

Chương 3

Mở rộng mô hình hồi qui hai biến

1. Hồi qui qua gốc tọa độ

Mô hình : $Y_i = \beta_2 X_i + U_i$ (PRF)

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_2 X_i + e_i \quad (\text{SRF})$$

Theo OLS, ta có :

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

với $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n - 1}$

***Lưu ý :**

- R^2 có thể âm đối với mô hình này, nên không dùng R^2 mà thay bởi $R^2_{\text{thô}}$:

$$R^2_{\text{thô}} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2 \sum y_i^2}}$$

- Không thể so sánh R^2 với $R^2_{\text{thô}}$
- Thường người ta dùng mô hình có tung độ gốc, trừ khi có một tiên nghiệm rất mạnh cần phải dùng mô hình qua gốc tọa độ.

Ví dụ :

2. Mô hình tuyến tính logarit (log-log)

Mô hình : $\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$ (PRF)

* Đặc điểm của mô hình :

- β_1, β_2 ước lượng được bằng phương pháp OLS bằng cách đặt $Y_i^* = \ln Y_i$ và $X_i^* = \ln X_i$.
- β_2 : là hệ số co giãn của Y theo X.

Vì: vi phân 2 vế của mô hình log-log, ta có :

$$\frac{1}{Y} dY = \beta_2 \frac{1}{X} dX \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = \frac{dY}{dX} \times \frac{X}{Y}$$

- Ví dụ :Khảo sát về nhu cầu cà phê –Y (số tách /người/ngày) và giá bán lẻ cà phê X(USD/kg) từ năm 1970 đến 1980, hồi qui mô hình log-log :

$$\ln Y_i = 0.7774 - 0.253 \ln X_i$$

3. Các mô hình bán logarit

a. Mô hình log-lin :

Mô hình : $\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (PRF)

Đặc điểm :

$$\beta_2 = \frac{dY / Y}{dX} = \frac{\text{thay doi tuong doi cua } Y}{\text{thay doi tuyet doi cua } X}$$

$\Rightarrow$ X tăng 1đvị thì Y sẽ thay đổi $100 \beta_2$ (%)

Ví dụ : Mô hình tăng trưởng

$$Y_t = Y_0 (1 + g)^t$$

Y_t : GDP thời điểm t ($t = 1, 2, 3, \dots$)

g : tốc độ tăng trưởng bình quân năm

Lấy ln hai vế : $\ln Y_t = \ln Y_0 + [\ln(1+g)].t$

$$\text{hay} \quad \ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 t$$

Ví dụ : Với số liệu GDP từ 1972-1991, ta có

$$\ln \text{GDP} = 8.02 + 0.0247 t$$

* Mô hình xu hướng tuyến tính

- Mô hình : $Y_t = \beta_1 + \beta_2 t$

Y_t : biến có số liệu theo thời gian

t : biến thời gian hay biến xu hướng.

Ví dụ : Với số liệu GDP (đv : tỷ USD) từ 1972-1991, dùng mô hình xu hướng, ta có :

$$\text{GDP} = 2933.054 + 97,6806 t$$

b. Mô hình lin - log :

Mô hình : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$ (PRF)

Đặc điểm :

$$\beta_2 = \frac{dY}{dX / X} = \frac{\text{thay đổi của } Y}{\text{thay đổi tương đối của } X}$$

$\Rightarrow$ X tăng 1% thì Y sẽ thay đổi $\beta_2/100$ đơn vị

Ví dụ : Hồi qui GNP theo $\ln(\text{cung tiền})$ với số liệu từ 1973 đến 1987, ta có :

$$\hat{GNP}_t = -16329.2 + 2584.785 M_t$$

3. Mô hình nghịch đảo

$$\text{Mô hình : } Y_i = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1}{X_i} \right) + u_i \quad (\text{PRF})$$

Đặc điểm : Khi $X \rightarrow \infty \Rightarrow Y \rightarrow \beta_1$

*Một số trường hợp áp dụng mô hình này:

- Quan hệ giữa chi phí sản xuất cố định trung bình (AFC) và sản lượng.
- Quan hệ giữa tỉ lệ thay đổi tiền lương và tỉ lệ thất nghiệp (đường cong philips).

- Đường chi tiêu Engel biểu diễn quan hệ giữa chi tiêu của người tiêu dùng về một loại hàng hóa với thu nhập của người đó nếu hàng hóa có đặc điểm sau :
 - (a) Có một mức thu nhập tới hạn mà dưới mức đó, người tiêu dùng không mua hàng hóa này (mức ngưỡng là $(-\beta_2/\beta_1)$).
 - (b) Có mức tiêu dùng bão hòa mà cao hơn mức đó, người tiêu dùng không chi tiêu thêm dù thu nhập cao đến đâu.