

Chương 2

MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN (phần 3)

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

1. Trình bày kết quả hồi quy

Kết quả hồi quy được trình bày như sau :

$\hat{Y}_i$	$=$	$\hat{\beta}_1$	$+$	$\hat{\beta}_2 X_i$	R^2
se		$se(\hat{\beta}_1)$		$se(\hat{\beta}_2)$	df
t		$t(\hat{\beta}_1)$		$t(\hat{\beta}_2)$	F_0
p_value		$p(\hat{\beta}_1)$		$p(\hat{\beta}_2)$	$p(F_0)$

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

1. Trình bày kết quả hồi quy

Kết quả hồi quy trong ví dụ trước :

$\hat{Y}_i$	$=$	$-5,4517$	$+$	$0,9549X_i$	$0,672$
se					
t					
p_value					

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

2. Vấn đề đổi đơn vị tính trong hàm hồi quy

Trong hàm hồi quy hai biến, nếu đơn vị tính của X và Y thay đổi thì ta không cần hồi quy lại mà chỉ cần áp dụng công thức đổi đơn vị tính

Hàm hồi quy theo đơn vị tính cũ $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$

Hàm hồi quy theo đơn vị tính mới $\hat{Y}_i^* = \hat{\beta}_1^* + \hat{\beta}_2^* X_i^*$

Trong đó : $Y_i^* = k_1 Y_i$ Khi đó $\hat{\beta}_1^* = k_1 \hat{\beta}_1$
 $X_i^* = k_2 X_i$ $\hat{\beta}_2^* = \frac{k_1}{k_2} \hat{\beta}_2$

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

2. Vấn đề đổi đơn vị tính trong hàm hồi quy

Ngoài ra :

$$\hat{\sigma}^{*2} = k_1^2 \hat{\sigma}^2$$

$$\sigma_{\hat{\beta}_1}^2 = k_1^2 \sigma_{\hat{\beta}_1}^2 \Rightarrow se(\hat{\beta}_1^*) = k_1 se(\hat{\beta}_1)$$

$$\sigma_{\hat{\beta}_2}^2 = \frac{k_1^2}{k_2^2} \sigma_{\hat{\beta}_2}^2 \Rightarrow se(\hat{\beta}_2^*) = \frac{k_1}{k_2} se(\hat{\beta}_2)$$

Tuy nhiên, việc thay đổi đơn vị tính của các biến không làm thay đổi tính BLUE của mô hình

Ví dụ áp dụng

Cho hàm hồi quy giữa lượng tiêu thụ cà phê (Y – *ly/ngày*) với giá bán cà phê (X – *ngàn đồng/kg*) như sau

$$\hat{Y}_i = 9 - 0,2 X_i$$

Viết lại hàm hồi quy nếu đơn vị tính của Y là *ly/tuần*

Ví dụ áp dụng

Từ số liệu đã cho của ví dụ trước về chi tiêu và thu nhập, yêu cầu viết lại hàm hồi quy với đơn vị tính như sau

- a) Y – triệu đồng/tháng ; X – triệu đồng/năm
- b) Y – triệu đồng/ tháng ; X – triệu đồng / tháng
- c) Y – ngàn đồng/tháng ; X – ngàn đồng /tháng

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

3. Vấn đề dự báo

Giả sử $SRF : \hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$

Khi $X = X_0$ thì ước lượng trung bình của Y_0 sẽ là

$$\hat{Y}_0 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_0$$

$\hat{Y}_0$ là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn

$$\hat{Y}_0 \sim N(\beta_1 + \beta_2 X_0, \sigma_{\hat{Y}_0}^2)$$

Vì sao $\hat{Y}_0$ là đại lượng ngẫu nhiên ?

IV. SỬ DỤNG MÔ HÌNH HỒI QUY

3. Vấn đề dự báo

Với
$$\sigma_{\hat{Y}_0}^2 = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum X_i^2 - n(\bar{X})^2} \right]$$

$$se(\hat{Y}_0) = \sqrt{\sigma_{\hat{Y}_0}^2}$$

Khoảng tin cậy giá trị trung bình của Y_0 với độ tin cậy $(1-\alpha)$ là

$$\left(\hat{Y}_0 - t_{\frac{\alpha}{2}} \times se(\hat{Y}_0); \hat{Y}_0 + t_{\frac{\alpha}{2}} \times se(\hat{Y}_0) \right)$$

Ví dụ áp dụng

Từ số liệu đã cho của ví dụ trước, yêu cầu dự báo khoảng giá trị của Y khi $X_0 = 60$ (triệu đồng/năm) với độ tin cậy 95%

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN

1. Hồi quy qua gốc tọa độ

Khi tung độ gốc bằng 0 thì mô hình trở thành mô hình hồi quy qua gốc tọa độ, khi đó hàm hồi quy như sau

$$PRF : Y_i = \beta_2 X_i + U_i$$

$$SRF : Y_i = \hat{\beta}_2 X_i + e_i$$

Với

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \quad \text{và} \quad \sigma_{\hat{\beta}_2}^2 = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2}$$

$$\sigma^2 \text{ được ước lượng bằng } \hat{\sigma}^2 = \frac{RSS}{n-1}$$

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN

1. Hồi quy qua gốc tọa độ

***Lưu ý :**

- R^2 có thể âm đối với mô hình này, nên không dùng R^2 mà thay bởi R_{tho}^2 :

$$R_{tho}^2 = \frac{(\sum X_i Y_i)^2}{\sum X_i^2 \sum Y_i^2}$$

- Không thể so sánh R^2 với R_{tho}^2

Trên thực tế ít khi dùng đến mô hình hồi quy qua gốc tọa độ

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
2. Mô hình tuyến tính logarit

Hay còn gọi là mô hình **log-log** hay mô hình **log kép**

$$PRF : \ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$$

Mô hình không tuyến tính theo các biến nhưng có thể chuyển về dạng tuyến tính bằng cách đặt :

$$Y_i^* = \ln Y_i$$

$$X_i^* = \ln X_i$$

Khi đó $PRF : Y_i^* = \beta_1 + \beta_2 X_i^* + U_i$

Đây là dạng hồi quy tuyến tính đã biết

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
2. Mô hình tuyến tính logarit

Lấy đạo hàm 2 vế của hàm hồi quy log-log, ta được

$$\frac{Y'}{Y} = \beta_2 \frac{1}{X} \Rightarrow \beta_2 = Y' \cdot \frac{X}{Y} = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

Ý nghĩa của hệ số β_2 : khi X thay đổi 1% thì Y thay đổi β_2 % (Đây chính là hệ số co giãn của Y đối với X)

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
3. Mô hình log-lin

$$PRF : \ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$$

Mô hình không tuyến tính theo các biến nhưng có thể chuyển về dạng tuyến tính bằng cách đặt :

$$Y_i^* = \ln Y_i$$

Khi đó $PRF : Y_i^* = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$

Biến phụ thuộc xuất hiện dưới dạng log và biến độc lập xuất hiện dưới dạng tuyến tính (linear) nên mô hình có tên gọi là log-lin

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
3. Mô hình log-lin

Ý nghĩa của hệ số β_2 : khi X thay đổi 1 đơn vị thì Y thay đổi $(100 \cdot \beta_2)$ %

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
4. Mô hình lin-log

$$PRF : Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$$

Mô hình không tuyến tính theo các biến nhưng có thể chuyển về dạng tuyến tính bằng cách đặt :

$$X_i^* = \ln X_i$$

Khi đó $PRF : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^* + U_i$

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
4. Mô hình lin-log

Ý nghĩa của hệ số β_2 : khi X thay đổi 1 % thì Y thay đổi $(\beta_2/100)$ đơn vị

V. MỞ RỘNG MÔ HÌNH HỒI QUY HAI BIẾN
5. Mô hình nghịch đảo

$$PRF : Y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + U_i$$

Mô hình không tuyến tính theo các biến nhưng có thể chuyển về dạng tuyến tính bằng cách đặt :

$$X_i^* = \frac{1}{X_i}$$

Khi đó $PRF : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^* + U_i$

Ví dụ áp dụng

Từ số liệu đã cho của ví dụ trước , yêu cầu ước lượng hàm hồi quy

$$PRF : \ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$$

X_i	Y_i	$X_i^* = 1/X_i$	$Y_i^* = \ln Y_i$	$X_i^* Y_i^*$	X_i^{*2}
31	29	3.4340	3.3673	11.5633	11.7923
50	42	3.9120	3.7377	14.6218	15.3039
47	38	3.8501	3.6376	14.0052	14.8236
45	30	3.8067	3.4012	12.9472	14.4907
39	29	3.6636	3.3673	12.3363	13.4217
50	41	3.9120	3.7136	14.5276	15.3039
35	23	3.5553	3.1355	11.1478	12.6405
40	36	3.6889	3.5835	13.2192	13.6078
45	42	3.8067	3.7377	14.2280	14.4907
50	48	3.9120	3.8712	15.1442	15.3039
tổng cộng		37.5413	35.5525	133.7406	141.1791
trung bình		3.7541	3.5553		

Ví dụ áp dụng

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^* - n \bar{X}^* \bar{Y}^*}{\sum_{i=1}^n X_i^{*2} - n (\bar{X}^*)^2} = 1,1142$$

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}^* - \hat{\beta}_2 \bar{X}^* = -0,6278$$

Kết quả hồi quy: $\hat{Y}_i^* = -0,6217 + 1,1142 X_i^*$
 $\ln \hat{Y} = -0,6217 + 1,1142 \ln X_i$

Cho kết quả hồi quy giữa Y – doanh số bán (trđ/tấn) và X – giá bán (ngàn đồng/kg) như sau :

$$\hat{Y} = 18,8503 - 1,0958 X_i \quad 0,8681$$

se 1,5729 0,1743 df = 6

t 11,9837 -6,2842 39,49

- Nêu ý nghĩa kinh tế của các hệ số hồi quy
- Xét xem giá bán có ảnh hưởng đến doanh số bán không ?(với mức ý nghĩa 1%)
- Nếu giá bán là 8,5 ngàn đồng /kg thì doanh số bán trung bình là bao nhiêu?
- Hãy viết lại SRF ở trên nếu đơn vị tính của Y là triệu đồng/năm
- Kiểm định giả thiết $H_0: \beta_2 = -1$; $H_1: \beta_2 \neq -1$; với mức ý nghĩa $\alpha=1\%$
- Tính hệ số co giãn của Y theo X tại điểm $(\bar{X}, \bar{Y})$