

LOGIC VỊ TỪ

- **Logic mệnh đề** biểu diễn tri thức qua các sự kiện, mỗi kí hiệu là một sự kiện (gọi là mệnh đề phân tử) và sử dụng các kết nối logic tạo ra các mệnh đề phức.
- Logic vị từ là mở rộng của logic mệnh đề, **Logic vị từ** biểu diễn tri thức qua các đối tượng, sử dụng vị từ (predicate) để mô tả thuộc tính của đối tượng, sử dụng hàm để mô tả quan hệ giữa các đối tượng và sử dụng các kết nối logic tạo ra các mệnh đề phức.

6.1 Cú pháp và ngữ nghĩa

- Cú pháp

- Các ký hiệu hằng: để chỉ ra các đối tượng cụ thể, ví dụ: An, Ba, John,...
- Các ký hiệu biến: để chỉ các đối tượng bất kỳ trong miền đối tượng, ví dụ: x, y, z,...
- Các ký hiệu kết nối logic: \wedge (hội), \vee (tuyển), \neg (phủ định), \Rightarrow (kéo theo), \Leftrightarrow (kéo theo nhau).
- Các ký hiệu lượng từ: \forall (với mọi), \exists (tồn tại).
- Các ký hiệu ngăn cách: dấu phẩy, dấu mở ngoặc và dấu đóng ngoặc.
- Các ký hiệu hàm: biểu diễn mối quan hệ giữa các đối tượng, ví dụ: hàm mother(x): mẹ của x
- Các ký hiệu vị từ: biểu diễn thuộc tính (tính chất) của đối tượng, ví dụ: vị từ mother(x,y): mẹ x là y.

Từ các kí hiệu ta sẽ tạo ra các mệnh đề, các mệnh đề được tạo thành sẽ lập nên cơ sở tri thức biểu diễn tri thức của chúng ta về một lãnh vực nào đó.

Ví dụ :

a/Hai người là anh em ruột nếu có cùng cha mẹ

b/ Chú/bác là đàn ông và là anh em ruột với cha

HD:

a/ $\text{parents}(Z,X) \wedge \text{parents}(Z,Y) \Rightarrow \text{sibling}(X,Y)$

b/ $\text{man}(U) \wedge \text{siblings}(U,P) \wedge \text{parent}(P,N) \Rightarrow \text{uncle}(U,N)$

Ví dụ:

Hai người cùng thích một người thì sẽ ghen tức nhau.

Nam thích Mai, Đào thích An, An thích Đào, Ba thích Mai.

Hỏi Ba ghen tức với ai?

HD:

$\text{loves}(X,Z), \text{loves}(Y,Z) \Rightarrow \text{jealous}(X,Y)$

$\text{loves}(\text{Nam}, \text{Mai}); \text{loves}(\text{An}, \text{Đào}); \text{loves}(\text{Đào}, \text{An}); \text{loves}(\text{Ba}, \text{Mai}).$

?jealous(Ba,W)

Trả lời: W=Nam

Ví dụ:

An yêu thích mọi môn thể thao mà An chơi.

Bóng đá là môn thể thao.

Bóng bàn là môn thể thao.

An chơi bóng đá.

Nam yêu thích mọi thứ mà An yêu thích.

Hỏi “Nam yêu thích gì ?”

HD:

sport(X), plays(An, X) \Rightarrow likes(An, X)

sport(Football).

sport(Tennis).

plays(An, Football).

likes(An, Y) \Rightarrow likes(Nam, Y)

? likes(Nam, Z).

Trả lời: Z = football

- **Ngữ nghĩa**

Là ý nghĩa của mệnh đề trong thế giới thực.

Ví dụ:

- Nếu mother(x) là hàm ứng với mother(x) là mẹ của x, thì mother(An) là mẹ của An.
- Nếu student(x) là vị từ biểu diễn “x là sinh viên” thì student(Lan) có giá trị là True hoặc False tùy thuộc trong thực tế Lan có phải là sinh viên hay không

Mệnh đề $\forall x C$ là đúng nếu và chỉ nếu C đúng cho tất cả các đối tượng x trong miền đối tượng. Mệnh đề $\exists x C$ là đúng nếu và chỉ nếu C đúng với một đối tượng x nào đó trong miền đối tượng.

Ví dụ: nếu miền đối tượng $O=\{Lan, An, Hoa\}$ thì

- ngữ nghĩa của mệnh đề $\forall x \in O, student(x)$ nhận giá trị True nếu và chỉ nếu cả Lan, An, Hoa đều là sinh viên.

- o nếu vị từ $\text{younger}(x,20)$ là “x trẻ hơn 20 tuổi thì mệnh đề $\exists x \in O$, $\text{Younger}(x,20)$ nhận giá trị True nếu và chỉ nếu ít nhất một trong ba người Lan, An, Hoa trẻ hơn 20 tuổi.

- **Một số ví dụ biểu diễn tri thức bằng logic vị từ:**

| Tri thức | Biểu diễn bằng logic vị từ |
|---|--|
| An yêu mẹ của mình | $\text{love}(\text{An}, \text{mother}(\text{An}))$ |
| Tất cả các con voi đều có màu xám | $\forall x (\text{Elephant}(x) \Rightarrow \text{Color}(x, \text{Gray}))$ |
| Có một sinh viên ở phòng 301 | $\forall x (\text{Inside}(x, \text{P301}) \wedge \exists y \text{ Student}(y))$ |
| Với mọi x, tồn tại y sao cho x lớn hơn y | $\forall x (\exists y (\text{Larger}(x, y)))$ |
| Tất cả mọi người đều phải chết | $\forall x (\text{People}(x) \Rightarrow \text{Death}(x))$ |
| Hai người là anh em ruột nếu và chỉ nếu có chung cha | $\forall x, y (\text{Sibling}(x, y) \Leftrightarrow (x \neq y) \wedge \exists p (\text{Parent}(p, y) \wedge \text{Parent}(p, x)))$ |
| Mọi cây nấm tím đều có độc | $\forall x (\text{Mushroom}(x) \wedge \text{Purple}(x) \Rightarrow \text{Poisonous}(x))$ |
| Tất cả cây nấm hoặc có màu tím hoặc có độc | $\forall x (\text{Mushroom}(x) \Rightarrow \text{Purple}(x) \vee \text{Poisonous}(x))$ |
| Mọi cây nấm hoặc màu tím hoặc có độc nhưng không là cả hai. | $\forall x (\text{Mushroom}(x) \Rightarrow (\text{Purple}(x) \wedge \neg \text{Poisonous}(x)) \vee (\neg \text{Purple}(x) \wedge \text{Poisonous}(x)))$ |
| Tất cả các cây nấm tím đều có độc trừ một cây | $\exists x ((\text{Mushroom}(x) \wedge \text{Purple}(x) \wedge \neg \text{Poisonous}(x)) \wedge \forall y ((y \neq x) \wedge \text{Mushroom}(y) \wedge \text{Purple}(y) \Rightarrow \text{Poisonous}(y)))$ |
| Chỉ có hai cây nấm tím | $\exists x, y ((x \neq y) \wedge \text{Mushroom}(x) \wedge \text{Purple}(x) \wedge \text{Mushroom}(y) \wedge \text{Purple}(y) \wedge \forall z (\text{Mushroom}(z) \wedge \text{Purple}(z) \Rightarrow (z=x) \vee (z=y)))$ |

- **Hai mệnh đề tương đương:**

Hai mệnh đề G và H gọi là tương đương (viết là $G \equiv H$) nếu chúng cùng đúng hoặc cùng sai trong mọi trường hợp. Ta có các mệnh đề tương đương sau:

$$\forall x G(x) \equiv \forall y G(y)$$

$$\exists x G(x) \equiv \exists y G(y)$$

$$\neg(\forall x G(x)) \equiv \exists x (\neg G(x))$$

$$\neg(\exists x G(x)) \equiv \forall x (\neg G(x))$$

$$\forall x (G(x) \wedge H(x)) \equiv \forall x G(x) \wedge \forall x H(x)$$

$$\exists x (G(x) \vee H(x)) \equiv \exists x G(x) \vee \exists x H(x)$$

6.2. Dạng chuẩn tắc của mệnh đề

- Để dễ dàng cho việc lưu trữ các mệnh đề trong bộ nhớ, và thuận lợi cho việc xây dựng các thuật toán suy diễn, ta cần chuẩn hoá các mệnh đề bằng cách đưa chúng về dạng chuẩn tắc hội (hội của các mệnh đề tuyển).
- Sau khi chuẩn hóa, cơ sở tri thức sẽ là một tập các mệnh đề tuyển. Mỗi mệnh đề tuyển có dạng: $\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ và tương đương với mệnh đề $P_1 \wedge \dots \wedge P_m \Rightarrow Q_1 \vee \dots \vee Q_n$.
- Khi $n=1$ ta có : $P_1 \wedge \dots \wedge P_m \Rightarrow Q$ gọi là **luật if-then**, trong đó P_i gọi là giả thiết, Q gọi là kết luận và ta chỉ xét cơ sở tri thức là một tập các luật if-then.

- Các bước chuẩn hoá

B1. Loại bỏ các kéo theo

$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

$$P \Leftrightarrow Q \equiv (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$$

B2. Chuyển các phủ định tới các phần tử

$$\neg(\neg P) \equiv P$$

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg(\forall x P) \equiv \exists x (\neg P)$$

$$\neg(\exists x P) \equiv \forall x (\neg P)$$

B3. Loại bỏ lượng từ tồn tại (\exists)

$$\forall x_1, \dots, \forall x_n (\exists y P(x, y)) \equiv \forall x_1, \dots, \forall x_n (P(x, f(x_1, \dots, x_n))).$$

B4. Loại bỏ lượng từ với mọi (\forall)

B5. Chuyển các tuyển tới các mệnh đề phân tửta được dạng chuẩn tắc hội

B6. Loại bỏ các hội ta được tập các mệnh đề tuyển

B7. Đặt lại các tên biến sao cho các biến trong các mệnh đề khác nhau có tên khác nhau

Ví dụ:

$$a/\forall x (\exists y (\text{Larger}(x, y)) \equiv \forall x (\text{Larger}(x, f(x)) \equiv \text{Larger}(f(x)))$$

$$b/\forall x (\exists y P(x, y) \vee \forall u (\exists v Q(a, v) \wedge \exists y \neg R(x, y)))$$

$$\equiv \forall x (P(x, f(x)) \vee \forall u (Q(a, g(x, u)) \wedge \neg R(x, h(x, u))))$$

$$\equiv P(x, f(x)) \vee (Q(a, g(x, u)) \wedge \neg R(x, h(x, u)))$$

$$\equiv (P(x, f(x)) \vee Q(a, g(x, u))) \wedge (P(x, f(x)) \vee \neg R(x, h(x, u)))$$

$$\equiv P(f(x)) \vee Q(a, g(x, u)); P(f(x)) \vee \neg R(x, h(x, u))$$

$$\equiv P(f(x)) \vee Q(a, g(x, u)); P(f(z)) \vee \neg R(z, h(z, y))$$

6.3. Các luật suy diễn trong logic vị từ

Logic vị từ có tất cả các luật suy diễn như trong logic mệnh đề và có thêm một số luật suy diễn liên quan tới biến và lượng tử phổ dụng.

Phép thế $\theta = [x_1/t_1, x_2/t_2, \dots, x_n/t_n]$ trên mệnh đề G : Trong mệnh đề G , thay các biến x_i bởi t_i ta được mệnh đề **kí hiệu G_θ** và gọi là mệnh đề nhận được từ G bởi phép thế θ .

- Luật loại bỏ phổ dụng: (loại bỏ \forall)

$\forall x \in O, G(x) \Rightarrow G[t]$; với $t \in O$. ($G[t]$ là mệnh đề nhận được từ G bởi phép thế $\theta = [x/t]$)

Ví dụ: Giả sử miền đối tượng $O = \{An, Hoa, Mai\}$;

$\forall x \in O, \text{Like}(x, \text{Football}) \Rightarrow \text{Like}(An, \text{Football})$

- Luật đồng nhất

Với hai mệnh đề G và H mà tồn tại phép thế θ sao cho G_θ và H_θ trở thành đồng nhất ($G_\theta = H_\theta$) thì G và H được gọi là đồng nhất được.

Ví dụ: hai mệnh đề $\text{Like}(An, y)$ và $\text{Like}(x, \text{Football})$ là đồng nhất được bởi phép thế $\theta = [x/An, y/\text{Football}]$ và ta được mệnh đề mới là $\text{Like}(An, \text{Football})$.

- Luật Modus Ponens tổng quát

Giả sử các cặp mệnh đề P_i, P_i' ($i=1, \dots, n$) đồng nhất được bởi phép thế θ , tức là $P_i = P_i'$ qua phép thế θ ($i=1, \dots, n$). Khi đó ta có luật:

$$\frac{(P_1 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q), P_1', \dots, P_n'}{Q'}$$

Trong đó $Q' = Q_\theta$.

Ví dụ

- Xét các mệnh đề: $\text{Student}(x) \wedge \text{Male}(x) \Rightarrow \text{Like}(x, \text{Football})$; $\text{Student}(An)$; $\text{Male}(An)$.

Các cặp mệnh đề $\text{Student}(x), \text{Student}(An)$ và $\text{Male}(x), \text{Male}(An)$ đồng nhất được với phép thế $\theta = [x/An]$. Do đó ta suy ra mệnh đề $\text{Like}(An, \text{Football})$.

- Xét hai mệnh đề: $\text{Friend}(x, Ba) \Rightarrow \text{Good}(x)$ và $\text{Friend}(Lan, y)$.

$\text{Friend}(x, Ba)$ và $\text{Friend}(Lan, y)$ đồng nhất được với phép thế $[x/Lan, y/Ba]$ và suy ra $\text{Good}(Lan)$.

- Luật phân giải trên các mệnh đề tuyển

Giả sử ta có hai mệnh đề tuyển $A_1 \vee \dots \vee A_m \vee C$ và $B_1 \vee \dots \vee B_n \vee \neg D$, trong đó C và D đồng nhất được bởi phép thế θ . Khi đó ta có luật:

$$\frac{A_1 \vee \dots \vee A_m \vee C, B_1 \vee \dots \vee B_n \vee \neg D}{A_1' \vee \dots \vee A_m' \vee B_1' \vee \dots \vee B_n'}$$

Trong đó $A_i' = A_{i\theta}$ ($i=1, \dots, m$) và $B_j' = B_{j\theta}$ ($j=1, \dots, n$), hai mệnh đề ở giả thiết gọi là hai mệnh đề phân giải được, mệnh đề kết luận gọi là phân giải thức của hai mệnh đề ở giả thiết. Ký hiệu phân giải thức của hai mệnh đề A và B là $\text{Res}(A, B)$.

Ví dụ: ta có $\text{Hear}(x, \text{Music}) \vee \text{Play}(x, \text{Tennis})$ và $\neg \text{Play}(An, y) \vee \text{Study}(An)$.

Hai mệnh đề $\text{Play}(x, \text{Tennis})$ và $\text{Play}(An, y)$ đồng nhất được bởi phép thế $\theta = [x|An, y|\text{Tennis}]$. Do đó suy ra mệnh đề $\text{Hear}(An, \text{Music}) \vee \text{Study}(An)$.

- Luật phân giải trên các mệnh đề If-Then:

Giả sử S và T đồng nhất được bởi phép thế θ . Khi đó ta có luật:

$$\frac{\begin{array}{l} P_1 \wedge \dots \wedge P_m \wedge S \Rightarrow Q, \\ R_1 \wedge \dots \wedge R_n \Rightarrow T \end{array}}{P_1' \wedge \dots \wedge P_m' \wedge R_1' \wedge \dots \wedge R_n' \Rightarrow Q'}$$

với $P_i' = P_{i\theta}$ ($i=1, \dots, m$), $R_j' = R_{j\theta}$ ($j=1, \dots, n$), $Q' = Q_\theta$.

Xét trường hợp riêng:

$$\frac{\begin{array}{l} P_1 \wedge \dots \wedge P_m \wedge S \Rightarrow Q, \\ T \end{array}}{P_1' \wedge \dots \wedge P_m' \Rightarrow Q'}$$

Ví dụ:

Giả sử ta có: $\text{Student}(x) \wedge \text{Male}(x) \Rightarrow \text{Play}(x, \text{Football})$ và $\text{Male}(Ba)$.

$\text{Male}(Ba)$ và $\text{Male}(x)$ đồng nhất được với phép thế $[x|Ba]$, ta được mệnh đề mới là:

$\text{Student}(Ba) \Rightarrow \text{Play}(Ba, \text{Football})$.

6.4. Chứng minh phản chứng

Để chứng minh mệnh đề H là hệ quả của $CSTTG = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$, ta có thể dùng phương pháp phản chứng, nghĩa là chứng minh $G' = \{G_1, G_2, \dots, G_n, \neg H\}$ là không thỏa được. Thủ tục chứng minh phản chứng giống như trong logic mệnh đề. Nếu H là hệ quả của G thì thủ tục trả về true, ngược lại trả về false.

```
int Refutation_Proof(G,H){
    Chuẩn hóa G thành G' là tập các mệnh đề tuyển;
    Thêm  $\neg H$  vào G';
    while(true){
        if (tồn tại A,B thuộc G' sao cho A,B phân giải được thành mệnh đề mới C){
            if (C==[]) return true; //H là hệ quả của G
            else thêm C vào G';
        } else return false; // H không là hệ quả của G
    }
}
```

Ví dụ1:

Giả sử thông tin đưa vào là:

- 1) Ông Ba nuôi một con chó.
- 2) Hoặc ông Ba hoặc ông An đã giết con mèo Bibi.

Và giả sử có CSTT G như sau:

- 3) Mọi người nuôi chó đều yêu quý động vật.
- 4) Ai yêu quý động vật cũng không giết động vật.
- 5) Chó, mèo đều là động vật.

Hỏi ai giết con mèo Bibi?

Hướng Dẫn:

- B1. Biểu diễn CSTT G bằng logic vị từ cấp một

Đặt: Dog(x): x là chó; Cat(x): x là con mèo; Animal(x): x là động vật; Rear(x,y): x nuôi y; Kill(x,y): x giết y; AnimalLover(x): x yêu động vật;

Ta có:

$G = \{$

- 1) $Dog(d) \wedge Rear(Ba, d)$
- 2) $Cat(Bibi) \wedge (Kill(Ba, Bibi) \vee Kill(An, Bibi))$
- 3) $Dog(y) \wedge Rear(x, y) \Rightarrow AnimalLover(x)$
- 4) $AnimalLover(u) \Rightarrow (Animal(v) \Rightarrow \neg Kill(u, v))$
- 5) $(Dog(z) \Rightarrow Animal(z)) \wedge (Cat(w) \Rightarrow Animal(w)).$

}

$\text{Kill}(t, \text{Bibi}) \Rightarrow t = ?$

- B2. Chuẩn hoá G thành G' gồm các mệnh đề tuyển:

$G' = \{$

$\text{Dog}(D); \quad (1)$

$\text{Rear}(\text{Ba}, D); \quad (2)$

$\text{Cat}(\text{Bibi}); \quad (3)$

$\text{Kill}(\text{Ba}, \text{Bibi}) \vee \text{Kill}(\text{An}, \text{Bibi}); \quad (4)$

$\neg \text{Dog}(y) \vee \neg \text{Rear}(x, y) \vee \text{AnimalLover}(x); \quad (5)$

$\neg \text{AnimalLover}(u) \vee \neg \text{Animal}(v) \vee \neg \text{Kill}(u, v); \quad (6)$

$\neg \text{Dog}(z) \vee \text{Animal}(z); \quad (7)$

$\neg \text{Cat}(w) \vee \text{Animal}(w) \quad (8)$

$\}$

- B3. Thêm vào G' mệnh đề phủ định của hệ quả:

$\neg \text{Kill}(t, \text{Bibi}) \quad (9)$

- B4. Lần lượt áp dụng các luật phân giải cho đến khi nhận được mệnh đề rỗng

Từ (4) và (9) với phép thế $[t|\text{An}]$, áp dụng luật phân giải ta được mệnh đề:

$\text{Kill}(\text{Ba}, \text{Bibi}) \quad (10)$

Từ (6) và (10) với phép thế $[u|\text{Ba}, v|\text{Bibi}]$, ta nhận được mệnh đề:

$\neg \text{AnimalLover}(\text{Ba}) \vee \neg \text{Animal}(\text{Bibi}) \quad (11)$

Từ (3) và (8) với phép thế $[w|\text{Bibi}]$, ta nhận được mệnh đề

$\text{Animal}(\text{Bibi}) \quad (12)$

Từ (11) và (12) ta nhận được mệnh đề:

$\neg \text{AnimalLover}(\text{Ba}) \quad (13)$

Từ (1) và (5) với phép thế $[y|D]$ ta nhận được mệnh đề:

$\neg \text{Rear}(x, D) \vee \text{AnimalLover}(x) \quad (14)$

Từ mệnh đề (2) và (14) với phép thế $[x|\text{Ba}]$ ta nhận được mệnh đề

$\text{AnimalLover}(\text{Ba}) \quad (15)$

Từ mệnh đề (13) và (15) ta suy ra mệnh đề rỗng.

- B5. Kết luận:

Ông An đã giết con mèo Bibi. Còn một khả năng nữa, mệnh đề (4) và (9) phân giải được với phép thế $[t|\text{Ba}]$, song trường hợp này không dẫn tới mệnh đề rỗng.

*Bảng tóm tắt quá trình chứng minh

| Stt | Mệnh đề | Phân giải | Phép thế | Stt | Mệnh đề |
|-----|---|-----------|---------------|-----|---|
| 1 | Dog(D); | 4,9 | [t An] | 10 | Kill(Ba,Bibi) |
| 2 | Rear(Ba, D) | 6,10 | [u Ba,v Bibi] | 11 | $\neg \text{Animal Lover (Ba)}$ $\vee \neg \text{Animal (Bibi)}$ |
| 3 | Cat(Bibi) | 3,8 | [w Bibi] | 12 | Animal (Bibi) |
| 4 | Kill(Ba,Bibi) \vee Kill(An, Bibi) | 11,12 | | 13 | $\neg \text{Animal Lover (Ba)}$ |
| 5 | $\neg \text{Dog}(y) \vee \neg \text{Rear}(x,y) \vee \text{Animal Lover}(x)$ | 1,5 | [y D] | 14 | $\neg \text{Rear (x,D)}$ $\vee \text{Animal Lover}(x)$ |
| 6 | $\neg \text{Animal Lover}(u) \vee \neg \text{Animal}(v) \vee \neg \text{Kill}(u,v)$ | 2,14 | [x Ba] | 15 | Animal Lover(Ba) |
| 7 | $\neg \text{Dog}(z) \vee \text{Animal}(z)$ | 13,15 | | 16 | Rỗng |
| 8 | $\neg \text{Cat}(w) \vee \text{Animal}(w)$ | | | | |
| 9 | $\neg \text{Kill (t, Bibi)}$ | | | | |

Ví dụ 2: Giả sử CSTT G gồm các mệnh đề sau:

$\forall m$ (m là chim hoặc m là cá hoặc m là vịt) (1)

Nếu x là chim thì x biết bay (2)

Nếu y biết bay thì y có cánh (3)

Nếu z là vịt thì z biết bơi (4)

Và thông tin đưa vào là:

C không là cá và C không biết bay.

Hỏi C biết bơi không?

Hướng dẫn:

- B1. Biểu diễn CSTT G bằng logic vị từ cấp một:

Ta có miền đối tượng $O=\{\text{chim, cá, vịt}\}$;

Đặt: $P(x)$: x là chim; $Q(x)$: x là cá; $R(x)$: x là vịt; $S(x)$: x biết bay; $T(x)$: x biết bơi; $U(x)$: x có cánh;

Ta được $G=\{P(m)\vee Q(m)\vee R(m); P(x)\Rightarrow S(x); S(y)\Rightarrow U(y); R(z)\Rightarrow T(z); \neg Q(C); \neg S(C)\}$

và cần chứng minh $T(C)$.

- B2. Chuẩn hoá G thành G' gồm các mệnh đề tuyển:

$G'=\{$

$P(m)\vee Q(m)\vee R(m)$ (1)

$\neg P(x) \vee S(x)$ (2)

$\neg S(y)\vee U(y)$ (3)

$\neg R(z) \vee T(z)$ (4)

$\neg Q(C)$ (5)

$$\neg S(C) \quad (6)$$

}

- B3. Thêm vào G' mệnh đề phủ định của mệnh đề cần chứng minh:

$$\neg T(C) \quad (7)$$

- B4. Lần lượt áp dụng các luật phân giải cho đến khi nhận được mệnh đề rỗng hoặc không thể sinh ra mệnh đề mới nữa.

Áp dụng luật phân giải cho (2) và (6) với phép thế $[x|C]$, ta suy ra:

$$\neg P(C) \quad (8)$$

Áp dụng luật phân giải cho (1) và (8) với phép thế $[m|C]$ ta suy ra:

$$Q(C) \vee R(C) \quad (9)$$

Áp dụng luật phân giải cho (4) và (9) với phép thế $[z|C]$ ta suy ra:

$$Q(C) \vee T(C) \quad (10).$$

Áp dụng luật phân giải cho (5) và (10) ta suy ra: $T(C)$ (11)

Từ mệnh đề (11) và (7) ta suy ra mệnh đề rỗng.

- B5. Kết luận: C biết bơi

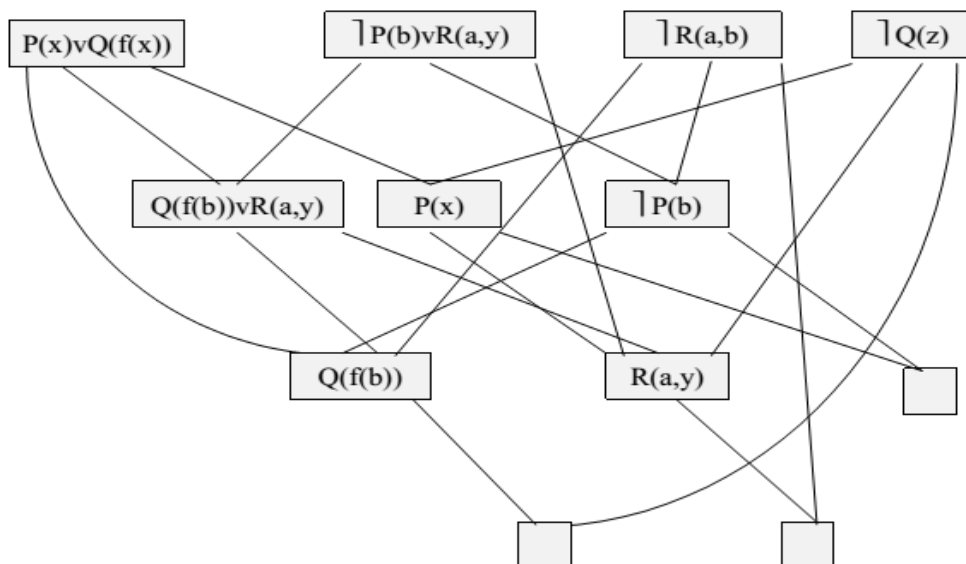
* Bảng tóm tắt quá trình chứng minh

| Stt | Mệnh đề | Phân giải | Phép thế | Stt | Mệnh đề |
|-----|----------------------------|-----------|----------|-----|------------------|
| 1 | $P(m) \vee Q(m) \vee R(m)$ | 2,6 | $[x C]$ | 8 | $\neg P(C)$ |
| 2 | $\neg P(x) \vee S(x)$ | 1,8 | $[m C]$ | 9 | $Q(C) \vee R(C)$ |
| 3 | $\neg S(y) \vee U(y)$ | 4,9 | $[z C]$ | 10 | $Q(C) \vee T(C)$ |
| 4 | $\neg R(z) \vee T(z)$ | 5,10 | | 11 | $T(C)$ |
| 5 | $\neg Q(C)$ | 7,11 | | 12 | Rỗng |
| 6 | $\neg S(C)$ | | | | |
| 7 | $\neg T(C)$ | | | | |

6.5. Chiến lược phân giải

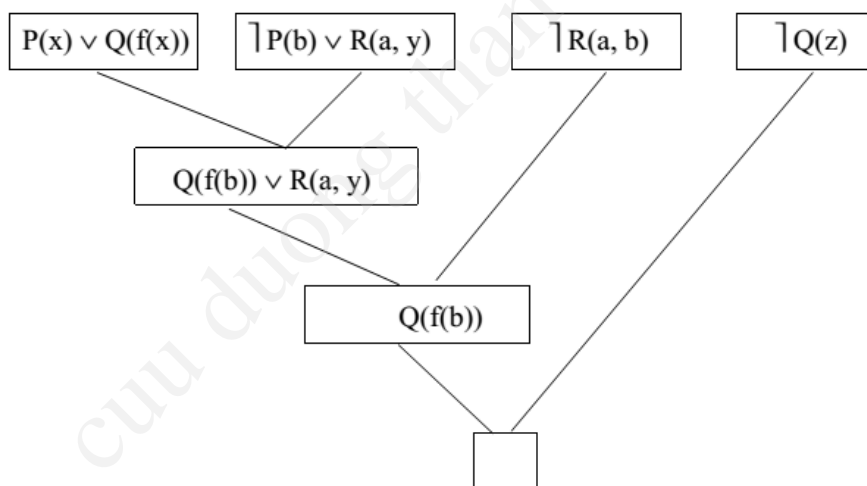
- Để thủ tục chứng minh phản chứng hiệu quả, cần có chiến lược chọn hai mệnh đề phân giải.
- Thủ tục chứng minh xem như thủ tục tìm kiếm trên đồ thị phân giải, đỉnh của đồ thị là các mệnh đề, các cung đi từ các mệnh đề cha tới mệnh đề con là phân giải thức của các mệnh đề cha.

Ví dụ: $G = \{ P(x) \vee Q(f(x)), \neg P(b) \vee R(a,y), \neg R(a,b), \neg Q(z) \}$, ta có đồ thị phân giải như hình 6.1:



Hình 6.1: đồ thị phân giải của G

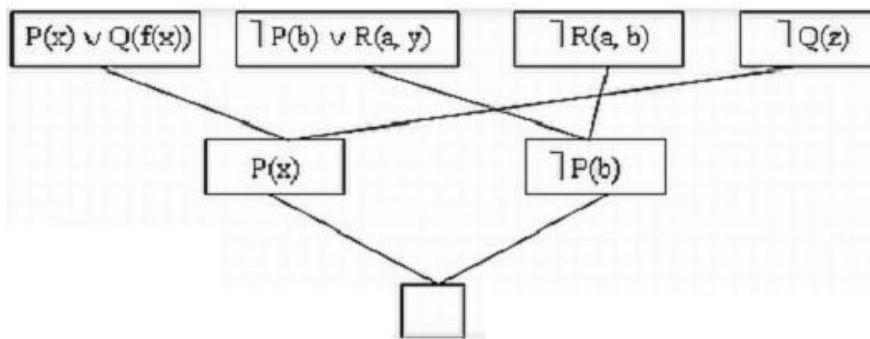
- Để chứng minh G không thỏa được, cần tìm một dãy các phân giải thức dẫn tới mệnh đề rỗng []. Dãy các phân giải thức kết thúc bởi mệnh đề rỗng tạo thành một cây nhị phân, gốc là mệnh đề rỗng, và gọi là cây chứng minh. Một đồ thị phân giải có thể có nhiều cây chứng minh, ví dụ đồ thị phân giải ở hình 6.1 có cây chứng minh như hình 6.2:



Hình 6.2: một cây chứng minh của đồ thị phân giải ở hình 6.1

Chiến lược phân giải theo bề rộng

- Các mệnh đề thuộc G cho trước ở mức 0. Phân giải thức của các mệnh đề ở mức 0 sẽ ở mức một. Các mệnh đề ở mức i sẽ là các phân giải thức mà một trong các mệnh đề cha của nó ở mức i-1, còn cha kia ở mức $\leq i-1$.
- Các phân giải thức được sinh ra theo bề rộng, các phân giải thức ở mức i+1 chỉ được sinh ra khi tất cả các phân giải thức ở mức i đã được sinh ra.
- Cây chứng minh tìm được bởi chiến thuật phân giải theo bề rộng sẽ là cây ngắn nhất.



Hình 6.3: cây chứng minh tìm theo bề rộng của đồ thị phân giải ở hình 6.1

6.6. Các phương pháp suy diễn

Từ cơ sở tri thức, để suy ra các mệnh đề mới hoặc để chứng minh một mệnh đề, ta có hai phương pháp là suy diễn tiến và suy diễn lùi.

6.6.1. Suy diễn tiến (forward reasoning)

- Tìm một luật trong cơ sở luật sao cho tất cả các điều kiện của luật được thỏa mãn, nghĩa là các điều kiện của luật đã có trong cơ sở sự kiện với một phép thế nào đó. Khi đó kết luận của luật là sự kiện được suy ra. Nếu đây là sự kiện mới thì bổ sung vào cơ sở sự kiện. Quá trình tìm luật được lặp lại cho tới khi nào không còn luật nào sinh ra sự kiện mới.
- Lập luận tiến không định hướng giải quyết một vấn đề cụ thể mà chỉ là quá trình suy ra các sự kiện mới từ các sự kiện đã có.

Ví dụ:

+ Cơ sở luật RB gồm các luật sau:

Luật 1: nếu động vật có lông mao thì động vật là loài có vú

Luật 2: nếu động vật có lông vũ thì động vật là chim

Luật 3: nếu động vật biết bay, và động vật đẻ trứng thì động vật là chim

Luật 4: nếu động vật là loài có vú, và động vật ăn thịt thì động vật là thú ăn thịt

Luật 5: nếu động vật là loài có vú, và động vật có răng nhọn, và động vật có móng vuốt thì động vật là thú ăn thịt.

Luật 6: nếu động vật là thú ăn thịt, và động vật có màu lông vàng hung, và động vật có đốm sẫm thì động vật là báo Châu Phi.

Luật 7: nếu động vật là thú ăn thịt, và động vật có màu lông vàng hung, và động vật có vằn đen thì động vật là hổ.

Luật 8: nếu động vật là chim, và động vật không biết bay, và động vật có chân dài, và động vật có cổ dài thì động vật là đà điểu.

Luật 9: nếu động vật là chim, và động vật không biết bay, và động vật biết bơi, và động vật có lông đen và trắng thì động vật là chim cánh cụt.

+ Cơ sở sự kiện FB gồm các sự kiện sau:

Ki có lông mao; Ki ăn thịt; Ki có màu lông vàng hung; Ki có đốm sẫm.

+ Hỏi sử dụng lập luận tiến sẽ sinh ra những sự kiện mới nào?

HD:

Quá trình suy diễn tiến diễn ra như sau:

| Áp dụng luật | Phép thế | Sự kiện mới |
|---|----------------|--------------------|
| R1: nếu động vật có lông mao thì động vật là loài có vú | [động vật Ki] | Ki là loài có vú |
| R4: nếu động vật là loài có vú, và động vật ăn thịt thì động vật là thú ăn thịt | [động vật Ki] | Ki là thú ăn thịt |
| R6: nếu động vật là thú ăn thịt, và động vật có màu lông vàng hung, và động vật có đốm sẫm thì động vật là báo Châu Phi | [động vật Ki] | Ki là báo Châu Phi |

Vì không còn sinh ra sự kiện mới nên thuật toán sẽ ngừng.

Ví dụ:

+ Cơ sở luật (RB):

R: nếu x là ngựa, và x là mẹ của y, và y chạy nhanh thì x có giá.

+ Cơ sở sự kiện (FB):

Tom là ngựa; Bin là ngựa; Ken là ngựa; Kit là ngựa;

Tom là mẹ của Bin; Tom là mẹ của Ken; Bin là mẹ của Kit;

Kit chạy nhanh; Bin chạy nhanh.

+ Hỏi nếu sử dụng lập luận tiến sẽ sinh ra những sự kiện mới nào?

HD: $G = (RB, FB)$

$RB = \{ \text{Horse}(x) \wedge \text{Mother}(x, y) \wedge \text{Fast}(y) \Rightarrow \text{Valuable}(x) \}$

$FB = \{ \text{Horse}(\text{Tom}); \text{Horse}(\text{Bin}); \text{Horse}(\text{Ken}); \text{Horse}(\text{Kit});$

$\text{Mother}(\text{Tom}, \text{Bin}); \text{Mother}(\text{Tom}, \text{Ken}); \text{Mother}(\text{Bin}, \text{Kit});$

$\text{Fast}(\text{Kit}); \text{Fast}(\text{Bin}) \}$

Quá trình suy diễn tiến diễn ra như sau:

| Phép thế | Luật trở thành | Sự kiện mới |
|----------|--|-------------------------------|
| [x/Tom] | $\text{Mother}(\text{Tom}, y) \wedge \text{Fast}(y) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Tom})$ | |
| [y/Bin] | $\text{Fast}(\text{Bin}) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Tom})$ | $\text{Valuable}(\text{Tom})$ |
| [y/Ken] | $\text{Fast}(\text{Ken}) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Tom})$ | Không suy diễn tiếp được |
| [y/Kit] | $\text{Mother}(\text{Tom}, \text{Kit}) \wedge \text{Fast}(\text{Ken}) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Tom})$ | Không suy diễn tiếp được |
| | | |
| [x/Bin] | $\text{Mother}(\text{Bin}, y) \wedge \text{Fast}(y) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Bin})$ | |
| [y/Kit] | $\text{Fast}(\text{Kit}) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Bin})$ | $\text{Valuable}(\text{Bin})$ |
| ... | ... | ... |
| [x/Ken] | $\text{Mother}(\text{Ken}, y) \wedge \text{Fast}(y) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Ken})$ | Không suy diễn tiếp được |
| [x/Kit] | $\text{Mother}(\text{Kit}, y) \wedge \text{Fast}(y) \Rightarrow \text{Valuable}(\text{Kit})$ | Không suy diễn tiếp được |

Thuật toán trên không hiệu quả vì phải lặp lại nhiều lần thao tác so sánh mỗi sự kiện trong FB với các điều kiện trong các luật. Nếu FB có f sự kiện, cơ sở luật chứa l luật, mỗi luật gồm c điều kiện, thì chỉ trong một lần lặp, thuật toán phải thực hiện fcl phép so sánh.

6.7.2 Suy diễn lùi (backward reasoning)

- Suy diễn lùi nhằm chứng minh một giả thuyết được đưa ra là đúng hoặc sai.
- Quá trình Suy diễn lùi diễn ra như sau: So sánh giả thiết H với các sự kiện trong FB, nếu có một sự kiện trong FB trùng với H thì H đúng. Nếu không có thì so sánh H với phần kết luận của mỗi luật. Nếu kết luận và H trùng nhau qua một phép thế thì các điều kiện của luật được xem là các giả thuyết mới và lặp lại quá trình trên với các giả thuyết mới.
- Nếu tất cả các giả thuyết được sinh ra trong quá trình trên đều đúng (đều có trong FB) thì giả thuyết đã đưa ra được là đúng. Ngược lại thì giả thuyết đã đưa ra được xem là sai.

Ví dụ:

+ Cơ sở luật RB:

Luật 1: nếu động vật có lông mao thì động vật là loài có vú

Luật 2: nếu động vật có lông vũ thì động vật là chim

Luật 3: nếu động vật biết bay, và động vật đẻ trứng thì động vật là chim

Luật 4: nếu động vật là loài có vú, và động vật ăn thịt thì động vật là thú ăn thịt

Luật 5: nếu động vật là loài có vú, và động vật có răng nhọn, và động vật có móng vuốt thì động vật là thú ăn thịt

Luật 6: nếu động vật là thú ăn thịt, và động vật có màu lông vàng hung, và động vật có đốm sẫm thì động vật là báo Châu Phi

Luật 7: nếu động vật là thú ăn thịt, và động vật có màu lông vàng hung, và động vật có vằn đen thì động vật là hổ

Luật 8: nếu động vật là chim, và động vật không biết bay, và động vật có chân dài, và động vật có cổ dài
Thì động vật là đà điểu

Luật 9: nếu động vật là chim, và động vật không biết bay, và động vật biết bơi, và động vật có lông đen và trắng thì động vật là chim cánh cụt.

+Cơ sở sự kiện FB:

Bibi có lông vũ; Bibi có chân dài; Bibi có cổ dài; Bibi không biết bay.

+ Giả thiết đưa ra là: Bibi là đà điểu

HD:

| Áp dụng luật | Phép thế | Giả thiết mới |
|--|------------------|---|
| Luật 8: nếu động vật là chim, và động vật không biết bay, và động vật có chân dài, và động vật có cổ dài thì động vật là đà điểu | [động vật Bibi] | Bibi là chim |
| Luật 3: nếu động vật biết bay, và động vật đẻ trứng thì động vật là chim | [động vật Bibi] | Bibi biết bay, Bibi đẻ trứng. => không thể phát triển tiếp |
| Luật 2: nếu động vật có lông vũ thì động vật là chim | [động vật Bibi] | “Bibi có lông vũ”. Giả thiết này có trong FB=> ngừng |

Ví dụ.

+ Cơ sở sự kiệnFB:

(1)Horse(Tom);(2)Horse(Ken); (3)Horse(Kit);(4)Horse(Bin);

(5)Mother(Tom, Bin);(6)Mother(Tom, Ken); (7)Mother(Bin, Kit)

(8) Fast(Kit); (9) Winner(Bin)

+ Cơ sở luậtRB:

Horse(x) \wedge Mother(x, y) \wedge Fast(y) \Rightarrow Valuable(x) (10)

Winner(z) \Rightarrow Fast(z) (11)

+Câu hỏi: Tom có giá ?

HD:

+ Kiểm chứng giả thiết “Tom có giá”

| Luật/sự kiện | Phép thế | Giả thiết mới |
|---|----------------------------------|-------------------------|
| R10: Horse(x) \wedge Mother(x, y) \wedge Fast(y) \Rightarrow Valuable(x) | [x Tom]=>(1)Horse(Tom) | Mother(Tom, y) ;Fast(y) |
| Mother(Tom, y) | [y Bin]=> (5)Mother(Tom, Bin) | Fast(Bin) |

| | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|------|
| R11: Winner(z) \Rightarrow Fast(z) | [z Bin] \Rightarrow (9) Winner(Bin) | Rỗng |
|--------------------------------------|---------------------------------------|------|

Vậy Tom là con ngựa có giá với phép thế $\theta = [x|Tom, y|Bin, z|Bin]$.

Tương tự có thể chứng minh Bin có giá

6.8. Biểu diễn tri thức không chắc chắn

- Trong đời sống thực tế, có rất nhiều điều mà ngay cả các chuyên gia cũng không hoàn toàn tin tưởng chúng là đúng hay sai. Đặc biệt là các kết luận trong chẩn đoán y học, trong dự báo thời tiết, trong phỏng đoán sự hỏng hóc của máy móc, chúng ta không thể tin tưởng 100% các kết luận đưa ra là đúng.

Ví dụ, nếu xe máy đang chạy bị chết máy và kiểm tra xăng hãy còn thì có thể 90% là có vấn đề ở bugi. Tuy nhiên vẫn còn 10% phỏng đoán đó là sai, xe có thể bị chết máy do các nguyên nhân khác.

- Mỗi luật hoặc sự kiện cần gán một mức độ chắc chắn: luật $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \Rightarrow B: C$ có nghĩa là luật có độ chắc chắn là C ($0 \leq C \leq 1$). Vấn đề đặt ra là cần xác định mức độ chắc chắn của kết luận.

- Xét luật $A \Rightarrow B: C$, ta có:

$$P(B) = P(B|A) P(A) = C * P(A).$$

Nếu $A = A_1 \wedge \dots \wedge A_n$, thì $P(A)$ được tính bằng các cách khác nhau, tùy thuộc vào các sự kiện A_i là độc lập hay phụ thuộc. Nếu các sự kiện A_i là độc lập, thì $P(A) = \Pr(A_1) \dots \Pr(A_n)$.

Ví dụ:

+ Cơ sở luật RB

Nếu X có tiền án, và X có thù oán với Y và X đưa ra bằng chứng ngoại phạm sai thì X là kẻ giết Y, với mức độ chắc chắn 90%.

+ Cơ sở sự kiện FB

- Mèo có tiền án, với mức độ chắc chắn là 1.
- Mèo có thù oán với Chuột, với mức độ chắc chắn là 0,7.
- Mèo đưa ra bằng chứng ngoại phạm sai, với mức độ chắc chắn là 0,8.

+ Hỏi “Mèo là kẻ giết Chuột” có mức độ chắc chắn là bao nhiêu?

HD:

Đặt A: Mèo có tiền án, và Mèo có thù oán với Chuột và Mèo đưa ra bằng chứng ngoại phạm sai

B: Mèo là kẻ giết Chuột

Ta có:

$$P(A \Rightarrow B) = P(B|A) = 0,9$$

$$P(A) = 1,0 * 0,7 * 0,8 = 0,56$$

$$P(B) = P(B|A) P(A) = 0,9 * 0,56 = 0,504$$

Như vậy mức độ chắc chắn của kết luận “Mèo là kẻ giết Chuột” là 50.4%.

Nếu các sự kiện A_1, \dots, A_n là không độc lập, thì ta có thể tính $P(A) = \min(P(A_1), \dots, P(A_n))$. Trong ví dụ trên, nếu các sự kiện là phụ thuộc thì

$$P(A) = \min(1, 0.7, 0.8) = 0.7 \Rightarrow P(B) = 0.9 * 0.7 = 0.63$$

Ngoài ra còn có các phương pháp khác để tính $P(A)$, khi các A_1, \dots, A_n là không độc lập.

6.9. Ngôn ngữ lập trình Prolog

- Prolog là ngôn ngữ lập trình được áp dụng trong nhiều lĩnh vực trí tuệ nhân tạo: các hệ chuyên gia, lập kế hoạch, xử lý ngôn ngữ tự nhiên, học máy, ...
- Trong các ngôn ngữ lập trình truyền thống (Pascal, C, Java, C#, ...) một chương trình là một dãy các lệnh mà máy cần thực hiện. Người lập trình để viết một chương trình trong các ngôn ngữ truyền thống, phải dựa vào thuật toán đã có và cách biểu diễn dữ liệu để lập ra một dãy các lệnh chỉ dẫn cho máy cần phải thực hiện các hành động.
- Điều khác nhau căn bản của lập trình Prolog so với lập trình truyền thống là như sau:
 - Trong Prolog người lập trình mô tả vấn đề bằng các mệnh đề if-then.
 - Hệ sẽ sử dụng lập luận logic để tìm ra các câu trả lời cho vấn đề.
- Luật $B_1 \wedge \dots \wedge B_m \Rightarrow A$ trong Prolog viết là: $A :- B_1, \dots, B_m$
Prolog sẽ sử dụng lập luận lùi để tìm ra câu trả lời cho câu hỏi đưa vào.

Ví dụ: Giả sử chúng ta biết các thông tin sau đây về An và Ba.

An yêu thích mọi môn thể thao mà cậu chơi.

Bóng đá là môn thể thao.

Bóng bàn là môn thể thao.

An chơi bóng đá.

Ba yêu thích mọi thứ mà An yêu thích.

Câu hỏi đặt ra: “An yêu thích gì?”

Có thể viết chương trình Prolog như sau:

$\text{Likes}(\text{An}, X) :- \text{Sport}(X), \text{Plays}(\text{An}, X)$

$\text{Sport}(\text{Football})$

$\text{Sport}(\text{Tennis}).$

Plays(An, Football).

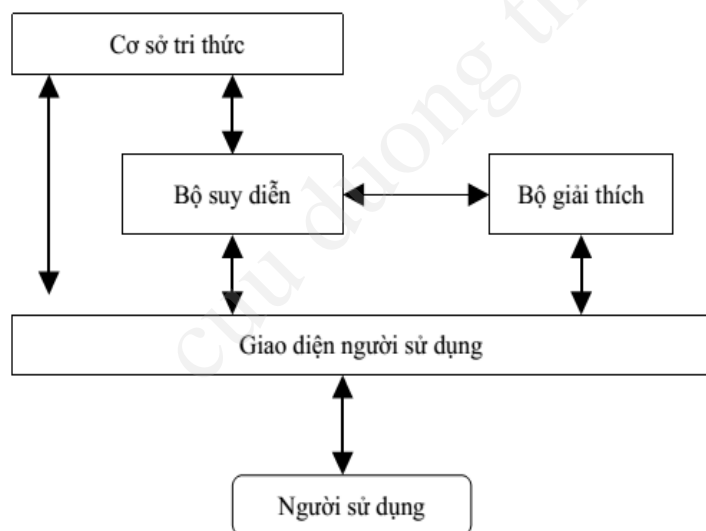
Likes(Ba, Y) :- Likes(An, Y).

? - Likes(An, X).

Trả lời: X = football.

6.10. Hệ chuyên gia(expert system)

- Hệ chuyên gia là một chương trình máy tính có khả năng giải quyết vấn đề (giống như một chuyên gia) trong một lĩnh vực nào đó. Một bác sĩ chữa bệnh, từ các triệu chứng của bệnh nhân, từ các kết quả xét nghiệm, với vốn tri thức của mình, bác sĩ có thể đưa ra các kết luận bệnh nhân bị bệnh gì và đưa ra phương án điều trị. Một hệ chuyên gia chẩn đoán bệnh cũng có thể làm việc như các bác sĩ.
- Một hệ chuyên gia cần được trang bị các tri thức của các chuyên gia trong một lĩnh vực áp dụng. Cũng giống như một chuyên gia con người, hệ chuyên gia có khả năng giải thích được các kết luận mà nó đã đưa ra cho người sử dụng. Hiện nay, có nhiều hệ chuyên gia nổi tiếng như:
 - ✓ Trong chuẩn đoán y học: MYCIN.
 - ✓ Phân tích cấu trúc phân tử: DENDRAL.
 - ✓ Vi phân và tích phân : MATHLAB.
 - ✓ Hiểu tiếng nói: HEARSAY.
 - ✓ Chuẩn đoán hồng học của máy tính: DART.
- Cấu trúc cơ bản của hệ chuyên gia được mô tả trong hình 6.4.



Hình 6.4. Kiến trúc cơ bản của một hệ chuyên gia.

- Một hệ chuyên gia gồm các thành phần cơ bản sau:
 - ✓ Cơ sở tri thức(Knowledge base): chứa các tri thức của các chuyên gia trong một lĩnh vực. Tri thức thường được biểu diễn dạng luật if then. Cơ sở tri thức có thể chứa các tri thức không chắc chắn, hoặc không đầy đủ.

- ✓ Bộ suy diễn (inference engine): thực hiện quá trình suy diễn dựa trên tri thức trong cơ sở tri thức và các thông tin mà người sử dụng đưa vào, để trả lời cho vấn đề được đặt ra.
Trong các hệ chuyên gia dựa trên luật (rule-based expert system), thủ tục suy diễn có thể là suy diễn tiến hoặc suy diễn lùi.
- ✓ Bộ giải thích (explanation generator): cung cấp cho người sử dụng những lời giải thích về các kết luận mà hệ đưa ra.
- ✓ Giao diện người sử dụng (user-interface): giúp hệ giao tiếp với người sử dụng một cách thuận tiện. Nó chuyển đổi các thông tin mà người sử dụng đưa vào thành dạng mà hệ có thể xử lý được, và ngược lại, nó chuyển đổi các câu trả lời của hệ và các lời giải thích sang ngôn ngữ mà người sử dụng có thể hiểu.

- Hết -