begin{aligned} E_q^{px} &= e_{ch} a \\ H_q^{px} &= -h_{ch} a \end{aligned} \right\} \quad (6.1.7)$$

b là biên độ sóng phản xạ, nó cũng là một đại lượng phức và tỉ lệ với biên độ điện trường ngang của sóng phản xạ.

Từ (6.1.4), (6.1.5), (6.1.6) và (6.1.7) ta biểu diễn được công suất của sóng tới và sóng phản xạ như sau:

$$P_t = \frac{1}{2} \int_S E_q^t H_q^{t*} dS = \frac{1}{2} \int_S aa^* e_{ch} h_{ch}^* dS = \frac{1}{2} |a|^2 \quad (6.1.8)$$

$$P_{px} = \frac{1}{2} \int_S E_q^{px} H_q^{px*} dS = \frac{1}{2} \int_S bb^* e_{ch} h_{ch}^* dS = \frac{1}{2} |b|^2 \quad (6.1.9)$$

Ta đưa vào khái niệm điện áp chuẩn hóa và dòng chuẩn hóa tại một tiết diện S bất kỳ trên đường truyền sẽ giúp ích cho việc tính và phân tích các mạch điện siêu cao tần về sau. Chúng được định nghĩa như sau;

$$\begin{aligned} \bar{v} &= a + b \\ \bar{i} &= a - b \end{aligned} \quad (6.1.10)$$

\bar{v} là điện áp chuẩn hóa, \bar{i} là dòng điện chuẩn hóa.

Tương tự như ở mạch điện với tham số tập trung, ta gọi tỉ số điện áp chuẩn hóa và dòng điện chuẩn hóa là trở kháng chuẩn hóa, ký hiệu là \bar{z}_{ch} , ta có:

$$\bar{z}_{ch} = \frac{\bar{v}}{\bar{i}} \quad (6.1.11)$$

Từ (3.1.10) ta có thể viết:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(\bar{v} + \bar{i}) \\ b &= \frac{1}{2}(\bar{v} - \bar{i}) \end{aligned} \quad (6.1.12)$$

Hệ số phản xạ tại tiết diện S tùy ý trên đường truyền là tỉ số giữa biên độ điện trường ngang của sóng phản xạ trên biên độ điện trường ngang của sóng tới. Ký hiệu là R. ta có biểu thức:

$$R = \frac{E_q^{px}}{E_q^t} = \frac{b}{a} \quad (6.1.13)$$

Từ (6.1.10), (6.1.11) và (6.1.13) ta suy ra mối quan hệ giữa trở kháng chuẩn hóa và hệ số phản xạ sau:

$$Z_{ch} = \frac{a + b}{a - b} = \frac{1 + R}{1 - R} \quad (6.1.14)$$

Và ngược lại:

$$R = \frac{\bar{Z}_{ch} - 1}{\bar{Z}_{ch} + 1} \quad (6.1.15)$$

Trên đường truyền, khi có cả sóng tới và sóng chạy phản xạ đồng thời thì sóng tổng hợp sẽ là sóng đứng. Điện trường ngang của sóng đứng có biên độ là:

$$E_q = E_q^t + E_q^{px} = E_q^t(1 + R)$$

Giá trị lớn nhất của E được gọi là điểm bụng của sóng đứng:

$$E_{qb} = E_{q \max} = E_q^t(1 + |R|)$$

Còn giá trị nhỏ nhất của E được gọi là điểm nút của sóng đứng:

$$E_{qn} = E_{q \min} = E_q^t(1 - |R|)$$

Tỉ số giữa điện trường cực đại và điện trường cực tiểu được gọi là hệ số sóng đứng điện áp, ký hiệu là K_d và có biểu thức:

$$K_d = \frac{E_{q \max}}{E_{q \min}} = \frac{1 + |R|}{1 - |R|} \quad (6.1.16)$$

Nghịch đảo của hệ số sóng đứng được gọi là hệ số sóng chạy:

$$K_d = \frac{1}{K_d} = \frac{1 - |R|}{1 + |R|} \quad (6.1.17)$$

Vì module của hệ số phản xạ R biến thiên từ 0 đến 1 nên K_d có giá trị từ vô cực đến 1 còn K_{ch} có giá trị từ 0 đến 1.

Với các khái niệm và định nghĩa trên đây, ta nghiên cứu mạng nhiều cực siêu cao với phương pháp ma trận sóng đứng.

6.2. Ma trận sóng của mạng nhiều cực siêu cao

6.2.1. Ma trận tán xạ

Giả sử ta có một mạng $2n$ cực, nhánh p của nó được nối với máy phát siêu cao có sóng tới qua mặt cuối C_p là a_p , các nhánh còn lại của mạng $2n$ cực được lắp tải không phản xạ (gọi là tải phối hợp). Trong một nhánh q bất kỳ khác sẽ có sóng đi ra khỏi mạng $2n$ cực qua mặt cuối C_q vào tải là b_q . Đồng thời tại mặt C_p cũng có một sóng phản xạ lại máy phát là b_p . Ta có mối quan hệ giữa các sóng b_p , b_q , và a_p như sau:

$$b_p = S_{pp}a_p$$

$$b_q = S_{qp}a_p$$

với p khác q , $q, p = 1, 2, \dots, n$

Ở đây, S_{pp} , S_{qp} là các hệ số tỉ lệ, mô tả tính chất của mạng $2n$ cực không phụ thuộc vào a_p , b_p , và b_q , chúng là các đại lượng phức. Rõ ràng trong trường hợp tổng quát nhất khi các nhánh của $2n$ cực có sóng tới thì bất kỳ một sóng phản xạ nào tại mỗi nhánh phải phụ thuộc vào sóng tới ở tất cả các nhánh của nó. Vì mạng $2n$ cực là tuyến tính nên ta có biểu thức sau:

$$b_p = \sum_{q=1}^n S_{pq}a_q \quad (6.2.1)$$

Biểu thức (6.2.1) viết cho tất cả n nhánh là:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \dots + S_{1n}a_n$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \dots + S_{2n}a_n$$

$$\dots$$

$$b_n = S_{n1}a_1 + S_{n2}a_2 + \dots + S_{nn}a_n$$

Ta đưa vào các ma trận sau:

$$[b] = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, [a] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.2.3)$$

Thì (6.2.2) được viết dưới dạng gọn hơn là:

$$[b] = [S].[a] \quad (6.2.4)$$

$[a]$ được gọi là ma trận sóng tới, $[b]$ được gọi là ma trận sóng phản xạ, $[S]$ là ma trận tán xạ của mạng $2n$ cực, nó là ma trận vuông cấp n . Các hệ thức (6.2.2) và (6.2.4) mô tả quan hệ giữa các sóng phản xạ và sóng tới tại các mặt cuối của các nhánh mạng $2n$ cực qua các yếu tố ma trận tán xạ của mạng $2n$ cực đó. Ma trận tán xạ của một mạng $2n$ cực đã cho là hoàn toàn xác định, nó không phụ thuộc vào các sóng tới cũng như các tải mắc tại các nhánh.

Từ (6.2.2) ta thấy:

$$S_{pq} = \left. \frac{b_p}{a_q} \right|_{a_l=0} \quad l \neq p, q; p \neq q$$

$$S_{pp} = \left. \frac{b_p}{a_p} \right|_{a_l=0} \quad l \neq p; l = 1, 2, \dots, n \quad (6.2.5)$$

Như vậy ta suy ra rằng: các yếu tố ngoài đường chéo chính S_{pq} của ma trận $[S]$ mang ý nghĩa của hệ số truyền của sóng từ nhánh q sang nhánh p . Yếu tố nằm trên đường chéo chính của $[S]$ chính là hệ số phản xạ riêng tại mặt cuối C_p của nhánh p của mạng $2n$ cực.

Ta cũng nhận thấy rằng ma trận tán xạ $[S]$ của mạng $2n$ cực được xác định với các mặt cuối đã cho. Khi thay đổi vị trí của các mặt cuối C_p ở các nhánh thì các yếu tố liên quan đến nó sẽ biến đổi, nhưng chỉ có pha là thay đổi còn module của chúng thì vẫn giữ nguyên (nếu trong các nhánh và trong $2n$ cực không tiêu hao năng lượng)

Ta hãy xem các yếu tố này thay đổi ra sao. Nếu mặt cuối C_p của nhánh p dịch chuyển về phía mạng $2n$ cực một đoạn là d_p đến vị trí mới là C_p' sóng tới tại mặt cuối C_p' sẽ có pha giảm đi góc $\theta_p = \frac{2\pi}{\lambda} d_p$ so với sóng tới ở vị trí C_p . Ta có:

$$a_p' = a_p e^{-i\theta_p} \quad (6.2.6)$$

$i^2 = -1$; i là đơn vị số ảo

Còn sóng phản xạ tại C_p' so với sóng ở C_p sẽ có pha tăng lên một góc θ_p , tức là:

$$b_p' = b_p e^{i\theta_p} \quad (6.2.7)$$

Nếu ở nhánh q ta cũng dịch chuyển mặt cuối C_q đi một khoảng d_q về phía mạng $2n$ cực đến vị trí mới C_q' một góc pha là $\theta_q = 2\pi d_q / \lambda$ thì cũng nhận được:

$$a_q' = a_q e^{-i\theta_q}$$

$$b_q' = b_q e^{i\theta_q}$$

Như vậy các yếu tố mới của ma trận tán xạ $[S']$ so với yếu tố của ma trận $[S]$ là:

$$\begin{aligned} S_{pp}' &= \frac{b_p'}{a_p'} = \frac{b_p}{a_p} e^{i2\theta_p} = S_{pp} e^{i2\theta_p} \\ S_{qq}' &= \frac{b_q'}{a_q'} = \frac{b_q}{a_q} e^{i2\theta_q} = S_{qq} e^{i2\theta_q} \\ S_{pq}' &= \frac{b_p'}{a_q'} = \frac{b_p}{a_q} e^{i(\theta_q + \theta_p)} = S_{pq} e^{i(\theta_p + \theta_q)} \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

Một cách tổng quát, nếu ở nhánh 1 dịch chuyển mặt cuối C_1 đi một góc pha θ_1 , ở nhánh C_2 dịch chuyển đi góc pha θ_2 ..., C_n đi góc θ_n . Thì theo (6.2.6) và (6.2.7) ta có mối quan hệ:

$$\begin{aligned} [b]' &= [G]^* [b] \\ [a]' &= [G]^* [a] \end{aligned} \quad (6.2.9)$$

ở đây ma trận chuyển đổi $[G]$ có dạng:

$$[G] = \begin{bmatrix} e^{-i\theta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & e^{-i\theta_n} \end{bmatrix} \quad (6.2.10)$$

Còn $[G]^*$ là ma trận lấy liên hiệp phức tất cả các phần tử của ma trận $[G]$. từ đó rút ra được ma trận tán xạ mới của mạng $2n$ cực so với ma trận khi chưa thay đổi các mặt cuối:

$$[S]' = [G]^* [S] [G]^* \quad (6.2.11)$$

$$\text{Hay: } [S] = [G] [S]' [G] \quad (6.2.12)$$

Ma trận tán xạ $[S]$ của mạng $2n$ cực siêu cao có các tính chất quan trọng sau:

(i) Nếu môi trường trong mạng $2n$ cực là đẳng hướng thì ma trận tán xạ $[S]$ của nó đối xứng, tức là:

$$S_{pq} = S_{qp}^T \quad (6.2.13)$$

Hay: $[S] = [S]^T$

$[S]^T$ là ma trận chuyển vị của ma trận $[S]$ qua đường chéo chính. Mạng $2n$ cực như thế gọi là phần tử thuận nghịch.

(ii) Nếu mạng $2n$ cực không tiêu hao năng lượng thì ma trận tán xạ $[S]$ của nó sẽ đơn nguyên, nghĩa là:

$$[S]^H [S] = [I] \quad (6.2.14)$$

$[I]$ là ma trận đơn vị cùng cấp với $[S]$, các yếu tố đường chéo chính là đơn vị còn các yếu tố khác là 0.

$[S]^H = ([S]^*)^T$ là ma trận liên hợp Hecmitic của ma trận $[S]$.

Từ tính chất trên của ma trận, ta dễ dàng kiểm tra mạng $2n$ cực trên phương diện năng lượng. Vì nếu mạng $2n$ cực là không tiêu hao năng lượng thì tổng công suất của sóng tới tất cả các nhánh phải bằng tổng công suất sóng phản xạ ở tất cả các nhánh. Tính chất trên được biểu thị bởi hệ thức sau:

$$\sum_{q=1}^n |S_{pq}|^2 = 1; p = 1, 2, \dots, n \quad (6.2.15)$$

Về pha, ta cũng có hệ thức sau:

$$\sum_{l=1}^n S_{pl} S_{ql}^* = 0 \quad p = 1, 2, \dots, n \quad (6.2.16)$$

$q = 1, 2, \dots, n$
 $p \text{ khác } q$

6.2.2. Ma trận truyền

Ngoài ma trận truyền $[S]$, khi phân tích và tổng hợp các mạng nhiều cực, người ta còn dùng một số ma trận khác thuận tiện cho việc nghiên cứu. Đó là các ma trận truyền $[T]$, ma trận trở kháng $[\bar{Z}]$ và ma trận dẫn nạp $[\bar{Y}]$

Ma trận truyền $[T]$ của mạng $2n$ cực mô tả mối quan hệ giữa biên độ phức của sóng tới và sóng phản xạ ở nhóm nhánh vào với nhóm nhánh ra. Với mạng 4 cực, nếu ta gọi nhánh 1 là nhánh vào, nhánh 2 là nhánh ra thì ma trận truyền $[T]_4$ sẽ cho ta các hệ thức sau:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (6.2.17)$$

$[T]_4 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$ là ma trận truyền của mạng 4 cực

Với mạng $2n$ cực, nếu $n = 2m$, ta gọi các nhánh từ 1 đến m là nhóm nhánh vào I, các nhánh còn lại từ $m + 1$ đến n là nhóm nhánh ra II và đưa vào các ma trận dạng sau:

$$\begin{aligned} a_I &= \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \\ a_{II} &= \begin{pmatrix} a_{m+1} \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} b_{m+1} \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{aa} & T_{ab} \\ T_{ba} & T_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & \dots & T_{1m} & \dots & T_{1(m+1)} & \dots & T_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{m1} & \dots & T_{mm} & \dots & T_{m(m+1)} & \dots & T_{mn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{(m+1)1} & \dots & T_{(m+1)m} & \dots & T_{(m+1)(m+1)} & \dots & T_{(m+1)n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{n1} & \dots & T_{nm} & \dots & T_{n(m+1)} & \dots & T_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.2.18)$$

Thì hệ thức mô tả giữa các sóng tới và phản xạ giữa nhóm nhánh ra và nhóm nhánh vào qua ma trận truyền của mạng $2n$ cực có dạng sau:

$$\begin{pmatrix} a_I \\ b_I \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{aa} & T_{ab} \\ T_{ba} & T_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_{II} \\ a_{II} \end{pmatrix} \quad (6.2.19)$$

Khác với ma trận tán xạ [S], các yếu tố của ma trận truyền [T] nói chung cũng là đại lượng phức, nhưng không nhất thiết có một ý nghĩa vật lý nào. Ma trận truyền được sử dụng rất thuận tiện khi có nối tầng các mạng nhiều cực, tức là việc ghép nối các nhóm nhánh vào của một mạng nhiều cực với nhóm nhánh ra của mạng nhiều cực khác.

Chẳng hạn với mạng 4 cực ta có tính chất sau: nếu thực hiện việc ghép nối tầng liên tiếp các mạng 4 cực khác nhau, thì ma trận truyền [T] của mạng 4 cực hợp thành bằng tích theo thứ tự truyền sóng các ma trận truyền của các mạng 4 cực thành phần.

Gọi $[T_1]$, $[T_2]$, $[T_3]$ là ma trận truyền của các mạng 4 cực thành phần, 1, 2, 3 mắc liên tiếp nhau, [T] là ma trận truyền của mạng 4 cực hợp thành sau khi ghép nối, ta có:

$$[T] = [T_1] \cdot [T_2] \cdot [T_3] \quad (6.2.20)$$

6.2.3. Ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp

Ma trận trở kháng của mạng $2n$ siêu cao mô tả quan hệ giữa điện áp chuẩn hóa với dòng điện chuẩn hóa tại các mặt cuối của nó. Nếu gọi $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n$ là điện áp chuẩn hóa và $\bar{i}_1, \bar{i}_2, \dots, \bar{i}_n$ là dòng điện chuẩn hóa tại các mặt cuối C_p của các nhánh thì ta có các hệ thức sau:

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \bar{z}_{11}\bar{i}_1 + \bar{z}_{12}\bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{1n}\bar{i}_n \\ \bar{v}_2 &= \bar{z}_{21}\bar{i}_1 + \bar{z}_{22}\bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{2n}\bar{i}_n \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{v}_n &= \bar{z}_{n1}\bar{i}_1 + \bar{z}_{n2}\bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{nn}\bar{i}_n \end{aligned} \quad (6.2.21)$$

Hay đưa vào các ma trận:

$$\begin{aligned} [\bar{v}] &= \begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \vdots \\ \bar{v}_n \end{pmatrix}; [\bar{i}] = \begin{pmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \vdots \\ \bar{i}_n \end{pmatrix} \\ [\bar{Z}] &= \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} & \dots & \bar{z}_{1n} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} & \dots & \bar{z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{z}_{n1} & \bar{z}_{n2} & \dots & \bar{z}_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.2.22)$$

Thì (6.2.21) có dạng gọn hơn là:

$$[\bar{v}] = [\bar{Z}] \cdot [\bar{i}] \quad (6.2.23)$$

$[\bar{v}]$ gọi là ma trận điện áp chuẩn hóa, $[\bar{i}]$ gọi là ma trận dòng điện chuẩn hóa, còn $[\bar{Z}]$ là ma trận trở kháng, nó là ma trận vuông cấp n . Bây giờ ta biểu diễn ngược lại điện áp qua dòng điện với các hệ thức (6.2.21) thì được dạng sau:

$$\begin{aligned} \bar{i}_1 &= \bar{y}_{11}\bar{v}_1 + \bar{y}_{12}\bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{1n}\bar{v}_n \\ \bar{i}_2 &= \bar{y}_{21}\bar{v}_1 + \bar{y}_{22}\bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{2n}\bar{v}_n \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (6.2.24)$$

$$\bar{i}_n = \bar{y}_{n1}\bar{v}_1 + \bar{y}_{n2}\bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{nn}\bar{v}_n$$

Hay viết dưới dạng ma trận:

$$[\bar{i}] = [\bar{y}] [\bar{v}] \quad (6.2.25)$$

$$[\bar{y}] = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} & \dots & \bar{y}_{1n} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} & \dots & \bar{y}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{y}_{n1} & \bar{y}_{n2} & \dots & \bar{y}_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.2.26)$$

Gọi là ma trận dẫn nạp của mạng $2n$ cực, nó cũng là ma trận vuông cấp n , các yếu tố nói chung là các đại lượng phức.

Từ (6.2.23) và (6.2.25) ta thấy 2 ma trận $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ là nghịch đảo của nhau. Tức là ta có:

$$[\bar{Y}][\bar{Z}] = [I]$$

Ma trận trở kháng $[\bar{Z}]$ và ma trận dẫn nạp $[\bar{Y}]$ của mạng 2n cực thuận nghịch (tức là chứa môi trường đẳng hướng) thì đối xứng, tức là có:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{pq} &= \bar{Z}_{qp} \\ \bar{Y}_{pq} &= \bar{Y}_{qp}\end{aligned}\quad (6.2.27)$$

Nếu mạng 2n cực không tổn hao năng lượng thì các yếu tố của ma trận trở kháng $[\bar{Z}]$ của 2n cực là các số thuần ảo.

6.2.4. Mối quan hệ giữa các ma trận sóng

Việc dẫn ra các ma trận tán xạ $[S]$ có thuận lợi lớn vì có thể đo đặc các yếu tố của nó dựa trên việc đo công suất và hệ số sóng đứng điện áp. Ngoài ra khi dịch chuyển các mặt cuối của mạng 2n cực chỉ có pha của các yếu tố S_{pq} thay đổi, trong khi đó các yếu tố của ma trận $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ sẽ thay đổi cả pha lẫn module. Sử dụng ma trận tán xạ $[S]$ thuận tiện khi phân tích các mạng nhiều cực có số cực lớn hơn. Còn khi với mạng 2 cực thì dùng ma trận $[\bar{Y}]$ hoặc $[\bar{Z}]$ sẽ dễ dàng hơn. Khi phân tích các mạng 4 cực nối tầng, sử dụng ma trận truyền $[T]$ sẽ nhanh gọn hơn.

Các ma trận $[T]$, $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ không xác định được bằng thực nghiệm, nhưng ta có thể nhận được chúng khi biết ma trận tán xạ $[S]$ qua các mối quan hệ giữa $[S]$ với $[T]$, $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$. Từ các biểu thức (6.1.10), (6.1.12), (6.1.14), (6.2.23) và (6.2.25) ta có mối quan hệ giữa $[S]$ với $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ cho mạng 2n cực như sau:

$$\begin{aligned}[S] &= ([\bar{Z}] - [I])([\bar{Z}] + [I])^{-1} = ([I] - [\bar{Y}])([I] + [\bar{Y}])^{-1} \\ [\bar{Z}] &= ([I] + [S])([I] - [S])^{-1} \\ [\bar{Y}] &= ([I] - [S])([I] + [S])^{-1}\end{aligned}\quad (6.2.28)$$

Với mạng 4 cực, từ các biểu thức (6.2.4) và (6.2.17) có biểu thức giữa ma trận $[S]$ và $[T]$:

$$[S] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{21}/T_{11} & \det[T]/T_{11} \\ 1/T_{11} & -T_{12}/T_{11} \end{pmatrix}\quad (6.2.29)$$

ở đây:

$$\det [T] = T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}$$

$$\det [S] = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

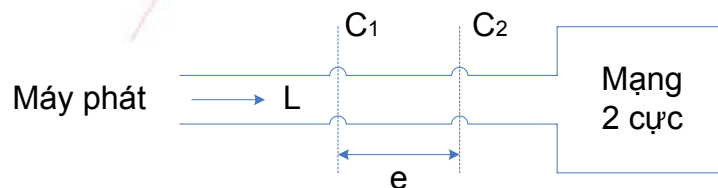
Dấu -1 trong biểu thức (6.2.28) chỉ ma trận nghịch đảo.

Các mạng nhiều cực siêu cao được ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật nhất là các mạng 2, 4, 6, và 8 cực. Sau đây ta lần lượt nghiên cứu các mạng trên.

6.3. Mạng 2 cực

6.3.1. Hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa

Mạng 2 cực siêu cao tần là phần tử siêu cao đơn giản nhất trong tuyến siêu cao. Chúng được dùng khá rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao. Đó là: tải không phản xạ, đầu nối tắt có pittông dịch chuyển, đầu tách sóng, một hộp cộng hưởng nối với đoạn đường truyền, tải tiêu thụ v.v...



Hình 6.3

Ta hãy xét quy luật biến đổi của hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa ở đầu vào C của mạng 2 cực nói chung. Giả sử có một mạng 2 cực mắc trên đường truyền L với máy phát năng lượng siêu cao như hình 6.3, tại mặt phẳng cuối C₁ ta có sóng tới là a và sóng phản xạ là b. Hệ số phản xạ tại C₁ là:

$$R_1 = b/a$$

Và trở kháng chuẩn hóa tại C₁ theo (6.1.14) là:

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{1 + R_1}{1 - R_1}$$

Bây giờ ta dịch chuyển mặt cuối của mạng 2 cực từ C₁ về C₂ một khoảng l thì tại C₂ ta có sóng tới và sóng phản xạ theo (6.2.6) và (6.2.7) là:

$$b' = be^{\gamma l}$$

$$a' = ae^{-\gamma l}$$

$\gamma = \alpha + i\beta$: hằng số truyền

α là hằng số tiêu hao, β là hằng số pha

$$\beta = 2\pi/\lambda \quad (6.3.1)$$

Như vậy hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa tại mặt cuối C₂ là:

$$R_2 = \frac{b'}{a'} = R_1 e^{2\gamma l} \quad (6.3.2)$$

$$\bar{Z}_{ch2} = \frac{1 + R_2}{1 - R_2} = \frac{\bar{Z}_{ch1} - th\gamma l}{1 - \bar{Z}_{ch1} th\gamma l} \quad (6.3.3)$$

Hay là: $R_1 = R_2 \cdot e^{-2\gamma l}$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{\bar{Z}_{ch2} + th\gamma l}{1 + \bar{Z}_{ch2} th\gamma l} \quad (6.3.4)$$

Nếu đường truyền L không tổn hao năng lượng $\alpha = 0$ thì:

$$R_1 = R_2 e^{-2\gamma l} = R_2 \cdot e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}l}$$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{\bar{Z}_{ch2} + itg \frac{2\pi}{\lambda} l}{1 + i\bar{Z}_{ch2} tg \frac{2\pi}{\lambda} l} \quad (6.3.5)$$

Nếu đoạn đường truyền $l = \lambda/4$ thì (6.3.5) có dạng:

$$R_1 = -R_2$$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{1}{\bar{Z}_{ch2}} \quad (6.3.6)$$

Từ (6.3.6) ta thấy rằng một tiết diện nối tắt có thể trở thành một trở kháng vô cùng (đường truyền hở mạch ở cuối) khi qua một đoạn đường truyền có chiều dài $l = \lambda/4$ hoặc ngược lại.

Nếu gọi trở kháng đặc tính của đường truyền Z_{co} thì trở kháng của mạng 2 cực tại tiết diện cuối C sẽ là:

$$Z_1 = \bar{Z}_{ch1} Z_{co}, Z_2 = \bar{Z}_{ch2} Z_{co} \quad (6.3.7)$$

(6.3.5) và (6.3.6) có thể viết như sau cho các trở kháng:

$$Z_1 = Z_{co} \frac{Z_2 + iZ_{co} tg \frac{2\pi}{\lambda} l}{Z_{co} + iZ_2 tg \frac{2\pi}{\lambda} l} \quad (6.3.8)$$

$$Z_2 \cdot Z_1 = Z_{co}^2 \quad (6.3.9)$$

6.3.2. Một ví dụ về mạng 2 cực

Như đã nói ở mục 6.3.1, có rất nhiều phần tử trong mạng siêu cao tần thuộc loại mạng 2 cực. Ở phạm vi giáo trình này, ta chỉ xét một ví dụ, đó là tải không phản xạ.

Tải không phản xạ dùng trong tuyến siêu cao tần với mục đích tạo ra trong tuyến sóng chạy hoàn toàn, dùng trong khi đo đặc ở siêu cao và làm anten tương đương khi điều chỉnh máy phát siêu cao. Tải không phản xạ có cấu tạo đa dạng tùy theo cấu trúc của đường truyền và mức công suất cần hấp thụ. Đặc trưng điện cơ bản của tải không phản xạ là module của hệ số phản xạ (hay hệ số sóng đứng) trong một dải tần công tác. Trong thực tế kỹ thuật có khả năng tạo ra những tải với module của hệ số phản xạ $|R| \leq 0,01$ trong dải tần tương đối $\Delta f/f_0 = 20 \div 30\%$ hoặc lớn hơn. Còn pha của hệ số phản xạ có thể có giá trị bất kỳ trong khoảng từ 0 đến 2π . Một đặc trưng quan trọng của tải không phản xạ là giá trị công suất hấp thụ cho phép. Tải với mức công suất nhỏ thì công suất hấp thụ $P_t \leq 1W$ còn lớn hơn 1W là tải ở mức công suất lớn.

6.4. Mạng 4 cực

6.4.1. Ma trận sóng

Mạng 4 cực siêu cao là phần tử được sử dụng rộng rãi nhất trong tuyến siêu cao tần, nó rất đa dạng và đảm nhiệm các chức năng khác nhau. Từ các phần tử đơn giản như: tấm chắn, que dò, cửa sổ cộng hưởng, 1 đoạn đường truyền đến phần tử phức tạp như các bộ suy giảm, quay pha, bộ lọc đều là những mạng 4 cực siêu cao và chúng không thể thiếu trong tuyến siêu cao. Trước hết chúng ta nghiên cứu các ma trận sóng của chúng.

Giả sử ta có một mạng 4 cực siêu cao tần có nhánh vào 1 và nhánh ra 2. Với các sóng tới a_1, a_2 , sóng phản xạ b_1, b_2 , điện áp và dòng chuẩn hóa: $\bar{v}_1, \bar{i}_1, \bar{v}_2, \bar{i}_2$.

Quan hệ giữa các sóng tới và sóng phản xạ ở các nhánh của mạng 4 cực này được biểu diễn bởi ma trận tán xạ [S] và ma trận truyền [T] có dạng:

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad (6.4.1)$$

$$\begin{cases} a_1 = T_{11}b_2 + T_{12}a_2 \\ b_1 = S_{21}b_2 + S_{22}b_2 \end{cases} \quad (6.4.2)$$

Mối quan hệ giữa điện áp chuẩn hóa và dòng điện chuẩn hóa của mạng 4 cực được mô tả qua ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp như sau:

$$\bar{v}_1 = \bar{z}_{11}\bar{i}_1 + \bar{z}_{12}\bar{i}_2 \quad (6.4.3)$$

$$\bar{v}_2 = \bar{z}_{21}\bar{i}_1 + \bar{z}_{22}\bar{i}_2$$

$$\bar{i}_1 = \bar{y}_{11}\bar{v}_1 + \bar{y}_{12}\bar{v}_2 \quad (6.4.3)$$

$$\bar{i}_2 = \bar{y}_{21}\bar{v}_1 + \bar{y}_{22}\bar{v}_2$$

Các yếu tố của các ma trận của mạng 4 cực quan hệ với nhau như sau:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{z}_{11}-1)(\bar{z}_{22}+1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{A} & \frac{2\bar{z}_{12}}{A} \\ \frac{2\bar{z}_{21}}{A} & \frac{(\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}-1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22}) + \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}}{B} & \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} \\ \frac{-2\bar{y}_{21}}{B} & \frac{(1+\bar{y}_{11})(1-\bar{y}_{22}) + \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}}{B} \end{bmatrix} \quad (6.4.4)$$

ở đây: $A = (\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}+1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}$

$B = (1+\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22}) - \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}$

$$[\bar{z}] = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22}) + S_{12}S_{21}}{C} & \frac{2S_{12}}{C} \\ \frac{2S_{21}}{C} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22}) + S_{12}S_{21}}{C} \end{bmatrix} \quad (6.4.5)$$

$$[\bar{y}] = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{D} & \frac{-2S_{12}}{D} \\ \frac{-2S_{21}}{D} & \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{D} \end{bmatrix} \quad (6.4.6)$$

ở đây: $C = (1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}$
 $D = (1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}$

$$[\bar{y}] = \begin{bmatrix} \frac{\bar{z}_{22}}{E} & \frac{-\bar{z}_{12}}{E} \\ -\frac{\bar{z}_{21}}{E} & \frac{\bar{z}_{11}}{E} \end{bmatrix}; E = \bar{z}_{11}\bar{z}_{22} - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21} \quad (6.4.7)$$

$$[\bar{z}] = \begin{bmatrix} \frac{\bar{y}_{22}}{F} & \frac{-\bar{y}_{12}}{F} \\ -\frac{\bar{y}_{21}}{F} & \frac{\bar{y}_{11}}{F} \end{bmatrix}; F = \bar{y}_{11}\bar{y}_{22} - \bar{y}_{12}\bar{y}_{21} \quad (6.4.8)$$

Trong trường hợp mạng 4 cực chứa môi trường đẳng hướng, tức là nó thuận nghịch thì các ma trận $[S]$, $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ sẽ đối xứng, tức là có:

$$S_{12} = S_{21}; \bar{z}_{12} = \bar{z}_{21}, \bar{y}_{12} = \bar{y}_{21}$$

Thì các biểu thức (6.4.4), (6.4.5) và (6.4.6) sẽ có dạng đơn giản hơn:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{z}_{11}-1)(\bar{z}_{22}+1)-\bar{z}_{12}^2}{A} & \frac{2\bar{z}_{12}}{A} \\ \frac{2\bar{z}_{12}}{A} & \frac{(\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}-1)-\bar{z}_{12}^2}{A} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{(1-\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22})+\bar{y}_{12}^2}{B} & \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} \\ \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} & \frac{(1+\bar{y}_{11})(1-\bar{y}_{22})+\bar{y}_{12}^2}{B} \end{bmatrix} \quad (6.4.9)$$

$$[\bar{z}] = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2}{C} & \frac{2S_{12}}{C} \\ \frac{2S_{12}}{C} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}^2}{C} \end{bmatrix} \quad (6.4.10)$$

$$[\bar{y}] = \begin{bmatrix} \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}^2}{D} & \frac{-2S_{12}}{D} \\ \frac{-2S_{12}}{D} & \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2}{D} \end{bmatrix} \quad (6.4.11)$$

6.4.2. Mạng 4 cực không tổn hao

Nếu mạng 4 cực không tổn hao năng lượng và thuận nghịch từ tính Unitat của ma trận tán xạ $[S]$ ta thấy có thể đặt:

$$S_{11} = i \cos \varphi e^{-i\psi_1}$$

$$S_{22} = i \cos \varphi e^{-i\psi_2}$$

$$S_{12} = S_{21} = \sin \varphi e^{-i(\psi_1+\psi_2)/2} \quad (6.4.12)$$

φ , ψ_1 , ψ_2 là các số thực có giá trị từ 0 đến 2π . Với ký hiệu mới, ma trận tán xạ của một mạng 4 cực thuận nghịch không tổn hao có thể viết:

$$[S] = \begin{bmatrix} i \cos \varphi e^{-i\psi_1} & \sin \varphi e^{-i(\psi_1+\psi_2)/2} \\ \sin \varphi e^{-i(\psi_1+\psi_2)/2} & i \cos \varphi e^{-i\psi_2} \end{bmatrix} \quad (6.4.13)$$

Còn ma trận truyền $[T]$ của mạng 4 cực này theo (6.2.29) có dạng:

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sin \varphi} e^{i\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)} & -i \cot g \varphi e^{i\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right)} \\ i \cot g \varphi e^{i\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right)} & \frac{1}{\sin \varphi} e^{-i\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)} \end{bmatrix} \quad (6.4.14)$$

Từ (6.4.12) ta thấy rằng $|S_{11}| = |S_{22}|$ nó được gọi là hệ số phản xạ riêng của mạng 4 cực không tổn hao. Nếu mắc một đường truyền với mạng 4 cực này, trên đường truyền sẽ có sóng đứng với hệ số:

$$K_d = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} = \frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} = \cot^2 g^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \quad (6.4.15)$$

Và góc φ được gọi là góc mở.

Hoàn toàn tương tự từ (6.4.10), (6.4.11) và (6.4.13) ta có thể dẫn ra được các ma trận $[\bar{Z}]$ và $[\bar{Y}]$ cho 4 cực không tổn hao thuận nghịch.

Nếu mạng 4 cực không tổn hao mà có:

$$S_{11} = S_{22} \text{ tức là } \psi_1 = \psi_2 = \psi$$

Thì được gọi là đối xứng.

Với một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng thì các ma trận tán xạ $[S]$ và truyền $[T]$ sẽ có dạng đơn giản hơn:

$$[S] = e^{-i\psi} \begin{bmatrix} i \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & i \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (6.4.16)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} e^{i\psi} & -i \cos \varphi \\ i \cos \varphi & e^{-i\psi} \end{bmatrix} \quad (6.4.17)$$

Như vậy với một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng, các ma trận sóng được xác định bởi 2 tham số độc lập là φ và ψ .

Một ví dụ rất đơn giản về một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng là một đoạn đường truyền đồng nhất không tổn hao có chiều dài l với góc pha $\theta = 2\pi l/\lambda$

Ở đây vì không có phản xạ nên góc $\varphi = \pi/2$ và do đó $\psi = \psi_0$ nào đó, và lúc này ma trận tán xạ và ma trận truyền của nó sẽ là:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-i\psi_0} \\ e^{-i\psi_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.4.18)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} e^{i\psi_0} & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_0} \end{bmatrix} \quad (6.4.19)$$

Nếu bây giờ ta đặt một đường truyền không tổn hao có ma trận $[T]$ như (6.4.19) trước một mạng 4 cực đối xứng không tổn hao có ma trận truyền $[T]$ như ở (6.4.17) thì theo (6.4.20) ma trận truyền của mạng 4 cực mới tạo thành có dạng:

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} e^{i\psi_0} & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\psi} & -i \cos \varphi \\ i \cos \varphi & e^{-i\psi} \end{bmatrix} \frac{1}{\sin \varphi} \\ &= \frac{1}{\sin \varphi} \begin{bmatrix} e^{i(\psi + \psi_0)} & -i \cos \varphi e^{i\psi_0} \\ i \cos \varphi e^{-i\psi_0} & e^{-i(\psi + \psi_0)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.4.20)$$

So sánh (6.4.20) và (6.4.14) ta thấy mạng 4 cực mới này cũng không tổn hao có dạng tùy ý. Nó được xác định bởi ba tham số thực độc lập φ , ψ , và ψ_0 . Nó có dạng giống như ma trận (6.4.14) nếu ta giữ nguyên φ và đặt $\psi = \psi_0$ và:

$$\psi_0 = \frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \quad (6.4.21)$$

Như vậy khi không có tổn hao, ở mỗi tần số, một mạng 4 cực không đối xứng có thể được thay thế bởi một mạng 4 cực đối xứng đặt sau một đoạn đường truyền đồng nhất.

Ở đây, góc ψ_0 của đoạn đường truyền mô tả tính không đối xứng của mạng 4 cực nên nó được gọi là góc bất đối xứng của mạng 4 cực, ma trận tán xạ của mạng 4 cực này có dạng:

$$[T] = \begin{bmatrix} i \cos \varphi e^{-i(\psi+2\psi_0)} & \sin \varphi e^{-i(\psi+\psi_0)} \\ \sin \varphi e^{-i(\psi+\psi_0)} & i \cos \varphi e^{-i\psi} \end{bmatrix} \quad (6.4.22)$$

Theo (6.4.10) và (6.4.16) ta dễ dàng viết được ma trận trở kháng và dẫn nạp của một mạng 4 cực đối xứng như sau:

$$[\bar{Z}] = \frac{1}{\cos \varphi - \sin \psi} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (6.4.23)$$

$$[\bar{Y}] = \frac{1}{\cos \varphi \sin \psi} \begin{bmatrix} -\cos \psi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \psi \end{bmatrix} \quad (6.4.24)$$

6.4.3. Biến thế lý tưởng

Ta nhận thấy rằng vì các yếu tố của ma trận tán xạ $[S]$ của mạng 4 cực được xác định bằng thực nghiệm nên nó luôn tồn tại. Còn các ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp của mạng 4 cực chỉ tồn tại khi thỏa mãn điều kiện sau:

$$\begin{aligned} C &= (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21} \neq 0 \\ D &= (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21} \neq 0 \end{aligned} \quad (6.4.25)$$

Ta xem xét trường hợp khi cả hai điều kiện trên đều không thỏa mãn tức là đối với một mạng 4 cực thuận nghịch xảy ra đồng thời hai đẳng thức:

$$\begin{aligned} (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2 &= 0 \\ (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.4.26)$$

Điều kiện (6.4.26) cho ta hệ thức sau:

$$\begin{aligned} -S_{22} &= S_{11} = \rho \\ S_{11}^2 + S_{12}^2 &= 1 \rightarrow S_{12} = t = (1 - \rho^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (6.4.27)$$

Lúc này ma trận truyền $[T]$ của mạng 4 cực có dạng:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (6.4.28)$$

Hay có mối quan hệ giữa các sóng ở lối vào và lối ra của mạng 4 cực:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} b_2 + \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} a_2 \\ b_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} b_2 + \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} a_2 \end{aligned}$$

Ta cộng và trừ hai vế của hai đẳng thức trên và chú ý đến biểu thức (6.1.10) sẽ nhận được kết quả:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \frac{1 + \rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \bar{V}_2 = \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_1 &= \frac{1 + \rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \bar{I}_2 = \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \bar{I}_2 \end{aligned}$$

Nếu ta đặt:

$$n = \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \quad (6.4.29)$$

Thì biểu thức trên viết dưới dạng mới là:

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \frac{1}{n} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_2 &= -n \bar{I}_1 \end{aligned} \quad (6.4.30)$$

Một mạng 4 cực như trên được gọi là một biến thể lý tưởng. Còn n được gọi là hệ số của biến thể.

Từ (6.4.27) và (6.4.29) ta biểu diễn ngược lại các hệ số ma trận tán xạ $[S]$ qua hệ số biến thể n :

$$\begin{aligned} S_{11} = \rho &= \frac{n^2 - 1}{1 + n^2} \\ S_{12} = t &= \frac{2n}{1 + n^2} \end{aligned} \quad (6.4.31)$$

Do đó:

$$[S] = \frac{1}{1 + n^2} \begin{bmatrix} -(1 - n^2) & 2n \\ 2n & (1 - n^2) \end{bmatrix} \quad (6.4.32)$$

Ta nhận thấy rằng vì n thực cho nên tất cả các yếu tố của ma trận $[S]$ đều là thực, đồng thời từ (6.4.27) ma trận $[S]$ Unitary. Như vậy một mạng 4 cực chỉ có thể biểu diễn dưới dạng một biến thể lý tưởng chỉ khi nó không tổn hao năng lượng và các mặt cuối phải đặt ở vị trí một là bụng sóng, một là nút sóng đứng.

Khi $n > 0$ thì mặt cuối C_1 (có $S_{11} > 0$) đặt ở bụng sóng đứng, C_2 ở nút sóng đứng và ngược lại $n < 0$ thì C_1 sẽ ở nút sóng và C_2 ở điểm bụng sóng.

Với cách chọn các vị trí thích hợp của các mặt cuối C_1, C_2 , một mạng 4 cực không tổn hao tùy ý có thể biểu diễn dưới dạng là một biến thể lý tưởng ghép nối ở hai đầu đoạn đường truyền đồng nhất không tiêu hao. Ở đây các đoạn l_1, l_2 chọn sao cho các góc pha:

$$\theta_1 = 2\pi l_1 / \lambda; \quad \theta_2 = 2\pi l_2 / \lambda$$

Thực hiện được điều kiện:

$$S'_{11} = S_{11} e^{2i\theta_1} \text{ là thực và dương (hoặc âm)}$$

$$S'_{22} = S_{22} e^{2i\theta_2} \text{ là thực và dương (hoặc âm)}$$

Lúc đó:

$$S'_{12} = S_{12} e^{i(\theta_1 + \theta_2)} \text{ sẽ tự động thỏa mãn là thực.}$$

ở đây dấu phẩy chỉ các yếu tố của biến thể lý tưởng.

6.4.4. Trở kháng mắc song song

Một trở kháng $[\bar{Z}]$ mắc song song vào đường truyền được xem như là một mạng 4 cực với lối vào và ra cùng nằm tại chỗ mắc trở kháng.

Hệ thức giữa điện áp và dòng điện chuẩn hóa:

$$\bar{V}_1 = \bar{z}_1 \bar{I}_1 + \bar{z}_2 \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = \bar{z}_1 \bar{I}_1 + \bar{z}_2 \bar{I}_2$$

Ma trận trở kháng là:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{z} & \bar{z} \\ \bar{z} & \bar{z} \end{bmatrix}$$

Từ đó theo (6.4.9) tính được ma trận tán xạ và ma trận truyền:

$$[S]_{//} = \frac{1}{1 + 2\bar{z}} \begin{bmatrix} -1 & 2\bar{z} \\ 2\bar{z} & -1 \end{bmatrix} \quad (6.4.33)$$

Từ (6.2.9) có dạng:

$$[T]_{//} = \frac{1}{2\bar{z}} \begin{bmatrix} 2\bar{z} + 1 & 1 \\ 1 & 2\bar{z} - 1 \end{bmatrix} \quad (6.4.34)$$

Như vậy ta có:

$$S_{11} - S_{12} = -1 \quad (6.4.35)$$

Người ta đã chứng minh được rằng nếu một mạng 4 cực thực hiện được điều kiện (6.4.35) thì sơ đồ tương đương của nó có dạng như một trở kháng mắc song song vào đường truyền siêu cao.

6.4.5. Dẫn nạp mắc nối tiếp

Một dẫn nạp $[\bar{Y}]$ mắc nối tiếp trên đường truyền chính là một mạng 4 cực đơn giản.

Hệ thức giữa các dòng và áp chuẩn hóa của nó có dạng:

$$\bar{i}_1 = \bar{y}\bar{v}_1 - \bar{y}\bar{v}_2$$

$$\bar{i}_2 = \bar{y}\bar{v}_1 + \bar{y}\bar{v}_2$$

Ma trận dẫn nạp $[\bar{Y}]$ là:

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} \bar{y} & -\bar{y} \\ -\bar{y} & \bar{y} \end{bmatrix}$$

Ma trận tán xạ được tính từ (6.4.9):

$$[S]_{\perp} = \frac{1}{1+2\bar{y}} \begin{bmatrix} 1 & 2\bar{y} \\ 2\bar{y} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.4.36)$$

Từ (6.4.36) suy ra điều kiện:

$$S_{11} + S_{12} = 1 \quad (6.4.37)$$

Người ta cũng chứng minh được rằng khi một mạng 4 cực nào thỏa mãn điều kiện (6.4.37) thì sơ đồ tương đương của nó được biểu diễn bằng một dẫn nạp mắc nối tiếp vào đường truyền siêu cao tần.

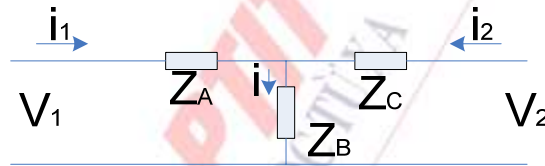
Ma trận truyền của nó có dạng:

$$[T]_{\perp} = \frac{1}{2\bar{y}} \begin{bmatrix} 1+2\bar{y} & -1 \\ 1 & 1-2\bar{y} \end{bmatrix} \quad (6.4.38)$$

6.4.6. Mắc xích dạng T các trở kháng chuẩn hóa

Sau đây ta có thể biểu diễn sơ đồ tương đương của một mạng 4 cực thuận nghịch dưới dạng một mắc xích dạng T với 3 trở kháng chuẩn hóa.

Giả sử ta có 3 trở kháng chuẩn hóa $\bar{Z}_A, \bar{Z}_B, \bar{Z}_C$ mắc dạng chữ T như hình 6.4.



Hình 6.4

Ta có mối quan hệ giữa các dòng điện và điện áp chuẩn hóa của chúng là:

$$\bar{V}_1 = \bar{Z}_A \bar{i}_1 + \bar{Z}_B (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_C \bar{i}_2 + \bar{Z}_B (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)$$

Vì ở đây $\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$ hay viết dạng ma trận ta có:

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) & \bar{Z}_B \\ \bar{Z}_B & (\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \end{pmatrix}$$

Như vậy ma trận trở kháng của mạch này là:

$$[Z] = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) & \bar{Z}_B \\ \bar{Z}_B & (\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) \end{bmatrix} \quad (6.4.42)$$

Từ đó suy ra quan hệ sau:

$$\bar{Z}_A = \bar{Z}_{11} - \bar{Z}_{12}$$

$$\bar{Z}_B = \bar{Z}_{12} - \bar{Z}_{21}$$

$$\bar{Z}_C = \bar{Z}_{22} - \bar{Z}_{12} \quad (6.4.43)$$

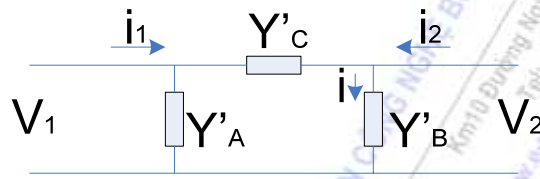
Từ biểu thức (6.4.10) ta có:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_A &= \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2-2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}^2} \\ \bar{Z}_B &= \frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}^2} \\ \bar{Z}_C &= \frac{(1+S_{22})(1-S_{11})+S_{12}^2-2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}^2}\end{aligned}\quad (6.4.44)$$

Chú ý rằng việc biểu diễn theo sơ đồ dạng chữ T chỉ thực hiện được trong điều kiện:
 $C = (1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}^2$ khác 0 (6.4.45)

6.4.7. Mắc xích dạng Π

Ta có thể biểu diễn một mạng 4 cực thuận nghịch bất kỳ bằng sơ đồ tương đương dạng Π với 3 dẫn nạp $\bar{Y}'_A, \bar{Y}'_B, \bar{Y}'_C$ như hình vẽ 6.5



Hình 6.5

Mối quan hệ giữa các dòng điện và điện áp chuẩn hóa của mạng trên là:

$$\begin{aligned}\bar{i}_1 &= \bar{y}'_A \bar{v}_1 + \bar{y}'_B (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \\ \bar{i}_2 &= \bar{y}'_C \bar{v}_2 - \bar{y}'_B (\bar{v}_1 - \bar{v}_2)\end{aligned}$$

Và ma trận dẫn nạp có dạng:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y'_A + Y'_B) & -Y'_B \\ -Y'_B & (Y'_B + Y'_C) \end{bmatrix} \quad (6.4.46)$$

Ta suy ra được:

$$\begin{aligned}\bar{Y}'_A &= \bar{y}_{11} + \bar{y}_{12} \\ \bar{Y}'_B &= -\bar{y}_{12} - \bar{y}_{21} \\ \bar{Y}'_C &= \bar{y}_{22} + \bar{y}_{12}\end{aligned}\quad (6.4.47)$$

Hay các yếu tố ma trận tán xạ được các biểu thức cho các dẫn nạp là:

$$\begin{aligned}\bar{Y}'_A &= \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}^2-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}^2} \\ \bar{Y}'_B &= \frac{2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}^2} \\ \bar{Y}'_C &= \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}^2}\end{aligned}\quad (6.4.48)$$

Rõ ràng biểu diễn theo sơ đồ tương đương dạng Π chỉ thực hiện được trong điều kiện:
 $D = (1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}^2$ khác 0 (6.4.49)

6.5. Các loại chuyển tiếp

Để ghép nối các loại đường truyền khác nhau với các dạng sóng làm việc thích hợp trong tuyến siêu cao tần, người ta dùng các phần tử chuyển tiếp. Một số loại chuyển tiếp phổ biến trong kỹ thuật như: chuyển tiếp từ đường dây đồng trục sang ống dẫn sóng tròn và chữ nhật, chuyển tiếp

từ dây đồng trục sang mạch dài, chuyển tiếp từ ống dẫn sóng chữ nhật sang ống dẫn sóng tròn. Tất cả các chuyển tiếp đều là các mạng 4 cực siêu cao.

6.5.1. Chuyển tiếp dạng đồng trục - ống dẫn sóng

Gồm hai loại chính:

(i) Chuyển tiếp từ ống đồng trục hay cáp đồng trục sang ống dẫn sóng chữ nhật.

Được dùng để truyền năng lượng trong ống đồng trục với sóng TEM sang ống dẫn sóng chữ nhật với sóng cơ bản H_{10} hay ngược lại. Tùy theo yêu cầu về công suất và dải tần mà dạng chuyển tiếp này có cấu tạo khác nhau như dạng que dò, dạng Slaypher, dạng có thanh ngang hay dạng cúc áo.

Đối với chuyển tiếp dạng que dò, việc phối hợp giữa hai loại ống dẫn sóng được bảo đảm bởi chọn thích hợp chiều dài của que dò l_d và khoảng cách từ que dò đến thành ngắn mạch của ống dẫn sóng l . Để mở rộng dải tần, việc phối hợp được thực hiện bằng cách tăng đường kính d của que dò và việc chọn cả độ lệch a của que dò. Khi chọn khoảng cách và các kích thước trên một cách tỉ mỉ, loại chuyển tiếp dạng que dò này phải đảm bảo phối hợp được trong dải tần cỡ đến 15 đến 20 % với hệ số sóng chạy K_{ch} lớn hơn hoặc bằng 0,95. Nhược điểm của loại chuyển tiếp que dò là làm giảm độ bền điện do tập trung đường sức điện trường ở đầu của que dò.

Khắc phục nhược điểm trên, người ta làm chuyển tiếp dạng Slaypher. Khi chọn các kích thước l và chiều dài đoạn Slaypher l_d thì dải tần công tác tương đối cũng chỉ đạt đến khoảng 7%.

Để đạt được sự phối hợp tốt đồng thời tăng độ bền điện người ta còn có chuyển tiếp dạng có thanh ngang được bổ sung bằng một tấm chắn điện cảm. Dạng chuyển tiếp này có thể đạt đến 20% khi hệ số sóng chạy K_{ch} lớn hơn 0,95. Khi truyền công suất lớn và để có độ bền điện cao ta dùng chuyển tiếp dạng cúc. Trong dạng chuyển tiếp đồng trục ống dẫn sóng này cần phải chọn tỉ mỉ dạng của dây dẫn chỗ chuyển tiếp và bổ sung bằng tấm chắn điện cảm. Dạng chuyển tiếp này được dùng để dẫn năng lượng từ đèn dao động Magnetron ra tuyến siêu cao.

(ii) Chuyển tiếp từ ống đồng trục sang ống dẫn sóng tròn

Để kích thích sóng trong ống dẫn sóng tròn dạng sóng cơ bản H_{11} từ đường dây đồng trục, ta dùng bộ chuyển tiếp đồng trục - ống dẫn sóng tròn.

Ở đây. Lõi của dây đồng trục kéo dài ra thành một que dò đặt song song với đường sức điện trường của sóng H_{11} trong ống dẫn sóng tròn.

Để kích thích sóng E_{01} trong ống dẫn sóng tròn từ dây đồng trục, ta dùng chuyển tiếp có lõi của dây đồng trục kéo dài ra tạo thành que dò đặt song song với trục của ống dẫn sóng tròn và song song với đường sức điện trường của sóng E_{01} .

Loại chuyển tiếp này được sử dụng trong các khớp quay anten đài rada.

6.5.2. Chuyển tiếp dạng ống dẫn sóng chữ nhật - ống dẫn sóng tròn

Để kích thích sóng cơ bản H_{11} trong ống dẫn sóng tròn từ sóng cơ bản H_{10} trong ống dẫn sóng chữ nhật, người ta dùng chuyển tiếp từ từ. Ở loại chuyển tiếp này, tiết diện ngang của nó biến dạng dần đều từ tiết diện chữ nhật sang tròn.

Để tránh phản xạ trong một dải tần thì chiều dài của chuyển tiếp phải lớn hơn bước sóng trong ống dẫn sóng.

Một dạng chuyển tiếp khác từ ống dẫn sóng chữ nhật sang ống dẫn sóng tròn với sóng cơ bản H_{11} và H_{10} chắc chắn hơn về mặt cơ khí có tiết diện chữ nhật chuyển sang tiết diện tròn được thực hiện qua một đoạn biến áp $\lambda/4$ có tiết diện hình oval.

Để kích thích sóng E_{01} trong ống dẫn sóng tròn từ sóng H_{10} ở trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta dùng chuyển tiếp dạng khác. Trong loại chuyển tiếp này, ống dẫn sóng chữ nhật nối với ống dẫn sóng tròn qua tiết diện của ống chữ nhật. Một đầu của ống sóng tròn được ngắn mạch có độ dài $\lambda/2$ so với bước sóng của sóng E_{01} trong ống dẫn sóng trên tính từ tâm chỗ nối với ống dẫn sóng chữ nhật.

Để lọc sóng không mong muốn là H_{11} trong ống dẫn sóng tròn, trong đoạn nối tắt của ống dẫn sóng tròn người ta đặt một vòng xuyên kim loại mỏng, chu vi của xuyên gần với bước sóng λ_0 trong không gian tự do. Vị trí của xuyên đặt cách tâm lỗ ghép một khoảng $\lambda/4$ bước sóng của sóng H_{11} . Xuyên cộng hưởng này tác dụng lên sóng H_{11} như một đoạn ngắn mạch. Đối với sóng E_{01} đường sức điện trường E vuông góc với xuyên nên nó không bị ảnh hưởng.

Việc kích thích sóng H_{01} trong ống dẫn sóng tròn từ sóng H_{10} trong ống dẫn sóng chữ nhật được thực hiện bởi chuyển tiếp từ từ. Trong dạng chuyển tiếp này, tiết diện ngang của nó được biến dạng từ dạng chữ nhật sang tròn nhưng đảm bảo cho đường sức điện trường biến chuyển dần từ thẳng sang dạng đồng tâm với trục.

Vì sóng dạng H_{01} là bậc cao nên muốn có nó ta phải dùng một bộ lọc bỏ các dạng sóng bậc thấp hơn chẳng hạn như lọc sóng E_{01} . Bộ lọc như vậy gọi là bộ lọc dạng sóng. Nó chính là một đoạn ống dẫn sóng tròn, bên trong có đặt các phiến mỏng kim loại theo phương bán kính.

Một dạng bộ lọc khác có xẻ các khe tròn hẹp song song chạy vòng quanh ống tròn. Khe này sẽ làm cho các sóng bậc thấp như H_{11} và E_{01} bức xạ qua khe ra ngoài, còn sóng H_{01} truyền bên trong ống dẫn sóng.

Ngoài các loại chuyển tiếp trên, còn có chuyển tiếp đồng trục - mạch giải và chuyển tiếp ống dẫn sóng - mạch giải. Do thời lượng của môn học nên tài liệu không bàn đến hai loại chuyển tiếp này.

6.6. Các bộ suy giảm

Chúng ta tìm hiểu một loại mạng 4 cực siêu cao tần khác là các bộ suy giảm. Đó là các phần tử 4 cực siêu cao mà khi sóng điện từ đi qua nó sẽ bị giảm đi một phần năng lượng ở đầu ra so với đầu vào. Các bộ suy giảm được lắp ở đầu ra của máy phát và tuyến siêu cao hoặc để đo đặc trong các thiết bị đo lường. Người ta chia làm ba loại suy giảm: suy giảm kiểu hấp thụ, suy giảm tới hạn và suy giảm có điều khiển điện.

6.6.1. Suy giảm kiểu hấp thụ

Bộ suy giảm kiểu hấp thụ gồm một đoạn ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong nó được đưa vào một bản hấp thụ năng lượng điện từ trường. Bản hấp thụ này có thể là điện môi được kim loại hóa. Tùy theo vị trí đặt tấm hấp thụ mà ta đạt được mức độ khác nhau về suy giảm năng lượng siêu cao tần.

Các bộ suy giảm kiểu hấp thụ có ưu điểm là cấu trúc đơn giản, phản xạ ít. Tuy nhiên chúng có nhược điểm là độ suy giảm không lớn quá 50dB và rất nhạy đối với tần số. Do đó với các tần số khác nhau phải lấy chuẩn cho từng tần số.

6.6.2. Suy giảm tới hạn

Nguyên tắc làm việc của bộ suy giảm tới hạn là sự suy giảm cường độ trường theo hàm mũ trong ống dẫn sóng có kích thước sao cho bước sóng tới hạn của dạng sóng đã chọn nhỏ hơn bước sóng công tác. Ta có biểu thức:

$$\frac{1}{\lambda_{th}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_c^2}$$

nếu $\lambda > \lambda_{th}$ thì λ_c là số ảo, sóng trong ống dẫn sóng không lan truyền được mà bị suy giảm theo hàm mũ với hệ số suy giảm α được tính:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2 - 1}$$

khi $\lambda > \lambda_{th}$ thì ta có:

$$\alpha \approx 2\pi/\lambda_{th}$$

Nghĩa là độ suy giảm không phụ thuộc vào tần số.

Các bộ suy giảm tới hạn có ưu điểm là độ suy giảm thay đổi trong phạm vi lớn và chịu được công suất lớn khi chọn độ suy giảm thay đổi tuyến tính theo chiều dài L tốt. Do đó chúng được dùng làm các bộ suy giảm chuẩn. Nhược điểm của chúng là gây ra phản xạ lớn do bất đồng nhất. Để giảm phản xạ, người ta dùng các phần tử phối hợp ở hai đầu như là các điện trở hay đĩa điện môi.

Ngoài hai loại trên, trong kỹ thuật còn sử dụng các bộ suy giảm có điều khiển điện. Người ta lợi dụng tính chất đặc biệt của ferit bị từ hoá trong từ trường không đổi để tạo ra các bộ suy giảm không thuận nghịch gọi là các bộ van. Ngoài ra còn dùng các diode loại PIN tạo ra các bộ suy giảm có thể điều khiển điện khi thay đổi thiên áp cho các diode trên.

6.7. Các bộ quay pha

Một loại mạng 4 cực khác là các bộ quay pha. Các bộ quay pha được sử dụng nhiều trong tuyến siêu cao và trong các thiết bị đo lường.

Bộ quay pha đơn giản cố định chính là một đoạn đường truyền đồng nhất có chiều dài l sẽ cho một bộ quay pha cố định với góc pha:

$$\theta = 2\pi l/\lambda$$

Một bộ quay pha biến đổi đơn giản được thực hiện bởi ống đồng trục khi thay đổi chiều dài l của bộ quay pha.

Người ta còn tạo ra bộ quay pha biến đổi bằng cách làm thay đổi bước sóng tới hạn của ống dẫn sóng H_{10} trong ống dẫn sóng chữ nhật.

Tất cả các bộ quay pha trên đều có mức độ quay pha như nhau không phụ thuộc vào chiều truyền sóng. Các bộ quay pha như vậy gọi là các bộ quay pha thuận nghịch.

Người ta sử dụng tính chất đặc biệt của ferit bị từ hoá trong từ trường không đổi để tạo ra các bộ quay pha theo chiều truyền sóng gọi là các bộ quay pha không thuận nghịch.

6.8. Mạng 6 cực

Các mạng 6 cực được dùng khá nhiều trong tuyến siêu cao như: khi phân nhánh công suất đường truyền, khi phối hợp trở kháng, khi phân đường tần số v.v... Trong mục này ta chỉ xét tính chất chung của mạng 6 cực.

T giới hạn nghiên cứu các mạng 6 cực siêu cao không tổn hao năng lượng. Với các mạng 6 cực không tổn hao năng lượng thì ma trận tán xạ $[S]$ của nó là Unitar, tức là:

$$[S]^H[S] = [I]$$

Vì mạng 6 cực là thuận nghịch nên ma trận $[S]$ đối xứng qua đường chéo chính, tức là:

$$[S]^T = [S]$$

Do đó: $[S]^H = ([S]^*)^T = [S]^*$

Ta có: $[S]^*[S] = [I]$

Hay: $[S]^* = [S]^{-1+}$

Viết dạng đầy đủ của biểu thức trên được:

$$\begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* & S_{31}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* & S_{32}^* \\ S_{13}^* & S_{23}^* & S_{33}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[S]} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (6.8.1)$$

ở đây các A_{pj} là các phần phụ đại số của các yếu tố tương ứng S_{pj} của ma trận $[S]$.

(i) Các mặt chính

Ta có một mạng 6 cực siêu cao tùy ý. Giả sử tại nhánh thứ ba ta lắp một tải có hệ số phản xạ là R_3 .

Ta có quan hệ giữa các sóng tới và sóng phản xạ của mạng 6 cực ở các mặt cuối của C là:

$$[b] = [S][a]$$

Và quan hệ của chúng với R_3 :

$$a_3 = R_3 \cdot b_3 \quad (6.8.2)$$

Khi khử b_3 và a_3 từ các phương trình trên, ta rút ra được quan hệ giữa các sóng tới và phản xạ tại mặt cuối C_1, C_2 của mạng 4 cực được tạo thành từ mạng 6 cực:

$$b_1 = \left(S_{11} + \frac{S_{13}^2 R_3}{1 - R_3 S_{33}} \right) a_1 + \left(S_{12} + \frac{S_{13} S_{23} R_3}{1 - R_3 S_{33}} \right) a_2$$

$$b_2 = \left(S_{12} + \frac{S_{23}^2 R_3}{1 - R_3 S_{33}} \right) a_2 + \left(S_{12} + \frac{S_{13} S_{23} R_3}{1 - R_3 S_{33}} \right) a_1$$

Ma trận tán xạ của mạng 4 cực mới là:

$$[S_4] = \frac{1}{1 - R_3 S_{33}} \begin{bmatrix} S_{11} + R_3(S_{13}^2 - S_{11}S_{33}) & S_{12} + R_3(S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}) \\ S_{12} + R_3(S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}) & S_{22} + R_3(S_{23}^2 - S_{22}S_{33}) \end{bmatrix}$$

Hay từ (6.8.1) ta có:

$$[S_4] = \frac{1}{1 - R_3 S_{33}} \begin{bmatrix} S_{11} - R_3 S_{22}^* \det[S] & S_{12} + R_3 S_{12}^* \det[S] \\ S_{12} + R_3 S_{12}^* \det[S] & S_{22} - R_3 S_{11}^* \det[S] \end{bmatrix} \quad (6.8.3)$$

Ta lưu ý rằng ở đây, các phần phụ đại số A_{pq} có dạng:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \det[S] S_{11}^* = S_{22} S_{23} - S_{23}^2 \\ A_{21} &= A_{12} = \det[S] S_{12}^* = S_{13} S_{23} - S_{12} S_{23} \\ A_{31} &= A_{13} = \det[S] S_{13}^* = S_{12} S_{23} - S_{13} S_{22} \\ A_{21} &= A_{12} = \det[S] S_{12}^* = S_{13} S_{23} - S_{12} S_{23} \\ A_{32} &= A_{23} = \det[S] S_{23}^* = S_{12} S_{13} - S_{13} S_{23} \\ A_{22} &= \det[S] S_{22}^* = S_{11} S_{33} - S_{13}^2 \\ A_{33} &= \det[S] S_{33}^* = S_{11} S_{22} - S_{12}^2 \end{aligned} \quad (6.8.4)$$

Từ (6.8.3) ta nhận thấy rằng có thể chọn tải sao cho 2 nhánh 1 và nhánh 2 cách ly hoàn toàn nếu thực hiện được điều kiện sau:

$$S_{12} + R_3 S_{12}^* \det[S] = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_3 = -S_{12} / \det[S] S_{12}^* \quad (6.8.5)$$

Vì mạng 6 cực là không tiêu hao nên module định thức ma trận tán xạ $|\det[S]| = 1$ và $|S_{12}| = |S_{12}^*|$ nên ta có:

$$|R_3| = 1 \quad (6.8.6)$$

Ta có thể dễ dàng chọn tải R_3 thỏa mãn điều kiện (6.8.6) bằng cách đặt một pittông ngắn mạch có hệ số phản xạ -1 vào trong nhánh 3 cách mặt cuối C_3 một khoảng l_3 về phía 6 cực. Chiều dài l_3 được chọn sao cho thỏa mãn pha của điều kiện (6.8.5).

Ta gọi ψ_3 là góc pha tính từ mặt cuối C_3 đến chỗ đặt pittông ngắn mạch C_3' thì có:

$$\psi_3 = 2\pi l_3 / \lambda$$

Như vậy tại C_3' có $R_3' = -1$ và nó quan hệ với ψ_3 bởi hệ thức:

$$R_3' = R_3 e^{-2i\psi_3} = -1$$

$$\text{Nên: } R_3 = -e^{2i\psi_3}$$

$$\text{Và có: } \arg R_3 = 2\psi_3 + \pi$$

Từ (6.8.5) ta có:

$$\begin{aligned} \arg R_3 &= \pi + \arg S_{12} - \arg (\det[S]) - \arg S_{12}^* \\ &= 2\arg S_{12} - \arg (\det[S]) + \pi \end{aligned}$$

$$\text{Hay: } \psi_3 = \arg S_{12} - (1/2) \arg (\det[S]) \quad (6.8.7)$$

Từ biểu thức (6.8.3) ta có các hệ số phản xạ tại nhánh 1 và 2 của mạng 4 cực được tạo thành:

$$[S_4]_{11} = R_1 = \frac{1}{1 - R_3 S_{33}} (S_{11} - R_3 S_{22}^* \det[S]) \quad (6.8.8)$$

$$[S_4]_{22} = R_2 = \frac{1}{1 - R_3 S_{33}} (S_{22} - R_3 S_{11}^* \det[S])$$

với điều kiện (6.8.5) và (6.8.4) suy ra được:

$$R_1 = -\frac{\det[S] S_{23}^*}{S_{23}}; R_2 = -\frac{\det[S] S_{13}^*}{S_{13}} \quad (6.8.9)$$

So sánh (6.8.8) với (6.8.5) ta thấy các hệ số phản xạ tại các nhánh 1 và 2 của 6 cực có thể được tạo ra tương tự như khi đặt các nút nối tắt tại các nhánh này tại các mặt C_1' và C_2' cách mặt cuối C_1 và C_2 một khoảng l_1 và l_2 có góc pha ψ_1 và ψ_2 chọn thỏa mãn điều kiện pha của (6.8.9)

Hoàn toàn tương tự như trước ta suy ra được các hệ thức cho ψ_1 và ψ_2

$$\begin{aligned} \psi_{31} &= \arg S_{23} - (1/2) \arg (\det[S]) \\ \psi_2 &= \arg S_{13} - (1/2) \arg (\det[S]) \end{aligned} \quad (6.8.10)$$

$$\text{với: } \psi_1 = 2\pi l_1 / \lambda \quad \psi_2 = 2\pi l_2 / \lambda$$

Các mặt cuối C_1' , C_2' , C_3' gọi là các mặt phẳng chính của mạng 6 cực.

Từ tính đối xứng của các biểu thức (6.8.7) và (6.8.10) có kết luận sau: nếu đặt một nút nối tắt tại một mặt phẳng chính ở một nhánh của mạng 6 cực không tổn hao sẽ làm xuất hiện 2 nút nối tắt khác tại mặt chính ở hai nhánh kia và các nhánh này hoàn toàn cách ly điện nhau.

(ii) Các mặt đối

Ta hãy tìm xem có thể mắc một tải như thế nào trong một nhánh của mạng 6 cực để cho mạng 4 cực tạo thành được phối hợp, nghĩa là giữa hai nhánh còn lại của mạng 6 cực hoàn toàn không phản xạ. Chúng ta lại mắc vào nhánh 3 của mạng 6 cực một tải có hệ số phản xạ R_3 . Muốn để mạng 4 cực tạo thành hoàn toàn phối hợp thì phải thỏa mãn điều kiện:

$$R_1 = R_2 = 0$$

Từ (6.8.8) suy ra:

$$S_{11} - R_3 S_{22}^* \det[S] = S_{22} - R_3 S_{11}^* \det[S] = 0$$

Và được:

$$R_3 = S_{11}/S_{22}^* \det[S] = S_{22}/S_{11}^* \det[S] \quad (6.8.11)$$

Các điều kiện trên được thỏa mãn khi xảy ra:

$$|S_{11}| = |S_{22}| \quad (6.8.12)$$

Điều kiện (6.8.12) có thể thỏa mãn dễ dàng nếu mạng 6 cực có cấu trúc đối xứng hình học đối với nhánh 3.

Khi thỏa mãn điều kiện (6.8.12) thì từ (6.8.11) ta lại có:

$$|R_3| = 1$$

Và điều này xảy ra khi đặt một nút nối tắt tại nhánh thứ 3 ở mặt C_3' thích hợp cách C_3 một khoảng l_3 có góc pha ψ_3 thỏa mãn điều kiện (6.8.11). Gọi mặt cuối C_3' này là mặt đối với mặt chính của mạng 6 cực.

Như vậy nếu một mạng 6 cực không tổn hao có đối xứng về hình học với một trong các nhánh thì trong nhánh này có một mặt đối sao cho nếu đặt một nút nối tắt trong đó thì hai nhánh còn lại được phối hợp.

6.9. Các bộ ghép định hướng

Bộ ghép định hướng là một mạng 8 cực được sử dụng phổ biến trong kỹ thuật siêu cao tần. Ta giả thiết rằng đây là một mạng 8 cực không tổn hao năng lượng.

Cho một mạng 8 cực với các nhánh 1, 2, 3 và 4. Ta nhóm các nhánh trên thành 2 nhóm: nhóm 1 gồm các nhánh 1 và 2, nhóm 2 gồm các nhánh 3 và 4.

Ta nói rằng mạng 8 cực này là một bộ ghép định hướng nếu các nhánh của một nhóm hoàn toàn cách ly khi các nhánh của nhóm kia được phối hợp.

Ví dụ ta nối vào 2 nhánh 3 và 4 các tải không phản xạ, cho sóng vào nhánh 1 thì không có sóng ra nhánh 2.

Các điều kiện được thể hiện bởi hệ thức:

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = 0$$

Ma trận tán xạ của bộ ghép định hướng có dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \quad (6.9.1)$$

Các bộ ghép định hướng có ba tính chất sau:

Các hệ số phản xạ của bộ ghép định hướng có cùng module.

Từ tính chất Unita của ma trận tán xạ $[S]$ của bộ ghép định hướng ta có:

$$S_{13} S_{11}^* + S_{33} S_{14}^* = 0$$

$$S_{22} S_{24}^* + S_{24} S_{44}^* = 0$$

$$S_{11} S_{14}^* + S_{14} S_{44}^* = 0$$

Ta suy ra được kết quả:

$$|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}| = |S_{44}| \quad (6.9.2)$$

Nếu bộ ghép định hướng đối xứng để cho:

$$S_{14} = S_{23} \text{ và } S_{13} = S_{24} \quad (6.9.3)$$

Thì nó hoàn toàn phối hợp, tức:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} \quad (6.9.4)$$

Thật vậy, từ (6.9.1) và điều kiện (6.9.2), (6.9.3) ta có dạng ma trận tán xạ của bộ ghép định hướng là:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & S_{22} & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{13} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \delta & \gamma \\ 0 & \alpha & \gamma & \delta \\ \delta & \gamma & \alpha & 0 \\ \gamma & \delta & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (6.9.5)$$

Ta có thể chọn mạng 8 cực đối xứng với các mặt cuối để đạt được các hệ số phản xạ tại các nhánh là thực và dương là α .

Từ tính Unita và đối xứng của ma trận $[S]$ (6.9.5), ta suy ra các định thức con ứng với các số hạng 0 của ma trận $[S]$ (6.9.5) sẽ bằng không. Cụ thể ta có:

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma & \delta \\ \delta & \alpha & 0 \\ \gamma & 0 & \alpha \end{bmatrix} = -2\alpha\gamma\delta = 0$$

Suy ra: hoặc $\alpha = 0$ hoặc $\gamma = 0$ hoặc $\delta = 0$. Nếu $\alpha = S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$ thì trùng với (6.9.4)

Còn trường hợp $\gamma = \delta = 0$ ứng với hai trường hợp mạng 8 cực suy biến thành hai mạng 4 cực. Rõ ràng là bộ ghép định hướng đối xứng là hoàn toàn phối hợp.

Ngược lại nếu một mạng 8 cực thuận nghịch hoàn toàn phối hợp là một bộ ghép định hướng.

Ta viết ma trận tán xạ của mạng 8 cực hoàn toàn phối hợp này dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

Vì ma trận Unita, nên các định thức con ứng với các số hạng 0 sẽ bằng 0. Do đó ta nhận được các hệ thức:

$$\begin{aligned} S_{23} &= S_{24} = S_{34} = 0 \\ S_{13} &= S_{14} = S_{34} = 0 \\ S_{12} &= S_{14} = S_{24} = 0 \\ S_{12} &= S_{13} = S_{23} = 0 \end{aligned} \quad (6.9.6)$$

Hệ (6.9.6) có 3 nghiệm cặp:

$$(A): S_{12} = 0; S_{34} = 0$$

$$(B): S_{13} = 0; S_{24} = 0$$

$$(C): S_{14} = 0; S_{23} = 0$$

3 nghiệm (A), (B), (C) sẽ cho ta 3 cách tạo ra bộ ghép định hướng khác nhau.

Như vậy ta có ma trận tán xạ của một bộ ghép định hướng hoàn toàn phối hợp dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & 0 & 0 \\ S_{14} & S_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.9.7)$$

với điều kiện:

$$\begin{aligned} |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 &= 1 \\ S_{13}S_{14}^* + S_{14}S_{13}^* &= 0 \end{aligned} \quad (6.9.8)$$

Các tính chất trên là nói với các bộ ghép hoàn toàn lý tưởng. Tuy nhiên các bộ ghép định hướng thực tế bao giờ cũng có sóng ra nhánh cách ly. Để đặc trưng cho chất lượng của bộ ghép

định hướng, ta dùng 2 khái niệm là hệ số ghép C và hệ số định hướng D. Chúng được định nghĩa như sau:

Hệ số ghép là tỉ số của biên độ sóng ở nhánh ghép tính theo Decibel:

$$C = 20 \lg |a_1/b_4| \quad (\text{dB}) \quad (6.9.9)$$

Hệ số định hướng là tỉ số biên độ sóng ở nhánh ghép và biên độ sóng ở nhánh cách ly tính theo Decibel:

$$D = 20 \lg |b_4/b_2| \quad (6.9.10)$$

Ở đây, sóng vào các nhánh 1 và ra ở nhánh 3, còn một phần năng lượng sẽ sang nhánh ghép định hướng 4 và phản xạ sang nhánh cách ly 2.

6.10. Các bộ cầu siêu cao

Mạch cầu siêu cao là những mạng 8 cực chia đôi công suất hay là những bộ phân mạch định hướng với độ ghép $C = 3 \text{ dB}$. Các bộ cầu siêu cao tần có thể thực hiện trên ống dẫn sóng chữ nhật, ống đồng trục hoặc mạch dải. Các bộ cầu siêu cao điển hình là: cầu T kép, cầu khe và cầu vòng.

6.11. Phối hợp trở kháng ở siêu cao tần

Nhiệm vụ cơ bản của vấn đề phối hợp trở kháng ở siêu cao tần là làm sao bảo đảm trong tuyến siêu cao tần, sóng phản xạ là ít nhất hoặc đảm bảo trong tuyến siêu cao tần hệ số sóng đứng K_d hay hệ số sóng chạy K_{ch} đạt yêu cầu đề ra trong một dải tần nhất định.

6.11.1. Ý nghĩa của việc phối hợp trở kháng

(i) Do mất phối hợp nên trong tuyến siêu cao có sóng đứng. Thực hiện việc phối hợp trở kháng ở siêu cao có nghĩa là dùng những phần tử phối hợp đưa vào đường truyền để giảm đến mức tối đa sự phản xạ sóng trong một dải tần xác định. Khi trong tuyến siêu cao đã được phối hợp trở kháng lý tưởng thì chỉ có sóng chạy thuần túy, tức là có $K_{ch} = 1$. Việc phối hợp trở kháng đóng vai trò rất quan trọng trong thực tiễn và là vấn đề hay gặp trong kỹ thuật siêu cao tần. Thật vậy, nếu trong tuyến siêu cao tần khi mất phối hợp trở kháng sẽ gây ra các tác hại xấu như sau:

Ta biết rằng công suất truyền lan từ máy phát đến tải trên đường truyền được xác định theo công thức:

$$P_{\text{tải}} = P_{\text{tối}} - P_{\text{px}} = P_{\text{tối}}(1 - |R|^2)$$

Khi tải được phối hợp với đường truyền thì:

$$|R| = 0, P_{\text{tải}} = P_{\text{tối}} \text{ và đạt giá trị cực đại}$$

Khi mất phối hợp với đường truyền, do $|R| > 0$ nên

$$P_{\text{tải}} < P_{\text{tối max}}$$

Như vậy công suất truyền từ máy phát đến tải giảm.

(ii) từ lý thuyết đường truyền, ta có biểu thức xác định công suất truyền lan tới hạn dọc đường truyền là:

$$P_{\text{th}} = P_{\text{thmax}}(1 - |R|)/(1 + |R|) = P_{\text{thmax}}/K_d$$

Ở đây, P_{thmax} là công suất truyền lan tới hạn khi đường truyền được phối hợp hoàn toàn $|R| = 0$. Rõ ràng nó là công suất truyền lan lớn nhất đường truyền có thể chịu đựng được mà không xảy ra hiện tượng đánh lửa. Khi mất phối hợp trở kháng, tức $|R|$ khác 0 thì $P_{\text{th}} < P_{\text{thmax}}$ tức là công suất truyền lan tới hạn trên đường truyền giảm đi, trên đường truyền có sóng đứng và tại các điểm bụng của nó dễ xảy ra hiện tượng đánh lửa nếu truyền công suất lớn hơn giá trị tới hạn.

(iii) Nếu trong đường truyền mất phối hợp thì sự suy giảm sóng trong nó lớn, tiêu hao năng lượng lớn làm giảm hiệu suất của đường truyền.

Hàm suy giảm công tác L của một đoạn đường truyền dài l với sóng truyền trên nó được xác định theo công thức:

$$L = 10 \lg \frac{P_{\text{vao}}}{P_{\text{ra}}} = 10 \lg \frac{1 - |R|^2 e^{-4\alpha l}}{(1 - |R|^2) e^{-2\alpha l}}$$

với α là hệ số tiêu hao.

Khi đường truyền được phối hợp hoàn toàn, tức là $|R| = 0$ thì:

$$L = L_{\text{min}} = 10 \lg e^{2\alpha l} = 20 \alpha l \lg e = 8,68 \alpha l \quad (\text{dB})$$

Nếu đường truyền bị mất phối hợp, tức là $|R|$ khác 0 thì $L > L_{\min}$ tức là tiêu hao trong đường truyền tăng lên làm giảm hiệu suất của nó.

(iv) Ngoài ra khi đường truyền bị mất phối hợp trở kháng, sóng phản xạ sẽ trở về máy phát làm ảnh hưởng đến chế độ làm việc ổn định của máy phát cả về phương diện công suất lẫn tần số.

Do đó trong tuyến siêu cao tần, máy phát thường được lắp qua thiết bị phối hợp với đường truyền. Các thiết bị này có thể là các phần tử cách ly như; các bộ suy giảm biến đổi hoặc các bộ van.

Vấn đề phối hợp trở kháng thường được chia làm hai loại: phối hợp trở kháng dải rộng và phối hợp trở kháng dải hẹp.

6.11.2. Các phương pháp phối hợp trở kháng

(i) Phối hợp trở kháng dải hẹp

Phối hợp trở kháng ở một tần số cố định hay xung quanh nó với dải hẹp về mặt lý thuyết có thể đảm bảo dùng các phần tử phối hợp đạt được chế độ gần lý tưởng. Các phần tử phối hợp được đưa vào trong đường truyền chỉ cần dùng các phần tử thuần kháng nên không gây ra tiêu hao năng lượng. Đó là các biến áp $\lambda/4$ và các phần tử thuần kháng như que dò, tấm chắn hay Sleypher. Sau đây ta xét một trường hợp là nguyên tắc dùng biến áp $\lambda/4$.

Biến áp $\lambda/4$ chính là một đoạn đường truyền đồng nhất không tiêu hao năng lượng có độ dài bằng $1/4$ bước sóng công tác và có trở sóng đặc tính Z_{CT} . Dùng biến áp $\lambda/4$ mắc vào giữa đường truyền và tải có thể đảm bảo phối hợp sao cho trên đoạn đường truyền từ chỗ nối biến áp trở về máy phát không có sóng phản xạ. Về mặt vật lý, điều đó được giải thích là do sóng phản xạ tại hai đầu nối của biến áp $\lambda/4$ sẽ ngược pha nhau, nếu biên độ của các sóng phản xạ này chọn được bằng nhau, chúng sẽ triệt tiêu nhau ở lối vào của biến áp.

Ta có thể tính toán định lượng bài toán phối hợp trở kháng dùng biến áp $\lambda/4$ qua đồ thị vòng Smith.

(ii) Phối hợp trở kháng dải rộng

Vấn đề phối hợp trở kháng dải rộng là vấn đề khá phức tạp, đóng vai trò thiết thực trong các bài toán thực tiễn. Phối hợp trở kháng dải rộng hay phối hợp trở kháng trong một dải tần đã cho yêu cầu phải đảm bảo đạt được chỉ tiêu đã cho như hệ số sóng chạy không được nhỏ hơn giá trị $K_{ch\min}$ nào đó trong dải hoặc đảm bảo thực hiện được theo một hàm đặc trưng nào đó chẳng hạn theo đặc trưng của hàm suy giảm công tác L .

Các phần tử phối hợp trở kháng trong một dải tần đã cho có cấu tạo rất đa dạng và có thể theo hai hướng khác nhau: dùng các phần tử tiêu hao năng lượng và các phần tử không tiêu hao năng lượng.

Một số phương pháp phổ biến là: phối hợp dùng tải hấp thụ hay bộ van, phối hợp dùng đoạn đường truyền không đồng nhất, phối hợp dùng mạch cộng hưởng.

6.11.3. Giải đồ Smith

Khi giải các bài toán về phối hợp trở kháng, người ta sử dụng một công cụ rất có hiệu quả cả trong lý thuyết lẫn thực tế là đồ thị vòng Smith.

Trong tài liệu này chỉ giới thiệu tóm tắt cấu tạo đồ thị vòng và một số ứng dụng cơ bản.

Đồ thị vòng Smith được xây dựng trên tọa độ cực của mặt phẳng phức, nó biểu diễn các tham số cơ bản trong đường truyền như: hệ số phản xạ, hệ số sóng đứng K_d hoặc hệ số sóng chạy K_{ch} , trở kháng chuẩn hóa $\bar{Z}_{ch}(z)$ và dẫn nạp chuẩn hóa $\bar{Y}_{ch}(z)$ tại một tiết diện bất kỳ. Nó có cấu trúc như sau:

- Họ vòng tròn đồng tâm O với bán kính R từ 0 đến 1 mô tả module của hệ số phản xạ hoặc giá trị của hệ số sóng đứng hoặc sóng chạy. Tại vòng tròn tâm O bán kính lớn nhất $R = 1$, ta khắc độ các pha của hệ số phản xạ theo giá trị tương đối l/λ có giá trị từ 0 đến 0,5 theo hai chiều ngược nhau với gốc ở điểm A . Hình 6.6

- Họ vòng tròn có tâm nằm trên trục thực AB trong đoạn OB có bán kính bằng $\frac{1}{1+\bar{r}}$ đối

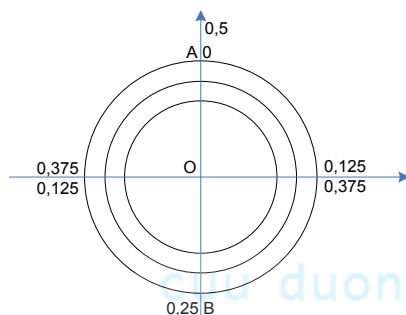
với trở kháng hay bằng $\frac{1}{1+\bar{g}}$ đối với dẫn nạp, nó biến đổi từ 0 đến 1. Họ vòng tròn này chỉ các

giá trị dẫn thuần $\bar{g} = const$ hay trở thuần $\bar{r} = const$. Các vòng tròn đều tiếp xúc nhau tại điểm B.

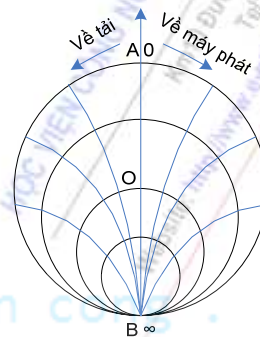
- Họ vòng tròn có tâm nằm trên đường thẳng song song với trục ảo đi qua điểm B với bán kính bằng $\frac{1}{\bar{x}}$ đối với trở kháng và bằng $\frac{1}{\bar{z}}$ đối với dẫn nạp, có bán kính thay đổi từ 0 đến vô cực.

Họ vòng tròn này mô tả các giá trị kháng thuần $\bar{x} = const$ và điện nạp $\bar{b} = const$. Chúng cũng tiếp xúc với nhau tại điểm B. Một phần của họ vòng tròn trên trong vòng tròn bán kính đơn vị được vẽ ở **hình 6.7**. Phía phải trục thực các vòng tròn chỉ $\bar{x} > 0$ hoặc $\bar{b} > 0$, phía trái trục thực các vòng tròn cho ta giá trị $\bar{x} < 0$ hoặc $\bar{b} < 0$.

Giao điểm của hai họ vòng tròn trên mô tả điểm có trở kháng chuẩn hóa $\bar{Z}_{ch} = \bar{r} + i\bar{x}$ hoặc dẫn nạp chuẩn hóa $\bar{Y}_{ch} = \bar{g} + i\bar{b}$ trên đường truyền.



Hình 6.6



Hình 6.7

Tại điểm A, trở kháng và dẫn nạp bằng 0 ($\bar{r} = \bar{x} = 0; \bar{g} = \bar{b} = 0$) còn ở điểm B thì trở kháng và dẫn nạp bằng ∞ ($\bar{r} = \bar{x} = \infty; \bar{g} = \bar{b} = \infty$)

Trục thực AB mô tả các giá trị trở thuần và dẫn thuần.

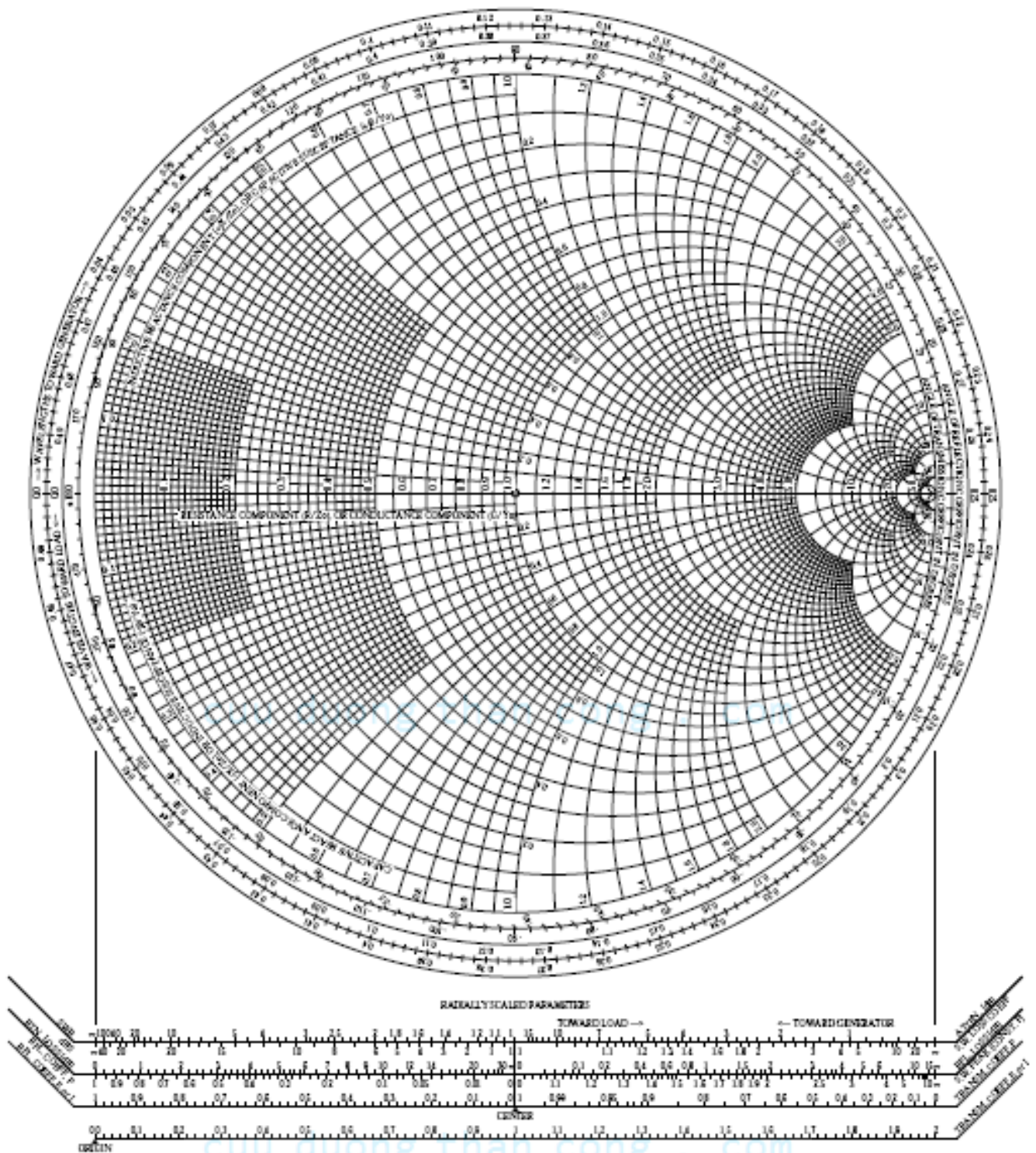
Bán kính OA là quỹ tích các điểm nút điện áp (đối với đồ thị trở kháng) và là quỹ tích các điểm bụng áp (đối với đồ thị dẫn nạp), bán kính OB là quỹ tích các điểm bụng áp (với trở kháng) hay nút áp (với dẫn nạp).

Vòng tròn lớn nhất (bán kính đơn vị) chỉ các giá trị của kháng thuần \bar{x} hoặc điện nạp \bar{b} (vì $\bar{r} = 0; \bar{g} = 0$)

Tâm O của đồ thị biểu diễn chế độ phối hợp trở kháng lý tưởng trong đường truyền ($\bar{r} = 1, \bar{g} = 1; \bar{x} = \bar{b} = 0$)

Từ gốc A theo đường tròn tâm O quay theo chiều kim đồng hồ cho chiều chuyển động trên đường truyền từ tải về máy phát, còn ngược chiều kim đồng hồ ứng với dịch chuyển trên đường truyền từ máy phát về tải.

Hình vẽ 6.8 cho ta một dạng đầy đủ của đồ thị Smith.



Hình 6.8: Đồ thị vòng Smith

6.11.4. Các ứng dụng của giản đồ Smith

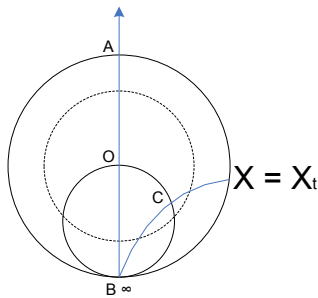
(i) Biểu diễn trở kháng chuẩn hóa của tải và hệ số sóng đứng

Giả sử có đường truyền siêu cao có trở sóng đặc tính là Z_{co} , ở cuối đường mắc tải với giá trị Z_t . Hãy tìm điểm biểu diễn Z_t trên đồ thị vòng và hệ số sóng đứng trên đường truyền.

Vì đồ thị vòng trở kháng dùng cho các đơn vị tương đối tức là với các trở kháng chuẩn hóa, nên hãy tính với tải chuẩn hóa:

$$\bar{Z}_t = \frac{Z_t}{Z_{co}} = \bar{r}_t + i\bar{x}_t$$

Ta tìm trên giản đồ giao điểm của hai vòng tròn $\bar{r} = \bar{r}_t; \bar{x} = \bar{x}_t$. Giao điểm này chính là điểm biểu diễn tải cần tìm. Trên **hình 6.9** là điểm C. Từ điểm C ta vẽ vòng tròn tâm O bán kính OC sẽ được vòng tròn chỉ K_d cần tìm. Vòng tròn này cắt trục thực AB tại điểm có khắc độ sẽ cho giá trị K_d .



Hình 6.9

(ii) Xác định trở kháng vào của đường truyền cách tải một khoảng l khi biết trở tải

Giả sử ta có đường truyền không tổn hao với trở sóng đặc tính là Z_{co} ở cuối có mắc tải Z_t , hãy xác định trở kháng lối vào của đường truyền cách tải một khoảng l, bước sóng công tác trên đường truyền là ..

Trước hết ta tìm điểm biểu diễn tải chuẩn hóa trên đồ thị vòng. Đó là điểm C trên hình 6.9 giống như ở mục (i).

$$\bar{z}_t = \frac{Z_t}{Z_{co}} = \bar{r}_t + i\bar{x}_t$$

Vẽ vòng tròn tâm O bán kính OC sẽ là vòng tròn $K_d = \text{const}$ trên đường truyền. từ O kẻ bán kính qua C cắt vòng tròn đơn vị theo chiều kim đồng hồ (tức là theo chiều về máy phát) một đoạn tương đối là l/λ sẽ được điểm D'. Nối bán kính OD' cắt vòng tròn, $K_d = \text{const}$ tại D. Từ đây ta nhận được 2 giá trị ứng với giao điểm của 2 vòng tròn $\bar{r}_v = \bar{r} = \text{const}, \bar{x}_v = \bar{x} = \text{const}$

Trở vào tại tiết diện cách Z_t một khoảng l là:

$$z_v = z_{co}(\bar{r}_v + i\bar{x}_v)$$

(iii) Xác định trở tải

Bây giờ ta xác định trở kháng tải mắc ở cuối đường truyền khi đã xác định được hệ số sóng đứng K_d và khoảng cách từ tải tới điểm nút áp đầu tiên là d_{\min} . Đường truyền có trở sóng đặc tính Z_{co} và công tác ở bước sóng λ .

Ta biết rằng quỹ tích các điểm nút áp của sóng đứng biểu diễn trên đoạn OA của đồ thị vòng với trở kháng. Do đó ta dựng vòng tròn $K_d = \text{const}$ cắt trục AB tại E. Điểm này chính là điểm biểu diễn nút đầu tiên trên đường truyền cách tải một khoảng d_{\min} . Ta lấy A làm gốc dịch chuyển trên vòng tròn lớn (bán kính đơn vị) theo chiều về tải (ngược chiều kim đồng hồ) một đoạn là d_{\min}/λ sẽ nhận được điểm C. Nối OC cắt vòng tròn $K_d = \text{const}$ tại F. Qua F ta nhận được 2 vòng tròn có giá trị $\bar{r} = \text{const}, \bar{x} = \text{const}$. Cuối cùng nhận được trở kháng tải là:

$$\bar{z}_t = z_{co} = \bar{r}_t + i\bar{x}_t$$

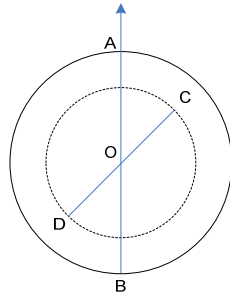
(iv) Xác định dẫn nạp khi biết trở kháng

Ta đã biết dẫn nạp tại một điểm tiết diện Z bất kỳ trên đường truyền có thể tính dựa trên phép lấy nghịch đảo của trở kháng dựa vào đồ thị vòng một cách dễ dàng hơn. Từ các biểu thức (6.3.8) và (6.3.9) ta nhận được mối quan hệ giữa trở kháng ở hai tiết diện Z_1 và Z_2 cách nhau một đoạn bằng $\lambda/4$ là:

$$\frac{z_1}{z_{co}} = \frac{z_{co}}{z_2} \quad \text{hay} \quad \bar{z}_1 = \frac{1}{\bar{z}_2} = \bar{y}_2$$

Như vậy ta nhận được quan hệ: trở kháng tại tiết diện bất kỳ bằng dẫn nạp tại tiết diện cách tiết diện trên một khoảng bằng $\lambda/4$. Việc tìm trở kháng chuẩn hóa ở tiết diện cách một

khoảng $\lambda/4$ được thực hiện trên đồ thị vòng tròn bằng cách dịch chuyển theo vòng tròn $K_d = \text{const}$ đi một khoảng $1/\lambda = 0,25$. Hay là thực hiện phép lấy đối xứng trên vòng tròn $K_d = \text{const}$ qua tâm O. Vậy ta có thể nhận được dẫn nạp từ trở kháng qua phép lấy đối xứng qua vòng tròn $K_d = \text{const}$. Điểm C biểu diễn trở kháng còn điểm D biểu diễn dẫn nạp trên đồ thị vòng tròn ở **hình 6.10**.



Hình 6.10

6.12. Bộ lọc siêu cao tần

Chúng ta quan niệm bộ lọc tần số siêu cao tần hay gọi tắt là bộ lọc siêu cao tần là một mạng 4 cực siêu cao thực hiện sự truyền dao động siêu cao đến tải ứng với đặc trưng tần số đã cho: $L(\omega)$

Đặc trưng tần số của bộ lọc siêu cao được lấy từ hàm suy giảm công tác của nó. Hàm này chính là nghịch đảo của bình phương module hệ số truyền của mạng 4 cực. Trong kỹ thuật siêu cao tần, bộ lọc siêu cao được ứng dụng rất rộng rãi trong các nhiệm vụ như: tách các tín hiệu từ thông tin nhiều kênh, hoặc trộn nhiều tín hiệu từ các kênh riêng rẽ, phân đường tín hiệu thu và phát, lọc các phần trong phổ tín hiệu phức tạp v.v...

Người ta phân loại bộ lọc siêu cao tần theo đặc trưng tần số hoặc theo kết cấu của nó. Từ đặc trưng tần số, bộ lọc siêu cao được chia làm 4 loại:

- Bộ lọc thông thấp.
- Bộ lọc thông cao.
- Bộ lọc thông dải.
- Bộ lọc chắn dải.

Dựa trên kết cấu của bộ lọc, người ta còn chia ra các loại sau:

- Bộ lọc ghép 1/4 bước sóng.
- Bộ lọc ghép trực tiếp.
- Bộ lọc từ đường dây đôi.
- Bộ lọc từ cộng hưởng đồng trục.
- v.v...

Trong kỹ thuật, các bộ lọc siêu cao thường được cấu tạo từ các mạch cộng hưởng nối ghép lại với nhau. Mỗi mạch riêng rẽ này gọi là một khâu hay một mắt của bộ lọc. Để xây dựng các bộ lọc siêu cao tần theo đặc trưng tần số cho trước, người ta thường ghép nối tăng các khâu của bộ lọc. Việc tổng hợp bộ lọc siêu cao tần được chia làm 2 giai đoạn như sau:

- Giai đoạn 1: tổng hợp bộ lọc từ mẫu với các tham số tập trung theo đặc trưng tần số đã cho.
- Giai đoạn 2: từ các sơ đồ tương đương của các khâu mạch cộng hưởng siêu cao với các mạch tham số tập trung L và C ta tìm được các tham số mạch điện và hình học của mạch cộng hưởng siêu cao từ bộ lọc mẫu vừa xây dựng.

Tóm tắt chương 6

Chương 6 tập trung vào các phần tử thụ động trên đường truyền siêu cao tần. việc phân tích các phần tử này không thực hiện bằng cách phân tích các phương trình ở lý thuyết trường điện từ mà tập trung vào phân tích các quan hệ ở các đầu vào và ra của các phần tử. công cụ được sử dụng để phân tích là các ma trận.

Sinh viên cần nắm vững các phần 6.1 và 6.2 là phần trình bày tổng quát về các phần tử này (được gọi là các mạng nhiều cực siêu cao tần), trong đó gồm các khái niệm sẽ được sử dụng khi phân tích.

Các phần 6.3 đến 6.12 đi vào phân tích các phần tử 2 cực, 4 cực, 6 cực, và 8 cực khác nhau cùng với một số ví dụ thực tế của mỗi loại phần tử. Sinh viên có thể xem thêm ở các tài liệu tham khảo về các phần tử thực tế khác.

Phần 6.11 trình bày về vấn đề phối hợp trở kháng và đồ thị Smith là một công cụ quan trọng để giải các bài toán về mạng siêu cao tần. Sinh viên cần chú ý kỹ phần này.

Bài tập chương 6

1. Hãy xác định ma trận tán xạ $[S]$ của mạng 4 cực hình thành từ việc ghép nối tầng hai mạng 4 cực đã biết ma trận tán xạ $[S_1]$ và $[S_2]$ của chúng.
2. Một đường truyền không tổn hao năng lượng có trở sóng đặc tính $Z_0 = 70 \text{ Ohm}$, ở cuối mắc tải $Z_L = (150 - i70) \text{ Ohm}$ được phối hợp trở kháng bằng biến áp một phần tư bước sóng. Tính trở sóng đặc tính Z_{CT} của biến áp phối hợp và khoảng cách d từ tải đến chỗ mắc biến áp, biết rằng bước sóng công tác của máy phát $f = 3000 \text{ MHz}$.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông
Tel: (04) 5541221; Fax: (04) 5541475
Website: <http://www.vtc.edu.vn>; E-mail: vtc@vtc.edu.vn

cuuduongthancong.com

CHƯƠNG TRÌNH
PTIT
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

cuuduongthancong.com

CHƯƠNG 7: CÁC ĐÈN ĐIỆN TỬ VÀ BÁN DẪN SIÊU CAO TẦN

Để có thể tìm hiểu được hoạt động và đặc tính của các mạch điện siêu cao tần, chúng ta cần nắm vững cấu trúc và đặc tính hoạt động của một số phần tử tích cực ở tần số siêu cao. Một cách tổng quát, các linh kiện tích cực này có thể được chia thành hai nhóm:

- Nhóm 1: Các linh kiện điện trở âm dùng trong các mạch khuếch đại, dao động, flip-flop... bao gồm: Diode Tunnel, Diode Gunn, Diode Impatt, Diode PIN ...
- Nhóm 2: Các linh kiện khuếch đại dùng trong các mạch khuếch đại, dao động ... bao gồm BJT, siêu cao tần JFET, MOSFET ...

Ngoài các linh kiện bán dẫn trên, trong kỹ thuật hiện nay vẫn còn dùng một số đèn điện tử do khả năng công suất lớn như đèn klystron, đèn sóng chạy.

7.1. Đèn Klystron trực xạ

Đèn Klystron là một loại linh kiện đèn điện tử hiện vẫn còn đang được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao tần do khả năng công suất lớn, hiệu suất cao với một dải tần số tương đối rộng. Đèn Klystron bao gồm hai loại: đèn Klystron trực xạ và đèn Klystron phản xạ. nguyên lý hoạt động của chúng có những điểm tương đồng nhau.

7.1.1. Nguyên lý hoạt động

Đèn Klystron trực xạ được sử dụng trong mạch khuếch đại siêu cao tần công suất lớn, dựa trên nguyên lý điều chế vận tốc và điều chế cường độ dòng điện của chùm tia electron. Đèn có hai hốc cộng hưởng 1 và 2, đặt thẳng hàng lần lượt trên đường đi của chùm tia electron.

Khi cathode được sưởi nóng và có điện thế ban đầu $-V_0$, các electron bức xạ bởi cathode đã có một vận tốc ban đầu. Chúng được một điện cực anode, mang điện thế $-V_g$, dương hơn so với $-V_0$, gia tốc và do đó chúng di chuyển thành một chùm tia với vận tốc đều nhau v_0 . Hốc cộng hưởng 1, đặt trên đường đi của chùm tia electron (có tiết diện dạng lưới, cho phép chùm tia electron xuyên qua), nhận một tín hiệu RF ở siêu cao tần từ bên ngoài và tạo ra một hiệu điện thế siêu cao tần giữa hai chùm vách của hốc cộng hưởng (cách nhau khoảng d). Khi chùm electron đi xuyên qua hốc cộng hưởng 1, hiệu điện thế này có tác dụng gia tốc thêm cho các electron ở bán kỳ dương hoặc làm giảm vận tốc của electron ở bán kỳ âm. Kết quả là các electron được gia tốc sẽ di chuyển nhanh và bắt kịp các electron phía trước, các electron bị giảm vận tốc sẽ di chuyển chậm lại và gặp các electron phía sau. Khi hiện tượng trên xảy ra tuần tự liên tiếp, chùm electron ban đầu sẽ lần lượt bị kết nhóm electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 và các nhóm electron này sẽ di chuyển trong vùng không gian giữa hốc cộng hưởng 1 và hốc cộng hưởng 2.

Khi các nhóm electron này đi xuyên qua hốc cộng hưởng 2, sự dịch chuyển thành nhóm của hạt mang điện sẽ tương đương dòng điện bị điều chế cường độ và do đó cảm ứng hiệu điện thế RF ở tần số cao trong hốc. Hiệu thế này đồng dạng với tín hiệu RF vào, sẽ được lấy ra từ hốc cộng hưởng 2 (tín hiệu RF ra), nhờ vậy ta tạo được mạch khuếch đại siêu cao tần. Các electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 2 sẽ được thu nhận bởi điện cực collector.

Đèn Klystron trực xạ có một số đặc tính kỹ thuật chính như sau:

- Hiệu suất công suất: $\mu \approx 40\%$
- Công suất phát lớn, có thể đạt đến 500 kW với tín hiệu liên tục và hàng chục MW cho tín hiệu xung, tại các tần số từ 10 GHz đến 20 GHz.
- Hệ số khuếch đại công suất lớn, có thể đạt đến 40 dB.

7.1.2. Hốc cộng hưởng

Ta có thể coi hốc cộng hưởng gồm 3 phần ghép liên tiếp nhau. Hai đầu là hai đoạn truyền sóng chiều dài l , có cấu trúc tương tự như cáp đồng trục có bán kính lõi và vỏ lần lượt là a và b ; giữa là một điện dung được tạo bởi khe khoảng cách d của hai bề mặt lưới.

Với đoạn truyền sóng tương tự cáp đồng trục, điện trở đặc tính R_0 là:

$$R_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad (7.1.1)$$

Ta có thể coi như hai đoạn đường truyền này bị nối tắt tại đầu cuối (do vách của hốc cộng hưởng) và có trở kháng vào Z_{in} nhìn từ khe độ rộng d của hốc cộng hưởng như sau:

$$Z_{in} = jR_0 \operatorname{tg}(\beta l) \quad (7.1.2)$$

Thay (7.2.1) vào (7.2.2), ta có:

$$Z_{in} = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \operatorname{tg}(\beta l) \quad (7.1.3)$$

Trở kháng Z_{in} này tương đương cảm kháng $Z_{in} = jX_{in}$ của điện cảm L mắc tại mỗi phía của khe d .

$$L = \frac{2X_{in}}{\omega} = \frac{1}{\pi\omega} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \operatorname{tg}(\beta l) \quad (7.1.4)$$

Điện dung C tương đương của khe rộng d là:

$$C = \frac{\varepsilon\pi a^2}{d} \quad (7.1.5)$$

Như vậy, tần số cộng hưởng riêng của hốc cộng hưởng là:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{vd}{a^2 \ln \frac{b}{a} \operatorname{tg}(\beta l)} \quad (7.1.6)$$

Chú ý rằng đại lượng $\operatorname{tg}(\beta l)$ cũng phụ thuộc và là hàm tuần hoàn của ω . Kết quả là biểu thức (7.1.6) có vô số nghiệm ω , hay nói cách khác, một hốc cộng hưởng có thể hoạt động với nhiều tần số cộng hưởng khác nhau. Ta gọi chúng là các mode dao động của hốc cộng hưởng (xem chương 5)

7.1.3. Quá trình điều chế vận tốc electron

Giả sử rằng ban đầu, khi cathode được sưởi nóng, các electron được bức xạ ra khỏi cathode và có vận tốc ban đầu gần bằng 0. Khi đặt một điện áp phân cực DC bên ngoài có trị số V_0 , các hạt electron đều có vận tốc di chuyển bằng nhau và bằng:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} = 0,593 \times 10^6 \times \sqrt{V_0} \quad (\text{m/s}) \quad (7.1.7)$$

Ta có thể coi các electron di chuyển đến hốc cộng hưởng 1 với vận tốc đều v_0 . hiệu thế tín hiệu sin siêu cao đặt vào hốc cộng hưởng 1 được giả sử có dạng hình sin tần số ω .

$$V_s = V_1 \sin \omega t \quad (7.1.8)$$

Trong đó giả sử biên độ tín hiệu $V_1 \ll V_0$

Nếu trong chiều dài của khe hốc cộng hưởng 1 là d thì thời gian trung bình để một hạt electron di chuyển qua khe là:

$$\tau \approx \frac{d}{v_0} = t_1 - t_0 \quad (7.1.9)$$

Trong đó ta đã giả thiết $V_1 \ll V_0$ nên vận tốc trung bình của các hạt electron khi đi qua khe được coi là hằng số v_0 .

Như vậy hiệu số pha θ_g của các hạt electron khi di chuyển từ đầu khe đến cuối khe là:

$$\theta_g = \omega\tau = \omega(t_1 - t_0) = \frac{\omega d}{v_0} \quad (7.1.10)$$

Vậy, điện thế trung bình của tín hiệu siêu cao tần trên khe hốc cộng hưởng trong suốt thời gian di chuyển của một electron qua khe là:

$$V_s = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} V_1 \sin \omega t \cdot dt = -\frac{V_1}{\omega\tau} [\cos \omega t_1 - \cos \omega t_0]$$

$$= \frac{V_1}{\omega\tau} \left[\cos \omega t_0 - \cos \left(\omega t_0 + \frac{\omega d}{v_0} \right) \right] \quad (7.1.11)$$

Áp dụng công thức $\cos A - \cos B = 2\sin[(A+B)/2] \cdot \sin[(A-B)/2]$ cho (7.1.11), ta có:

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= V_1 \frac{\sin\left(\frac{\omega d}{2v_0}\right)}{\frac{\omega d}{2v_0}} \cdot \sin\left(\omega t_0 + \frac{\omega d}{2v_0}\right) \\ &= V_1 \frac{\sin\left(\frac{\theta_g}{2}\right)}{\frac{\theta_g}{2}} \cdot \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \end{aligned} \quad (7.1.12)$$

Nếu ta đặt:

$$\beta_i = \frac{\sin\left(\frac{\omega d}{2v_0}\right)}{\frac{\omega d}{2v_0}} = \frac{\sin\left(\frac{\theta_g}{2}\right)}{\frac{\theta_g}{2}} \quad (7.1.13)$$

Là hệ số ghép giữa tia electron và hốc cộng hưởng thì điện thế trung bình của tín hiệu siêu cao tần trên khe hốc cộng hưởng là:

$$\bar{V}_s = \beta_i V_1 \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \quad (7.1.14)$$

Sau khi hạt electron ra khỏi khe hốc cộng hưởng, vận tốc của hạt tại thời điểm t_1 là:

$$\begin{aligned} v(t_1) &= \sqrt{\frac{2e}{m} \left[V_0 + \beta_i V_1 \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \right]} \\ &= \sqrt{\frac{2e}{m} V_0 \left[1 + \frac{\beta_i V_1}{V_0} \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \right]} \end{aligned} \quad (7.1.15)$$

Vận tốc của hạt $v(t_1)$ bị thay đổi so với vận tốc ban đầu $v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$, hệ số $\frac{\beta_i V_1}{V_0}$ được gọi là hệ số điều chế vận tốc. Hệ số này tỉ lệ với hệ số ghép β_i giữa chùm tia electron và hốc cộng hưởng. Ta nhận thấy β_i là hàm $\sin x/x$ của biến số θ_g (theo (7.1.13)), do đó khi θ_g tăng (thời gian tia electron qua khe tăng) thì hệ số ghép β_i giảm.

Giả sử $\beta_i V_1 \ll V_0$, biểu thức (7.1.15) trở thành:

$$\begin{aligned} v(t_1) &\approx V_0 \left[1 + \frac{\beta_i V_1}{V_0} \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \right] \\ &= V_0 \left[1 + \frac{\beta_i V_1}{V_0} \sin\left(\omega t_0 + \frac{\theta_g}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (7.1.16)$$

7.1.4. Quá trình kết nhóm của chùm tia electron

Các electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 tại thời điểm t_1 sẽ có vận tốc $v(t_1)$ được xác định bởi (7.1.16), và sau đó di chuyển với vận tốc cố định $v(t_1)$ trên khoảng giữa hốc cộng hưởng 1 và hốc cộng hưởng 2.

Với các electron đi vào khe và ra khỏi khe hốc cộng hưởng tại các thời điểm t_0 và t_1 sao cho $\omega t_0 + \theta_g/2 = \omega t_1 - \theta_g/2 = 0$ thì theo (7.2.16), vận tốc $v(t_1) = v_0$ không đổi so với vận tốc ban đầu.

Ngược lại, các electron đi vào khe tại bán chu kỳ dương của $V_s = V_1 \sin \omega t$ sẽ được tăng tốc hoặc các electron đi vào khe tại bán chu kỳ âm của $V_s = V_1 \sin \omega t$ sẽ bị giảm tốc.

Kết quả, tại điểm cách hốc cộng hưởng 1 một đoạn ΔL sẽ xuất hiện hiện tượng kết nhóm của chùm tia electron.

Ta có thể viết:

$$\Delta L = v_0(t_d - t_b) \quad (7.1.17)$$

Tương tự, với các electron có vận tốc chậm hoặc nhanh, ta lần lượt có:

$$\Delta L = v_{\min}(t_d - t_a) = v_{\min} \left(t_d - t_b + \frac{\pi}{2\omega} \right) \quad (7.1.18)$$

$$\Delta L = v_{\max}(t_d - t_c) = v_{\max} \left(t_d - t_b + \frac{\pi}{2\omega} \right) \quad (7.1.18)$$

Các vận tốc chậm hoặc nhanh v_{\min} hoặc v_{\max} có thể được rút ra từ (7.1.16):

$$v_{\min} = v_0 \left(1 - \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \right) \quad (7.1.19a)$$

$$v_{\max} = v_0 \left(1 + \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \right) \quad (7.1.19b)$$

Thay (7.1.19) vào (7.1.17) và (7.1.18) ta có:

$$\Delta L = v_0(t_d - t_b) + \left[v_0 \frac{\pi}{2\omega} - v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0}(t_d - t_b) - v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \cdot \frac{\pi}{2\omega} \right] \quad (7.1.20a)$$

$$\Delta L = v_0(t_d - t_b) + \left[-v_0 \frac{\pi}{2\omega} - v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0}(t_d - t_b) + v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \cdot \frac{\pi}{2\omega} \right] \quad (7.1.20b)$$

So sánh (7.1.20a), (7.1.20b) với (7.1.16) ta thấy điều kiện để ba dòng electron cùng gặp nhau tại điểm ΔL là:

$$v_0 \frac{\pi}{2\omega} - v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0}(t_d - t_b) - v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \cdot \frac{\pi}{2\omega} = 0 \quad (7.1.21a)$$

$$-v_0 \frac{\pi}{2\omega} + v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0}(t_d - t_b) + v_0 \frac{\beta_i V_1}{2V_0} \cdot \frac{\pi}{2\omega} = 0 \quad (7.1.22b)$$

Ta rút ra:

$$t_d - t_b \approx \frac{\pi V_0}{\omega \beta_i V_1} \quad (7.1.23)$$

$$\Delta L = v_0 \frac{\pi V_0}{\omega \beta_i V_1} \quad (7.1.24)$$

7.1.5. Hiệu suất công suất của đèn Klystron trực xạ

Chùm tia electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 đã lần lượt kết nhóm trước khi vào hốc cộng hưởng 2. Người ta chứng minh được rằng quá trình chuyển động năng của nhóm electron cho hốc cộng hưởng 2 sẽ đạt hiệu suất cao nhất khi điểm kết nhóm (cách khoảng ΔL so với đầu ra của hốc cộng hưởng 1) sẽ xảy ra ngay vùng trung tâm của hốc cộng hưởng 2. Dòng điện của chùm electron khi đến hốc cộng hưởng 2 là i_2 được tính theo công thức sau:

$$i_2(t_2) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2I_0 J_n(nX) \cos[n\omega(t_2 - \tau - T_0)] \quad (7.1.25)$$

Với I_0 là cường độ dòng DC ban đầu của chùm electron khi ra khỏi cathode.

$J_n(x)$ là hàm Bessel của biến số x , bậc n .

$X = \beta_i V_1 \theta_0 / 2V_0$ với θ_0 là khoảng cách pha giữa hai hốc cộng hưởng.

$T_0 = \theta_0 / \omega$ là thời gian để các electron có vận tốc không đổi v_0 di chuyển từ hốc cộng hưởng 1 đến hốc cộng hưởng 2.

τ là thời gian electron đi qua khe của hốc cộng hưởng 1.

t_2 là thời điểm chùm electron đến hốc cộng hưởng 2.

Dòng điện i_2 của chùm electron khi qua khe của hốc cộng hưởng 2 sẽ cảm ứng thành dòng $i_{2,ind}$ trong hốc.

$$i_{2,ind} = \beta_0 i_2 \quad (7.1.26)$$

Trong đó β_0 là hệ số ghép giữa chùm tia electron và hốc cộng hưởng 2 (nếu hai hốc cộng hưởng 1 và 2 là đồng dạng thì $\beta_0 = \beta_1$ tính ở (7.1.13)).

Thành phần tần số cơ bản của dòng điện cảm ứng $i_{2,ind}$ sẽ có biên độ:

$$i_{2,ind} = \beta_0 2I_0 J_1(X) \quad (7.1.27)$$

Nếu hiệu thế thành phần cơ bản trong hốc cộng hưởng 2 là V_2 thì công suất tín hiệu xoay chiều ở ngõ ra “RF ra” của hốc cộng hưởng 2 (hình 1.25) là:

$$P_{out} = I_{2,ind} \cdot V_2 / 2 = \beta_0 I_0 J_1(X) \cdot V_2 \quad (7.1.28)$$

Ngược lại, công suất nguồn DC cung cấp cho đèn Klystron chủ yếu là công suất của chùm electron bức xạ khỏi cathode (dòng I_0 , điện thế V_0).

$$P_{in} = I_0 V_0 \quad (7.1.29)$$

Vậy hiệu suất công suất của đèn Klystron trực xạ là:

$$\eta = P_{out} / P_{in} = \beta_0 J_1(X) \cdot V_2 / V_0 \quad (7.1.30)$$

Trong lý thuyết, η có thể đạt cực đại đến 58%, nhưng trong thực tế η thường đạt từ 15% đến 30%.

7.2. Đèn Klystron phản xạ

Chúng ta đã khảo sát đèn Klystron trực xạ, trong đó năng lượng của chùm tia electron khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 sẽ được trao cho hốc cộng hưởng 2. Nếu cấu trúc chỉ có một hốc cộng hưởng và tia electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng này sẽ bị đẩy ngược trở lại vào hốc cộng hưởng đó một lần nữa sẽ có khả năng xảy ra hồi tiếp dương của tín hiệu điều chế vận tốc của các nhóm electron trong quá trình trên (nếu tổng quãng đường đi tương ứng với độ trễ pha là bội số của 2π). Lúc này đèn Klystron sẽ tạo ra dao động siêu cao tần. Đây là loại đèn Klystron phản xạ.

Đèn Klystron phản xạ được dùng để làm các bộ nguồn tín hiệu siêu cao tần công suất thấp (từ 10mW đến 500mW) với dải tần số từ 1GHz đến 25GHz. Hiệu suất của đèn đạt từ 20% đến 30%. Đèn Klystron phản xạ có thể được sử dụng trong phòng thí nghiệm để thực tập, đo lường siêu cao tần hoặc có thể làm bộ dao động nội của máy thu trong các thiết bị radar, tên lửa quân sự, dân dụng hoặc hàng không.

Các lý thuyết về đèn Klystron trực xạ cũng có thể được áp dụng cho đèn Klystron phản xạ nếu chúng điều chỉnh lại một số công thức tính toán.

7.2.1. Nguyên lý hoạt động

Tương tự như đèn Klystron trực xạ, đèn Klystron phản xạ cũng bao gồm cực cathode bị nung nóng và bức xạ chùm tia electron, cực anode gia tốc các hạt electron đến một vận tốc v_0 cố định. Nếu ta đặt một tín hiệu xoay chiều $V_s = V_1 \sin \omega t$ trên hốc cộng hưởng thì khi chùm tia electron đi qua lưới khe hốc cộng hưởng lần đầu tiên, chúng cũng chịu sự điều chế vận tốc và kết nhóm. Một điện cực đẩy mang điện thế V_r âm hơn cathode sẽ đẩy ngược chùm tia electron quay trở lại hốc cộng hưởng. Quỹ đạo của các nhóm electron này sẽ được tính toán sao cho khi chúng trở về hốc cộng hưởng, dòng electron này sẽ chậm pha hơn tín hiệu trên hốc cộng hưởng một lượng $\pi/2$, nhờ vậy, động năng của chùm electron sẽ được trao cho tín hiệu trên hốc, duy trì dao động tự kích trong hốc cộng hưởng. Các hạt electron sẽ được hấp thụ bởi hốc cộng hưởng.

7.2.2. Quá trình điều chế vận tốc

Giả sử điện thế phân cực DC cho cathode là $-V_0$, vận tốc ban đầu của các hạt electron khi bức xạ ra khỏi cathode đều là hằng số, được tính bởi (7.1.7) và được viết lại:

$$v_0 = 0,593 \times 10^6 \times \sqrt{V_0} \quad (\text{m/s}) \quad (7.2.1)$$

Khi tia electron đi vào hốc tại thời điểm t_0 và ra khỏi hốc tại thời điểm t_1 , vận tốc của chúng được tính bởi (7.1.16) và được viết lại:

$$v(t_1) = v_0 \left[1 + \frac{\beta_l V_1}{2V_0} \sin \left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \right] \quad (7.2.2)$$

Với $\theta_g = \omega(t_1 - t_0)$ là hiệu số pha của tia electron vào và ra khỏi hốc cộng hưởng.

Giả sử điện trường E trong khoảng không gian giữa hốc cộng hưởng và cực đẩy là đều trên khoảng cách L, ta có thể viết:

$$E = [V_r + V_0 + V_1 \sin(\omega t)]/L \quad (7.2.3)$$

Vì $V_1 \ll V_0$ nên (7.2.3) có thể tính gần đúng:

$$E \approx (V_r + V_0)/L \quad (7.2.4)$$

Điện trường E này sẽ tác dụng lực đẩy lên mỗi hạt electron là:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -eE = -e \frac{V_r + V_0}{L} \quad (7.2.5)$$

Tích phân theo t của hai vế (7.2.5), ta có:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{e(V_r + V_0)}{mL} \int_{t_1}^t dt = -\frac{e(V_r + V_0)}{mL} (t - t_1) + K_1 \quad (7.2.6)$$

Với điều kiện bờ khi electron ra khỏi hốc cộng hưởng tại thời điểm t_1 , vận tốc chúng là $v(t_1)$, ta rút ra hằng số tùy định K_1 của (7.2.6):

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_1} = v(t_1) = K_1 \quad (7.2.7)$$

Thay (7.2.7) vào (7.2.6) rồi tích phân một lần nữa theo t, ta có:

$$x = -\frac{e(V_r + V_0)}{2mL} (t - t_1)^2 + v(t_1) \cdot (t - t_1) + K_2 \quad (7.2.8)$$

Với điều kiện bờ tại thời điểm $t = t_1$, tọa độ của electron là $x = d$ tại ngõ ra của hốc cộng hưởng, ta rút ra hằng số tùy định K_2 của (7.2.8):

$$x|_{t=t_1} = d = K_2 \quad (7.2.9)$$

Tóm lại, biểu thức tọa độ của hạt electron là:

$$x = -\frac{e(V_r + V_0)}{2mL} (t - t_1)^2 + v(t_1) \cdot (t - t_1) + d \quad (7.2.10)$$

Nếu hạt electron bị đẩy ngược trở lại hốc cộng hưởng tại tọa độ $x = d$ tại thời điểm t_2 , thay điều kiện đó vào (7.2.10) ta rút ra:

$$x = -\frac{e(V_r + V_0)}{2mL} (t_2 - t_1)^2 + v(t_1) \cdot (t_2 - t_1) + d \quad (7.2.11)$$

Vậy khoảng thời gian để hạt electron đi một vòng tính từ thời điểm t_1 và quay về hốc cộng hưởng tại thời điểm t_2 là:

$$T' = t_2 - t_1 = \frac{2mL}{e(V_r + V_0)} v(t_1) = T'_0 \left[1 + \frac{\beta_l V_1}{2V_0} \sin \left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \right] \quad (7.2.12)$$

Trong đó $T'_0 = \frac{2mL}{e(V_r + V_0)}$ là khoảng thời gian quay vòng của hạt electron ở tâm của

nhóm (đi vào hốc cộng hưởng tại thời điểm tín hiệu $V_s = V_1 \sin \omega t$ đi qua mức 0, do đó không bị gia tốc hoặc giảm tốc).

Nhân (7.2.12) với tần số góc ω , ta thu được độ trễ pha khi electron đi một vòng về hốc cộng hưởng:

$$\omega(t_2 - t_1) = \theta' = \theta'_0 + X' \sin \left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \quad (7.2.13)$$

Với $\theta'_0 = \omega T'$ là độ trễ pha của tâm nhóm electron.

$$X' = \frac{\beta_l V_1}{2V_0} \theta'_0$$

7.2.3. Hiệu suất công suất

Khi chùm electron quay trở lại hốc cộng hưởng, điều kiện để động năng của chúng được chuyển thành năng lượng của tín hiệu trong hốc là hiệu số pha θ'_0 của tâm nhóm electron phải là vuông, nói cách khác, điều kiện là:

$$\omega(t_2 - t_1) = \omega T'_0 = \theta'_0 = n2\pi - \pi/2 = (n - 1/4)2\pi = N2\pi \quad (7.2.14)$$

trong đó n là số nguyên dương bất kỳ.

$N = n - 1/4$ là số mode của chế độ hoạt động của đèn Klystron phản xạ.

Như vậy, một đèn Klystron phản xạ có thể duy trì dao động ở một trong nhiều mode khác nhau (mode 3/4, mode 1.3/4, mode 2.3/4...). Việc đèn hoạt động tại một mode nào đó phụ thuộc vào quãng đường di chuyển một vòng của hạt electron là dài hay ngắn, hay nói cách khác, phụ thuộc vào điện thế V_r của cực đẩy của đèn.

Tương tự như đối với đèn Klystron trực xạ, dòng điện của chùm electron khi quay lại hốc là:

$$i_2(t_2) = -I_0 - \sum_{n=1}^{\infty} 2I_0 J_n(nX') \cos[n(\omega t_2 - \theta'_0 - \theta_g)] \quad (7.2.15)$$

Do đó, thành phần cơ bản của dòng điện cảm ứng trong hốc sẽ là:

$$I_{2,ind} = -\beta_i I_2 = 2I_0 \beta_i J_1(X') \cos(\omega t_2 - \theta'_0) \quad (7.2.16)$$

Trong đó, θ_g rất bé, có thể bỏ qua.

β_i là hệ số ghép giữa tia electron và hốc cộng hưởng (vì chỉ có một hốc cộng hưởng nên đây cũng chính là hệ số ghép β_i trong quá trình điều chế vận tốc electron).

Biên độ của thành phần dòng điện cơ bản là:

$$I_{2,ind} = 2I_0 \beta_i J_1(X') \quad (7.2.17)$$

Công suất xoay chiều của tín hiệu ra là:

$$P_{out} = V_1 I_{2,ind} / 2 = V_1 I_0 \beta_i J_1(X') \quad (7.2.18)$$

Thay $V_1 = 2V_0 X' / \beta_i \theta'_0$ từ (7.1.43) vào (7.1.48) ta có:

$$P_{out} = 2V_0 I_0 X' J_1(X') / \theta'_0 = 2V_0 I_0 X' J_1(X') / (n2\pi - \pi/2) \quad (7.2.19)$$

Vì công suất nguồn cung cấp vào $P_{in} = V_0 I_0$ nên hiệu suất công suất của đèn Klystron phản xạ là:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{2X' J_1(X')}{n2\pi - \frac{\pi}{2}} \quad (7.2.20)$$

7.3. Đèn sóng chạy

Đèn sóng chạy cũng là một loại linh kiện siêu cao tần, được sử dụng trong mạch khuếch đại hoặc mạch tạo sóng có công suất trung bình và dải tần số rộng. Có hai loại đèn sóng chạy: đèn sóng chạy dùng phần tử làm chậm sóng hình xoắn và đèn sóng chạy dùng các hốc cộng hưởng ghép. Chúng ta chỉ khảo sát đèn sóng chạy dùng phần tử làm chậm hình xoắn.

Đèn gồm một cathode nung nóng bức xạ chùm tia electron, được gia tốc bởi cực anode và hấp thụ bởi cực thu. Khối hội tụ dùng từ có tác dụng làm hội tụ thành chùm tia electron khi chúng đi qua vùng cấu trúc làm chậm sóng. Cấu trúc này thường có dạng xoắn, thực chất là một ống dẫn sóng, là nơi ta đặt tín hiệu siêu cao tần vào. Khi tín hiệu siêu cao tần này lan truyền dọc theo đường ống xoắn, vô hình chung sẽ tạo một điện trường hướng dọc theo trục của ống xoắn. Điện trường này cũng lan truyền dọc trục với vận tốc được tính gần đúng bằng vận tốc lan truyền của sóng dọc theo chu vi mỗi vòng xoắn.

Khi chùm tia electron di chuyển dọc theo trục ống xoắn, sẽ xảy ra sự tương tác giữa điện trường vì: các electron đi vào tại thời điểm bán kỳ dương của điện trường sẽ được gia tốc trong khi các electron đi vào tại thời điểm bán kỳ âm sẽ bị giảm tốc. Kết quả là sẽ xảy ra sự kết nhóm của chùm tia electron. Người ta tính toán sao cho các nhóm electron này ra khỏi ống xoắn tại thời điểm vuông pha với điện trường, do đó động năng của chúng được chuyển thành năng lượng của tín hiệu trong ống xoắn. Quá trình này được ứng dụng để khuếch đại tín hiệu siêu cao tần hoặc tạo dao động, tương tự như đối với đèn Klystron. Tuy nhiên, sự khác biệt chính giữa hai loại đèn này là trong đèn sóng chạy, sự tương tác giữa chùm tia electron và điện trường xảy ra liên tiếp dọc suốt chiều dài di chuyển của chùm tia trong khi trong đèn Klystron sự tương tác chỉ xảy ra tại đúng thời điểm khi tia electron đi ngang qua khe của hốc cộng hưởng.

7.4. Diode PIN

Diode bán dẫn PIN gồm có một bản silic cao ôm phẳng có độ dày khoảng 75 micromet (trong giới hạn từ 10 đến 200 micromet), ở hai mặt phẳng đầu có trộn tạp chất là Bo, để tạo ra vùng dẫn loại p, và phospho, để tạo ra vùng bán dẫn loại n, với kỹ thuật khuếch tán tạo ra các lớp chuyển tiếp p-I và i-n ở sát hai mặt phẳng hai đầu. Vùng cao ôm ở giữa được gọi là vùng I rất nghèo điện tích tự do. tại hai mặt phẳng của hai vùng p và n gắn hai tiếp xúc kim loại để làm anode và cathode cho diode. Diode PIN có đặc tính như sau: nếu đặt vào diode một thiên áp âm một chiều (điện áp âm đặt vào vùng p) hoặc thiên áp không thì hiệu thế tiếp xúc của các lớp chuyển tiếp p-I và i-n sẽ ngăn cản các điện tích tự do từ vùng p (các lỗ trống) và vùng n (các điện tử) phun vào vùng I (còn gọi là vùng Base) nên diode có trở kháng rất lớn (cỡ từ đơn vị đến hàng chục kilo Ohm). Diode trong trường hợp này không cho qua tín hiệu siêu cao tần, nó ở chế độ ngắt mạch. Khi đặt thiên áp thuận lên diode thì hàng rào thế của các lớp chuyển tiếp hạ thấp làm cho các điện tử và lỗ trống phun từ vùng n và vùng p vào vùng I làm cho diode thông.

Trong trạng thái thông diode PIN cho qua tín hiệu siêu cao có dòng khá lớn. ta dùng hai trạng thái thông và tắt của diode PIN cùng các tham số của nó ki mắc vào đường truyền siêu cao sẽ tạo ra các thiết bị điều khiển sự truyền sóng mong muốn như các bộ chuyển mạch và quay pha.

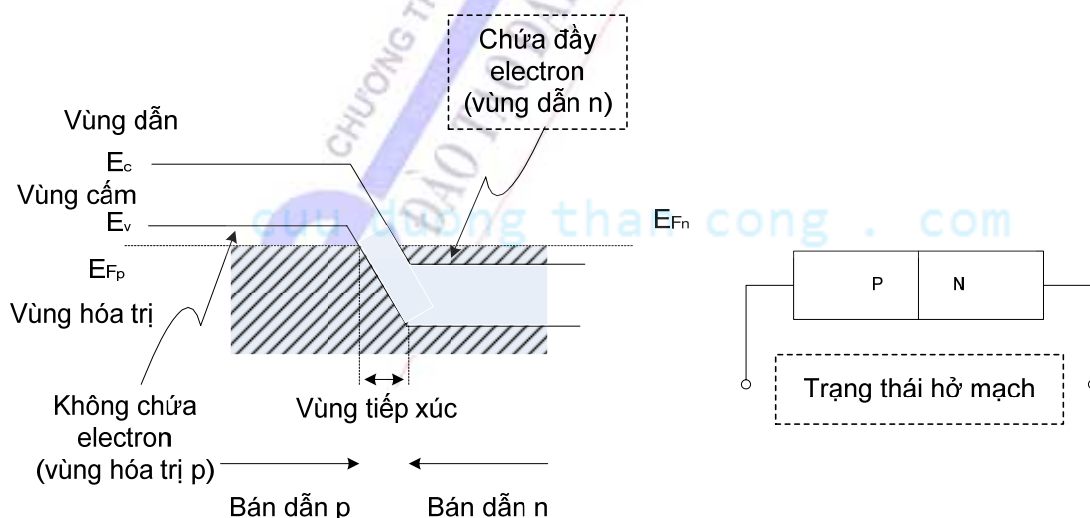
7.5. Diode Tunnel

Hiệu ứng Tunnel xảy ra trên các hạt mang điện tại tiếp xúc p-n mật độ rất cao, không giống như hiệu ứng điện trường thông thường trong lớp bán dẫn (các hạt mang điện dịch chuyển dưới tác dụng của một điện trường bên ngoài và thời gian dịch chuyển qua vùng tiếp xúc bằng bề rộng vùng tiếp xúc chia cho vận tốc của hạt), mà do sự dịch chuyển lượng tử của các hạt nhân trên cùng một mức năng lượng.

Diode Tunnel được sử dụng nhiều trong mạch khuếch đại, mạch dao động siêu cao tần, mạch flip-flop dùng trong bộ nhớ. Lý do chính là kích thước nhỏ, giá thành hạ, tốc độ cao, công suất tiêu thụ thấp, nhiễu thấp và tỉ số dòng điện đỉnh – thung lũng rất cao.

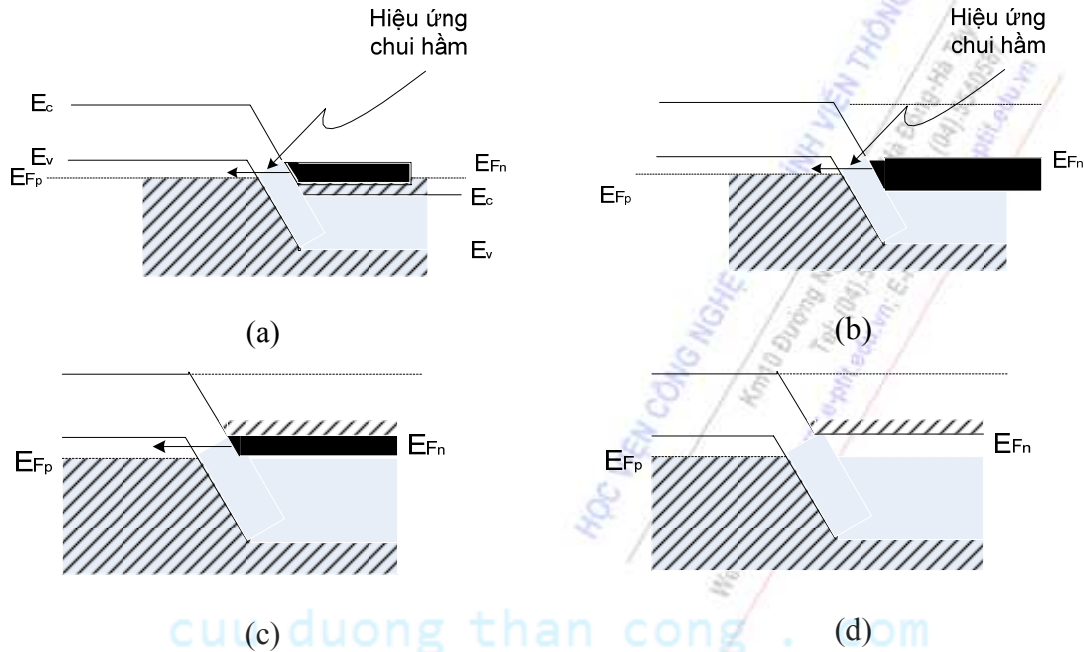
7.5.1. Nguyên lý hoạt động

Diode tunnel là diode tiếp xúc p-n có điện trở âm. Mật độ tạp chất ở cả hai vùng bán dẫn p và n rất cao (khoảng từ 10^{25} đến 10^{26} nguyên tử/m³) và bề dày miền rào thế tiếp xúc rất nhỏ (khoảng từ 100 đến 10^{-6} CM). Theo quy luật thông thường, một hạt mang điện không thể vượt qua rào thế tiếp xúc trừ phi nó tích lũy đủ mức năng lượng lớn hơn hàng rào thế năng này. Tuy nhiên, khi bề dày của miền rào thế tiếp xúc quá nhỏ, có thể xảy ra trường hợp các hạt mang điện chui xuyên qua miền rào thế (hiệu ứng đường hầm tunnel) dù rằng động năng của hạt chưa đủ lớn.



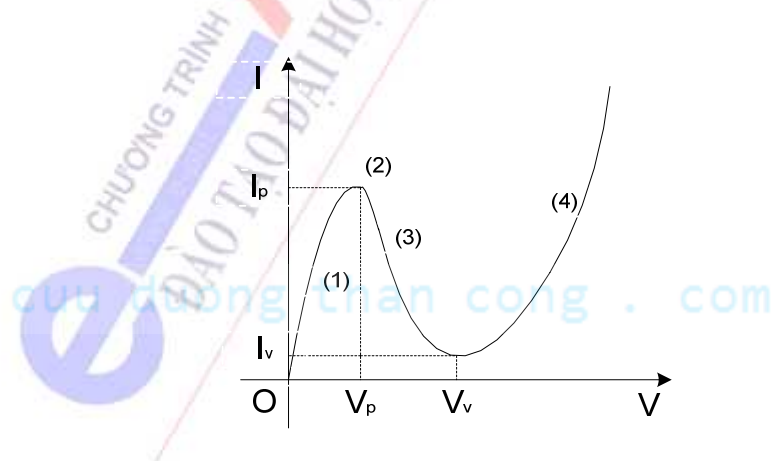
Hình 7.1

Chúng ta hãy quan sát hình 7.1, diode tunnel ở trạng thái hở mạch (trạng thái tĩnh). Do mật độ tạp chất ở hai vùng p và n rất cao nên khi chúng tạo thành vùng tiếp xúc chung 9 mức Fermi E_F ở cả hai bên lấn sâu vào vùng hóa trị p và vùng dẫn n và phải bằng nhau), vùng hóa trị của bán dẫn p lại có mức năng lượng cao hơn vùng dẫn của bán dẫn n. Kết quả là các hạt điện tử ở vùng hóa trị p chui hầm sang lấp đầy vùng dẫn n có mức năng lượng thấp hơn. Ở trạng thái hở mạch (không có nguồn bên ngoài đặt vào), sẽ xuất hiện vùng không chứa electron ở vùng hóa trị p và vùng chứa đầy electron ở vùng dẫn n, trạng thái cân bằng được duy trì và không có dòng dịch chuyển của các hạt mang điện, do đó không có dòng điện.



Hình 7.2

Khi diode tunnel được phân cực thuận bởi nguồn điện bên ngoài V , sẽ có sự dịch chuyển mức năng lượng ở vùng p và n, tạo ra dòng điện qua diode I có đặc tuyến $I(V)$ như trên hình vẽ 7.2. Đặc tuyến này có 4 vùng (1), (2), (3), và (4), ta lần lượt xét từng vùng, tương ứng với hình 7.10 a, b, c, và d.



Hình 7.3

Khi nguồn V bắt đầu tăng dương, mức Fermi E_{Fn} cao hơn so với E_{Fp} , xảy ra hiệu ứng chui hầm của electron từ vùng dẫn n chứa đầy electron sang vùng hóa trị p không chứa electron (hình 7.8a). Nguồn V càng tăng, hiệu ứng chui hầm càng tăng, do đó dòng điện I qua diode càng tăng, tương ứng với đoạn đặc tuyến (1) ở hình 7.9.

Khi nguồn V đạt đến giá trị V_p , toàn bộ vùng dẫn n chứa đầy electron nằm ngang mức năng lượng với vùng hóa trị p không chứa electron (hình 7.8b), do đó, hiệu ứng chui hầm xảy ra với mật độ hạt rất lớn, dòng I đạt mức cực đại I_p , tương ứng với điểm đỉnh (2) trên đặc tuyến hình 7.9.

Khi nguồn V tăng lớn hơn V_p , khoảng cân bằng mức năng lượng giữa vùng dẫn n chứa đầy electron với vùng hóa trị p không chứa electron bị giảm đi, (hình 7.8c), do đó, dòng điện do hiện tượng chui hầm giảm, tương ứng đoạn đặc tuyến (3) trên hình 7.9. Đây là đoạn có điện trở âm của đặc tuyến $I(V)$.

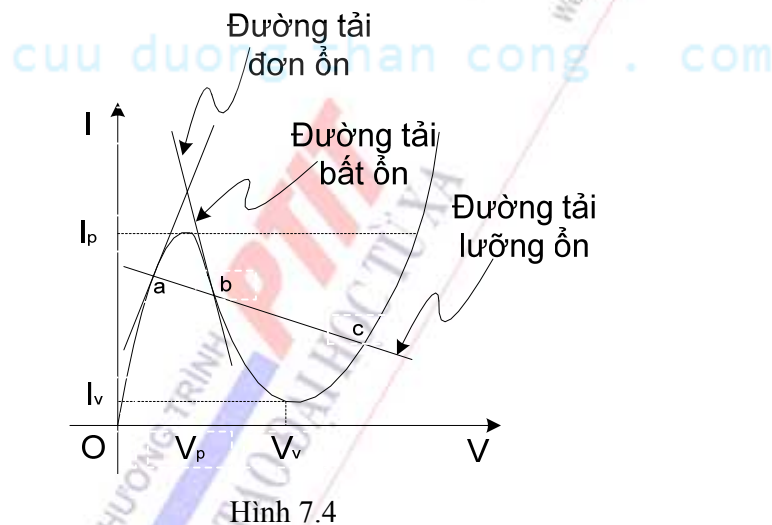
Khi nguồn V lớn hơn giá trị V_v , không còn hiệu ứng chui hầm nữa (hình 7.8d), dòng điện I qua diode lúc này hoàn toàn giống như dòng điện khuếch tán của các hạt mang điện khi vượt qua rào thế tiếp xúc trong một diode thông thường. Do đó, đặc tuyến $I(V)$ ở vùng (4) của hình 7.9 có dạng hàm mũ.

Tỉ số giữa mức dòng điện đỉnh I_p với mức dòng điện thung lũng I_v thường đạt từ mười đến vài chục lần.

7.5.2. Đặc tính điện trở âm

Ta có thể phân cực diode tunnel ở 3 loại đường tải khác nhau, tương ứng với 3 chế độ hoạt động (hình 7.4).

Với đường tải lưỡng ổn cắt đặc tuyến $I(V)$ ở ba điểm a, b, c , ta nhận thấy chỉ có điểm a và c là tương ứng với trạng thái ổn định của mạch điện, nghĩa là khi mạch điện đã tồn tại ở trạng thái này thì nó sẽ tồn tại mãi mãi ở trạng thái đó nếu không có tác nhân kích thích từ bên ngoài. Điểm b tương ứng với trạng thái không ổn định, nghĩa là mạch điện sẽ tự động chuyển sang trạng thái khác nếu đang tồn tại ở trạng thái không ổn định. Vì lúc này diode tunnel có 2 trạng thái ổn định nên được gọi là lưỡng ổn và có thể được dùng trong các mạch flip-flop, giao hoán, v.v...



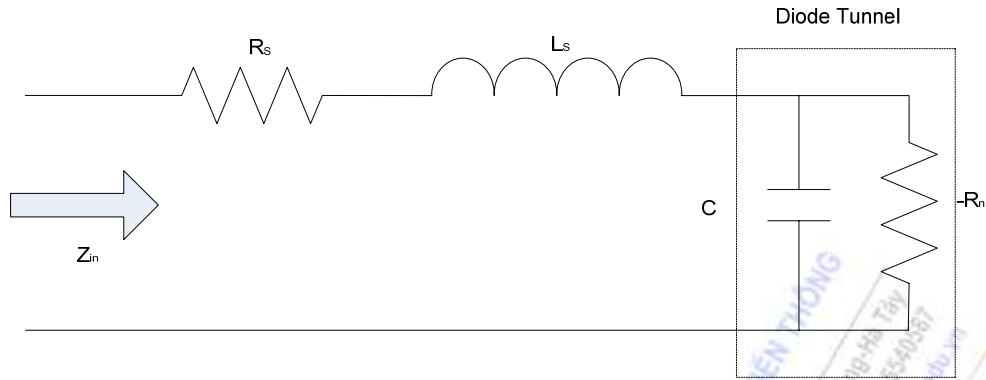
Hình 7.4

Với đường tải đơn ổn cắt đặc tuyến $I(V)$ chỉ ở điểm a (trạng thái ổn định), dù ban đầu diode tunnel đang ở điểm hoạt động khác nhau nhưng sau đó sẽ nhanh chóng chuyển sang trạng thái về điểm a và giữ nguyên mãi mãi ở trạng thái đó nếu không có tác nhân kích thích từ bên ngoài. Ta nói rằng trạng thái này là đơn ổn, được dùng trong các mạch tạo xung theo nhịp điều khiển.

Với đường tải bất ổn cắt đặc tuyến $I(V)$ chỉ ở điểm b (vùng điện trở âm của đặc tuyến), mạch điện sẽ không thể tồn tại lâu ở trạng thái này mà liên tục thay đổi điểm hoạt động chung quanh b , tạo ra các dao động điện tần số cao. Ta nói rằng trạng thái này là bất ổn, được dùng trong các mạch khuếch đại hoặc dao động siêu cao tần.

Điện dẫn âm – g hoặc điện trở âm – R_n của diode tunnel được định nghĩa trên đặc tuyến $I(V)$ như sau:

$$-g = \frac{1}{-R_n} = \frac{\partial I}{\partial V} \quad (7.5.1)$$



Hình 7.5

Mạch điện tương đương của một diode tunnel được vẽ ở hình 7.5. Điện trở R_s và điện cảm L_s tượng trưng cho các thông số của dây nối chân linh kiện từ bên ngoài. Tụ C là điện dung vùng tiếp xúc của diode thường được đo tại điểm thung lũng V_v trên đặc tuyến.

Các giá trị tiêu biểu:

$$-R_n = -30 \text{ Ohm}$$

$$C = 20 \text{ pF}$$

$$R_s = 1 \text{ Ohm}$$

$$L_s = 5 \text{ nH}$$

Từ hình 1.5, ta suy ra tổng trở tương đương Z_{in} của diode là:

$$\begin{aligned} Z_{in} &= R_s + j\omega L_s + \frac{(-R_n) \left(-\frac{j}{\omega C} \right)}{-R_n - \frac{j}{\omega C}} \\ &= R_s - \frac{R_n}{1 + (\omega R_n C)^2} + j \left[\omega L_s - \frac{\omega R_n^2 C}{1 + (\omega R_n C)^2} \right] \end{aligned} \quad (7.5.2)$$

Tần số cắt, tại đó trở kháng Z_n của diode tunnel là thuần kháng được suy ra từ (7.5.2):

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_n C} \sqrt{\frac{R_n}{R_s} - 1} \quad (7.5.3)$$

Tần số cắt, tại đó trở kháng Z_{in} là thuần trở (âm hoặc dương) là:

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_n C} \sqrt{\frac{R_n^2 C}{L_s} - 1} \quad (7.5.4)$$

Tóm tắt chương 7

Chương 7 giới thiệu về một số linh kiện bán dẫn và đèn điện tử được sử dụng phổ biến trong mạch siêu cao tần. Đó là: diode PIN, diode Tunnel, đèn Klystron trực xạ, đèn Klystron phản xạ, đèn sóng chạy.

Đối với mỗi loại linh kiện, sinh viên cần nắm bắt được: cấu tạo, nguyên lý hoạt động. Do thời lượng của chương trình có hạn nên tài liệu này không đề cập đến các ứng dụng của các linh kiện trên.

Bài tập chương 7

1. So sánh cấu tạo của đèn Klystron trực xạ và phản xạ.
2. So sánh nguyên lý hoạt động của đèn Klystron trực xạ và phản xạ.
3. So sánh nguyên lý hoạt động của diode PIN và diode tunnel.
4. (Câu hỏi mở) Hãy tìm các linh kiện bán dẫn có nguyên lý hoạt động gần giống với đèn Klystron. So sánh ưu và nhược điểm của linh kiện đó với đèn Klystron.

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1:	3
CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ	3
1.1. Các đại lượng đặc trưng cơ bản cho trường điện từ	3
1.2. Định luật Ohm và định luật bảo toàn điện tích	4
1.3. Các đặc trưng cơ bản của môi trường	5
1.4. Các phương trình Maxwell	6
1.5. Điều kiện bờ đối với các vec tơ của trường điện từ	10
1.6. Năng lượng của trường điện từ - Định lý Poynting	12
1.7. Định lý nghiệm duy nhất	14
1.8. Nguyên lý tương hỗ	14
1.9. Nguyên lý đồng dạng điện động	16
1.10. Trường tĩnh điện	18
1.11. Từ trường của dòng điện không đổi	19
Tóm tắt chương 1	20
Bài tập chương 1	21
CHƯƠNG 2:	23
CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGHIỆM HỆ PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL	23
2.1. Phương trình sóng cho các vector cường độ điện trường	23
2.2. Phương trình sóng cho thế điện động	24
2.3. Phương trình sóng cho vector Hertz	26
2.4. Tìm nghiệm phương trình sóng	27
2.5. Trường điện từ của lưỡng cực điện	28
2.6. Trường điện từ của lưỡng cực từ	31
Tóm tắt chương 2:	33
Bài tập chương 2:	33
CHƯƠNG 3:	35
SÓNG ĐIỆN TỪ PHẪNG	35
3.1. Nghiệm phương trình sóng đối với sóng phẳng	35
3.2. Sóng phẳng đồng nhất trong các môi trường đồng nhất và đẳng hướng	38
3.3. Hiệu ứng bề mặt	39
3.4. Sự phân cực của sóng phẳng	39
3.5. Sự phản xạ và khúc xạ sóng điện từ	40
3.6. Điều kiện bờ gần đúng Leontovic	44
3.7. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng	45
3.8. Nguyên lý Huyghen – Kirchoff	46
3.9. Nguyên lý dòng tương đương	47
Tóm tắt chương 3	48

Bài tập chương 3	49
CHƯƠNG 4:	51
SÓNG ĐIỆN TỪ TRONG CÁC HỆ ĐỊNH HƯỚNG	51
4.1. Khái niệm về sóng điện từ định hướng và các hệ định hướng	51
4.2. Tìm nghiệm phương trình sóng trong hệ định hướng tổng quát	51
4.3. Ống dẫn sóng chữ nhật	57
4.4. Ống dẫn sóng trụ tròn	58
4.5. Cáp đồng trục	60
4.6. Đường dây song hành	62
4.7. Mạch dải	63
4.8. Ống dẫn sóng điện môi	63
Tóm tắt chương 4	63
Bài tập chương 4	63
CHƯƠNG 5:	65
HỢP CỘNG HƯỞNG	65
5.1. Độ phẩm chất của hộp cộng hưởng	65
5.2. Các hộp cộng hưởng đơn giản	70
5.3. Các hộp cộng hưởng phức tạp	76
5.4. Điều chỉnh tần số cộng hưởng của hộp cộng hưởng	78
5.5. Kích thích và ghép năng lượng trong ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng	79
Tóm tắt chương 5	81
Bài tập chương 5	81
CHƯƠNG 6:	82
MẠNG NHIỀU CỰC SIÊU CAO TẦN	82
6.1. Mạng nhiều cực siêu cao tần	82
6.2. Ma trận sóng của mạng nhiều cực siêu cao	85
6.3. Mạng 2 cực	89
6.4. Mạng 4 cực	91
6.5. Các loại chuyển tiếp	97
6.6. Các bộ suy giảm	99
6.7. Các bộ quay pha	100
6.8. Mạng 6 cực	100
6.9. Các bộ ghép định hướng	102
6.10. Các bộ cầu siêu cao	104
6.11. Phối hợp trở kháng ở siêu cao tần	104
6.12. Bộ lọc siêu cao tần	109
Tóm tắt chương 6	110
Bài tập chương 6	
CHƯƠNG 7:	111
CÁC ĐÈN ĐIỆN TỬ VÀ BÁN DẪN SIÊU CAO TẦN	111

7.1.	Đèn Klystron trực xạ	111
7.2.	Đèn Klystron phản xạ	115
7.3.	Đèn sóng chạy	117
7.4.	Diode PIN	118
7.5.	Diode Tunnel	118
	Tóm tắt chương 7	121
	Bài tập chương 7	121

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
 Tel: (04).5541221; Fax: (04).5540587
 Website: <http://www.o-pit.edu.vn>; E-mail: dhkx@pit.edu.vn

cuuduongthancong.com

CHƯƠNG TRÌNH
PTIT
 ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

cuuduongthancong.com

LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỪ VÀ SIÊU CAO TẦN

Mã số: 311SCT240

Chịu trách nhiệm bản thảo

TRUNG TÂM ĐÀO TẠO BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG