Môn học: Điện động lực học

Ôn tập chương 1 & 2

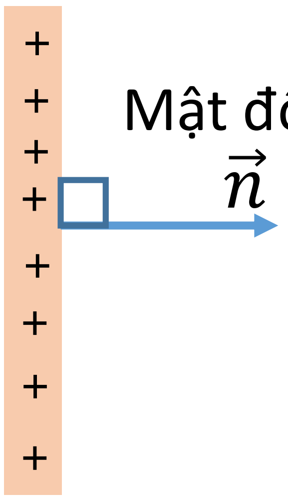
4 phương trình Maxwell

Physical Principle	*Integral Form*	*Vector Calculus Link*	*Differential (Local) Form*
Gauss's Law: inverse-square field of monopole	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{encl}}{\varepsilon_o}$	***Divergence Theorem*** $+\int \rho\, dV = q_{encl}$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$
Gauss's Law: magnetic monopoles do not exist	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$	***Divergence Theorem***	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
Faraday's Law: changing magnetic field induces electric field	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{A}$	***Stokes's Theorem***	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$
Ampére & Maxwell: magnetic field caused by current or changing E-field	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I_{encl} + \mu_o\varepsilon_o \frac{d}{dt}\int \vec{E}\cdot d\vec{A}$	***Stokes's Theorem*** $+\int \vec{J}\cdot d\vec{A} = I_{encl}$	$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_o\vec{J} + \mu_o\varepsilon_o\frac{d\vec{E}}{dt}$

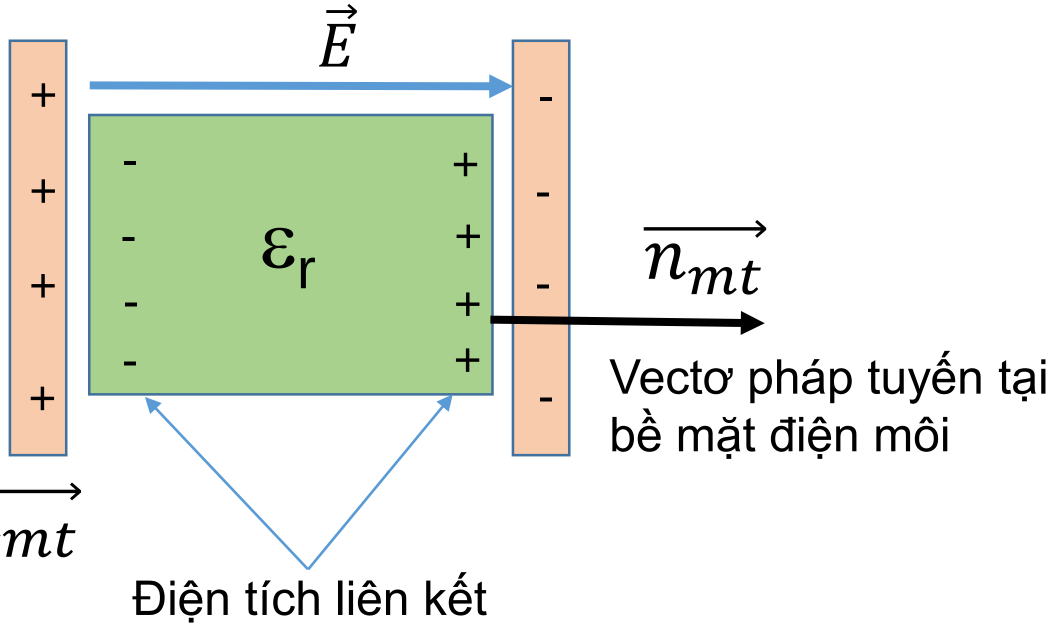
Liên hệ giữa điện trường và điện thế: $\vec{\mathrm{E}} = -\nabla \mathrm{V}$

Vectơ cảm ứng điện: $\vec{\mathrm{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon_e \vec{\mathrm{E}}$ Vectơ cường độ từ trường: $\vec{\mathrm{H}} = \mu_0 \mu_r \vec{\mathrm{B}}$

Vectơ phân cực điện môi: $\vec{\mathrm{P}_e} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{\mathrm{E}} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{\mathrm{E}}$



Mật độ điện tích mặt: $\sigma = \vec{D}.\vec{n}$



Mật độ điện tích liên kết: $\sigma' = \vec{P_e}.\overrightarrow{n_{mt}}$

Vectơ từ thế: $\vec{\mathrm{A}}$

Liên hệ giữa từ trường và vectơ từ thế: $\boxed{\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad \text{hay} \quad \oint \vec{A}.\vec{dl} = \oint \vec{B}.\overrightarrow{dS}}$

Viết công thức các toán tử grad, div, rot và laplace trong hệ tọa độ vuông góc, trụ và cầu

Cho điện thế V= $x^2 + 2y + z^2$ (V) trong chân không

a) Tính vector điện trường E tại điểm M(1;1;1)

$\vec{E} = -\nabla V$ Trong hệ tọa độ vuông góc, ta có: $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial V}{\partial y}\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial V}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$

$\longrightarrow$ $\nabla V = 2x\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_y} + 2z\overrightarrow{e_z}$ $\longrightarrow$ $\vec{E} = -2\left(x\overrightarrow{e_x} + \overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z}\right)$ V/m

Tại M (1;1;1) ta có: $\overrightarrow{E_M} = -2\left(\overrightarrow{e_x} + \overrightarrow{e_y} + \overrightarrow{e_z}\right)$ V/m

b) Tính mật độ điện tích khối tại điểm M(1;1;1)

$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\Rightarrow$ $\rho = \varepsilon_0.\nabla.\vec{E}$ Ta có: $\nabla.\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -2 + 0 - 2 = -4$

$\Rightarrow$ $\rho = -4\varepsilon_0 = -3{,}54.10^{-11}$ C/m^3

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 1 (thi giữa kỳ 2018)

Một điện tích điểm q = 10^{-10} C đặt tại tọa độ (**0**; **0,005**; **0,01**). Xác định tại điểm M(**0,012**; **0,008**; **0,014**):

a) Điện thế do q gây ra. Lấy V_∞ = 0.

b) Véc tơ cường độ điện trường $\vec{E}_{(\mathbf{0{,}012;\ 0{,}008;\ 0{,}014})}$.

c) Thành phần điện trường dọc theo trục Oz.

d) Thành phần điện trường vuông góc trục Oz.

a) Gọi r là khoảng cách từ điện tích q đến điểm M

$$r = \sqrt{\left(x_M - x_q\right)^2 + \left(y_M - y_q\right)^2 + \left(z_M - z_q\right)^2} = \sqrt{(0{,}012 - 0)^2 + (0{,}008 - 0{,}005)^2 + (0{,}014 - 0{,}01)^2}$$

$$= 0{,}013 \text{ m}$$

$$V = \frac{kq}{r} = \frac{9.10^9.10^{-10}}{0{,}013} = 69{,}23\ (\mathrm{V})$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 1 (thi giữa kỳ 2018)

b) Véc tơ cường độ điện trường $\vec{\mathbf{E}}_{(0{,}012;\,0{,}008;\,0{,}014)}$

Trên hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz, ta có:

$$\vec{r} = (x_M - x_q)\overrightarrow{e_x} + (y_M - y_q)\overrightarrow{e_y} + (z_M - z_q)\overrightarrow{e_z} = 0{,}012\overrightarrow{e_x} + 0{,}003\overrightarrow{e_y} + 0{,}004\overrightarrow{e_z}$$

Vectơ đơn vị theo phương r:

$$\overrightarrow{e_r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{0{,}012\overrightarrow{e_x} + 0{,}003\overrightarrow{e_y} + 0{,}004\overrightarrow{e_z}}{0{,}013} = \frac{12}{13}\overrightarrow{e_x} + \frac{3}{13}\overrightarrow{e_y} + \frac{4}{13}\overrightarrow{e_z}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\overrightarrow{e_r} = \frac{9.10^9.10^{-10}}{0{,}013^2}.\left(\frac{12}{13}\overrightarrow{e_x} + \frac{3}{13}\overrightarrow{e_y} + \frac{4}{13}\overrightarrow{e_z}\right) = 4915{,}8\overrightarrow{e_x} + 1228{,}9\overrightarrow{e_y} + 1638{,}6\overrightarrow{e_z}\ (\mathrm{V/m})$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 1 (thi giữa kỳ 2018)

c) Thành phần điện trường dọc theo trục Oz.

Ta có: $\vec{E} = 4915{,}8\overrightarrow{e_x} + 1228{,}9\overrightarrow{e_y} + 1638{,}6\overrightarrow{e_z}\ (V/m)$

$\Rightarrow$ Thành phần trên phương Oz là: $\overrightarrow{E_Z} = 1638{,}6\overrightarrow{e_z} \rightarrow \left|\overrightarrow{E_Z}\right| = E_z = 1638{,}6\ V/m$

d) Thành phần điện trường vuông góc trục Oz.

Trên phương vuông góc Oz thì $\overrightarrow{E_Z} = 0 \Rightarrow$ chỉ có thành phần $\overrightarrow{E_{xy}} = 4915{,}8\overrightarrow{e_x} + 1228{,}9\overrightarrow{e_y}$

$$\left|\overrightarrow{E_{xy}}\right| = E_{xy} = \sqrt{4915{,}8^2 + 1228{,}9^2} = 5067{,}1\ V/m$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 2 (thi giữa kỳ 2018 _HL)

Cho điện trường có biểu thức vectơ cường độ phụ thuộc theo các tọa độ là:

$$\vec{E}_{(xyz)} = \begin{cases} x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad \text{với} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \le 0{,}01 \text{ m} \\ \dfrac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.10^{-6} \quad \text{với} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ge 0{,}01 \text{ m} \end{cases}$$

Ở đó x, y, z tính ra mét; E tính ra V/m. Cho biết môi trường có $\varepsilon_r = 1$

a) Xác định độ lớn của cường độ điện trường tại hai điểm: M(0,05; 0; 0) và N(0; 0; 0,005)

$$r_M = 0{,}05 \text{ m} > 0{,}01 \text{ m} \rightarrow \overrightarrow{E_{(M)}} = \frac{x_M\vec{e}_x + y_M\vec{e}_y + z_M\vec{e}_z}{({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)^{3/2}}.10^{-6} = 4.10^{-4}\overrightarrow{e_x} \text{ (V/m)} \Rightarrow \left|\overrightarrow{E_M}\right| = 4.10^{-4} \text{ V/m}$$

$$r_N = 0{,}005 \text{ m} < 0{,}01 \text{ m} \rightarrow \overrightarrow{E_N} = x_N\vec{e}_x + y_N\vec{e}_y + z_N\vec{e}_z = 0{,}005\overrightarrow{e_z} \Rightarrow \left|\overrightarrow{E_N}\right| = 0{,}005 \text{ V/m}$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 2 (thi giữa kỳ 2018 _HL)

b) Xác định mật độ điện tích tại hai điểm M(0,05; 0; 0) và N(0; 0; 0,005)

Mối liên hệ giữa cường độ điện trường và mật độ điện tích:

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \Leftrightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

Tại M:

$$\overrightarrow{E_{(M)}} = \frac{x_M\vec{e}_x + y_M\vec{e}_y + z_M\vec{e}_z}{({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)^{3/2}}.10^{-6}$$

$$\Rightarrow \nabla.\vec{E} = \frac{3({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)^{3/2} - 3({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)^{1/2}}{({x_M}^2 + {y_M}^2 + {z_M}^2)^3} = 0 \quad \Rightarrow \rho_M = 0$$

Tại N:

$$\overrightarrow{E_N} = x_N\vec{e}_x + y_N\vec{e}_y + z_N\vec{e}_z \Rightarrow \nabla.\vec{E} = 3 \Rightarrow \rho_N = 3\varepsilon_0\varepsilon_r = 3\varepsilon_0$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 3: Một tụ điện cầu gồm hai bản tụ kim loại, bản tụ trong bán kính R_1 = 5 cm và điện thế là 0V, bản tụ ngoài bán kính R_2 = 6 cm và điện thế là 1000V. Giữa hai bản của tụ điện là điện môi đồng chất, đẳng hướng, có ε_r = 80.

a) Viết phương trình Laplace trong không gian chứa điện môi, dùng hệ tọa độ cầu.

Phương trình Laplace trong hệ tọa độ cầu (rθϕ): $$\Delta V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2} = 0$$

b) Viết biểu thức xác định sự phụ thuộc của điện thế $V_{(r\theta\phi)}$ theo các tọa độ trong điện môi.

Tụ điện cầu → điện thế chỉ phụ thuộc vào bán kính r $$\rightarrow \frac{\partial V}{\partial\theta} = \frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$$

Lấy tích phân 2 vế, ta có: $$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r^2}$$

Lấy tiếp tích phân, ta được: $$V = -\frac{A}{r} + B$$ (A, B = hằng số)

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 3: Một tụ điện cầu gồm hai bản tụ kim loai, bản tụ trong bán kính R_1 = 5 cm và điện thế là 0V, bản tụ ngoài bán kính R_2 = 6 cm và điện thế là 1000V. Giữa hai bản của tụ điện là điện môi đồng chất, đẳng hướng, có ε_r = 80.

b) Viết biểu thức xác định sự phụ thuộc của điện thế $V_{(r\theta\phi)}$ theo các tọa độ trong điện môi.

$$V = -\frac{A}{r} + B$$

Tại bản tụ trong R_1 = 5 cm; V_1 = 0V, ta có: $-\frac{A}{R_1} + B = 0 \rightarrow B = \frac{A}{R_1}$

Tại bản tụ ngoài R_2 = 6 cm; V_2 = 1000V, ta có: $V_2 = -\frac{A}{R_2} + \frac{A}{R_1} \Leftrightarrow A = V_2\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1} = 1000\frac{0,06.0,05}{0,06 - 0,05} = 300$

$$\Rightarrow B = \frac{300}{0,05} = 6000$$

Vậy: $V = -\frac{300}{r} + 6000\ (V)$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 3: Một tụ điện cầu gồm hai bản tụ kim loai, bản tụ trong bán kính R_1 = 5 cm và điện thế là 0V, bản tụ ngoài bán kính R_2 = 6 cm và điện thế là 1000V. Giữa hai bản của tụ điện là điện môi đồng chất, đẳng hướng, có ε_r = 80.

c) Xác định tại bản tụ trong bán kính R_1 = 5 cm mật độ điện tích phân bố trên bản tụ và mật độ điện tích liên kết trên bề mặt điện môi.

Liên hệ giữa điện trường và điện thế trong tọa độ cầu: $\vec{E} = -\nabla V \quad \rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\overrightarrow{e_\varphi}\right)$

Do V chỉ phụ thuộc r $\Rightarrow$ $\vec{E} = -\frac{dV}{dr}\overrightarrow{e_r} = -\frac{300}{r^2}\overrightarrow{e_r} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = -\frac{300.80}{r^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r} = -\frac{24000}{r^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r}$

Mật độ điện tích phân bố trên bản tụ trong: $\sigma = \vec{D}.\vec{n} = -\frac{24000}{{R_1}^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r}.\vec{n} = -\frac{24000}{0{,}05^2}.8{,}85.10^{-12} = -8{,}5.10^{-5}\ C/m^2$

Vectơ phân cực điện môi: $\overrightarrow{p_e} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = -\frac{300.79}{r^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r} = -\frac{23700}{r^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r}$

Mật độ điện tích liên kết trên bản tụ trong: $\sigma' = \overrightarrow{p_e}.\overrightarrow{n_{mt}} = -\frac{23700}{{R_1}^2}\varepsilon_0\overrightarrow{e_r}.\overrightarrow{n_{mt}} = \frac{23700}{0{,}05^2}.8{,}85.10^{-12} = 8{,}39.10^{-5}\ C/m^2$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 4 (thi giữa kỳ 2020): Một tụ điện phẳng gồm hai bản kim loại phẳng rất rộng (P_1) đặt tại x = 0, có điện thế 0 V và (P_2) đặt tại x = d, có điện thế 200 V, đặt song song đối diện nhau, cùng vuông góc với trục Ox. Khoảng không gian giữa hai bản được lấp đầy điện môi đồng chất, đẳng hướng, có hằng số điện môi ε_r = 2.

a) Viết phương trình Laplace đối với trường tĩnh điện giữa hai bản tụ.

Phương trình Laplace trong hệ tọa độ vuông góc (Oxyz): $\Delta V = \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = 0$

Dễ thấy rằng trong trường hợp này, điện thế V chỉ phụ thuộc vào tọa độ x $\Rightarrow$ $\Delta V = \frac{d^2 V}{dx^2} = 0$

b) Xác định biểu thức điện thế $V_{(xyz)}$

$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0$ $\Rightarrow$ Lấy tích phân 2 vế ta được: $\frac{dV}{dx} = A \rightarrow V = Ax + B$ (A, B = hằng số)

Trên bản tụ (P_1) có x = 0 và V = 0 $\Rightarrow$ B = 0 $\Rightarrow$ V = Ax

Trên bản tụ (P_2) có x = d và V = 200 $\Rightarrow$ $A = \frac{200}{d} \Rightarrow V = \frac{200}{d}x$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 4 (thi giữa kỳ 2020): Một tụ điện phẳng gồm hai bản kim loại phẳng rất rộng (P_1) đặt tại x = 0, có điện thế 0 V và (P_2) đặt tại x = d, có điện thế 200 V, đặt song song đối diện nhau, cùng vuông góc với trục Ox. Khoảng không gian giữa hai bản được lấp đầy điện môi đồng chất, đẳng hướng, có hằng số điện môi ε_r = 2.

c) Viết biểu thức cường độ điện trường $\vec{E}_{(xyz)}$

Ta có: $V = \frac{200}{d}x$ lại có: $\vec{E} = -\nabla V \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{e_x} = -\frac{200}{d}\vec{e_x}\ (V/m)$

d) Viết biểu thức véctơ điện cảm $\vec{D}_{(xyz)}$ và biểu thức véctơ cảm ứng điện $\vec{P}_{e\,(xyz)}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = -\frac{200.2}{d}.\varepsilon_0\vec{e_x} = -\frac{400}{d}\varepsilon_0\vec{e_x}\ \ (C/m^2)$$

$$\vec{P_e} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = -\frac{200}{d}\varepsilon_0\vec{e_x}\ \ (C/m^2)$$

e) Xác định các mật độ điện tích liên kết mặt trên các mặt phân giới của điện môi với hai bản tụ (P_1) và (P_2)

(P_1): $\sigma_1{}' = \vec{P_e}.\vec{n_1} = -\frac{200}{d}\varepsilon_0\ \ (C/m^2)$

(P_2): $\sigma_2{}' = \vec{P_e}.\vec{n_2} = \frac{200}{d}\varepsilon_0\ \ (C/m^2)$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 5:

Trong hệ tọa độ trụ, cho điện thế trường tĩnh điện thỏa $V_{(\rho\varphi z)} = 10^5(\rho^2 + z^2)$ (V). Ở đó, $\sqrt{\rho^2 + z^2} \leq 0{,}1$ m. Các tọa độ tính ra đơn vị trong hệ SI.

a. Xác định điện thế tại gốc tọa độ.

b. Xác định độ lớn của các thành phần cường độ điện trường E_ρ, E_φ, E_z tại điểm $M_{(0,03;\ \pi/2;\ 0,04)}$.

c. Xác định mật độ điện tích khối tại điểm $N_{(0,01;\ 2;\ 0,03)}$.

d. Xác định hiệu điện thế giữa bề mặt khối cầu bán kính 0,1 m so với gốc tọa độ.

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 5: Trong hệ tọa độ trụ, cho điện thế trường tĩnh điện thỏa $V_{(\rho\varphi z)} = 10^5(\rho^2 + z^2)$ (V). Ở đó, $\sqrt{\rho^2 + z^2} \leq 0{,}1$ m. Các tọa độ tính ra đơn vị trong hệ SI.

a. Xác định điện thế tại gốc tọa độ

Tại gốc tọa độ (0;0;0) ta có : $V = 10^5(0^2 + 0^2) = 0\ (V)$

b. Xác định độ lớn của các thành phần cường độ điện trường E_ρ, E_φ, E_z tại điểm $M_{(0,03;\ \pi/2;\ 0,04)}$.

$\vec{E} = -\nabla V$ Trong tọa độ trụ, ta có: $\nabla V = \dfrac{\partial V}{\partial \rho}\overrightarrow{e_\rho} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi}\overrightarrow{e_\varphi} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\overrightarrow{e_z} = 2.10^5\rho\overrightarrow{e_\rho} + 2.10^5 z\overrightarrow{e_z}$

$$\Rightarrow \vec{E} = -2.10^5\rho.\overrightarrow{e_\rho} - 2.10^5 z\overrightarrow{e_z} \quad (V/m)$$

Tại M (0,03; π/2; 0,04): $E_\rho = -2.10^5.0{,}03 = -6000\ V/m$ $\qquad E_\varphi = 0$

$$E_z = -2.10^5.0{,}04 = -8000\ V/m$$

Phần 1: Trường tĩnh điện

Bài 5: Trong hệ tọa độ trụ, cho điện thế trường tĩnh điện thỏa $V_{(\rho\varphi z)} = 10^5(\rho^2 + z^2)$ (V). Ở đó, $\sqrt{\rho^2 + z^2} \leq 0{,}1$ m. Các tọa độ tính ra đơn vị trong hệ SI.

c. Xác định mật độ điện tích khối tại điểm $N_{(0{,}01;\ 2;\ 0{,}03)}$

$\nabla.\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \rho = \varepsilon_0.\nabla.\vec{E}$ Trong tọa độ trụ, ta có: $\nabla.\vec{E} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial(\rho E_\rho)}{\partial \rho} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial E_z}{\partial z}$

$$\Rightarrow \nabla.\vec{E} = \frac{1}{\rho}(-2.10^5\rho) + 0 - 2.10^5 = -4.10^5 \quad \Rightarrow \rho = -4.10^5\varepsilon_0 = -3{,}54.10^{-6}\ \mathrm{C/m^3}$$

d. Xác định hiệu điện thế giữa bề mặt khối cầu bán kính 0,1 m với gốc tọa độ

Bán kính mặt cầu $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ $\Rightarrow$ Tại r = 0,1 m thì $r^2 = \rho^2 + z^2 = 0{,}1^2 = 0{,}01$

$$V_{(r)} = 10^5.0{,}01 = 1000\ (\mathrm{V}) \qquad U = V_{(r)} - V_0 = 1000 - 0 = 1000\ (\mathrm{V})$$

Phần 2: Trường từ dừng

Bài 1 (giữa kỳ 2018): Véc tơ cảm ứng từ trong không gian tuân theo qui luật:

$$\vec{B}_{(\rho\varphi z)} = \begin{cases} A\rho\vec{e}_\varphi & \text{với } \rho \le a \\ \dfrac{A.a^2\vec{e}_\varphi}{\rho} & \text{với } \rho \ge a \end{cases}$$

Ở đó A là hằng số dương, a là giá trị dương cho trước, ρ là tọa độ bán kính trục. Tính:

a) Mật độ dòng điện tại vị trí cách Oz một khoảng a/2

$\rho = \dfrac{a}{2} < a \quad \rightarrow \quad \vec{B} = A\rho\vec{e}_\varphi$ mà lại có $\nabla \times \vec{B} = \mu\mu_0\vec{j}$ với $\vec{j}$ là mật độ dòng điện

Hệ tọa độ trụ ⇒ $\nabla \times \vec{B} = \dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial B_z}{\partial\varphi} - \dfrac{\partial \rho B_\varphi}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_\rho} + \left(\dfrac{\partial B_\rho}{\partial z} - \dfrac{\partial B_z}{\partial \rho}\right)\overrightarrow{e_\varphi} + \dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \rho B_\varphi}{\partial \rho} - \dfrac{\partial B_\rho}{\partial\varphi}\right)\overrightarrow{e_z}$

Do B chỉ có thành phần B_ϕ ⇒ $\nabla \times \vec{B} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial B_\varphi}{\partial z}\overrightarrow{e_\rho} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho B_\varphi}{\partial \rho}\overrightarrow{e_z} = 0 + \dfrac{1}{\rho}2A\rho\overrightarrow{e_z} = 2A\overrightarrow{e_z}$

$$\Rightarrow \vec{j} = \frac{\nabla \times \vec{B}}{\mu\mu_0} = \frac{2A}{\mu\mu_0}\overrightarrow{e_z}$$

Phần 2: Trường từ dừng

Bài 1 (giữa kỳ 2018): Véc tơ cảm ứng từ trong không gian tuân theo qui luật:

$$\vec{B}_{(\rho\varphi z)} = \begin{cases} A\rho\vec{e}_\varphi \quad với\ \rho \ \leq a \\ \\ \dfrac{A.a^2\vec{e}_\varphi}{\rho} \quad với\ \rho \ \geq a \end{cases}$$

b) Mật độ dòng điện tại vị trí cách Oz một khoảng 3a/2

$$\rho = \frac{3a}{2} > a \quad \rightarrow \quad \vec{B} = \frac{Aa^2}{\rho}\vec{e}_\varphi$$

Tương tự như câu a) ta có: $\nabla \times \vec{B} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\overrightarrow{e_\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho B_\varphi}{\partial \rho}\overrightarrow{e_z} = 0$

$$\vec{j} = 0$$

c) Lưu số của véc tơ cường độ từ trường $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}_{(\rho\varphi z)}$ trên đường tròn có trục Oz, bán kính a/2

$$\rho = \frac{a}{2} \quad \rightarrow \quad \vec{j} = \frac{2A}{\mu\mu_0}\overrightarrow{e_z} \quad \rightarrow \quad |\vec{j}| = j = \frac{2A}{\mu\mu_0}$$ không đổi

Lưu số $$L = \oint_C \vec{H}.d\vec{l} = \oint_S \vec{j}.d\vec{S} = j.S = j.\pi.\rho^2 = \frac{2A}{\mu\mu_0}.\pi.\frac{a^2}{4} = \frac{\pi A a^2}{2\mu\mu_0}\ (A)$$

Phần 2: Trường từ dừng

Bài 2: Trong môi trường chân không, một từ trường với vecto cảm ứng từ $\vec{B}$ trong mặt trụ trục Oz, bán kính 0,2 m thỏa hệ thức: $\vec{\mathbf{B}}_{(\rho\varphi z)} = 10^{-4}\rho\vec{\mathbf{e}}_{\varphi}$ (T), ở đó $\rho \leq 0{,}2\ m$.

a) Xác định độ lớn cảm ứng từ tại điểm cách trục Oz một khoảng 0,1 m.

b) Xác định vecto mật độ dòng điện tại điểm cách trục Oz một khoảng 0,15 m.

c) Tính lưu số của vecto cảm ứng từ $\oint \vec{\mathbf{B}}_{(\rho\varphi z)}\mathbf{d}\vec{\mathbf{l}}$ trên đường tròn có trục hình học là Oz và có bán kính $\rho = 0{,}1$ m.

d) Xác định vecto từ thế $\vec{\mathbf{A}}$ tại vị trí cách trục Oz một khoảng $\rho \leq 0{,}2$ m.

Bài 2: Trong môi trường chân không, một từ trường với vecto cảm ứng từ $\vec{B}$ trong mặt trụ trục Oz, bán kính 0,2 m thỏa hệ thức: $\vec{\mathbf{B}}_{(\rho\varphi z)} = 10^{-4}\rho\vec{\mathbf{e}}_{\varphi}$ (T), ở đó $\rho \leq 0{,}2\ m$.

a) Xác định độ lớn cảm ứng từ tại điểm cách trục Oz một khoảng 0,1 m

$$\left|\vec{B}\right| = 10^{-4}\rho = 10^{-4}.0{,}1 = 10^{-3}\ (T)$$

b) Xác định vecto mật độ dòng điện tại điểm cách trục Oz một khoảng 0,15 m.

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0\vec{J}$ Trong tọa độ trụ, ta có: $\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial \rho B_\varphi}{\partial z}\right)\vec{e_\rho} + \left(\frac{\partial B_\rho}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial \rho}\right)\vec{e_\varphi} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho B_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial B_\rho}{\partial \varphi}\right)\vec{e_z}$

Ta thấy $\vec{B}_{(\rho\varphi z)} = 10^{-4}\rho\vec{e}_\varphi$ $\Rightarrow$ Từ trường B chỉ có thành phần B_φ. Các thành phần B_ρ, B_z bằng 0

Mặt khác, ta thấy B_φ chỉ phụ thuộc vào ρ $\Rightarrow$ đạo hàm của B_φ theo các biến φ và z bằng 0

$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho B_\varphi}{\partial \rho}\vec{e_z} = \frac{1}{\rho}.2.10^{-4}\rho = 2.10^{-4}\vec{e_z}$ $\Rightarrow \vec{J} = \frac{\nabla \times \vec{B}}{\mu_0} = \frac{2.10^{-4}}{\mu_0}\vec{e_z}\ (A/m^2)$

Bài 2: Trong môi trường chân không, một từ trường với vecto cảm ứng từ $\vec{B}$ trong mặt trụ trục Oz, bán kính 0,2 m thỏa hệ thức: $\vec{\mathbf{B}}_{(\rho\varphi z)} = 10^{-4}\rho\vec{\mathbf{e}}_{\varphi}$ (T), ở đó $\rho \leq 0{,}2\ m$.

c) Tính lưu số của vectơ cảm ứng từ $\oint \vec{\mathbf{B}}_{(\rho\varphi z)}\mathbf{d}\vec{\mathbf{l}}$ trên đường tròn có trục hình học là Oz và có bán kính ρ = 0,1 m

$$L = \oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \oint_S \vec{j}.d\vec{S} = \mu_0 j.S = \mu_0 j.\pi.\rho^2 = 2.10^{-4}.\pi.0{,}1^2 = 2\pi.10^{-6}(A)$$

d) Xác định vectơ từ thế $\vec{\mathbf{A}}$ tại vị trí cách trục Oz một khoảng ρ ≤ 0,2 m

Ta có: $$\oint \vec{A}.\overrightarrow{dl} = \oint \vec{B}.\overrightarrow{dS} \Rightarrow A.l = B.S \Rightarrow A = \frac{B.S}{l} = \frac{10^{-4}\rho.\pi.\rho^2}{2\pi\rho} = 5.10^{-5}\rho^2$$

$\vec{B}$ có chiều của $\overrightarrow{e_\varphi}$ (chiều vòng tròn) $\Rightarrow$ theo quy tắc nắm tay phải, $\vec{A}$ phải có chiều của $\overrightarrow{e_z}$ (chiều thẳng đứng)

$$\Longrightarrow \quad \vec{A} = 5.10^{-5}\rho^2\overrightarrow{e_z}$$