BÀI 2B: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG RỜI RẠC THỜI GIAN TRONG MIỀN TẦN SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong bài thực hành trước, các tính chất trong miền thời gian của tín hiệu và hệ thống rời rạc thời gian đã được khảo sát. Tuy nhiên, nhiều tính chất quan trọng của tín hiệu và hệ thống rời rạc thời gian chỉ được thể hiện khi biểu diễn chúng trong miền tần số.

A. Tín hiệu rời rạc thời gian trong miền tần số

1. Biến đổi Fourier rời rạc thời gian (DTFT)

Biến đổi Fourier rời rạc thời gian của tín hiệu x[n] và biến đổi ngược của nó được định nghĩa bởi phương trình 1 và 2:

$$\mathrm{X}[\Omega] = DTFT(x[n]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\left(e^{-j\Omega n}\right) \qquad (1)$$

$$x[n] = IDTFT(\mathrm{X}[\Omega]) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{X}[\Omega]e^{j\Omega n}\, d\Omega \qquad (2)$$

X[Ω] có thể được biểu diễn dưới dạng biên độ và pha như ở phương trình 3

$$\mathrm{X}[\Omega] = |\mathrm{X}[\Omega]|.e^{j.\arg(\mathrm{X}[\Omega])} \qquad (3)$$

Khi đó, |X[Ω]| được gọi là phổ biên độ và arg(X[Ω]) được gọi là phổ pha của tín hiệu x[n].

Biến đổi Fourier rời rạc thời gian có những tính chất sau:

a. X[Ω] là hàm số liên tục và tuần hoàn theo Ω. Chu kì tuần hoàn của nó là 2π.

b. Với tín hiệu x[n] thực, phổ biên độ của nó sẽ đối xứng chẵn và phổ pha của nó sẽ đối xứng lẻ

c. Dịch chuyển thời gian

$$G[\Omega] = DTFT(g[n]) \Rightarrow e^{-j\Omega n_0}\, G[\Omega] = DTFT(g[n-n_0]) \qquad (4)$$

d. Dịch chuyển tần số

$$G[\Omega] = DTFT(g[n]) \Rightarrow G[\Omega - \Omega_0] = DTFT(e^{j\Omega_0 n}g[n]) \qquad (5)$$

e. Nhân chập

$$G[\Omega] = DTFT(g[n]),\ H(\Omega) = DTFT(h[n]) \Rightarrow G[\Omega]H(\Omega) = DTFT(g[n]*h[n]) \qquad (6)$$

2. Biến đổi Fourier rời rạc (DFT)

Biến đổi Fourier rời rạc N điểm của tín hiệu x[n] và biến đổi ngược của nó được định nghĩa trong phương trình 7 và 8

$X[k] = DFT(x[n]) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{kn}$, k = 0, 1, …, N-1 (7)

$x[n] = IDFT(X[k]) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X[k]W_N^{-kn}$, n = 0, 1, …, N-1 (8)

Trong đó $W_N^{kn} = e^{\frac{-j2\pi kn}{N}}$

Nhân chập vòng tròn của hai tín hiệu g[n] và h[n] cùng chiều dài N được định nghĩa là:

y[n] =g[n] Ⓝ h[n] = $\sum_{m=0}^{N-1} g[m]h[< n - m >_N]$ (9)

Trong đó, $<n>_N$ = n modulo N.

Biến đổi Fourier rời rạc có những tính chất sau:

a. X(k) và x(n) là dãy số rời rạc tuần hoàn, chu kì tuần hoàn là N

b. Dịch chuyển thời gian

G[k] = DFT(g[n]) => $W_N^{kn_0}$G[k] = DFT(g[$<n-n_0>_N$]) (10)

c. Dịch chuyển tần số

G[k] = DFT(g[n]) => G[$<k - k_0>_N$] = DFT($W_N^{-k_0 n}$g[n]) (11)

d. Nhân chập

G[k] = DFT(g[n]), H(k) = DFT(h[n]) => G[k]H(k) = DFT(g[n] Ⓝ h[n]) (12)

B. Hệ thống rời rạc thời gian trong miền tần số

Trong miền thời gian, một hệ thống tuyến tính bất biến thời gian (LTI) hoàn toàn được đặc trưng bởi đáp ứng xung của nó: tín hiệu ngõ ra của hệ thống bằng tổng nhân chập của tín hiệu ngõ vào và đáp ứng xung. Bằng cách áp dụng biến đổi Fourier rời rạc thời gian (DTFT), hệ thống LTI có thể được đặc trưng trong miền tần số.

Nếu h[n] là đáp ứng xung của hệ thống LTI trong miền thời gian thì khi đó H(Ω) = DTFT(h[n]) chính là đáp ứng tần số của hệ thống

$H[\Omega] = DTFT(h[n]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]\left(e^{-j\Omega n}\right)$ (13)

Đối với hệ thống LTI được miêu tả bởi phương trình tính hiệu vào ra

$\sum_{k=0}^{N}(a_k y[n-k]) = \sum_{k=0}^{M}(b_k x[n-k])$ (14)

Đáp ứng tần số của hệ thống có thể được viết theo dạng

$$H(\Omega) = \frac{\sum_{k=0}^{M} p_k\, e^{-j\Omega k}}{\sum_{k=0}^{N} d_k\, e^{-j\Omega k}} \qquad (15)$$

H(Ω) có thể được biểu diễn dưới dạng biên độ và pha như ở phương trình 16

$$H(\Omega) = |H(\Omega)|.e^{j.\arg(H(\Omega))} \qquad (16)$$

Khi đó, |H(Ω)| được gọi là đáp ứng biên độ và arg(H(Ω)) được gọi là đáp ứng pha của hệ thống. Đáp ứng biên độ có thể được biểu diễn theo dB như ở phương trình 17

$$|H(\Omega)|_{dB} = 20\log_{10}|H(\Omega)| \text{ (dB)} \qquad (17)$$

Tín hiệu ngõ ra y(n) là kết quả của nhân chập tín hiệu ngõ vào x(n) và đáp ứng xung h(n): y(n) = x(n)*h(n). Gọi X(Ω), H(Ω) và Y(Ω) lần lượt là biến đổi DTFT của x(n), h(n) và y(n), định lý nhân chập của biến đổi DTFT dẫn đến:

$$Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega)$$

Vậy đáp ứng xung h(n) là đặc trưng đầy đủ của hệ thống về mặt thời gian còn đáp ứng tần số H(Ω) là đặc trưng đầy đủ của hệ thống về mặt tần số.

PHỤ LỤC

CÁC CÂU LỆNH MATLAB ĐƯỢC SỬ DỤNG TRONG BÀI THỰC HÀNH

Phép toán

Lệnh	Miêu tả
freqz (p,d,w)	Tính DTFT tại các giá trị w. p và d được định nghĩa trong phương trình 15
fft (x)	Tính DFT của x
cconv(h,x,N)	Tính nhân chập vòng tròn của vector h và x có chiều dài N

Các lệnh khác

Lệnh	Miêu tả
pause	Tạm ngưng chương trình
plot(n,x)	Vẽ đồ thị 2 trục toạ độ của vector n và x
stem(n,x)	Vẽ đồ thị 2 trục toạ độ của vector n và x
subplot(a,b,c)	Hiển thị nhiều đồ thị. Số đồ thị tối đa hiển thị được là a*b. Đang thao tác ở đồ thị c