CHƯƠNG 3: MỘT SỐ ỨNG DỤNG HÀM HỒI QUY HAI BIẾN

3.1 NHẮC LẠI KHÁI NIỆM VỀ BIÊN TẾ, HỆ SỐ CO GIÃN

3.1.1 Khái niệm biên tế

Giả sử ta có $Y=f(X)$. Giá trị biên tế của Y theo X được tính bằng:

$$M_{YX} = \Delta Y / \Delta X \qquad (3.1)$$

trong đó ký hiệu ΔY chỉ lượng thay đổi tuyệt đối của Y, ΔX chỉ lượng thay đổi tuyệt đối của X. Do đó lượng thay đổi tuyệt đối của Y có thể được tính bằng:

$$\Delta Y = M_{YX}.\Delta X \qquad (3.2)$$

- Ý nghĩa của biên tế là cho biết lượng thay đổi tuyệt đối của biến phụ thuộc Y khi biến độc lập X thay đổi 1 đơn vị. Khi ΔX rất nhỏ ($\Delta X \to 0$), giá trị biên tế được tính xấp xỉ là đạo hàm của Y theo X, tức là:
- $$M_{YX} \approx dY/dX = f'(X) \qquad (3.3)$$

3.1.2 Khái niệm hệ số co giãn

$$E_{YX} = \frac{\Delta Y/Y}{\Delta X/X} \qquad (3.4)$$

Do đó thay đổi tương đối của Y có thể được tính bằng:

$$100\frac{\Delta Y}{Y} = E_{YX}(100\frac{\Delta X}{X}) \qquad (3.5)$$

Ý nghĩa của hệ số co giãn là cho biết thay đổi tương đối (%) của Y khi X thay đổi 1%. Khi ΔX rất nhỏ ($\Delta X \to 0$), ta có:

$$E_{YX} \approx \frac{dY/Y}{dX/X} = f'(X)\frac{X}{Y} = (dY/dX)(X/Y) \qquad (3.6)$$

Câu hỏi:

- 1)biên tế có phụ thuộc đơn vị đo của biến ?
- 2)hệ số co giãn có phụ thuộc đơn vị đo của biến ?

- Các dạng hàm 2 biến thông dụng:

Tên gọi	*Dạng hàm*	*Biên tế*	*Dẫn xuất từ biên tế*	*Hệ số co giãn*	*Ý nghĩa của hệ số góc*
Tuyến tính	$Y=\alpha+\beta X$	β	$\Delta Y=\beta.(\Delta X)$	$\beta(X/Y)$	Khi X tăng 1 đơn vị thì Y thay đổi β đơn vị.
Tuyến tính log (log kép)	$lnY=\alpha+\beta lnX$	$\beta(Y/X)$	$100.\Delta Y/Y=\beta(100.\Delta X/X)$	β	Khi X tăng 1% thì Y thay đổi β (%).
Log-lin	$lnY=\alpha+\beta X$	βY	$100.\Delta Y/Y=(100\beta).(\Delta X)$	βX	Khi X tăng 1 đơn vị thì Y thay đổi 100β (%).
Lin-log	$Y=\alpha+\beta lnX$	$\beta(1/X)$	$\Delta Y=(\beta/100)(100.\Delta X/X)$	$\beta(1/Y)$	Khi X tăng 1% thì Y thay đổi $(\beta/100)$ đơn vị.
Nghịch đảo	$Y=\alpha+\beta\frac{1}{X}$	$-\beta(1/X^2)$	$(\Delta Y/Y)=-\beta(1/XY)(\Delta X/X)$	$-\beta(1/XY)$	

Câu hỏi:

- Căn cứ vào yếu tố gì, cột nào (trong bảng ở trên) để ta biết khi nào dùng %, khi nào dùng đơn vị?

3.2 MÔ HÌNH HỒI QUY QUA GỐC TỌA ĐỘ

Hàm hồi quy qua gốc tọa độ có thể viết dưới dạng:

$$PRF:\begin{cases}E(Y/X_i)=\beta X_i\\ Y_i=\beta X_i+U_i\end{cases};\quad SRF:\begin{cases}\hat{Y}_i=\hat{\beta}X_i\\ Y_i=\hat{\beta}X_i+\hat{U}_i\end{cases}\qquad(3.7)$$

Câu hỏi:

- Hàm hồi quy qua gốc tọa độ và không qua gốc tọa độ khác nhau bởi thành phần gì?

Theo nội dung của phương pháp *OLS*, ta cần tìm $\hat{\beta}$ sao cho :

$$f(\hat{\beta}) = \sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta} X_i)^2 \rightarrow min$$

Điều kiện cần:

$$f'(\hat{\beta}) = \sum 2(Y_i - \hat{\beta} X_i).(-X_i) = 0$$

$$\Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \qquad (3.8)$$

Ngoài ra, ta cũng chứng minh được:

$$var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \qquad (3.9)$$

Trong đó σ^2 được ước lượng bởi

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{U}_i^2}{n-1} = \frac{RSS}{n-1} \qquad (3.10)$$

Đối với mô hình hồi quy gốc tọa độ, nếu áp dụng công thức tính hệ số xác định $R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$ thì R^2 có thể âm, mà R^2 âm thì không có ý nghĩa. Do đó người ta cố gắng đưa ra các hệ số mới thay thế R^2 mà vẫn thỏa tính chất là giá trị của nó luôn nằm trong khoảng [0,1]. Một số hệ số mới là:

a) $$R_{thô}^2 = \frac{(\sum X_i Y_i)^2}{\sum X_i^2 . \sum Y_i^2} \qquad (3.11)$$

b) $$R_a^2 = 1 - \frac{RSS}{\sum Y^2} \qquad (3.12)$$

c) $$R_b^2 = (R_{Y\hat{Y}})^2 \qquad (3.13)$$

Lưu ý rằng ta không so sánh trực tiếp $R^2_{thô}$, R^2_a, R^2_b với R^2 được do công thức tính khác nhau.

Phần mềm Eviews tính R^2 theo công thức $R^2=1-(RSS/TSS)$.

<u>Khi nào dung hồi quy qua gốc tọa độ</u>:

-<u>lý thuyết</u>: phải dựa trên cơ sở lý thuyết kinh tế hoặc có một sự tiên nghiệm rất mạnh.

-<u>thực tế</u>: phải dùng mô hình có tung độ gốc (hồi quy không qua gốc tọa độ). Rồi kiểm định giả thiết hệ số hồi quy ứng với hệ số chặn bằng 0 hay khác 0. Nếu ta chấp nhận giả thiết hệ số chặn bằng không thì sẽ dùng hồi quy qua gốc tọa độ.

Một ví dụ của mô hình hồi quy qua gốc tọa độ là ứng dụng mô hình định giá tài sản vốn (*CAPM-Capital Asset Pricing Model*) của lý thuyết danh mục đầu tư hiện đại, trong đó phần bù đắp rủi ro được biểu diễn dưới dạng công thức sau:

$$(ER_i - r_f) = \beta_i (ER_m - r_f)$$

với: ER_i là suất sinh lợi kỳ vọng của chứng khoán *i*, ER_m là suất sinh lợi của danh mục đầu tư thị trường, r_f là suất sinh lợi của đầu tư không rủi ro, β_i gọi là hệ số *Beta*, một công cụ đo lường cho những rủi ro có tính hệ thống – nghĩa là những rủi ro không thể loại trừ bằng cách đa dạng hóa đầu tư. Đây cũng là công cụ thể hiện sự liên hệ giữa suất sinh lợi của một loại chứng khoán với thị trường.

$(ER_i - r_f)$: phần bù trừ rủi ro mong đợi của chứng khoán *i* .

$(ER_m - r_f)$: phần bù trừ rủi ro mong đợi của thị trường.

3.3 MÔ HÌNH TUYẾN TÍNH *LOG*

Xét mô hình hồi quy mũ:

$$Y_i = \gamma X_i^{\beta} e^{U_i}$$

mô hình này không tuyến tính theo tham số và biến số. Ta có thể chuyển về dạng sau:

$$\ln Y_i = \ln \gamma + \beta \ln X_i + U_i$$

Đặt α=*ln*γ, mô hình trở thành

$$\ln Y_i = \alpha + \beta \ln X_i + U_i \qquad (3.14)$$

Ta thu được mô hình tuyến tính theo tham số α, β. Nếu các giả thiết của mô hình hồi quy tuyến tính được thỏa mãn, ta có thể ước lượng các tham số của mô hình sử dụng phương pháp *OLS* bằng cách đặt :

$$Y_i^* = \ln Y_i \ ; \ X_i^* = \ln X_i$$

Khi đó ta viết lại hàm hồi quy ở dạng quen thuộc:

$$Y_i^* = \alpha + \beta X_i^* + U_i$$

Mô hình này gọi là mô hình *log-log*, *log* kép hay tuyến tính *log*. Đặc điểm của mô hình tuyến tính *log* là hệ số góc β biểu thị hệ số co giãn của *Y* đối với *X*, nghĩa là cho biết phần trăm thay đổi của *Y* dưới ảnh hưởng phần trăm thay đổi (nhỏ) của *X*. Mô hình này còn gọi là *mô hình hệ số co giãn không đổi.*

3.4 MÔ HÌNH BÁN LOGARIT (*SEMI LOG*)

là mô hình có một biến xuất hiện dưới dạng *logarithme*.

– Nếu biến phụ thuộc xuất hiện dưới dạng *logarithme* thì gọi là mô hình *log-lin*. *Lin* là viết tắt của từ *linear*

– Nếu biến độc lập xuất hiện dưới dạng *logarithme* thì gọi là mô hình *lin-log*.

Tóm lại : bên nào có log thì gọi là log, hổng có log thì gọi là lin !

3.4.1 Mô hình *log-lin*

Nghiên cứu công thức tính lãi suất gộp:

$$Y_t = Y_0 (1 + r)^t$$

Với *r* là tốc độ tăng trưởng gộp theo thời gian của *Y*. Chú ý rằng khi sử dụng ký hiệu *t* thay cho *i*, người ta đặc biệt quan tâm đến yếu tố thời gian (có thể là theo năm, quí hay tháng). Y_0 chỉ giá trị của biến phụ thuộc tại thời điểm *t*= 0, Y_t là giá trị của *Y* tại thời điểm *t* nào đó.

Nếu lấy logarit hai vế, ta được:

$$\ln Y_t = \ln Y_0 + t \ln(1 + r)$$

Đặt: $\alpha = lnY_0$; $\beta = ln(1+r)$, và đưa thêm yếu tố ngẫu nhiên, ta đưa được về dạng hồi quy tuyến tính:

$$lnY_t = \alpha + \beta t + U_t \qquad (3.16)$$

Chú ý : Chúng ta cần hiểu rõ sự khác biệt giữa mô hình *log–lin* và mô hình xu hướng tuyến tính.

Mô hình xu hướng tuyến tính được biểu diễn dưới dạng:

$$Y_t = \alpha + \beta t + U_t \qquad (3.17)$$

3.4.2 Mô hình *lin-log*

Trong trường hợp ta quan tâm đến lượng thay đổi tuyệt đối của biến phụ thuộc khi biến độc lập thay đổi 1%, thì sử dụng mô hình *lin–log* như sau:

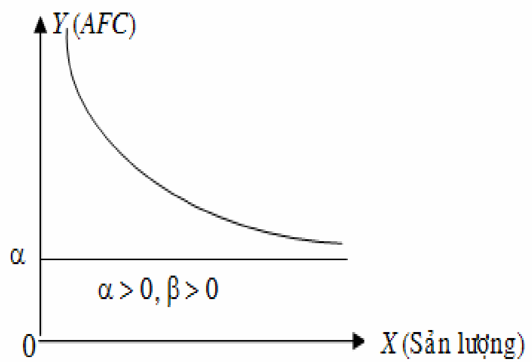
$$Y_i = \alpha + \beta \ln X_i + U_i \qquad (3.18)$$

3.5 MÔ HÌNH NGHỊCH ĐẢO

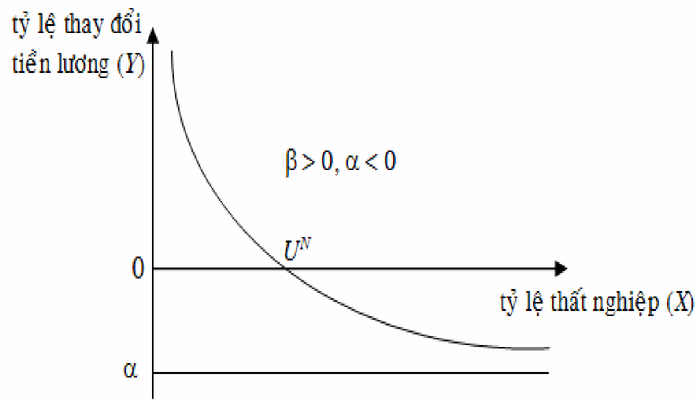
Biến phụ thuộc có quan hệ với nghịch đảo của biến độc lập biểu diễn dưới dạng mô hình như sau:

$$Y_i = \alpha + \beta\left(\frac{1}{X_i}\right) + U_i \qquad (3.19)$$

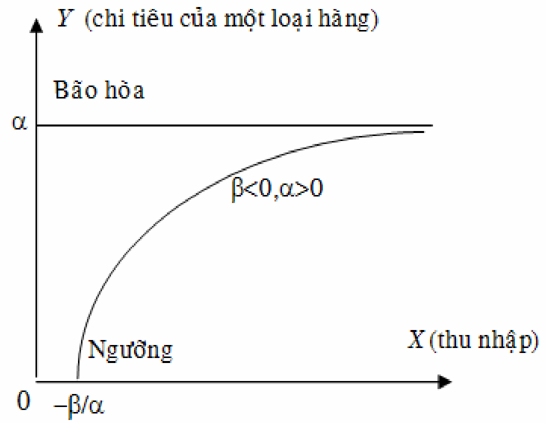
Đặc điểm của mô hình nghịch đảo là khi biến độc lập *X* tăng vô hạn thì $1/X$ tiến về 0, khi đó biến phụ thuộc *Y* sẽ tiến về giá trị α, giá trị này được gọi là giá trị tiệm cận ngang. Nếu $\beta > 0$ thì *Y* là hàm giảm theo *X*, trong khi nếu $\beta < 0$ thì *Y* là hàm tăng theo *X*, khi *Y* bằng 0 thì $X = -\beta/\alpha$.



Hình 3.1: Đồ thị biểu diễn quan hệ giữa *AFC* và sản lượng.



Hình 3.2: Đường cong *Phillips*.



Hình 3.3: Đường cong *Engel*.

- Lưu ý: hồi ở chương 1: thí dụ 60 hộ gia đình, ta có đồ thị là đường thẳng.
- Trong thí dụ này (đường cong Engel), đồ thị là đường cong.
- Vậy sự khác nhau giữa hai thí dụ là gì?

3.6 SO SÁNH R^2 GIỮA CÁC MÔ HÌNH

Ta đã biết rằng hệ số xác định R^2 thể hiện mức độ phù hợp của hàm hồi quy, do đó trong trường hợp có nhiều hàm hồi quy khác nhau thì vấn đề đặt ra là ta nên chọn hàm hồi quy nào, nếu dựa trên tiêu chuẩn R^2 lớn nhất. Để so sánh R^2 của những mô hình hồi quy khác nhau, cần thỏa các điều kiện sau:

– Cùng cỡ mẫu *n*.

– Cùng số biến độc lập. Nếu các hàm hồi quy không cùng số biến độc lập thì ta dùng hệ số xác định hiệu chỉnh $\bar{R}^2$, được trình bày trong chương 4.

– Biến phụ thuộc xuất hiện trong hàm hồi quy *có cùng dạng*, nhưng biến độc lập có thể ở các dạng khác nhau.

- $Y=a+bX$ (1)
- $Y=a+bX^2$ (2)
- $\ln Y=a+bX$ (3)
- $\ln Y=a+be^X$ (4)
- Các mô hình nào so sánh R^2 trực tiếp với nhau được, các mô hình nào muốn so sánh được phải tiến hành quy đổi?

Nếu biến phụ thuộc xuất hiện dưới dạng khác nhau thì ta phải tiến hành biến đổi đưa về dạng có thể so sánh được. Xét tình huống cụ thể sau:
Giả sử cần so sánh R^2 của mô hình tuyến tính theo biến và mô hình tuyến tính *log*:

$$Y=\alpha+\beta X+U \qquad (2.1)$$

$$lnY=\alpha^*+\beta^* lnX+V \qquad (3.14)$$

Ta có thể vận dụng kết quả đã được chứng minh sau đây (công thức 2.22) để quy đổi R^2 của mô hình về dạng tương đương:

$$R^2=(r_{Y\hat{Y}})^2=\frac{(\sum y_i\hat{y}_i)^2}{\sum y_i^2.\sum \hat{y}_i^2} \qquad (2.22)$$

Có ba cách để thực hiện quy đổi:

– *Cách 1*: quy đổi về logarit.

$$Y=\alpha+\beta X+U \qquad (2.1)$$

$$lnY=\alpha^*+\beta^* lnX+V \qquad (3.14)$$

a) Bước 1: thực hiện hồi quy mô hình (2.1), tính được $\hat{Y}$, $\ln\hat{Y}$, *lnY*.

b) Bước 2: thực hiện hồi quy mô hình (3.14), tính $R^2_{(3.14)}$.

c) Bước 3: tính $R^2_{\ln\hat{Y},\ln Y}=\frac{\left[\sum(\ln y_i)(\ln\hat{y}_i)\right]^2}{\sum(\ln y_i)^2.\sum(\ln\hat{y}_i)^2}$ và so sánh với $R^2_{(3.14)}$.

Trong đó: $\ln y_i=\ln Y_i-\overline{\ln Y_i}$; $\ln\hat{y}_i=\ln\hat{Y}_i-\overline{\ln\hat{Y}_i}$.

– *Cách 2*: quy đổi về *antilog*.

$$Y=\alpha+\beta X+U \qquad (2.1)$$

$$lnY=\alpha^*+\beta^* lnX+V \qquad (3.14)$$

a) Bước 1: thực hiện hồi quy mô hình (2.1), tính $R^2_{(2.1)}$.

b) Bước 2: thực hiện hồi quy mô hình (3.14), tính $\widehat{\ln Y}$, $\hat{Y}=e^{\widehat{\ln Y}}$.

c) Bước 3: tính $R^2_{\hat{Y}Y}$ và so sánh với $R^2_{(2.1)}$.

– *Cách 3*: tương tự như cách 2, chỉ khác ở công thức tính $\hat{Y}$ được điều chỉnh để thu được ước lượng vững của *E*(*Y*/*X*$_i$).

$$\hat{Y}=e^{\widehat{\ln Y}+\frac{\hat{\sigma}^2}{2}}$$

Các thí dụ trong sách: tự xem !!!!!

Chuẩn bị chương 4:

- Chương 4 được trình bày dưới dạng ma trận.
- Yêu cầu sinh viên phải **tự đọc ôn** trước kiến thức về ma trận ở nhà (trang 221-230, hướng dẫn rất chi tiết)
- Nếu đọc có phần nào không nhớ, không hiểu thì hỏi *mấy em năm nhất*, các em sẽ chỉ cho! (Trong việc học không có sự tự ái chen vào!)
- Nếu ai hổng nắm vững kiến thức về ma trận (hổng thèm đọc ôn) thì sẽ hông biết gì hết khi giảng viên giảng! Có khi còn "tẩu hỏa nhập ma" nữa! Đối với những người "lười biếng" thì chỉ có trời mới cứu được!

Mời ghé thăm trang web:

❖http://kinhteluong.ungdung.googlepages.com
❖http://xacsuatthongke.googlepages.com
❖http://phamtricao.googlepages.com
❖www37.websamba.com/phamtricao
❖www.phamtricao.web1000.com