

Chương 3

MÔ RÖÄNG MÖÄ HÌNH HÖÄ QUY HÄI BIEÄN



I-HỒI QUY QUA GỐC TỌA ĐỘ

$$Y_i = \beta_2 X_i + U_i \quad (3.1)$$

Hàm hồi qui mẫu của (3.1) có dạng:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_2 X_i \quad (3.2)$$

Áp dụng pp OLS ta có:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2}; \quad \text{Var}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-1}$$

Với số liệu cho ở bảng 3.9
hồi qui Y theo X (có hệ số
tung độ gốc) ta được:

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob.
C	1.279719	7.688560	0.8719
X	1.069084	0.238315	0.0020

Nếu hồi qui Y theo X
(không có hệ số tung độ
gốc) ta được:

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob.
X	1.089912	0.191551	0.0003

II-TỶ LỆ VÀ ĐƠN VỊ ĐO

Xét các hàm hồi qui sau:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i \quad (3.11)$$

$$\hat{Y}_i^* = \hat{\beta}_1^* + \hat{\beta}_2^* X_i \quad (3.12)$$

Trong đó:

$$Y_i^* = k_1 Y_i; \quad X_i^* = k_2 X_i$$

Có thể CM:

$$\hat{\beta}_2^* = (k_1/k_2)\hat{\beta}_2; \quad \hat{\beta}_1^* = k_1\hat{\beta}_1$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = (k_1)^2 \hat{\sigma}^2$$

$$R^2_{XY} = R^2_{X^*Y^*}$$

Như vậy, các hệ số hồi qui, sai số chuẩn của các hệ số h. qui sẽ thay đổi khi ta đổi đ/vị tính của cả X & Y hoặc một trong hai biến.

**Tuy nhiên việc đổi đ/vị
đo không tác động tới
những tính chất của các
ước lượng OLS đã nêu
trong chương trước.**

Thí dụ:

Với số liệu ở thí dụ 2. Nếu đơn vị của X & Y đều là USD/tháng. Tức $k_1 = 52/12$ và $k_2 = 52/12$.

Khi đó hàm hồi qui mẫu của Y theo X sẽ là:

$$Y_i = 105,97 + 0,5091X_i + e_i$$

III-HỆ SỐ CO GIÃN

Xét hàm $Y = f(X)$. Hệ số co giãn của Y đối với X (ký hiệu là $E_{Y/X}$) được đ/n:

$$E_{Y/X} = \frac{dY/Y}{dX/X} = \frac{dY}{dX} \frac{X}{Y}$$

$E_{Y/X}$ cho biết khi X tăng 1% thì Y tăng (hay giảm) bao nhiêu %

Nếu $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Hệ số co giãn của Y đối với X_j (ký hiệu là E_{Y/X_j}) được đ/n:

$$E_{Y/X_j} = \frac{\partial Y}{\partial X_j} \cdot \frac{X_j}{Y}$$

E_{Y/X_j} cho biết khi X_j tăng 1% thì Y tăng (hay giảm) bao nhiêu %

Với số liệu cho ở thí dụ 2
(chương 2), Hãy tính $E_{Y/X}$
tại điểm $(\bar{X}, \bar{Y})$

$$E_{Y/X} = 0,5091 \frac{170}{111} = 0,78$$

IV-MÔ HÌNH TUYẾN TÍNH LÔGARIT

Xét MH hồi qui dạng mũ:

$$Y_i = \beta_1 X_i^{\beta_2} e^{U_i} \quad (3.13)$$

$$\ln Y_i = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i \quad (3.14)$$

$$\ln Y_i = \alpha + \beta_2 \ln X_i + U_i \quad (3.15)$$

(3.15) là MH t.tính theo các th.số α và β_2 . MH có thể ước lượng bằng pp OLS.

(3.15) là MH *log-log*;
log kép; t.tính log.

Từ MH (3.13) ta có: $E_{Y/X} = \beta_2$

Như vậy hệ số β_2 của MH
tính logarit chính là hệ số
co giãn của Y đối với X .

Vì β_2 là hằng số do vậy MH
còn gọi là MH hệ số co
giãn không đổi.

Thí dụ

Y- nhu cầu về cà phê

X- giá bán lẻ

$$\ln Y = 0,7774 - 0,253 \ln X$$

$$E_{Y/X} = -0,25$$

Khi giá bán lẻ cà phê tăng 1% thì nhu cầu về cà phê bình quân giảm đi 0,25%

V- CÁC MÔ HÌNH BÁN LÔGARIT (semilog)

❶ Mô hình log-lin

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 t + U_i \quad (3.23)$$

Các MH dạng (3.23) được gọi là MH bán lôgarít (semilog) do chỉ có một biến xuất hiện dưới dạng lôgarit.

■ Nếu biến phụ thuộc xuất hiện dưới dạng lôgarit thì được gọi là MH log-lin.

■ Nếu biến độc lập xuất hiện dưới dạng lôgarít thì được gọi là MH lin-log.

Từ MH (3.23) ta có

$$\beta_2 = d(\ln Y)/dt = (dY/Y)/dt$$

Hay:

$$\beta_2 = \frac{\text{thay đổi tương đối của biến p.thuộc (Y)}}{\text{thay đổi tuyệt đối của biến độc lập t}}$$

Nếu nhân thay đổi tương đối của Y với 100, thì β_2 sẽ là tốc độ tăng trưởng (%) của Y đối với sự thay đổi tuyệt đối của t (nếu $\beta_2 > 0$).

Nếu $\beta_2 < 0$ thì β_2 là tốc độ giảm sút.

Thí dụ 5: Bảng (3.24) tổng giá trị sản phẩm nội địa tính theo đôla năm 1987 (RGDP) của Hoa kỳ trong khoảng thời gian 1972 -1991.

Nếu đặt $Y = \ln(\text{RGDP})$;

t là thời gian (năm) thì kết quả hồi qui như sau:

$$Y_i = 8,0139 + 0,0247 t + e_i$$

Trong giai đoạn
1972-1991, GDP thực
của Hoa kỳ tăng với
tốc độ 2,47%.

② Mô hình xu hướng t.tính

MH xu hướng tt có dạng:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + U_t \quad (3.26)$$

Tức hồi qui Y theo th.gian.

t được gọi là biến xu hướng.

Với số liệu của bảng (3.24).

Đặt $Y = \text{RGDP}$ và hồi qui Y theo t ta được kết quả:

$$Y_i = 2933,054 + 97,6806 t$$

Trong g/đ 1972-1991, bình quân, GDP thực tăng với tốc độ tuyệt đối khoảng 97,68 tỉ USD/năm.

③ Mô hình lin-log

Xét mô hình:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i \quad (3.27)$$

Ta có:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\beta_2}{X}$$

do đó:

$$\beta_2 = \frac{dY}{dX/X} = \frac{\text{thay đổi của } Y}{\text{thay đổi t.đối của } X}$$

Như vậy, nếu X thay đổi (1%)
thì thay đổi tuyệt đối của Y là
($0,01 * \beta_2$)

Với số liệu của bảng (3.28),
đặt:

Y- GNP

X- lượng cung tiền

thì:

$$Y_i = -16329,21 + 2584,785 \ln X_i + e_i$$

$\beta_2 = 2584,785$ có nghĩa là:
trong kh.th.g 1973- 1987,
lượng cung tiền tăng 1% ,
bình quân, kéo theo sự
gia tăng GNP khoảng
25,84785 tỉ USD.

④ Mô hình nghịch đảo

MH nghịch đảo có dạng:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2(1/X_i) + U_i \quad (3.29)$$

MH là phi tuyến theo X ,
nhưng t.tính theo $\beta_1; \beta_2$
nên là MH hồi qui t.tính.

* Đặc điểm:

Khi $X \rightarrow \infty$ thì $\beta_2(1/X_i) \rightarrow 0$

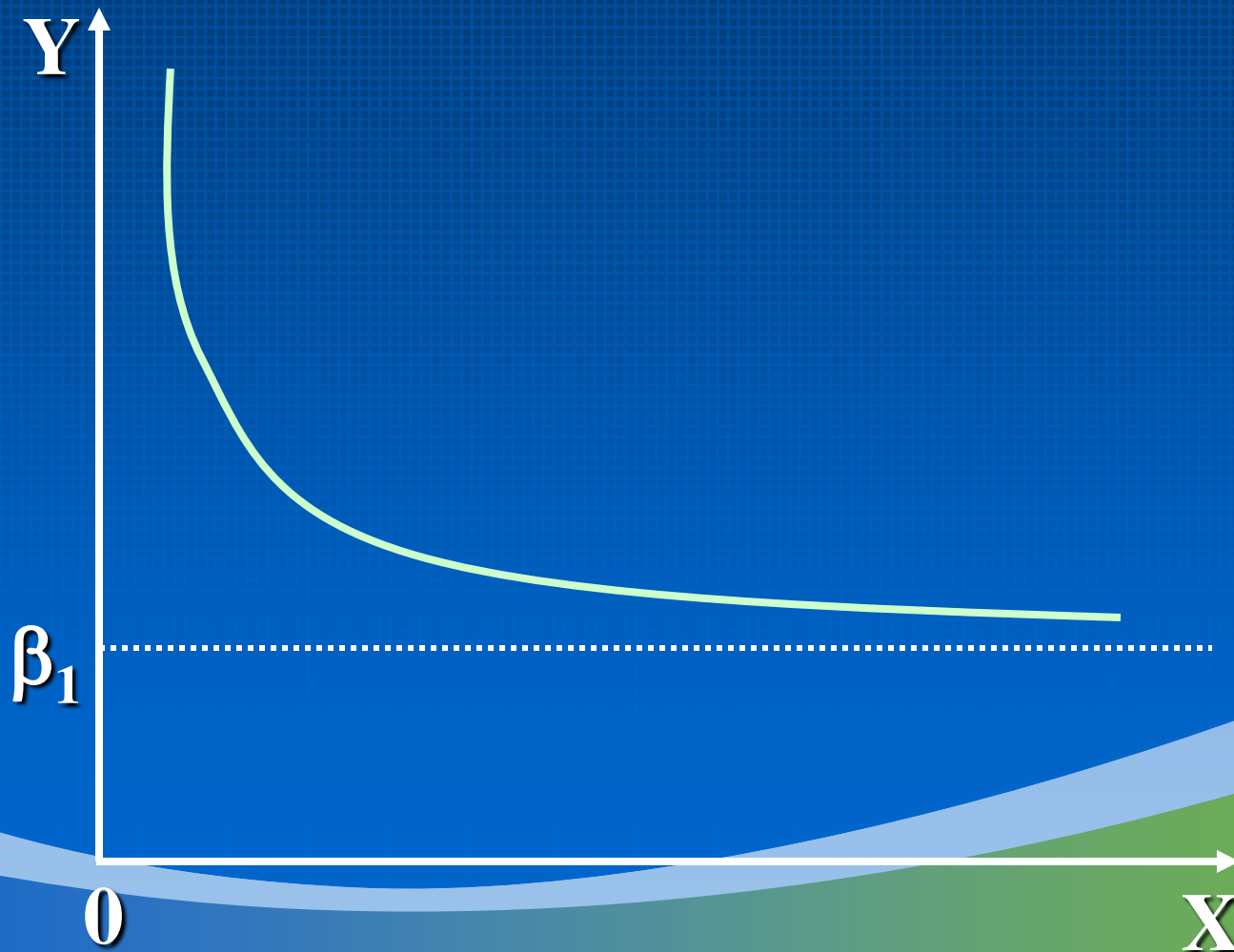
và Y tiến tới giá trị giới hạn

* Một số tr.hợp có thể
áp dụng MH nghịch đảo

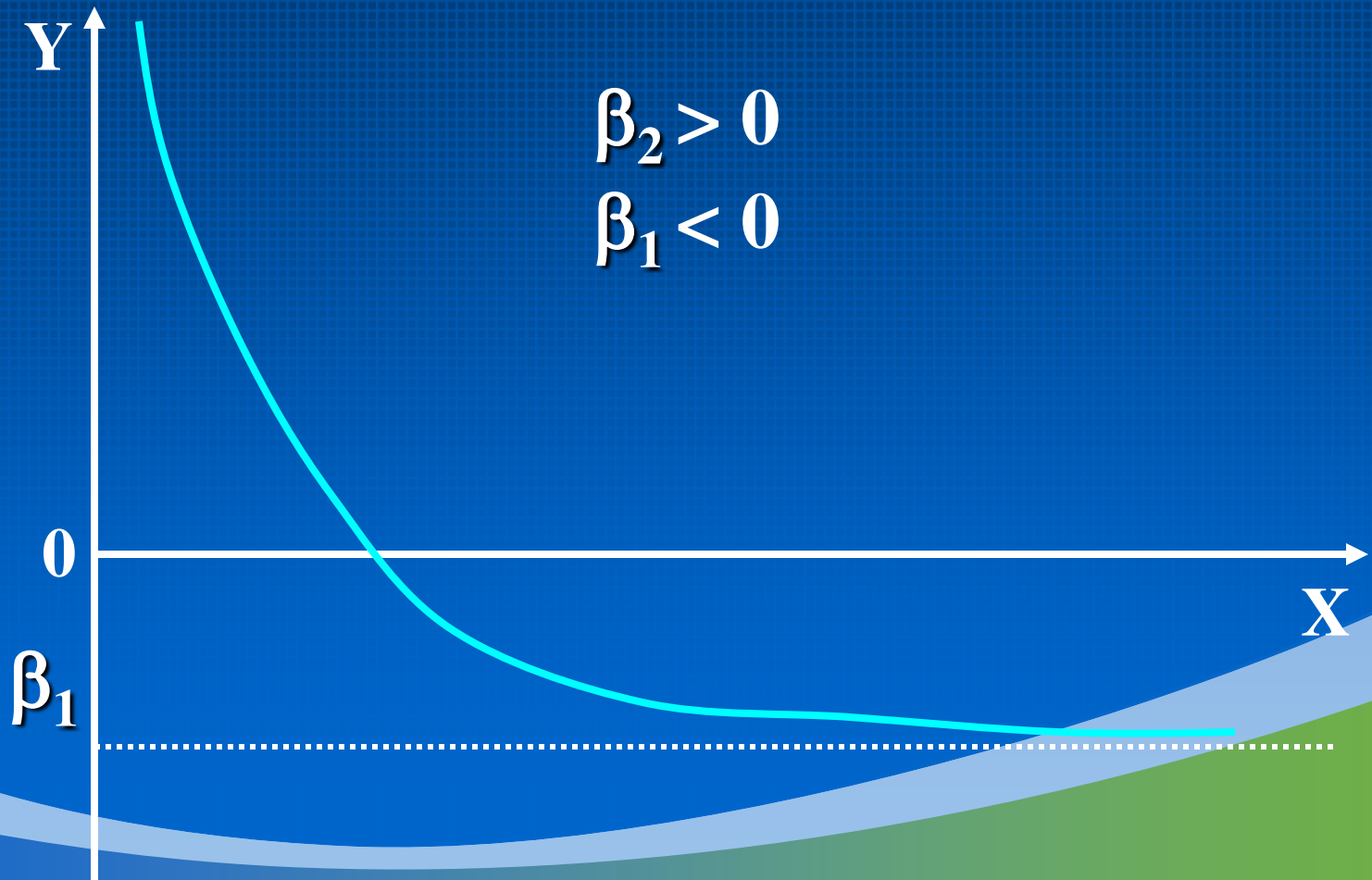
① Mối qhệ giữa chi phí sản xuất cố định trung bình (AFC) và sản lượng.

AFC giảm khi sản lượng tăng và cuối cùng tiệm cận với sản lượng ở mức β_1

Mối qhệ giữa chi phí s/x cố định tr.b và sản lượng



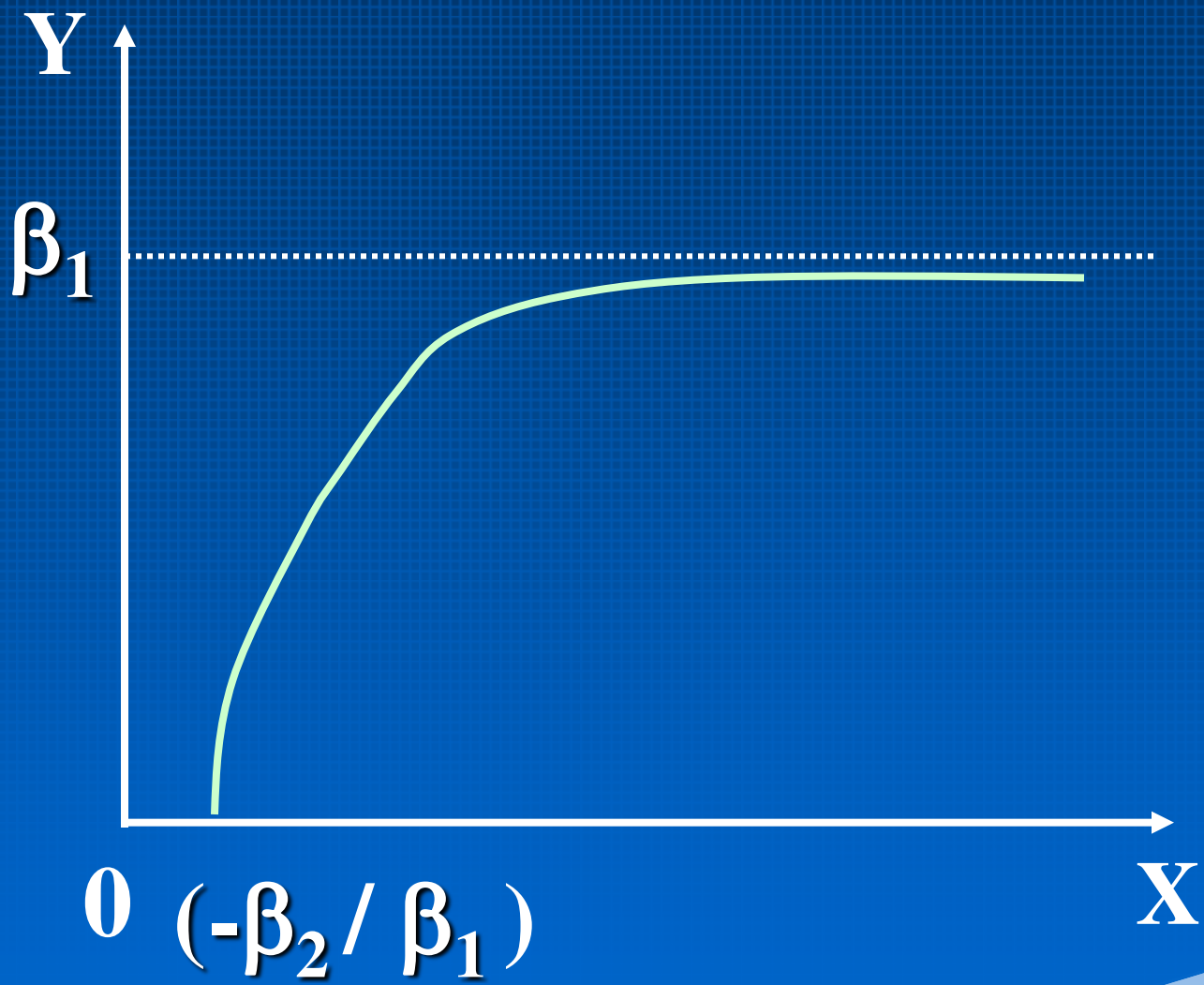
② Mối quan hệ giữa tỉ lệ thay đổi tiền lương và tỉ lệ thất nghiệp



③ Mối quan hệ giữa chi tiêu cho một loại hàng hóa và thu nhập của người tiêu dùng.

Nếu gọi Y là chi tiêu, X là thu nhập thì một số hàng hóa có đặc điểm sau:

**Có một mức tiêu dùng
bão hòa (đã thỏa mãn)
mà cao hơn mức đó người
tiêu dùng sẽ không chỉ
thêm cho dù thu nhập có
tăng bao nhiêu đi nữa.**



Đối với những hàng
hóa có những đặc
điểm nêu trên, MH
nghịch đảo là thích
hợp nhất

Thí dụ:

Cho số liệu về tỉ lệ thay đổi tiền lương (Y) và tỉ lệ thất nghiệp (X) của Vương quốc Anh (1950-1966) (bảng 3.33)

**Mô hình nghịch đảo
thích hợp với số liệu của
bảng này như sau:**

$$Y_t = -1,4282 + 8,7243(1/X_t)$$

$\beta_1 = -1,4282$ nghĩa là cận dưới của tỉ lệ thay đổi tiền lương xấp xỉ là -1,43, tức khi tỷ lệ thất nghiệp dù tăng bao nhiêu đi nữa thì tỉ lệ giảm sút của tiền lương sẽ không vượt quá 1,43%

Hệ số góc và hệ số co giãn của các dạng hàm

Mô hình	phương trình	hệ số góc	hệ số co giãn
tuyến tính	$Y = \beta_1 + \beta_2 X$	β_2	$\beta_2(X/Y)$
tuyến tính log	$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln X$	$\beta_2(Y/X)$	β_2
log- lin	$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 X$	$\beta_2 Y$	$\beta_2 X$
lin-log	$Y = \beta_1 + \beta_2 \ln X$	$\beta_2(1/X)$	$\beta_2(1/Y)$
Nghịch đảo	$Y = \beta_1 + \beta_2(1/X)$	$-\beta_2(1/X^2)$	$-\beta_2(1/XY)$

Hết chương 3