Chương 7
Phương sai thay đổi

I. Bản chất và nguyên nhân phương sai thay đổi

<u>Bản chất</u> : Phương sai có điều kiện của U_i không giống nhau ở mọi quan sát.

$$Var(U_i) = \sigma_i^2 \quad (i=1,2,\ldots,n)$$

<u>Nguyên nhân</u> :

- Do bản chất của các mối quan hệ trong kinh tế chứa đựng hiện tượng này.

- Do kỹ thuật thu thập số liệu được cải tiến, sai lầm phạm phải càng ít hơn.
- Do con người học được hành vi trong quá khứ.
- Do trong mẫu có các giá trị bất thường (hoặc rất lớn hoặc rất nhỏ so với các giá trị khác).

Hiện tượng phương sai không đồng đều thường gặp đối với số liệu chéo.

II. Hậu quả của phương sai thay đổi

1. Các ước lượng OLS vẫn là các ước lượng tuyến tính, không chệch nhưng không còn hiệu quả nữa.
2. Ước lượng phương sai của các ước lượng OLS bị chệch nên các kiểm định t và F không còn đáng tin cậy nữa.
3. Kết quả dự báo không hiệu quả khi sử dụng các ước lượng OLS.

Giải thích

1. Xét mô hình $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

   với $Var(U_i) = \sigma_i^2 = \omega_i^2 \sigma^2$ (i=1,2,…,n)

   - Dùng p² OLS cho (1), ta có ước lượng của β_2 là

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

$\hat{\beta}_2$ vẫn là ước lượng tuyến tính, không chệch của β_2 (do khi chứng minh tính không chệch của các ước lượng , không sử dụng giả thiết phương sai thuần nhất).

- Mặt khác, nếu chia 2 vế của (1) cho ω_i:

$$\left(\frac{Y_i}{\omega_i}\right) = \beta_1\left(\frac{1}{\omega_i}\right) + \beta_2\left(\frac{X_i}{\omega_i}\right) + \left(\frac{U_i}{\omega_i}\right)$$

Hay $$Y_i^* = \beta_1 X_i^0 + \beta_2 X_i^* + U_i^* \qquad (2)$$

Ta có :

$$Var(U_i^*) = Var\left(\frac{U_i}{\omega_i}\right) = \frac{1}{\omega_i^2} Var(U_i) = \frac{1}{\omega_i^2}\omega_i^2\sigma^2 = \sigma^2 \quad \forall i$$

Nên (2) thỏa các giả thiết của mô hình hồI qui tuyến tính cổ điển.

Do đó, nếu dùng p^2 OLS cho (2), ta sẽ thu được $\hat{\beta}_2^*$ là ước lượng tuyến tính, không chệch, có phương sai bé nhất của β_2 (Theo định lý Gauss-Markov). Vì vậy phương sai của $\hat{\beta}_2$ không còn bé nhất nữa nên $\hat{\beta}_2$ không còn là ước lượng hiệu quả nữa.

2. Với mô hình (1), khi có phương sai thay đổi thì có thể chứng minh được :

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{\left(\sum x_i^2\right)^2}$$

Tuy nhiên, nếu vẫn dùng ước lượng của phương sai theo công thức

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_2) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2}$$

như của mô hình có phương sai thuần nhất thì rõ ràng đây là ước lượng chệch của $Var(\hat{\beta}_2)$.

III. Cách phát hiện phương sai thay đổi

1. Phương pháp đồ thị

Xét mô hình : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

- Hồi qui (1) → thu được các phần dư e_i.
- Vẽ đồ thị phân tán của e theo X.
- Nếu độ rộng của biểu đồ rải tăng hoặc giảm khi X tăng thì mô hình (1) có thể có hiện tượng phương sai thay đổi.

* <u>Chú ý</u> : Với mô hình hồi qui bội, cần vẽ đồ thị phần dư theo từng biến độc lập hoặc theo $\hat{Y}$.

2. Kiểm định Park

Ý tưởng : Park cho rằng σ_i^2 là một hàm của X có dạng :

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\alpha} e^{v_i}$$

Do đó : $\ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \alpha \ln X_i + v_i$

Vì σ_i^2 chưa biết nên để ước lượng hàm trên Park đề nghị sử dụng e_i^2 thay cho σ_i^2

Các bước kiểm định Park :

- Ước lượng mô hình hồI qui gốc (1), thu lấy phần dư e_i → tính e_i^2
- Ước lượng mô hình

$$\ln e_i^2 = \alpha_0 + \alpha \ln X_i + v_i$$

* Chú ý : Nếu mô hình gốc có nhiều biến độc lập thì hồi qui $\ln e_i^2$ theo từng biến độc lập hoặc theo $\hat{Y}_i$

- Kiểm định giả thiết $H_0 : \alpha = 0$

Nếu chấp nhận H_0 → mô hình gốc (1) có phương sai không đổi

3. Kiểm định Glejser

Tương tự kiểm định Park, tuy nhiên sau khi thu các phần dư từ mô hình hồi qui gốc, Glejser sử dụng các dạng hàm sau

$$|e_i| = \beta_1 + \beta_2 X_i + v_i \qquad |e_i| = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \beta_1 + \beta_2 \sqrt{X_i} + v_i \qquad |e_i| = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + v_i$$

Nếu chấp nhận $H_0 : \beta_2 = 0$ → mô hình gốc (1) có phương sai không đổi.

4. Kiểm định White

Xét mô hình : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i$

<u>Bước 1</u> : Ước lượng mô hình gốc, thu e_i

<u>Bước 2</u> : Hồi qui mô hình phụ sau, thu hệ số xác định của hồi qui phụ R^2_{aux} :

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + V_i$$

<u>Bước 3</u> : Kiểm định H_0 : Phương sai không đổi.

Nếu $nR^2_{aux} > \chi^2_{\alpha}(p)$ → bác bỏ H_0.

Với p là số hệ số trong mô hình hồi qui phụ không kể hệ số tự do (tung độ gốc).

5. Biện pháp khắc phục

(Xem giáo trình)