Bài tập mở 5
Lý thuyết quy hoạch phi tuyến

Deadline: 16/11/2018

Chứng minh rằng

a. Nếu $K_i \subseteq X$ $(i = \overline{1,n})$ và $x \in \overline{\bigcup_i K_i}$ thì

$$T\left(\bigcup_{i=1}^{n} K_i, x\right) = \bigcup_{i \in I(x)} T\left(K_i, x\right),$$

với $I(x) = \left\{ i \;\middle|\; x \in \overline{K_i} \right\}$.

b. Nếu $g \in C^1\left(X, Y\right), K \subseteq X, x \in \overline{K}$ và $M \subseteq Y$ thì

$$g'(x)(T(K,x)) \subseteq T\left(g(K), g(x)\right)$$
$$T(g^{-1}(M), x) \subseteq \left(g'(x)\right)^{-1}\left(T(M, g(x))\right).$$

c. Nếu K_i lồi $(i = \overline{1,n})$, $x_i \in K_i \subseteq X_i$ thì

$$T\left(\prod_{i=1}^{n} K_i, \prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \prod_{i=1}^{n} T(K_i, x_i).$$

d. Nếu $A \in \mathscr{L}(X, Y)$ và $x \in K \subseteq Y$ $(K$ lồi$)$ thì

$$T\left(A(K), A(x)\right) = \overline{A\left(T(K,x)\right)}.$$

e. Nếu K_1, K_2 lồi $x_i \in K_i$ thì

$$T\left(K_1 + K_2, x_1 + x_2\right) = \overline{T\left(K_1, x_1\right) + T\left(K_2, x_2\right)}$$

f. Nếu K_1, K_2 lồi đóng thỏa $0 \in \operatorname{int}(K_1 - K_2)$. Khi đó

$$\forall x \in K_1 \cap K_2,\ T(K_1 \cap K_2, x) \ = \ T(K_1, x) \cap T(K_2, x).$$

g. Nếu K là một nón lồi thì $T(K, x) \ = \ \overline{K + \mathbb{R}x}$.