

XÁC SUẤT - THỐNG KÊ ỨNG DỤNG

(MATH 131901)

Nguyễn Ngọc Tứ

Bài giảng 3

Nội dung

- Biến ngẫu nhiên
- Hàm khối lượng xác suất (PMF)
- Hàm khối lượng phân phối xác suất (CDF)
- Kỳ vọng và phương sai
- Phân phối Poisson
- Phân phối Bernoulli
- Phân phối nhị thức
- Phân phối hình học
- Phân phối nhị thức âm
- Phân phối siêu bội
- Hàm phân phối tích lũy

Biến ngẫu nhiên - Khái niệm

Định nghĩa

- **Biến ngẫu nhiên** $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số.
(Chỉ định một giá trị cụ thể cho mỗi kết quả của phép thử.)

Biến ngẫu nhiên - Khái niệm

Định nghĩa

- **Biến ngẫu nhiên** $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số.
(Chỉ định một giá trị cụ thể cho mỗi kết quả của phép thử.)
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **rời rạc** nếu tập giá trị của nó là tập hữu hạn hay vô hạn đếm được.

Biến ngẫu nhiên - Khái niệm

Định nghĩa

- **Biến ngẫu nhiên** $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số.
(Chỉ định một giá trị cụ thể cho mỗi kết quả của phép thử.)
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **rời rạc** nếu tập giá trị của nó là tập hữu hạn hay *vô hạn đếm được*.
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **liên tục** nếu:

Biến ngẫu nhiên - Khái niệm

Định nghĩa

- **Biến ngẫu nhiên** $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số.
(Chỉ định một giá trị cụ thể cho mỗi kết quả của phép thử.)
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **rời rạc** nếu tập giá trị của nó là tập hữu hạn hay *vô hạn đếm được*.
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **liên tục** nếu:
 1. Tập giá trị của nó là tập hợp chứa tất cả các giá trị trên một khoảng hay là hợp rời nhau của các khoảng giá trị.

Biến ngẫu nhiên - Khái niệm

Định nghĩa

- **Biến ngẫu nhiên** $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số.
(Chỉ định một giá trị cụ thể cho mỗi kết quả của phép thử.)
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **rời rạc** nếu tập giá trị của nó là tập hữu hạn hay vô hạn đếm được.
- Một biến ngẫu nhiên gọi là **liên tục** nếu:
 1. Tập giá trị của nó là tập hợp chứa tất cả các giá trị trên một khoảng hay là hợp rời nhau của các khoảng giá trị.
 2. Xác suất của một điểm bất kì luôn là 0, nghĩa là

$$P(X = c) = 0, \forall c \in \mathbb{R}.$$

Biến ngẫu nhiên - Ví dụ

Ví dụ

1. Tung một đồng xu: $\Omega = \{H, T\}$. Khi đó, ta định nghĩa một biến ngẫu nhiên X bởi

$$X(H) = 1, X(T) = 0.$$

Biến ngẫu nhiên - Ví dụ

Ví dụ

1. Tung một đồng xu: $\Omega = \{H, T\}$. Khi đó, ta định nghĩa một biến ngẫu nhiên X bởi

$$X(H) = 1, X(T) = 0.$$

2. Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chìa có bề ngoài giống hệt nhau, trong đó chỉ có 2 chìa mở được khóa. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra).

a. Tính xác suất anh ta mở được cửa ở lần thứ ba.

Biến ngẫu nhiên - Ví dụ

Ví dụ

1. Tung một đồng xu: $\Omega = \{H, T\}$. Khi đó, ta định nghĩa một biến ngẫu nhiên X bởi

$$X(H) = 1, X(T) = 0.$$

2. Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chìa có bề ngoài giống hệt nhau, trong đó chỉ có 2 chìa mở được khóa. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra).

a. Tính xác suất anh ta mở được cửa ở lần thứ ba.

b. Gọi biến ngẫu nhiên X là số lần thử cho đến khi mở được cửa. Khi đó, X nhận những giá trị nào? và xác suất tương ứng cho từng trường hợp?

Hàm khối lượng xác suất (PMF)

Định nghĩa

- Hàm khối lượng xác suất của một biến ngẫu nhiên rời rạc X là một hàm số $p : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi

$$\begin{aligned} p_X(x) &= P(X = x) \\ &= P(\{w \in \Omega \text{ sao cho } X(w) = x\}) \end{aligned}$$

- $p_X(x) \geq 0, \sum_x p_X(x) = 1.$

Hàm khối lượng xác suất (PMF)

Ví dụ

Tung hai con xúc xắc, mỗi con có 4 mặt.

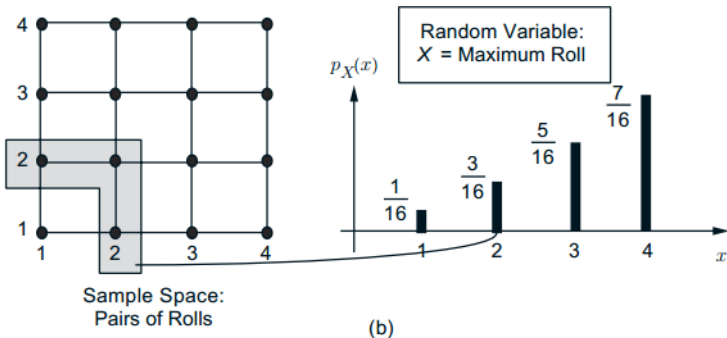
X = mặt lớn nhất trong hai con xúc xắc. Tìm PMF?

Hàm khối lượng xác suất (PMF)

Ví dụ

Tung hai con xúc xắc, mỗi con có 4 mặt.

X = mặt lớn nhất trong hai con xúc xắc. Tìm PMF?



Hàm phân phối xác suất

Hàm phân phối tích lũy (cdf) $F(x)$ của một biến ngẫu nhiên rời rạc X với hàm khối lượng xác suất $p(x)$ được xác định như sau:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{y \leq x} p(y), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Ví dụ

Một cửa hàng bán thẻ nhớ có các loại sau: 1 GB, 2 GB, 4 GB, 8 GB hoặc 16 GB. Gọi biến ngẫu nhiên X là số lượng thẻ nhớ được bán được cho trong bảng phân phối xác suất sau:

x	1	2	4	8	16
p(x)	0.05	0.1	0.35	0.4	0.1

Hàm phân phối tích lũy - Ví dụ

Khi đó, $F(x)$ được xác định như sau:

$$F(1) = P(X \leq 1) = P(X = 1) = p(1) = 0.05$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 1, 2) = p(1) + p(2) = 0.15$$

$$F(4) = P(X \leq 4) = P(X = 1, 2, 4) = p(1) + p(2) + p(4) = 0.5$$

$$F(8) = P(X \leq 8) = P(X = 1, 2, 4, 8) = p(1) + p(2) + p(4) + p(8) = 0.9$$

$$F(16) = P(X \leq 16) = 1.$$

Hàm phân phối xác suất là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0.05 & 1 \leq x < 2 \\ 0.15 & 2 \leq x < 4 \\ 0.5 & 4 \leq x < 8 \\ 0.9 & 8 \leq x < 16 \\ 1 & 16 \leq x \end{cases}$$

Hàm phân phối tích lũy

Mệnh đề. Cho hai số thực a và b bất kì với $a \leq b$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a-)$$

trong đó, $a-$ là giá trị lớn nhất có thể của X mà bé hẳn hơn a . Đặc biệt, nếu các giá trị của X là số nguyên và a và b cũng là số nguyên thì

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a - 1)$$

Nếu $a = b$ thì $P(X = a) = F(a) - F(a - 1)$.

Hàm phân phối tích lũy

Mệnh đề. Cho hai số thực a và b bất kì với $a \leq b$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a-)$$

trong đó, $a-$ là giá trị lớn nhất có thể của X mà bé hẳn hơn a . Đặc biệt, nếu các giá trị của X là số nguyên và a và b cũng là số nguyên thì

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a - 1)$$

Nếu $a = b$ thì $P(X = a) = F(a) - F(a - 1)$.

Ví dụ. Cho X là biến ngẫu nhiên nhận các giá trị $0, 1, \dots, 14$. Giả sử $F(0) = 0.58, F(1) = 0.72, F(2) = 0.76, F(3) = 0.81, F(4) = 0.88$, và $F(5) = 0.94$. Khi đó, ta có

$$P(2 \leq X \leq 5) =$$

Hàm phân phối tích lũy

Mệnh đề. Cho hai số thực a và b bất kì với $a \leq b$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a-)$$

trong đó, $a-$ là giá trị lớn nhất có thể của X mà bé hẳn hơn a . Đặc biệt, nếu các giá trị của X là số nguyên và a và b cũng là số nguyên thì

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a - 1)$$

Nếu $a = b$ thì $P(X = a) = F(a) - F(a - 1)$.

Ví dụ. Cho X là biến ngẫu nhiên nhận các giá trị $0, 1, \dots, 14$. Giả sử $F(0) = 0.58, F(1) = 0.72, F(2) = 0.76, F(3) = 0.81, F(4) = 0.88$, và $F(5) = 0.94$. Khi đó, ta có

$$P(2 \leq X \leq 5) = F(5) - F(1) = 0.22$$

và

$$P(X = 3) =$$

Hàm phân phối tích lũy

Mệnh đề. Cho hai số thực a và b bất kì với $a \leq b$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a-)$$

trong đó, $a-$ là giá trị lớn nhất có thể của X mà bé hẳn hơn a . Đặc biệt, nếu các giá trị của X là số nguyên và a và b cũng là số nguyên thì

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a - 1)$$

Nếu $a = b$ thì $P(X = a) = F(a) - F(a - 1)$.

Ví dụ. Cho X là biến ngẫu nhiên nhận các giá trị $0, 1, \dots, 14$. Giả sử $F(0) = 0.58, F(1) = 0.72, F(2) = 0.76, F(3) = 0.81, F(4) = 0.88$, và $F(5) = 0.94$. Khi đó, ta có

$$P(2 \leq X \leq 5) = F(5) - F(1) = 0.22$$

và

$$P(X = 3) = F(3) - F(2) = 0.05.$$

Expectation - Kỳ vọng

Định nghĩa

Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với hàm khối lượng xác suất $p_X(x)$. Khi đó **giá trị kỳ vọng** của X xác định bởi

$$E(X) = \sum_x xp_X(x).$$

Ví dụ

Tung một con xúc xắc và đặt X là biến ngẫu nhiên sao cho $X(\text{1}) = 1, X(\text{2}) = 2, \dots, X(\text{6}) = 6$. Khi đó,

$$E(X) = \sum_{x=1}^6 xp_X(x) = \frac{1}{6}(1 + 2 + \dots + 6) = \frac{7}{2}.$$

Tính chất của kì vọng

- Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc và $Y = g(X)$
 - Khó: $E(Y) = \sum_y yp_Y(y)$
 - Dễ: $E(Y) = \sum_x g(x)p_X(x)$
- Chú ý: một cách tổng quát, $E(g(X)) \neq g(E(X))$

Tính chất

Nếu α, β là hằng số thì

1. $E(\alpha) = \alpha$
2. $E(\alpha X) = \alpha E(X)$
3. $E(\alpha X + \beta) = \alpha E(X) + \beta$

Phương sai

Nhắc lại: $E(g(X)) = \sum_x g(x)p_X(x)$

- $E(X^2) = \sum_x x^2 p_X(x)$
- Phương sai:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E[(X - E(X))^2] \\ &= \sum_x (x - E(X))^2 p_X(x) \\ &= E(X^2) - E^2(X) \end{aligned}$$

- Độ lệch chuẩn: $\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$

Tính chất

1. $\text{Var}(X) \geq 0$
2. $\text{Var}(\alpha X + \beta) = \alpha^2 \text{Var}(X)$

Kì vọng và phương sai - Ví dụ

Ví dụ

Một cửa hàng bán thẻ nhớ có các loại sau: 1 GB, 2 GB, 4 GB, 8 GB hoặc 16 GB. Gọi biến ngẫu nhiên X là số lượng thẻ nhớ được bán được cho trong bảng phân phối xác suất sau:

x	1	2	4	8	16
p(x)	0.05	0.1	0.35	0.4	0.1

Kì vọng và phương sai của Y

$$EY = \mu_Y = 1 \cdot 0.05 + 2 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.35 + 8 \cdot 0.4 + 16 \cdot 0.1 = 6.45$$

$$E(Y^2) = 1^2 \cdot 0.05 + 2^2 \cdot 0.1 + 4^2 \cdot 0.35 + 8^2 \cdot 0.4 + 16^2 \cdot 0.1 = 57.25$$

$$V(Y) = \sigma_Y^2 = E(Y^2) - (EY)^2 = 57.25 - 6.45^2 = 15.6475$$

Phân phối Bernoulli

- Tung một đồng xu, $\Omega = \{H, T\}$.
- Đặt $P(H) = p$ và $P(T) = 1 - p$.
- Biến ngẫu nhiên **Bernoulli** nhận hai giá trị 1 và 0:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{nếu mặt ngửa,} \\ 0 & \text{nếu mặt sấp.} \end{cases}$$

Hàm khối lượng xác suất là

$$p_X(x) = \begin{cases} p & \text{if } x = 1, \\ 1 - p & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

- Kí hiệu: $X \sim \text{Ber}(p)$ và $EX = p$, $\text{Var}(X) = p(1 - p)$

Phân phối nhị thức

- Tung một đồng xu n lần. Đặt $P(H) = p$.
- X : số lần xuất hiện mặt ngửa trong n lần tung độc lập.
- $n = 4, X = 2$

Phân phối nhị thức

- Tung một đồng xu n lần. Đặt $P(H) = p$.
- X : số lần xuất hiện mặt ngửa trong n lần tung độc lập.
- $n = 4, X = 2$

$$\begin{aligned} p_X(2) &= P(HHTT) + P(HTHT) + P(HTTH) \\ &\quad + P(THHT) + P(THTH) + P(TTHH) \\ &= 6p^2(1-p)^2 = \binom{4}{2} p^2(1-p)^2 \end{aligned}$$

Phân phối nhị thức

- Tung một đồng xu n lần. Đặt $P(H) = p$.
- X : số lần xuất hiện mặt ngửa trong n lần tung độc lập.
- $n = 4, X = 2$

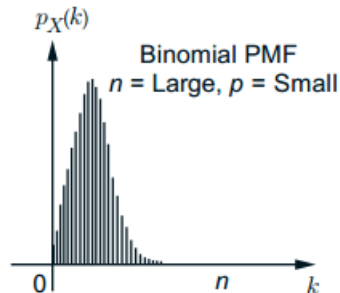
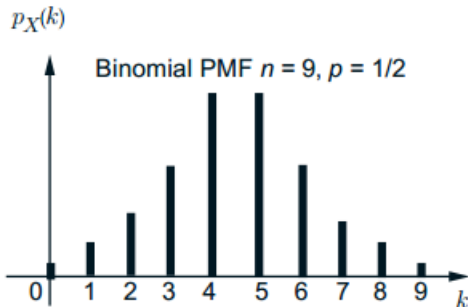
$$\begin{aligned}p_X(2) &= P(HHTT) + P(HTHT) + P(HTTH) \\&\quad + P(THHT) + P(THTH) + P(TTHH) \\&= 6p^2(1-p)^2 = \binom{4}{2} p^2(1-p)^2\end{aligned}$$

- Tổng quát, nếu X là một biến ngẫu nhiên có **phân phối nhị thức** với **hai tham số** n và p thì hàm khối lượng xác suất của X là

$$p_X(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

- Kí hiệu: $X \sim B(n, p)$ và $EX = np, \text{Var}(X) = np(1-p)$

Phân phối nhị thức



Phân phối Poisson

- Cho λ là một số thực dương. **Phân phối Poisson** với tham số λ được định nghĩa như sau:

$$p_X(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

- Phân phối Poisson với tham số λ là một xấp xỉ tốt cho phân phối nhị thức với tham số n và p , với $\lambda = np$, trong đó n rất lớn và p rất nhỏ, nghĩa là,

$$e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \approx \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

- Kí hiệu: $X \sim P(\lambda)$ và $EX = \lambda = \text{Var}(X)$
- Phân phối Poisson thường sử dụng cho các biến cố ít khi xảy ra (biến cố hiếm). Chẳng hạn số lỗi chính tả trong một quyển sách hay số vụ tai nạn giao thông trong một ngày.

Phân phối Poisson

Ví dụ

- Một quyển sách có n chữ và gọi p là xác suất mà một từ sai chính tả. Rõ ràng n rất lớn và p rất nhỏ.
- $n = 100$ và $p = 0.01$. Khi đó, xác suất $k = 5$ thành công trong $n = 100$ phép thử là

1. Dùng phân phối nhị thức

$$\frac{100!}{95!5!} 0.01^5 (1 - 0.01)^{95} = 0.00290.$$

2. Dùng phân phối Poisson với $\lambda = np = 100 \cdot 0.01 = 1$

$$e^{-1} \frac{1}{5!} = 0.00306.$$

Ví dụ - Phân phối hình học

- Tung một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt ngửa H thì dừng. Hỏi tung bao lâu thì dừng lại?

Ví dụ - Phân phối hình học

- Tung một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt ngửa H thì dừng. Hỏi tung bao lâu thì dừng lại?
- X = số lần tung cho đến khi được mặt ngửa H .

Ví dụ - Phân phối hình học

- Tung một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt ngửa H thì dừng. Hỏi tung bao lâu thì dừng lại?
- X = số lần tung cho đến khi được mặt ngửa H .
- Giả sử các lần tung độc lập nhau, $0 < P(H) = p < 1$.
- Hàm khối lượng xác suất của X là

Ví dụ - Phân phối hình học

- Tung một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt ngửa H thì dừng. Hỏi tung bao lâu thì dừng lại?
- X = số lần tung cho đến khi được mặt ngửa H .
- Giả sử các lần tung độc lập nhau, $0 < P(H) = p < 1$.
- Hàm khối lượng xác suất của X là

$$p_X(k) = P(X = k) = P(TT \dots TH) = (1 - p)^{k-1}p, \quad k = 1, 2, \dots$$

và

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_X(k) = \sum_{k=1}^{\infty} (1 - p)^{k-1}p = p \sum_{k=1}^{\infty} (1 - p)^{k-1} = p \frac{1}{1 - (1 - p)} = 1$$

- Kí hiệu: $X \sim \text{Geo}(p)$ và $EX = \frac{1}{p}$, $\text{Var}(X) = \frac{1 - p}{p^2}$

Phân phối nhị thức âm

Tung đồng xu n lần, tính xác suất k lần xuất hiện mặt ngửa?

Phân phối nhị thức âm

Tung đồng xu n lần, tính xác suất k lần xuất hiện mặt ngửa?

Một câu hỏi khác, "gần giống" câu hỏi trên:

Hỏi phải tung đồng xu bao nhiêu lần để lấy k mặt sấp?

Giả sử tung đến n lần sẽ được k mặt sấp.

Phân phối nhị thức âm

Tung đồng xu n lần, tính xác suất k lần xuất hiện mặt ngửa?

Một câu hỏi khác, "gần giống" câu hỏi trên:

Hỏi phải tung đồng xu bao nhiêu lần để lấy k mặt sấp?

Giả sử tung đến n lần sẽ được k mặt sấp.

- Một phép thử Bernoulli thì lặp lại cho đến khi lấy được k mặt sấp.
- n phép thử:
 - * $k - 1$ mặt sấp trong $n - 1$ phép thử đầu tiên
 - * phép thử thứ n phải được mặt sấp.

Bởi tính độc lập, ta có

$$p_X(k) = \binom{n-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{n-k} p = \binom{n-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k}, \quad n \geq k$$

- Kí hiệu: $X \sim \text{NB}(n, p)$ và $EX = \frac{k(1-p)}{p}$, $\text{Var}(X) = \frac{k(1-p)}{p^2}$

Phân phối siêu bội

Một biến ngẫu nhiên có phân phối siêu bội nếu thỏa mãn các điều kiện sau:

1. Tập hợp mẫu chứa N phần tử.
2. Mỗi phần tử có hai khả năng: xảy ra (S) hoặc không xảy ra (F) và có M lần xảy ra (S) trong tập hợp mẫu.
3. Chọn một mẫu có n phần tử (không lặp lại) sao cho mỗi lần chọn tập n phần tử này đều có khả năng như nhau.

Xét biến ngẫu nhiên X là số lần xảy ra (S) trong mẫu có kích thước n .

Phân phối xác suất của X phụ thuộc vào tham số n , M và N . Vì thế, ta có

$$P(X = x) = h(x; n, M, N).$$

Phân phối siêu bội

Mệnh đề. Nếu X là số lần xảy ra (S) trong mẫu ngẫu nhiên có kích thước n được rút từ một tập hợp cho trước có M (S) và $(N - M)$ (F). Khi đó, hàm phân phối xác suất của X gọi là **phân phối siêu bội** được cho bởi

$$P(X = x) = h(x; n, M, N) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N - M}{n - x}}{\binom{N}{n}}$$

với x là số nguyên thỏa mãn $\max(0, n - N + M) \leq x \leq \min(n, M)$.

Kì vọng và phương sai của X

$$E(X) = n \cdot \frac{M}{N}, \quad V(X) = \frac{N - n}{N - 1} \cdot n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right)$$

Phân phối siêu bội

Ví dụ. Năm con hổ được bắt trong một vùng được đo định vị và sau đó thả lại tự nhiên. Sau đó, người ta bắt ngẫu nhiên 10 con hổ trong vùng đó kiểm tra xem có bao nhiêu con được định vị. Gọi X là số hổ được gắn định vị trong 10 con hổ. Giả sử rằng trong vùng này chỉ còn 25 con hổ. Tính

- a) $P(X = 2)$
- b) $P(X \leq 2)$
- c) $EX, V(X)$

Phân phối siêu bội - Ví dụ

Ta có: $n = 10, M = 5, N = 25$. Do đó,

$$P(X = x) = h(x; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{x} \binom{20}{10-x}}{\binom{25}{10}}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Phân phối siêu bội - Ví dụ

Ta có: $n = 10, M = 5, N = 25$. Do đó,

$$P(X = x) = h(x; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{x} \binom{20}{10-x}}{\binom{25}{10}}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{a) } P(X = 2) = h(2; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{2} \binom{20}{8}}{\binom{25}{10}} = 0.385$$

Phân phối siêu bội - Ví dụ

Ta có: $n = 10, M = 5, N = 25$. Do đó,

$$P(X = x) = h(x; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{x} \binom{20}{10-x}}{\binom{25}{10}}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{a) } P(X = 2) = h(2; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{2} \binom{20}{8}}{\binom{25}{10}} = 0.385$$

$$\text{b) } P(X \leq 2) = P(X = 0, 1, 2) = \sum_{x=0}^2 h(x; 10, 5, 25) = 0.699$$

Phân phối siêu bội - Ví dụ

Ta có: $n = 10, M = 5, N = 25$. Do đó,

$$P(X = x) = h(x; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{x} \binom{20}{10-x}}{\binom{25}{10}}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{a) } P(X = 2) = h(2; 10, 5, 25) = \frac{\binom{5}{2} \binom{20}{8}}{\binom{25}{10}} = 0.385$$

$$\text{b) } P(X \leq 2) = P(X = 0, 1, 2) = \sum_{x=0}^2 h(x; 10, 5, 25) = 0.699$$

$$\text{c) } EX = 10 \cdot \frac{5}{25} = 2, \quad V(X) = \frac{15}{24} \cdot 10 \cdot \frac{5}{25} \left(1 - \frac{5}{25}\right) = 1$$

Bài tập

1. Có 10 lô hàng, mỗi lô hàng chứa 8 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 2 sản phẩm và gọi X là số sản phẩm loại I trong 20 sản phẩm lấy ra. Tính kì vọng và phương sai của X và $P(X = 1)$.

Bài tập

1. Có 10 lô hàng, mỗi lô hàng chứa 8 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 2 sản phẩm và gọi X là số sản phẩm loại I trong 20 sản phẩm lấy ra. Tính kì vọng và phương sai của X và $P(X = 1)$.
2. Một người đem bán 5 lô hàng; mỗi lô có 10 sản phẩm, trong đó có 2 sản phẩm hỏng. Người mua lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 4 sản phẩm kiểm tra, nếu lô nào cả 4 sản phẩm kiểm tra đều tốt thì mua lô đó. Gọi X là số lô người này bán được. Tính kỳ vọng và phương sai của X .

Bài tập

1. Có 10 lô hàng, mỗi lô hàng chứa 8 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 2 sản phẩm và gọi X là số sản phẩm loại I trong 20 sản phẩm lấy ra. Tính kì vọng và phương sai của X và $P(X = 1)$.
2. Một người đem bán 5 lô hàng; mỗi lô có 10 sản phẩm, trong đó có 2 sản phẩm hỏng. Người mua lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 4 sản phẩm kiểm tra, nếu lô nào cả 4 sản phẩm kiểm tra đều tốt thì mua lô đó. Gọi X là số lô người này bán được. Tính kỳ vọng và phương sai của X .
3. Một phân xưởng có 3 máy hoạt động độc lập. Xác suất các máy đó hỏng trong một ngày làm việc tương ứng là 0,03; 0,05; 0,09. Nếu hỏng, mỗi máy phải sửa hết 2 triệu đồng. Gọi X là số tiền sửa máy trong một ngày làm việc. Tính độ lệch chuẩn của X .

Bài tập

1. Có 10 lô hàng, mỗi lô hàng chứa 8 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 2 sản phẩm và gọi X là số sản phẩm loại I trong 20 sản phẩm lấy ra. Tính kì vọng và phương sai của X và $P(X = 1)$.
2. Một người đem bán 5 lô hàng; mỗi lô có 10 sản phẩm, trong đó có 2 sản phẩm hỏng. Người mua lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô 4 sản phẩm kiểm tra, nếu lô nào cả 4 sản phẩm kiểm tra đều tốt thì mua lô đó. Gọi X là số lô người này bán được. Tính kỳ vọng và phương sai của X .
3. Một phân xưởng có 3 máy hoạt động độc lập. Xác suất các máy đó hỏng trong một ngày làm việc tương ứng là 0,03; 0,05; 0,09. Nếu hỏng, mỗi máy phải sửa hết 2 triệu đồng. Gọi X là số tiền sửa máy trong một ngày làm việc. Tính độ lệch chuẩn của X .
4. Mỗi tuần trường đại học A chắc chắn cúp điện từ 1 đến 2 ngày. Xác suất mỗi tuần trường A cúp điện 2 ngày là 0.3. Gọi X là số ngày trường A cúp điện trong 5 tuần liên tiếp. Tính EX .

Bài tập

5. Có 2 lô sản phẩm. Mỗi lô có 10 sản phẩm. Lô thứ nhất có 3 sản phẩm loại I, lô thứ hai có 6 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ lô thứ nhất 2 sản phẩm và từ lô thứ hai 4 sản phẩm. Dem 6 sản phẩm bán với giá sản phẩm loại I là 20000 đồng, và sản phẩm không phải loại I là 15000 đồng. Gọi X là số tiền thu được. Tính EX .

Bài tập

5. Có 2 lô sản phẩm. Mỗi lô có 10 sản phẩm. Lô thứ nhất có 3 sản phẩm loại I, lô thứ hai có 6 sản phẩm loại II. Lấy ngẫu nhiên từ lô thứ nhất 2 sản phẩm và từ lô thứ hai 4 sản phẩm. Dem 6 sản phẩm bán với giá sản phẩm loại I là 20000 đồng, và sản phẩm không phải loại I là 15000 đồng. Gọi X là số tiền thu được. Tính EX .
6. Có hai lô hàng. Lô thứ nhất có 5 sản phẩm loại I và 3 sản phẩm loại II. Lô thứ hai có 6 sản phẩm loại I và 4 sản phẩm loại II.
 - a. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô một sản phẩm. Tính xác suất lấy được 2 sản phẩm cùng loại.
 - b. Lấy ngẫu nhiên một lô, rồi từ lô đó lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất lấy được 2 sản phẩm khác loại.
 - c. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm từ lô thứ nhất và gọi X là số sản phẩm loại I trong 2 sản phẩm lấy ra. Tính kì vọng và phương sai X .

Bài tập

