

## BÀI TẬP: SUY DIỄN THỐNG KÊ XÁC SUẤT VÀ THỐNG KÊ TOÁN

### **Bài 6.31 (tr.139)**

Một ngẫu nhiên kích thước  $n = 64$  được rút ra từ tổng thể phân phối chuẩn với trung bình là 50 và độ lệch chuẩn là 4. Tìm xác suất để trung bình mẫu nằm trong khoảng 48,5 đến 51,5.

BL:

Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên tổng thể. Theo bài ra:  $X \sim N(\mu = 50, \sigma = 4)$ .

Mẫu kích thước  $n = 64$ , ta cần tìm  $P(48,5 < \bar{X} < 51,5) = ?$

Cách 1:

Công thức cần sử dụng là:

$$P\left(\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_1} < \bar{X} < \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_2}\right) = 1 - \alpha$$

Ta có:

$$\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_1} = 50 - \frac{4}{\sqrt{64}}u_{\alpha_1} = 48,5 \quad \Leftrightarrow u_{\alpha_1} = 3$$

$$\mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_2} = 50 + \frac{4}{\sqrt{64}}u_{\alpha_2} = 51,5 \quad \Leftrightarrow u_{\alpha_2} = 3$$

Tra bảng giá trị tới hạn (bảng 6)  $u_{\alpha}$  ta có:  $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = 3 = u_{0,0013}$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 0,0013 \quad \Rightarrow \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,0026$$

$$\Rightarrow P(48,5 < \bar{X} < 51,5) = 1 - 0,0036 = 0,9974$$

Cách 2: Ta có:  $\bar{X} \sim N\left(\mu = 50, \frac{\sigma^2}{64} = \frac{1}{4}\right)$

$$\begin{aligned} P(48,5 < \bar{X} < 51,5) &= P\left(\frac{48,5 - 50}{\sqrt{\frac{1}{4}}} < U < \frac{51,5 - 50}{\sqrt{\frac{1}{4}}}\right) \\ &= P(-3 < U < 3) = 1 - 2 \cdot 0,0013 = \mathbf{0,9974} \end{aligned}$$

### **Bài 6.32 (tr.139)**

Độ lệch chuẩn của kích thước chi tiết được ước lượng là 4 mm. Kích thước các chi tiết được sản xuất là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn song phải tập trung quanh giá trị 40 mm. Tìm XS để lấy ngẫu nhiên 4 chi tiết để kiểm tra thì kích thước trung bình của chúng nằm trong khoảng từ 35 mm đến 45 mm.

BL:

Gọi X là kích thước chi tiết đã cho. Theo bài ra,  $X \sim N(\mu = 40, \sigma = 4)$ .

Mẫu kích thước  $n = 4$ , ta cần tìm  $P(35 < \bar{X} < 45) = ?$

Công thức cần sử dụng là:

$$P\left(\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_1} < \bar{X} < \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_2}\right) = 1 - \alpha$$

Ta có:

$$\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_1} = 40 - \frac{4}{\sqrt{4}}u_{\alpha_1} = 35 \quad \Leftrightarrow u_{\alpha_1} = 2,5$$

$$\mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_2} = 40 + \frac{4}{\sqrt{4}}u_{\alpha_2} = 45 \quad \Leftrightarrow u_{\alpha_2} = 2,5$$

Tra bảng giá trị tới hạn (bảng 6)  $u_{\alpha}$  ta có:  $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = 2,5 = u_{0,0062}$

Vậy:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,0062 \quad \Rightarrow \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,0124$

$$\Rightarrow P(35 < \bar{X} < 45) = 1 - 0,0124 = 0,9876$$

Cách 2: Gọi X là kích thước chi tiết (đơn vị: mm)

Theo đề bài ra, ta có  $X \sim N(\mu = 40, \sigma^2 = 4^2)$ , kích thước mẫu  $n = 4$

**Yêu cầu bài toán**  $\Leftrightarrow$  **Tìm P ( $35 < \bar{X} < 45$ )**

Ta có  $\bar{X} \sim N\left(\mu = 40, \frac{\sigma^2}{4} = \frac{4^2}{4} = 4\right)$

$$\begin{aligned} P(35 < \bar{X} < 45) &= P\left(\frac{35-40}{2} < U < \frac{45-40}{2}\right) = \\ &= P\left(\frac{-5}{2} < U < \frac{5}{2}\right) = 1 - 2 \cdot 0,0062 = \mathbf{0,9876} \end{aligned}$$

### **Bài 6.33 (tr.139)**

Một mẫu kích thước  $n$  được rút ra từ tổng thể phân phối chuẩn với trung bình là  $\mu$  và độ lệch chuẩn là 10. Hãy xác định  $n$  sao cho

$$a. P(\mu - 10 < \bar{X} < \mu + 10) = 0,954$$

$$b. P(\mu - 5 < \bar{X} < \mu + 5) = 0,954$$

$$c. P(\mu - 2 < \bar{X} < \mu + 2) = 0,954$$

BL:

$X \sim N(\mu, \sigma = 10)$ , mẫu kích thước  $n$

$$\text{Áp dụng: } P(\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} < \bar{X} < \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2}) = 1 - \alpha$$

$$\text{Ta có: } 1 - \alpha = 0,954 \Leftrightarrow \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 1 - 0,954 = 0,046$$

$$a. P(\mu - 10 < \bar{X} < \mu + 10) = 0,954$$

Ta có:

$$\frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} = \frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2} = 10 \Leftrightarrow u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = \sqrt{n}$$

$$\text{Suy ra: } \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2} = \frac{0,046}{2} = 0,023$$

Tra bảng giá trị tới hạn (bảng 6)  $u_{\alpha}$  ta có:  $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = 2 = u_{0,023}$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 2 \Leftrightarrow n = 4$$

Vậy:  $n = 4$

$$b. P(\mu - 5 < \bar{X} < \mu + 5) = 0,954$$

$$\text{Ta có: } \frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} = \frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2} = 5 \Leftrightarrow u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2} = \frac{0,046}{2} = 0,023$$

Tra bảng giá trị tới hạn (bảng 6)  $u_{\alpha}$  ta có:  $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = 2 = u_{0,023}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{n} = 4 \text{ Vậy } n = 16$$

$$c. P(\mu - 2 < \bar{X} < \mu + 2) = 0,954$$

$$\text{Ta có: } \frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} = \frac{10}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2} = 2 \Leftrightarrow u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = \frac{\sqrt{n}}{5}$$

$$\text{Suy ra: } \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2} = \frac{0,046}{2} = 0,023$$

Tra bảng giá trị tới hạn (bảng 6)  $u_\alpha$  ta có:  $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} = 2 = u_{0,023}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{5} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{n} = 10 \quad \text{Vậy } n = 100$$

**Cách 2:** Theo đề bài ra, ta có  $X \sim N(\mu, 10^2)$ , kích thước mẫu  $n$

**Xét bài toán tổng quát:** Tìm  $n$  sao cho  $P(\mu - m < \bar{x} < \mu + m) = 0,954$

Ta có  $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{10^2}{n})$

$$\text{Vì } P(\mu - m < \bar{x} < \mu + m) = P\left(\frac{\mu - m - \mu}{\frac{10}{\sqrt{n}}} < U < \frac{\mu + m - \mu}{\frac{10}{\sqrt{n}}}\right) = 1 - 2 \cdot p(U > \frac{m\sqrt{n}}{10})$$

**a. Với  $m = 10$ , ta có:**

$$1 - 2 \cdot p(U > \frac{10\sqrt{n}}{10}) = 0,954 \rightarrow \sqrt{n} = 2 \rightarrow n = 4$$

**b. Với  $m = 5$**

$$1 - 2 \cdot p(U > \frac{5\sqrt{n}}{10}) = 0,954 \rightarrow \sqrt{n} = 4 \rightarrow n = 16$$

**c. Với  $m = 2$**

$$1 - 2 \cdot p(U > \frac{2\sqrt{n}}{10}) = 0,954 \rightarrow \sqrt{n} = 10 \rightarrow n = 100$$

### **Bài 6.34**

Gọi  $X$  là trọng lượng của sản phẩm đã cho

Theo đề bài:  $X \sim N(\mu = 20,5, \sigma^2 = 2^2)$ , kích thước mẫu  $n = 4$

**Yêu cầu bài toán**  $\Leftrightarrow$  **Tìm  $\varepsilon$  để  $P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) = 0,95$**

Ta có  $\bar{X} \sim N(\mu = 20,5, \frac{\sigma^2}{4} = \frac{2^2}{4} = 1)$

$$\text{Nên } P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) = 2 \cdot \phi\left(\frac{\varepsilon}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0,95 \Leftrightarrow 2 \cdot \phi\left(\frac{\varepsilon}{1}\right) = 0,95 \Leftrightarrow \phi(\varepsilon) = 0,475 \Leftrightarrow \varepsilon = 1,96$$

### **Bài 6.35**

Theo đề bài ta có

$$X_1 \sim N(\mu, \sigma_1^2 = 50), \text{ kích thước mẫu} = 100 \rightarrow \bar{X}_1 \sim N(\mu, \frac{\sigma_1^2}{100} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2})$$

$$X_2 \sim N(\mu, \sigma_2^2 = 40) \text{ kích thước mẫu} = 100 \rightarrow \bar{X}_2 \sim N(\mu, \frac{\sigma_2^2}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5})$$

$$\text{Suy ra } \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu - \mu = 0, \frac{\sigma_1^2}{100} + \frac{\sigma_2^2}{100} = \frac{9}{10})$$

**Yêu cầu bài toán**  $\Leftrightarrow P(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \geq 2)$

Ta có:  $P(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \geq 2) = 1 - P(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 2) = 1 - P(-2 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 2)$

Mà  $P(-2 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 2) = 2\phi\left(\frac{2-0}{\frac{\sqrt{10}}{3}}\right) = 2\phi(2,11) = 2.0,4826 = 0,9652$

Suy ra:  $P(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \geq 2) = 1 - 0,9652 = 0,0348$

### **Bài 6.36 (tr.110)**

Hai mẫu ngẫu nhiên kích thước  $n_1 = 40$  và  $n_2 = 50$  được rút ra từ các tổng thể phân phối chuẩn có  $\mu_1 = 70$ ,  $\mu_2 = 68$  và các phương sai  $\sigma_1^2 = 120$ ,  $\sigma_2^2 = 150$ . Tìm XS để TB mẫu thứ nhất lớn hơn TB mẫu thứ hai ít nhất là 5.

BL:

Gọi hai biến ngẫu nhiên tổng thể là  $X_1, X_2$ . Theo bài ra, ta có  $X_1 \sim N(\mu_1 = 70, \sigma_1^2 = 120)$ ,  $X_2 \sim N(\mu_2 = 68, \sigma_2^2 = 150)$

Với  $n_1=40$ :  $\bar{X}_1 \sim N(\mu_1 = 70, \frac{\sigma_1^2}{40} = \frac{120}{40} = 3)$

$n_2=50$ :  $\bar{X}_2 \sim N(\mu_2 = 68, \frac{\sigma_2^2}{50} = \frac{150}{50} = 3)$

Khi đó:  $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2 = 2, \frac{\sigma_1^2}{40} + \frac{\sigma_2^2}{50} = 6)$

Yêu cầu bài toán: Tính  $P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \geq 5) = \phi(+\infty) - \phi(\frac{5-2}{\sqrt{6}}) = 0,5 - \phi(\frac{5-2}{\sqrt{6}}) = 0,112$

Ta có:  $P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \geq 5) = \phi(+\infty) - \phi(\frac{5-2}{\sqrt{6}}) = 0,5 - \phi(\frac{5-2}{\sqrt{6}}) = 0,112$

### **Bài 6.37**

Gọi  $p$  là tỷ lệ phế phẩm của lô hàng,  $p=0,1$ .

$f$  là tỷ lệ PP trong 100 SF lấy ra

Để tìm giá trị tối đa của  $f$ , công thức cần sử dụng là :

$$P(f \leq p + \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \cdot U_{\alpha}) = 0,95$$

$$0,95 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow U_{0,05} = 1,645$$

$$P(f \leq 0,1 + \frac{\sqrt{0,1 \cdot 0,9}}{\sqrt{100}} \cdot 1,645) = 0,95 \Leftrightarrow P(f \leq 0,14935) = 0,95$$

Vậy nếu lấy ngẫu nhiên ra 100 sp để kiểm tra thì tỷ lệ phế phẩm tối đa của mẫu sp đó là 0,14935 thì có thể chấp nhận lô hàng đó.

### **Bài 6.38 (tr.140)**

Tỷ lệ đỗ tốt nghiệp trung học chung của cả nước là 70%. Vậy một trường có 800 hs thi tốt nghiệp thì phải có tối thiểu bao nhiêu em đỗ thì sẽ được coi là bình thường. Hãy KL với XS 0,95.

BL:

Gọi p là tỷ lệ đỗ tốt nghiệp chung của cả nước:  $p=0,7$ .

Gọi X là số hs đỗ TN của trường đã cho

Gọi f là tỷ lệ đỗ tốt nghiệp của trường đó. Ta có  $f = \frac{X}{800}$

Để tìm giá trị tối thiểu của X, bài toán đưa đến việc phải tìm giá trị tối thiểu của f, tức là cần tìm  $\varepsilon$  sao cho:  $P(f \geq \varepsilon) = 0,95$

$$+) 1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow u_{\alpha} = u_{0,05} = 1,645$$

$$+) P = 0,7 ; n = 800$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 0,7 - \frac{\sqrt{0,7 \cdot 0,3}}{\sqrt{800}} \cdot 1,645 = 0,67333 \Rightarrow P(f = \frac{X}{800} \geq 0,6733) = 0,95$$

$$\rightarrow P(X \geq 0,6733 \cdot 800 = 538,46) = 0,95$$

Vậy với XS là 0,95 thì trường đó có tối thiểu **539** hs đỗ được coi là bt.

### Bài 6.39

Gọi P là tỷ lệ gia đình ở Hà Nội có thu nhập hàng năm trong khoảng từ 600 USD đến 1200 USD. Theo bài ra:  $p=0,4$ .

Ta cần tìm n sao cho  $P(|f - p| \leq 0,04) = 0,95$

Công thức cần sử dụng là:

$$P(|f - p| \leq \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \cdot u_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \cdot u_{\alpha/2} = \frac{\sqrt{0,4(1-0,4)}}{\sqrt{n}} \times 1,96 = 0,04 \Rightarrow n = 576,24 \Rightarrow \text{mẫu } 577 \text{ gia đình}$$

### Bài 6.40

Gọi  $p_1, p_2$  là tỷ lệ đàn ông và phụ nữ ủng hộ việc sử dụng các biện pháp tránh thai

$$p_1 = 0,65 \quad \text{và} \quad n_1 = 400 > 100$$

$$p_2 = 0,52 \quad \text{và} \quad n_2 = 400 > 100$$

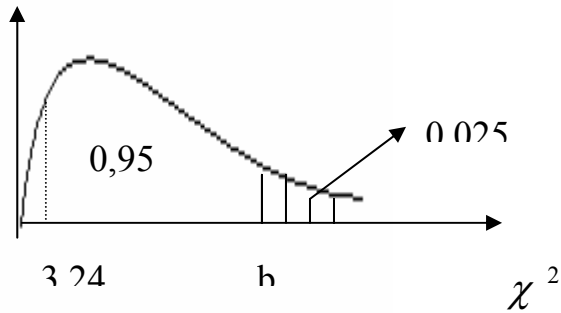
Cần tìm  $P(f_1 - f_2 > 0,16) = ?$

Công thức cần sử dụng :  $P(f_1 - f_2 > (p_1 - p_2) - u_{\alpha} s_f) = 1 - \alpha$

ta có :

$$(p_1 - p_2) - u_\alpha s_f = 0,16 \Rightarrow u_\alpha = -0,8686 \Rightarrow u_{1-\alpha} = 0,8686 \Rightarrow 1-\alpha = 0,1922$$

#### Bài 6.41



$$\chi^2_{0,975}(10) = 3,247 \quad \text{và} \quad \chi^2_{0,025}(10) = 20,483$$

#### Bài 6.42:

$$P(12,401 < S^2 < 36,415) = ?$$

$$P\left(\frac{\delta^2}{n-1} \cdot \chi^2_{1-\alpha_1}(n-1) < S^2 < \frac{\delta^2}{n-1} \chi^2_{\alpha_2}(n-1)\right) = 1 - (\alpha_1 - \alpha_2)$$

Ta có :

$$\frac{\delta^2}{n-1} \cdot \chi^2_{1-\alpha_1}(n-1) = 12,401 \Rightarrow \chi^2_{1-\alpha_1}(24) = 12,401 \Rightarrow 1 - \alpha_1 = 0,975$$

$$\frac{\delta^2}{n-1} \chi^2_{\alpha_2}(n-1) = 36,415 \Rightarrow \chi^2_{\alpha_2}(24) = 36,415 \Rightarrow \alpha_2 = 0,05$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = 0,975 - 0,05 = 0,925$$

6.43 Gọi X là chiều cao của thanh niên vùng đó

Theo bài ra:  $X \sim N(\mu=170; \sigma=10)$

Với mẫu  $n=31$ , ta cần tìm xác suất  $P(\bar{X} \leq 172) = ?$

Công thức cần sử dụng:

$$P\left(\bar{X} \leq \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

$$\mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\alpha = 172 \Rightarrow u_\alpha = (172 - 170) \frac{\sqrt{31}}{10} = 1,11 \Rightarrow \alpha = 0,1335$$

$$\Rightarrow P(\bar{X} \leq 172) = 1 - \alpha = 1 - 0,1335 = 0,8665$$

b) Cần tìm xác suất  $P(S > 15) = P(S^2 > 225) = ?$

Áp dụng công thức suy diễn về phương sai mẫu ta có:

$$P(S^2 > \frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2_{1-\alpha}(n-1)) = 1 - \alpha$$

Ta có

$$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{1-\alpha}^{2(n-1)} = 225 \Rightarrow \chi_{1-\alpha}^{2(30)} = \frac{225 \cdot (31-1)}{100} = 67,5$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha < 0,001. \quad \text{Vậy } P(S > 15) < 0,001$$

6.44

a) Gọi X là chỉ số của thị trường chứng khoán trong tháng tới do 1 nhà phân tích tài chính dự báo  
 $X \sim N(\mu; \sigma^2)$

Cần tìm số a sao cho  $P(\frac{S^2}{\sigma^2} \geq a) = 0,05$

áp dụng công thức suy diễn về phương sai mẫu ta có:

$$P(S^2 > \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{1-\alpha}^{2(n-1)}) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P(\frac{S^2}{\sigma^2} > \frac{\chi_{1-\alpha}^{2(n-1)}}{n-1}) = 1 - \alpha$$

Thay số với  $n=8$ ;  $1 - \alpha = 0,05 \Rightarrow \chi_{1-\alpha}^{2(n-1)} = \chi_{0,05}^{2(7)} = 14,07$

$$a = \frac{\chi_{1-\alpha}^{2(n-1)}}{n-1} = \frac{14,07}{7} = 2,01; \quad \text{tức là } P(\frac{S^2}{\sigma^2} > 2,01) = 0,05$$

$$b) P(a < \frac{S^2}{\sigma^2} < 2,01) = 0,9$$

$$\text{Theo công thức } P(\underbrace{\frac{\chi_{1-\alpha_1}^{2(n-1)}}{n-1}}_a < \frac{S^2}{\sigma^2} < \underbrace{\frac{\chi_{\alpha_2}^{2(n-1)}}{n-1}}_b) = 1 - \alpha$$

????????????

Vậy với xác suất 0,9 tỷ số giữa phương sai mẫu và phương sai thực nằm giữa  $+\infty$  và 2,01

6.45 Tỷ lệ người dân mua bảo hiểm nhân thọ của thành phố là :  $p=0,25$

a) Mẫu  $n=120$ , cần tìm xác suất  $P(f > 0,28) = ?$

Áp dụng CT suy diễn thống kê về tần suất mẫu, có

$$P(f > p - \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} u_\alpha) = 1 - \alpha$$

Có:

$$0,28 = p - \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} u_\alpha = 0,25 - \frac{\sqrt{0,25 \cdot 0,75}}{\sqrt{120}} u_\alpha \Rightarrow u_\alpha = -0,76$$

$$\Rightarrow u_{1-\alpha} = 0,76 \Rightarrow P(f > 0,28) = 1 - \alpha = 0,2236$$

b) Mẫu  $n=120$ . Cần tìm a sao cho  $P(f - p \geq a) = 0,1 \Leftrightarrow P(f \leq p + a) = 0,9$

Công thức suy diễn cần sử dụng:

$$P(f \leq p + \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} u_\alpha) = 1 - \alpha$$



$$1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow u_{\alpha} = u_{0,1} = 0,4602$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} u_{\alpha} = \frac{\sqrt{0,25 \cdot 0,75}}{\sqrt{120}} \cdot 0,4602 = 0,018$$

Kết luận: .....

6.46 Gọi X là trọng lượng của loại gia cầm đã cho,  
 $X \sim N(\mu=2,5; \sigma^2)$

Theo bài ra:  $P(|X - 2,5| < 0,3) = 0,9973 \Rightarrow 3\sigma = 0,3 \Rightarrow \sigma = 0,1$

Ta cần tìm  $P(2,4 < \bar{X} < 2,6) = ?$

Công thức cần sử dụng:

$$P\left(\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} < \bar{X} < \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2}\right) = 1 - \alpha$$

Ta có

$$\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_1} = 2,4 \Rightarrow u_{\alpha_1} = 5 \Rightarrow \alpha_1 = 0,00000029$$

$$\mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha_2} = 2,6 \Rightarrow u_{\alpha_2} = 5 \Rightarrow \alpha_2 = 0,00000029$$

$$\Rightarrow P(2,4 < \bar{X} < 2,6) = 1 - \alpha_1 - \alpha_2 = 0,99999942$$

6.47 Gọi X là trọng lượng bao gạo,  $X \sim N(\mu = 50; \sigma^2 = 0,5^2)$

Cần tìm a sao cho  $P(|\bar{X} - \mu| \leq a) = 0,95 \Leftrightarrow P(\mu - a < \bar{X} < \mu + a) = 0,95$

Công thức cần sử dụng là:  $P(|\bar{X} - \mu| \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$

$$a = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{0,025} = \frac{0,5}{\sqrt{16}} \cdot 1,96 = 0,245$$

Kl: Vậy với xs 0,95 trọng lượng trung bình của 16 bao gạo chỉ được phép sai lệch so với trọng lượng quy định là 0,245 kg

6.48. Gọi X là kích thước chi tiết  $\Rightarrow X \sim N(\mu; \sigma^2 = 0,1^2)$

Ta cần tìm a:  $p(S \leq a) = 0,99$ .

Công thức cần sử dụng là:

$$P\left(S^2 < \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{\alpha}^{2(n-1)}\right) = 1 - \alpha$$

$$\text{Với } n = 10; 1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \chi_{\alpha}^{2(n-1)} = \chi_{0,01}^{2(9)} = 21,67$$

$$\Rightarrow P\left(S^2 < \frac{0,1^2}{9} \cdot 21,67 = 0,024\right) = 0,99 \Leftrightarrow P\left(S < \sqrt{0,024} = 0,155\right) = 0,99$$

Kl: Vậy với xác suất 0,99 độ lệch chuẩn tối đa của 10 chi tiết không quá 0,155 cm thì có thể kết luận lô chi tiết đạt tiêu chuẩn

