Bài 3: ỨNG DỤNG MATLAB TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM VÀ TÍCH PHÂN

A. TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM

Trong trường hợp có các giá trị x, y nhưng việc xây dựng hàm $y = f(x)$ khó khăn hoặc việc tính $y' = f(x)'$ không dễ dàng, ta phải tính gần đúng đạo hàm. Ở bài này ta dùng 2 cách tính gần đúng.

1. Tính gần đúng đạo hàm nhờ áp dụng công thức Taylor

Đạo hàm bậc 1 được tính bình thường như sau:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \tag{1}$$

Từ công thức Taylor:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{3}f^{(3)}(x) + ... \tag{2}$$

Khi $|h|$ bé thì các số hạng cuối ở vế phải rất bé, ta có thể bỏ qua và có gần đúng:

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) \tag{3}$$

Như vậy:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \tag{4}$$

2. Tính gần đúng đạo hàm từ đa thức nội suy

$$f(x) \approx p(x) \rightarrow f'(x) \approx p'(x) \tag{5}$$

B. TÍNH GẦN ĐÚNG TÍCH PHÂN

Tính tích phân xác định bình thường như sau:

$$S = \int_a^b f(x)dx \tag{6}$$

Nhưng nếu việc tìm nguyên hàm của $f(x)$ quá khó khăn thì việc tính tích phân phải làm gần đúng.

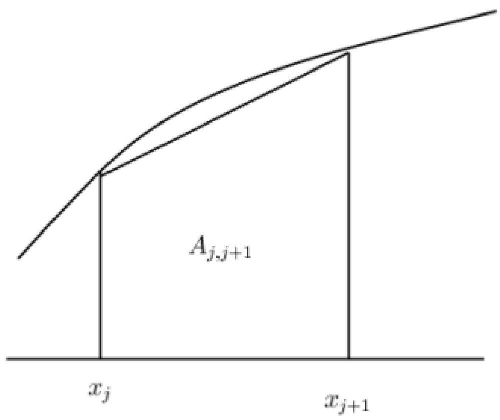
1. Tính gần đúng tích phân với công thức hình thang

Chia nhỏ khoảng lấy tích phân [a,b]. Hình cong được thay thế gần đúng bởi hình thang. Như vậy, tích phân gần đúng là tổng các diện tích hình thang nhỏ. Cách này tương đương với việc lấy tích phân của hàm nội suy bậc 1 của phương pháp nội suy Newton tiến với khoảng cách đều.

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\Big[\ f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih)\Big] \tag{7}$$

Trong đó N là số đoạn và

$$h = \frac{(b-a)}{N} \tag{8}$$



Hình 1: Phương pháp tích phân hình thang

2. Tính gần đúng tích phân với công thức Simpson

Do việc tính gần đúng tích phân là việc tích phân của hàm nội suy nên hàm nội suy chính xách hơn cho kết quả gần đúng có sai số nhỏ hơn. Trong công thức Simpson, việc tính gần đúng tích phân là việc tích phân của hàm nội suy bậc 2 của phương pháp nội suy Newton tiến với khoảng cách đều.

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\Big[f(a) + f(b) + 4\sum_{\substack{i=1\\ step=2}}^{N-1} f(a+ih) + 2\sum_{\substack{i=2\\ step=2}}^{N-1} f(a+ih)\Big]$$

Trong đó N là số đoạn và

$$h = \frac{(b-a)}{N} \tag{9}$$