

ĐỀ 1

Câu 1 Một chi tiết được gia công qua 3 công đoạn liên tiếp có khả năng gây ra khuyết tật cho chi tiết ở mỗi công đoạn là độc lập và lần lượt là 0,1;0,05 và 0,04. Tính xác suất sau khi gia công chi tiết có lỗi

Giải

Gọi A là biến cố công đoạn thứ I có lỗi I =1;2;3

$$P(A_1) = 0,1 ; P(A_2) = 0,05; P(A_3) = 0,04$$

Xác suất khi gia công chi tiết có lỗi là

$$P(A_1 + A_2 + A_3) = 1 - P(A_1' A_2' A_3') = 1 - (1 - 0,1)(1 - 0,05)(1 - 0,04) = 0,1792$$

Câu 2 Một phân xưởng đóng gói mỗi hộp bi gồm 5 bi đỏ, 25 bi xanh, 10 bi vàng, 5 bi đen. Một người lấy ngẫu nhiên từng hộp và từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi, nếu lấy được 3 bi xanh thì mua hộp đó. Người đó cần mua 3 hộp bi. Tính xác suất người đó kiểm tra đến hộp thứ 5 thì dừng

Giải

Xác suất 1 hộp bi được mua là

$$P_0 = \frac{C_{25}^3}{C_{45}^3} = \frac{230}{1419}$$

Gọi X là số hộp người này kiểm tra

X có phân phối nhị thức âm với r = 3 và p = 230/1419

$$\text{Hàm xác suất của X là : } p_X(u) = C_{u-1}^2 \left(\frac{230}{1419} \right)^3 \cdot \left(1 - \frac{230}{1419} \right)^{(u-3)}$$

Xác suất người này kiểm tra đến hộp thứ 3 thì dừng là

$$P(X = 5) = C_4^2 \left(\frac{230}{1419} \right)^3 \left(1 - \frac{230}{1419} \right)^2 = 0,01793851509$$

Câu 3 Điểm thi môn Toán Của trường đại học A là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình là 6,78 và độ lệch chuẩn là 0,46

a/Tính tỷ lệ sinh viên trường A có điểm môn Toán từ 7 điểm trở lên

b/Lấy ngẫu nhiên 200 bài thi môn Toán của sinh viên trường A. Tính xác suất trong 200 bài lấy ra số bài có điểm từ 6 đến 8 điểm không dưới 25 bài

Giải

Gọi X là điểm thi môn Toán của sinh viên trường Đại học A

$$X \sim N(6,78; 0,46^2)$$

Chuẩn tắc hóa $Z = \frac{X-6,78}{0,46} \sim N(0,1)$

a/ Tỷ lệ sinh viên trường A có điểm thi môn Toán từ 7 điểm trở lên

$$P(7 \leq X \leq 10) = P\left(\frac{7-6,78}{0,46} \leq Z < \frac{10-6,78}{0,46}\right) \\ \Phi\left(\frac{10-6,78}{0,46}\right) - \Phi\left(\frac{7-6,78}{0,46}\right) = \Phi(7) - \Phi\left(\frac{11}{23}\right) = 1 - 0,68377 = 0,31623$$

b/ Gọi Y là số bài trong 200 bài lấy ra có điểm từ 6 đến 8 điểm

Y có phân phối nhị thức với $n=200$ và $p=p_0$

$$\text{Với } p_0 = \Phi\left(\frac{8-6,78}{0,46}\right) - \Phi\left(\frac{6-6,78}{0,46}\right) = \Phi\left(\frac{61}{23}\right) - \Phi\left(-\frac{39}{23}\right) = 0,996 - 0,044976 \\ = 0,951024$$

Xác suất 200 bài lấy ra có không dưới 25 bài có điểm từ 6 đến 8

$$P(25 \leq X \leq 200) = 1 - P(0 \leq X \leq 24) \\ = 1 - \sum_{u=0}^{24} C_{200}^u p_0^u (1-p_0)^{200-u} = 1 - 0 = 1$$

Câu 4 Thời gian trễ khi đến trạm M của xe buýt K là ngẫu nhiên X(đơn vị :phút) có phân phối đều trên [0;5], tức là X có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5-0}, & x \in [0; 5] \\ 0, & x \notin [0; 5] \end{cases}$$

Quan sát thấy xe buýt K đã trễ 2 phút, Tính xác suất khách đi xe này không phải đợi thêm qua 2 phút nữa

Giải

Khi xe buýt K đã trễ 2 phút, xác suất để khách đi xe không phải đợi thêm 2 phút nữa là

$$P\left(\frac{X \leq 4}{X \geq 2}\right) = \frac{P(2 \leq X \leq 4)}{P(X \geq 2)} = \frac{\int_2^4 \frac{1}{5} dx}{\int_2^5 \frac{1}{5} dx} = \frac{2}{3}$$

ĐỀ 2

Câu 1 Một đoàn tàu có 5 toa đỗ ở sân ra . Có 5 hành khách lên tàu một cách độc lập . Tính xác suất trong 5 người có 3 người lên một toa, 2 người lên 1 toa khác và 3 toa còn lại không có người nào trong 5 người này

Giải

5 Khách lên tàu 5 toa nên ta có $\Omega = 5! = 3125$

Gọi A là biến cố trong 5 người có 3 người lên một toa. 2 người lên một toa khác và ba toa còn lại không có người nào

$$|A| = (C_5^3 \cdot 5)(C_4^2 \cdot 4) = 200$$

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|A|}{\Omega} = \frac{200}{3125} = \frac{8}{125}$

Câu 2 Số lỗi chính tả trong mỗi chương của một cuốn tiểu thuyết A là biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson với trung bình bằng 2. Tính xác suất từ chương 1 đến chương 5 mỗi chương có không quá 2 lỗi chính tả

Gọi X là số lỗi chính tả trong 1 chương của cuốn tiểu thuyết A.

X có phân phối Poisson với $\lambda=2$

Xác suất để một chương không có quá 1 lỗi chính tả là

$$p_0 = P(X \leq 1) = \sum_{x=0}^1 \frac{(e^{-\lambda} \cdot \lambda^x)}{x!} = 0,4060058497$$

Xác suất từ chương 1 đến chương 3 mỗi chương có không quá 1 lỗi chính tả là

$$[p_0]^3 = (0,4060058497)^3 = 0,06692630877$$

Câu 3 Tuổi thọ một thiết bị điện là X năm có phân phối chuẩn $N(25,9)$. Quan sát một thiết bị đã sử dụng 10 năm và vẫn còn hoạt động. Tính xác suất thiết bị đó có tuổi thọ dưới 30 năm

Gọi X (đơn vị :Năm) Là tuổi thọ của thiết bị điện

X có phân phối chuẩn với $\mu = 25; \sigma^2 = 9$; Chuẩn tắc hóa $Z = \frac{X-25}{3} \sim N(0,1)$

Xác suất để thiết bị có tuổi thọ dưới 30 năm biết đã sử dụng 10 năm vẫn còn hoạt động

$$\begin{aligned} P\left(\frac{X(10 < X < 30)}{P(X > 10)}\right) &= \frac{P\left(\frac{10-25}{3} < Z < \frac{30-25}{3}\right)}{P\left(Z > \frac{10-25}{3}\right)} = \frac{\Phi\left(\frac{5}{3}\right) - \Phi(-5)}{1 - \Phi(-5)} = \frac{0,95221 - 2,8711 \cdot 10^{-7}}{1 - 2,8711 \cdot 10^{-7}} \\ &= 0,9522099863 \end{aligned}$$

Câu 4 Thời gian sử dụng (Đơn vị: năm) của một sản phẩm G là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ. Biết thời gian sử dụng trung bình của sản phẩm là 3 năm và mỗi sản phẩm G được bảo hành 1 năm.

a/ Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm G, Tính xác suất sản phẩm này có thời gian sử dụng vượt quá thời gian bảo hành

b/Nhà máy cần đặt ra thời hạn bảo hành là bao lâu để khả năng một sản phẩm phải bảo hành không vượt quá 15%

Giải Gọi T (đơn vị : năm) là thời gian sử dụng của sản phẩm G

Ta có phân phối mũ với $\lambda = \frac{1}{3}$

Xác suất để sản phẩm này có thời gian sử dụng vượt quá thời gian bảo hành

$$P(T > 1) = e^{\left(\frac{-1}{3}\right).1} = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$$

b/Gọi c (năm) là thời gian nhà máy cần đặt thời gian bảo hành

Theo đề ta có $P(T < c) \leq 15\%$

$$\Leftrightarrow 1 - e^{-\frac{1}{3}.c} \leq 0,15$$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{1}{3}.c} = 0,85$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}.c = LN(0,85)$$

$$\Leftrightarrow c \leq 0,4875567885(\text{năm}) \approx 5,85 (\text{tháng})$$

Vậy nhà máy cần đặt thời gian bảo hành là 5,85 tháng để khả năng phải bảo hành không vượt quá 15%

ĐỀ 3

Câu 1 Một mục tiêu gồm 3 phần A,B,C với xác suất bị bắn trúng vào các vị trí lần lượt là 0,3;0,2 và 0,5. Mục tiêu bị đổ khi trúng 1 viên đạn vào A;2 viên đạn vào B và 3 viên đạn vào C. Tính xác suất mục tiêu bị đổ khi trúng 3 viên đạn

Gọi E là biến cố mục tiêu bị đổ khi trúng 3 viên đạn

nên E' là biến cố mục tiêu bị đổ khi trúng 3 viên đạn

Mục tiêu không bị đổ khi trúng 3 viên đạn nếu 2 viên trúng vào C và 1 viên trúng vào B. Do đó

$$P(E') = 3.0,2.0,5 = 0,15$$

Vậy xác suất cần tính là $P(E) = 1 - P(E') = 1 - 0,15 = 0,85$

Câu 2 Một doanh nghiệp có 3 cửa hàng bán hàng một cách độc lập. Xác suất mỗi cửa hàng không bán được hàng trong 1 ngày lần lượt là 0,02;0,04;0,07. Gọi X là số cửa hàng không bán được hàng. Tính $E(X)$

Giải

Gọi X là số cửa hàng không bán được hàng. Ta có

$$P(X = 0) = 0,98.0,96.0,93 = 0,87494$$

$$P(X = 1) = 0,02.0,96.0,93 + 0,98.0,04.0,93 + 0,98.0,96.0,07 = 0,120168$$

$$P(X = 2) = 0,02.0,04.0,93 + 0,98.0,04.0,07 + 0,02.0,04.0,93 = 4,832.10^{-3}$$

$$P(X = 3) = 0,02.0,04.0,07 = 5,6.10^{-5}$$

$$\text{Vậy } E(X) = \sum_{x=3}^3 x \cdot p_x(u) = 0,0,87494 + 1,0,120168 + 2,0,120168 + 3,5,6.10^{-5} = 0,13$$

Câu 3 Tuổi thọ một thiết bị điện là X (năm) có phân phối chuẩn N(16;4). Quan sát một thiết bị điện đã sử dụng 10 năm và vẫn còn hoạt động. Quan sát một thiết bị điện đã sử dụng 10 năm và vẫn còn hoạt động tính xác suất thiết bị đó có tuổi thọ dưới 18 năm

Gọi X (đơn vị : năm) là tuổi thọ của thiết bị

X có phân phối chuẩn với $\mu = 16; \sigma^2 = 4$

$$Z = \frac{X - 16}{2} \sim N(0,1)$$

Xác suất thiết bị đó có tuổi thọ dưới 18 năm biết đã sử dụng 10 năm và vẫn còn hoạt động là

$$\begin{aligned} P\left(\frac{(X < 18)}{(X > 10)}\right) &= P\left(\frac{10 < X < 18}{(X > 10)}\right) = \frac{P\left(\frac{10 - 16}{2} < Z < \frac{18 - 16}{2}\right)}{P\left(Z > \frac{10 - 16}{2}\right)} = \frac{\Phi(1) - \Phi(-3)}{1 - \Phi(-3)} = \frac{0,84134 - 1,35.10^{-3}}{1 - 1,35.10^{-3}} \\ &= 0,8411255195 \end{aligned}$$

Câu 4 Thời gian sử dụng thiết bị điện tử của công ty M là biến ngẫu nhiên liên tục X(đơn vị Năm) có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} k(8 - x)^4, & x \in [0; 8] \\ 0, & x \notin [0; 8] \end{cases}$$

Công ty M bảo hành sản phẩm trong 2 năm

a/ Tính tỷ lệ sản phẩm A phải bảo hành của công ty M

b/ Quan sát ngẫu nhiên một sản phẩm A đã sử dụng được 3 năm, Tính xác suất sản phẩm này sử dụng được thêm 3 năm nữa

Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ tương đương $\int_{-\infty}^0 f(x)dx + \int_0^8 f(x)dx + \int_8^{+\infty} f(x)dx$

$$\int_0^8 k(8 - x)^4 dx = 1 \Leftrightarrow k = \frac{5}{32768}$$

a/ Tỷ lệ sản phẩm A phải bảo hành là

$$P(0 < X < 2) = \int_0^2 \frac{5}{32768} (8 - x)^4 dx = \frac{781}{1024}$$

b/Xác suất sản phẩm sử dụng 3 năm nữa biết sản phẩm này đã sử dụng được 3 năm

$$P\left(\frac{(X \geq 6)}{(X \geq 3)}\right) = \frac{P(X \geq 6)}{P(X \geq 3)} = \frac{\int_6^8 k(8 - x)^4 dx}{\int_3^8 k(8 - x)^4 dx} = \frac{\int_6^8 \frac{5}{32768} (8 - x)^4 dx}{\int_3^8 \frac{5}{32768} (8 - x)^4 dx} = \frac{\frac{1}{1024}}{\frac{32}{3125}} = \frac{32}{3125} = 0,0124$$

ĐỀ 4

Câu 1 Một hộp chứa 18 sản phẩm loại 1 và 7 sản phẩm loại 2. Hai người lần lượt lấy ngẫu nhiên không hoàn lại mỗi người 2 sản phẩm từ hộp này. Tính xác suất trong các sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 sản phẩm loại 1

$$\Omega = C_{25}^2 \cdot C_{23}^2 = 75900$$

Gọi A là biến cố trong sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 sản phẩm loại 1

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{(C_7^2 \cdot C_5^2) + (C_7^1 \cdot C_{18}^1 C_6^2) + (C_7^2 \cdot C_5^1 \cdot C_{18}^1)}{C_{25}^2 \cdot C_{23}^2} = \frac{2397}{2350} = 0,94743083$$

Câu 2 Có 5 người tốt nghiệp loại Khá, 2 người tốt nghiệp loại trung bình và 3 người tốt nghiệp loại Giỏi cùng ứng tuyển vào công ty A. Thống kê cho thấy xác suất một người tốt nghiệp loại Giỏi, Khá, Trung bình được tuyển là 0,8; 0,7 và 0,5 ; Biết có đúng 1 người được tuyển, Tính xác suất người đó tốt nghiệp loại khá

Giải

Gọi A là biến cố có đúng 1 người trong số 10 người ứng tuyển vào công ty A là trúng tuyển

$$P(A) = C_5^1 \cdot 0,7 \cdot 0,3^4 \cdot 0,2^3 \cdot 0,5^2 + C_2^1 0,5^2 0,3^5 0,2^3 + C_3^1 0,8 \cdot 0,2^2 \cdot 0,3^5 \cdot 0,5^2$$

Gọi D là biến cố người tốt nghiệp loại khá trúng tuyển là

Xác suất cần tính là

$$P(D/A) = \frac{P(A \cdot D)}{P(A)} = \frac{C_5^1 \cdot 0,7 \cdot 0,3^4 \cdot 0,2^3 \cdot 0,5^2}{1,2474 \cdot 10^{-4}} = \frac{5}{11}$$

Câu 3 Nhà máy M sản xuất sản phẩm với xác suất không đạt chuẩn của mỗi sản phẩm 0,082. Kiểm tra ngẫu nhiên từng sản phẩm của nhà máy M cho đến khi được 3 sản phẩm không đạt chuẩn thì dừng . Gọi X là số sản phẩm cần kiểm tra. Tính E(X), V(X) và P(X=10)

Gọi X là số sản phẩm cần kiểm tra cho đến khi 3 sản phẩm không đạt chuẩn thì dừng

X có phân phối nhị thức âm với r=3 và p=0,082

Hàm xác suất của X có dạng $p_x(u) = C_{u-1}^2 0,082^3 (1 - 0,082)^{u-3}$

$$E(X) = \frac{r(1-p)}{p} = \frac{1377}{41} = 33,58536585$$

$$V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2} = 409,5776324$$

$$P(X = 10) = C_9^2 0,082^3 (1 - 0,082)^7 = 0,0109054308$$

Câu 4 Thời gian nhận cuộc gọi của khách hàng từ nhân viên tiếp thị của công ty S là biến ngẫu nhiên X(đơn vị Phút) có phân phối mũ với trung bình là 1/3 phút

a/Tính tỷ lệ cuộc gọi có thời gian từ 1 phút trở lên

b/Quan sát ngẫu nhiên 1000 cuộc gọi, tính xác suất có ít nhất 400 cuộc gọi có thời gian từ 1 phút trở lên

Giải

a/X có phân phối mũ với $\lambda = 3$

Tỷ lệ cuộc gọi có thời gian từ 1 phút trở lên là

$$P(X > 1) = e^{-3 \cdot 1} = \left(\frac{1}{e^3}\right)$$

b/Gọi Y là số cuộc gọi trong 1000 cuộc gọi có thời gian từ 1 phút trở lên

Y có phân phối nhị thức với $n=1000; p = e^{-3}$

Hàm xác suất của Y là: $p_y(u) = P(Y = u) = C_{1000}^u p^u (1 - p)^{(1000-u)}$

Xác suất có ít nhất 400 trong 1000 cuộc gọi có thời gian gọi từ 1 phút trở lên:

$$P(400 \leq Y \leq 1000) = 1 - \sum_{u=0}^{399} p_y(u)$$

vì n lớn nên ta xem Y có phân phối chuẩn với

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot e^{-3} = 49,78706837; \sigma^2 = n \cdot p(1 - p) = 47,30831619$$

$$Z = \frac{Y - \mu}{\sigma} = \frac{Y - 49,78706837}{6,878104113} \sim N(0,1)$$

Vậy xác suất cần tính là

$$\begin{aligned} P(400 \leq Y \leq 1000) &= \Phi\left(\frac{1000 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{400 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(138,1504141) - \Phi(50,91707335) = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

ĐỀ 5

Câu 1 Gieo 3 con xúc sắc. Tìm xác suất để có ít nhất một có số chấm chẵn ở mặt trên. Biết 3 con xúc sắc có số chấm ở mặt trên là khác nhau.

Gọi A là biến cố có ít nhất 1 con xúc sắc có số chấm chẵn ở mặt trên

Gọi B là biến cố số chấm ở 3 mặt là khác nhau

Ta có $|A.B|=3.3.2+3.2.3+1=37$

$$|B|=6.5.4=120$$

Xác suất có ít nhất 1 con xúc sắc có số chấm ở mặt trên biết số chấm ở mặt trên biết số chấm ở mặt trên của 3 con xúc sắc khác nhau là

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{AB}{B} = \frac{37}{120} = 0,308333333$$

Câu 2 Một người bán hàng có 3 nơi bán hàng thường đi với xác suất bán được hàng lần lượt là 0,6; 0,65 và 0,7. Người đó đi đến một trong 3 nơi và bán được hàng. Tính xác suất người đó bán được hàng ở chỗ thứ 3

Gọi A_i là biến cố người này bán được hàng ở nơi thứ i

Gọi B là biến cố bán được hàng

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$

$$P(B) = P(B/A_1).P(A_1) + P(B/A_2).P(A_2) + P(B/A_3).P(A_3) = \frac{1}{3}.0,6 + \frac{1}{3}.0,65 + \frac{1}{3}.0,7 = 0,65$$

Xác suất người này bán được hàng ở nơi thứ 3 là

$$P\left(\frac{A_3}{B}\right) = \frac{P(A_3B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}.0,7}{0,65} = \frac{14}{39}$$

Câu 3 Thời gian đi đến trường của sinh viên A là biến ngẫu nhiên X (đơn vị : Phút) có phân phối đều trên đoạn [7;11] tức là X có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{11-7}, & x \in [7; 11] \\ 0, & x \notin [7; 11] \end{cases}$$

Tính xác suất sinh viên A có thời gian đi đến trường vượt quá thời gian đi đến trường trung bình

Giải Vì X có phân phối đều trên đoạn [7;11] nên ta có

$$E(X) = \frac{7+11}{2} = 9 = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx$$

Xác suất để sinh viên A có thời gian đến trường vượt quá thời gian trung bình

$$P(X > 9) = \int_9^{\infty} f(x)dx = \int_9^{11} \frac{1}{4}dx = \frac{1}{2}$$

Câu 4 nhà máy M sản xuất một loại trục máy có đường kính là biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là 1,1 cm và độ lệch chuẩn là 0,01cm

a/ Tính tỷ lệ trục máy đạt chuẩn của nhà máy M, biết trục máy đạt chuẩn có chiều dài trục máy từ 1,08 đến 1,12

b/ Quan sát một trục máy có đường kính ít nhất là 1,1 cm; tính xác suất trục máy này đạt chuẩn

Giải

Gọi X là đường kính của trục máy do nhà máy M sản xuất.

X có phân phối chuẩn với $\mu = 1,1; \sigma = 0,01$ hay $X \sim N(1,1; 0,01^2)$

$$\text{Suy ra } Z = \frac{X - 1,1}{0,01} \sim N(0,1)$$

a/ Tỷ lệ sản phẩm đạt chuẩn của nhà máy M là:

$$\begin{aligned} P(1,08 \leq X < 1,12) &= \Phi\left(\frac{1,12 - 1,1}{0,01}\right) - \Phi\left(\frac{1,08 - 1,1}{0,01}\right) = \Phi(2) - \Phi(-2) \\ &= 0,97725 - 0,0222 = 0,9545 \end{aligned}$$

b/ Xác suất trục máy đạt chuẩn biết trục máy có đường kính ít nhất 1,1 cm là

$$P(1,08 < X < 1,12 / X > 1,1) = \frac{P(1,1 < X < 1,12)}{P(X > 1,1)} = \frac{\Phi\left(\frac{1,12 - 1,1}{0,01}\right) - \Phi\left(\frac{1,1 - 1,1}{0,01}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{1,1 - 1,1}{0,01}\right)} = \frac{\Phi(2) - \Phi(0)}{1 - \Phi(0)} = \frac{0,97725 - 0,5}{1 - 0,5} = 0,9545$$

ĐỀ 6

Câu 1 Có 9 học sinh trong đó có 2 học sinh A và B được sắp xếp ngồi vào 9 chỗ đã ghi số thứ tự trên một bàn dài. Tính xác suất để xếp 9 học sinh này vào bàn sao cho 2 học sinh A và B ngồi cách nhau đúng 3 người

Gọi A là số cách xếp 9 học sinh sao cho A và B cách nhau đúng 3 người

Ta có $|A| = C_7^3 \cdot 2 \cdot 5! \cdot 3! = 50400$

Số cách xếp chỗ cho 9 học sinh vào 1 bàn

$$|\Omega| = 9!$$

Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{A}{\Omega} = \frac{50400}{9!} = \frac{5}{36}$

Câu 2 Thống kê tại một cửa hàng tiện lợi cho thấy có 50% khách hàng đến mua đồ ăn và 35% khách hàng đến mua đồ uống. Trong số những người đến mua đồ ăn có 20% là mua đồ uống. Tính xác suất 1 khách hàng đến cửa hàng này mua ít nhất một nhóm mặt hàng đồ ăn thức uống

Gọi A là biến cố một khách đến cửa hàng và mua đồ ăn

Gọi B là biến cố một khách đến cửa hàng và mua đồ uống

Ta có $P(A) = 0,5; P(B) = 0,35; P\left(\frac{B}{A}\right) = 0,2$

Suy ra $P(A.B) = P(B/A).P(A) = 0,2.0,5 = 0,1$

Xác suất khách hàng đến cửa hàng và mua ít nhất một mặt hàng là

$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = 0,5 + 0,35 - 0,1 = 0,75$

Câu 3 Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do 3 nhà máy sản xuất. Nhà máy A cung cấp 60 chi tiết, Nhà máy B cung cấp 90 chi tiết và nhà máy C cung cấp 80 chi tiết. Xác suất mỗi chi tiết do nhà máy A, B, C sản xuất đạt chuẩn tương ứng là 95%, 98% và 92%. Kiểm tra ngẫu nhiên từ dây chuyền 1 chi tiết và được chi tiết không đạt chuẩn, tính chi tiết này do nhà máy A cũng cấp

Giải Gọi A, B, C là biến cố lấy được chi tiết do nhà máy A, B, C sản xuất

$$P(A) = \frac{60}{230}; P(B) = \frac{90}{230}; P(C) = \frac{80}{230}$$

Gọi E là biến cố chi tiết máy lấy ra không đạt chuẩn

$P(E/A) = 0,05; P(E/B) = 0,02; P(E/C) = 0,08$

theo công thức xác suất đầy đủ ta có

$P(E) = P(E/A).P(A) + P(E/B).P(B) + P(E/C).P(C) = 28/575$

Xác suất chi tiết do nhà máy A cũng cấp là

$$P\left(\frac{A}{E}\right) = \frac{P(A.E)}{P(E)} = \frac{P(E/A).P(A)}{P(E)} = 15/56$$

Câu 4 tuổi thọ X (Đơn vị : năm) của sản phẩm nhà máy H là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} k(12-x)^{-3}, & x \in [0; 10] \\ 0, & x \notin [0; 10] \end{cases}$$

a nhà máy H bảo hành sản phẩm trong 2 năm , tính tỷ lệ sản phẩm phải bảo hành của H

b lấy ngẫu nhiên 20 sản phẩm nhà máy H, Tính xác suất có ít nhất 15 sản phẩm có tuổi thọ trên 8 năm

Ta có Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ tương đương $\int_0^8 k(12-x)^{-3}dx = 1$

$$\int_0^8 k(12-x)^{-3}dx = 1 \Leftrightarrow k = \frac{288}{35}$$

a/ Tỷ lệ sản phẩm A phải bảo hành là

$$P(0 < X < 2) = \int_0^2 \frac{288}{35} (12-x)^{-3} = \frac{11}{875}$$

b/ Gọi Y là số sản phẩm trong 20 sản phẩm có tuổi thọ trên 8 năm

Y có phân phối nhị thức với n=20 và p=p0

$$\text{Với } p_0 = P(X > 8) = \int_8^{\infty} k(12-x)^{-3}dx = \frac{27}{35}$$

Xác suất có ít nhất 15 sản phẩm có tuổi thọ trên 8 năm trong 20 sản phẩm là

$$P(15 \leq X \leq 20) = \sum_{u=15}^{20} P_Y(u) = \sum_{u=15}^{20} C_{20}^u \left(\frac{27}{35}\right)^u \left(1 - \frac{27}{35}\right)^{20-u} = 0,7019616804$$