TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ 1 – Năm học 2024-2025

ĐỀ 2

Câu 1. Cho $f: (-2,2) \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in (-2,1), x \neq 0, \\ 2, & x = 0, \\ 1-(1-x)^2, & x \in [1,2). \end{cases}$$

a/ Tính $f'(x)$ và $f''(x)$.

b/ Tìm cực trị của hàm f.

c/ Tìm điểm uốn của đồ thị hàm f.

d/ Tìm $f((-2,2))$, từ đó tính $min\, f((-2,2))$, $max\, f((-2,2))$, $sup\, f((-2,2))$, $inf\, f((-2,2))$.

Câu 2. Dùng định lý giá trị trung bình Cauchy, hãy chứng minh rằng

$$min\{a,b\} < \frac{(b-1)e^b-(a-1)e^a}{e^b-e^a} < max\{a,b\}, \qquad \forall a,b \in \mathbb{R}, \qquad a \neq b.$$

Câu 3.

a/ Cho

$$F(t) = \int_0^{+\infty} (x-1)\, e^{-tx} dx, \qquad t > 0.$$

Tính

(i) $F(t),\ t > 0$;

(ii) $\lim\limits_{t \to +\infty} tF(t)$.

b/ Tính tích phân suy rộng

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[7]{1-x}}$$

Câu 4. Cho $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ liên tục trên $[0,1]$. Đặt $M = \max\limits_{0 \le x \le 1} |f(x)|$ và

$$y_n = \left(\int_0^1 |f(x)|^n dx\right)^{1/n}, \qquad n \in \mathbb{N}.$$

Chứng minh rằng

a/ $y_n \le M,\ \forall n \in \mathbb{N}$.

b/ $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}: \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow y_n > M - \varepsilon$.

c/ Từ a/ và b/ hãy chứng tỏ rằng $\lim\limits_{n \to +\infty} y_n = M$.

(HẾT ĐỀ 2)

(Đề thi gồm 2 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: .... Chữ ký: ....

Họ tên người duyệt đề: .... Chữ ký: ....

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ 1 – Năm học 2024-2025

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK2425-1
MTH00011

Tên học phần: Vi tích phân 1A	Mã HP: MTH00011
Thời gian làm bài: 90 phút	Ngày thi: 13/01/2025

Ghi chú: - *Sinh viên được phép sử dụng tài liệu cá nhân (dạng giấy) có ghi họ tên khi làm bài.*
- *Sinh viên chỉ được làm một trong hai đề, ngược lại thì không tính điểm, ĐỀ 2 ở trang sau*

Họ tên sinh viên: .... **MSSV:** …………… **STT:** …..

ĐỀ 1

(Lớp TTH1, CNTN)

Câu 1 Cho f là hàm số thực có đạo hàm cấp một tại mọi điểm thuộc khoảng (a,b) và xét c thuộc (a,b) sao cho có dãy số $(c_n)_{n\in\mathbb{N}} \to c$, và $c_n \in (a,b)\backslash\{c\}, \forall n \in \mathbb{N}$. Giả sử $f(c_n) = f(c), \forall n \in \mathbb{N}$.

a. Chứng minh rằng $f'(c) = 0$.

b. Hãy chứng minh có số thực dương δ sao cho

$$|f(x) - f(c)| < \frac{|x-c|}{2024}, \forall x \in (a,b): |x - c| < \delta.$$

Câu 2. Cho hàm số thực được định nghĩa như sau

$$f(x) = \int_0^x cos(t^{2024} + t^{2023} + \cdots + 1)\, dt\, , x \geq 0$$

a. Hãy chứng minh rằng $|f'(x)| \leq 1, \forall x \geq 0$.

b. Chứng minh rằng hàm f liên tục đều trên nửa khoảng vô hạn $[0,+\infty)$.

Câu 3.

a. Cho f là hàm một biến thực có miền xác định là $[a,b]$. Giả sử $f([a,b])$ bị chặn.

Gọi $U(f,P), L(f,P)$ lần lượt là tổng Darboux trên và dưới của f tương ứng với phân hoạch P của [a,b]. Giả sử: *với tùy ý $n \in \mathbb{N}$, ta luôn có một phân hoạch $P(n)$ của đoạn [a,b] sao cho $U(f,P(n)) < 2024 + \frac{1}{2024n}$; $L(f,P(n)) > 2024 - \frac{1}{2024n}$*

Chứng minh rằng hàm số *f(x)* khả tích Darboux-Riemann trên $[a,b]$ và $\int_a^b \boldsymbol{f(x)dx} =$ **2024**

b. Hãy khảo sát sự hội tụ hay phân kỳ của tích phân sau:

$$\int_1^{+\infty} \frac{2024+sin^2(2024x)}{\sqrt{x+2024}}\, dx.$$

(HẾT ĐỀ 1, sang trang xem ĐỀ 2)

(Đề thi gồm 2 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: .... Chữ ký: .... [Trang 1/2]

Họ tên người duyệt đề: .... Chữ ký:...................