CHƯƠNG 2: ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

1

- **I) ĐỊNH NGHĨA:**
- Đại lượng ngẫu nhiên (biến ngẫu nhiên), viết tắt là *ĐLNN*, có thể được xem như là một đại lượng mà các *giá trị số của nó* là kết quả của các thí nghiệm/ thực nghiệm ngẫu nhiên hoặc quan sát hiện tượng tự nhiên; giá trị của nó là ngẫu nhiên, *không dự đoán trước được*.
- Đại lượng NN được chia thành hai loại: đại lượng ngẫu nhiên rời rạc và đại lượng ngẫu nhiên liên lục.
- *ĐLNN rời rạc* lấy các giá trị hữu hạn hoặc vô hạn đếm được.
- *ĐLNN liên tục* lấy bất kỳ giá trị trên một khoảng của trục số thực.
- ĐLNN thường được ký hiệu là X, Y, Z, ...

2

I)Định nghĩa (tt)

- VD1: Tung một đồng xu sấp ngữa 2 lần.
- Gọi X= số lần được mặt sấp.
- X là ĐLNN? Phân loại?

  X(Ω): tập giá trị có thể có của X
- VD2: Tung 1 con xúc xắc.
- Gọi X= số nút xuất hiện của con xúc xắc.
- X là ĐLNN? Phân loại?

- VD3: Khảo sát số người đến siêu thị trong 1 ngày.
- Gọi X= số người đến siêu thị trong ngày.
- X là ĐLNN? Phân loại?

3

- VD4: Đo chiều cao của 1 người.
- Gọi X= chiều cao của người đó.
- X là ĐLNN? Phân loại?

- VD5: Nghiên cứu bão ở Việt Nam trong năm.
- Gọi X= số cơn bão đổ bộ vào VN trong năm.
- X là ĐLNN? Phân loại?

- VD6: Khảo sát tiền lương của 1 nhân viên nhà nước trong năm (*biết hệ số lương và số năm công tác*).
- Gọi X= tiền lương của người này trong tháng.
- X là ĐLNN?

4

- VD7: Một người lấy vợ. Xét xem người này lấy phải người vợ có tính tình giống Tấm hay Cám (*Tấm mặc áo tứ thân chứ không phải Tấm mặc áo 2 dây*!).
  Gọi X= tính tình của người vợ này.
  X là ĐLNN?
- VD8: Hộp có 10 bi, trong đó có 6 bi T.
  Lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp.
  Gọi X= số bi Trắng lấy được.
  X là ĐLNN? Phân loại?
- VD9: Giống VD 8.
  Nhưng hộp có tất cả đều là bi T.

- Nhận xét:
- ĐLNN rời rạc: ta *có thể liệt kê* các giá trị được.
- ĐLNN liên tục: ta *không thể liệt kê* các giá trị được.

5

II) BIỂU DIỄN ĐLNN

- ĐLNN rời rạc: dùng bảng phân phối xác suất
- ĐLNN liên tục: dùng hàm mật độ xác suất (một số sách dùng hàm phân phối xác suất).
- *Phần quan trọng nhất của chương này là lập được bảng ppxs (luật ppxs) của ĐLNN rời rạc.*

6

II) BIỂU DIỄN ĐLNN

1) ĐLNN rời rạc:

Dùng bảng phân phối xác suất:

X	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

x_i (i= 1...n) là các giá trị khác nhau có thể có của X

$p_i = P(X = x_i)$: xác suất X nhận giá trị x_i

Tính chất:

$0 \le p_i \le 1$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

7

II) Biểu diễn ĐLNN (rời rạc)

VD1: Tung một đồng xu sấp ngữa 2 lần.

Gọi X= số lần được mặt sấp. Lập bảng ppxs cho X?

Giải:

* X có thể có các giá trị: 0, 1, 2

* Ta có 4 trường hợp xảy ra khi tung đồng xu SN 2 lần: SS, SN, NS, NN

P(X=0)= P(NN) = ¼ , P(X=1)= P(SN+NS)= 2/4 , P(X=2)= P(SS)= ¼

X	0	1	2
P	¼	2/4	¼

8

VD2: Hộp có 6 bi, trong đó có 4 bi T, 2 bi Đ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp.
Gọi X= số bi T lấy được. Lập bảng ppxs cho X?
Giải:
* X có thể có các giá trị 0,1,2
*Ta tính xác suất như sau:
Đặt A= bc lấy được 0 bi T (2 bi Đ)
B= bc lấy được 1 bi T ; C= bc lấy được 2 bi T
P(X=0)= P(A)= C(2,2) / C(2,6) = 1/15.
P(X=1)= P(B)= C(1,4).C(1,2) / C(2,6) = 8/15
P(X=2)= P(C)= C(2,4) / C(2,6) = 6/15

X	0	1	2
P	1/15	8/15	6/15

9

Nhận xét: Khi mới học thì ta đặt bc A rùi tính xác suất P(X=0) = P(A) để gợi nhớ chương 1 *đầy kỷ niệm*.
Sau này khi ở đẳng cấp PRO thì ta tính thẳng P(X=0), không thông qua P(A) nữa.
Có muốn mình PRO hay không là tùy bạn!!!

- Lưu ý:
- * Ta phải kiểm tra lại xem tổng xác suất có bằng 1 không
- * Được làm khi thi trắc nghiệm:

P(X=2)= 1-P(X=0)-P(X=1) để tính P(X=2)

- * Không được tính xác suất ra số thập phân nếu *phép chia không hết*, nếu có giản ước phân số thì để *cùng mẫu số*.

10

- VD3:
- Hộp có 4 bi T và 2 bi Đ. Lấy ngẫu nhiên ra 3 bi.
- Gọi X= số bi T lấy được (trong 3 bi lấy ra)
- Lập luật ppxs (bảng ppxs) cho X?

Giải:

X	1	2	3
P	C(1,4).C(2,2) /C(3,6)	C(2,4).C(1,2) /C(3,6)	C(3,4) /C(3,6)

11

VD 3bis:

Hộp có 2 bi T, 3 bi V, 4 bi Đ. Lấy ngẫu nhiên 3 bi từ hộp.

X= số bi T lấy được.

Bảng ppxs cho X là:

X	0	1	2
P	C(3,7)/C(3,9)	C(1,2).C(2,7)/C(3,9)	C(2,2).C(1,7)/C(3,9)

12

Hãy nghỉ đây là bài tập chương 1!!!

- VD4:
- Có 3 hộp, trong đó có 2 hộp loại 1 và 1 hộp loại 2.
  Hộp loại 1 có: 3 bi T, 2 bi V.
  Hộp loại 2 có: 3 bi T, 3 bi V.
  Chọn ngẫu nhiên 1 hộp rồi từ hộp đó lấy NN ra 2 bi.

- Gọi X= số bi T lấy được.
- Lập bảng ppxs cho X?

13

Giải VD4:

Đặt Hi= bc lấy được hộp *loại* i, i= 1,2

X	0	1	2
P	2/15	9/15	4/15

P(X=0)= P(X=0/H1)P(H1)+P(X=0/H2)P(H2)
= [C(2,2)/C(2,5)].(2/3)+[C(2,3)/C(2,6)].(1/3)= 2/15

P(X=1)= P(X=1/H1)P(H1)+P(X=1/H2)P(H2)
=[C(1,3).C(1,2)/C(2,5)].(2/3)+[C(1,3).C(1,3)/C(2,6)].(1/3)
= 9/15

P(X=2)= P(X=2/H1)P(H1)+P(X=2/H2)P(H2)
= [C(2,3)/C(2,5)].(2/3)+[C(2,3)/C(2,6)].(1/3) = 4/15

14

- VD5:
- Hộp 1 có: 2 bi T, 3 bi V.
  Hộp 2 có: 3 bi T, 2 bi V.
  Lấy NN 2 bi từ hộp 1 bỏ sang hộp 2, rồi lấy NN 2 bi từ hộp 2 ra xem màu.

- Gọi X= số bi T lấy được (trong 2 bi lấy ra từ hộp 2).
- Lập bảng ppxs cho X?

15

Giải VD5:

Đặt Ai= bc lấy được i bi T từ hộp 1, i= 0,1,2.

P(A0)= C(2,3)/C(2,5)= 3/10 , P(A2)= C(2,2)/C(2,5)= 1/10

P(A1)= C(1,2).C(1,3)/C(2,5)= 6/10

X	0	1	2
P			

P(X=0)= P(X=0/A0)P(A0)+P(X=0/A1)P(A1)+P(X=0/A2)P(A2)
= [C(2,4)/C(2,7)].(3/10)+[C(2,3)/C(2,7)].(6/10)
+[C(2,2)/C(2,7)].(1/10)

P(X=1)= P(X=1/A0)P(A0)+P(X=1/A1)P(A1)+P(X=1/A2)P(A2)
= [C(1,3).C(1,4)/C(2,7)].(3/10)+[C(1,4).C(1,3)/C(2,7)].(6/10)
+[C(1,5).C(1,2)/C(2,7)].(1/10)

P(X=2)= P(X=2/A0)P(A0)+P(X=2/A1)P(A1)+P(X=2/A2)P(A2)
= [C(2,3)/C(2,7)].(3/10)+[C(2,4)/C(2,7)].(6/10)
+[C(2,5)/C(2,7)].(1/10)

16

VD6:

Có 2 kiện hàng. Kiện 1 có 3 sản phẩm tốt, 2 sản phẩm xấu. Kiện 2 có 2 sản phẩm tốt, 3 sản phẩm xấu.

Lấy ngẫu nhiên từ kiện 1 ra 2 sản phẩm và từ kiện 2 ra 1 sản phẩm.

Lập luật ppxs của số sp tốt trong 3 sp lấy ra?

17

Giải VD6:

Ai= bc lấy được i sp tốt từ kiện 1, i= 0, 1, 2

Bi= bc lấy được i sp tốt từ kiện 2, i= 0, 1

X= số sp tốt trong 3 sp lấy ra

P(X=0)= P(A0B0)= P(A0).P(B0)= C(2,2)/C(2,5). (3/5)= 0,06

P(X=1)= P(A1B0+A0B1)= P(A1)P(B0)+P(A0)P(B1)

= C(1,3)C(1,2)/C(2,5). (3/5) + C(2,2)/C(2,5). (2/5)= 0,4

P(X=2)= P(A1B1+A2B0)= 0,42 ; P(X=3)= P(A2B1)= 0,12

X	0	1	2	3
P	0,06	0,40	0,42	0,12

18

- VD7:
- Hộp có 3 bi T và 2 bi V. Lấy *lần lượt* từng bi từ hộp cho đến khi *được bi V thì dừng lại*.
- Gọi X= số bi lấy được
- Lập bảng ppxs cho X?

19

- Giải:
- Ai= bc lần thứ i lấy được bi V
- P(X=1)= P(A1)= 2/5 = 4/10
- P(X=2)= P(A1*A2)= P(A2/A1*)P(A1*)
  = (2/4)(3/5)= 3/10
- P(X=3)= P(A1*A2*A3)=
  = P(A3/A1*A2*)P(A2*/A1*)P(A1*)
  = (2/3)(2/4)(3/5)= 2/10
- P(X=4)= P(A1*A2*A3*A4)= (1)(1/3)(2/4)(3/5)= 1/10

X	1	2	3	4
P	4/10	3/10	2/10	1/10

20

- *Bình loạn*: Đa số sinh viên rất "ái ngại" khi gặp dạng toán lập bảng ppxs! Họ không biết rằng đây là một dạng toán rất quen thuộc mà họ xem là "*chuyện thường ngày ở huyện*", đó là dạng toán *tính xác suất của biến cố*.
- Bạn hãy tưởng tượng Chương 1 là WinXP (*tính P(A)*), còn Chương 2 chỉ là WinXP có vẻ ngoài "hào nhoáng, hoàng gia" của Win7 (*tính P(X=k)*), do có cài thêm *Seven Transformation Pack*. "Bộ cánh" hoàng gia này không che dấu được *bản chất* quê mùa, lam lũ, chịu thương chịu khó ... của WinXP (thực chất *bài toán lập bảng ppxs* là *bài toán tính xs của biến cố*, nhưng *xét cho tất cả các trường hợp có thể xảy ra*). Phàm thì con người ta dễ bị vẻ hào nhoáng bên ngoài làm cho "khiếp sợ, kiêng dè"!
- Bạn hãy nhìn ra *bản chất* chơn chất, thật thà, xù xì, thô kệch,... của C1 mà từ đó suy ra cách làm cho C2.

21

II) Biểu diễn ĐLNN (liên tục)

2)ĐLNN liên tục:

Ta dùng hàm mật độ để biểu diễn.

Hàm mật độ xác suất $f(x)$ là hàm thỏa các điều kiện sau:

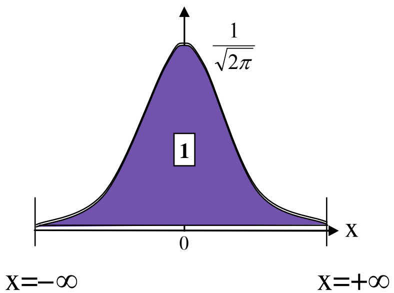
1. $f: IR \to IR$
2. $f(x) \ge 0, \forall x$
3. $\int_{IR} f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ (tích phân suy rộng).

Tính chất:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

22

Thí dụ: Hàm mật độ *Gauss* $f(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$ là hàm mật độ của phân phối chuẩn tắc $N(0,1)$.

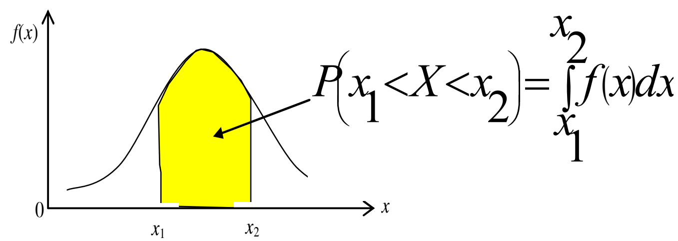


Ý nghĩa hình học của điều kiện 3: Diện tích của hình (giới hạn bởi các đường: đường cong hàm mật độ $f(x)$ và trục hoành, đường thẳng $x=-\infty$, $x=+\infty$) là 1.

23

Ý nghĩa hình học của tính chất hàm mật độ xác suất:

Xác suất để ĐLNN X có giá trị nằm trong khoảng (x_1, x_2) chính là diện tích của vùng được tô màu trong hình



24

Lưu ý về dấu "=" trong ĐLNN liên tục và ĐLNN rời rạc

- X là ĐLNN ***liên tục*** thì P(X=a) = 0, ∀a
- Do đó P(X<=a) = P(X<a) + P(X=a) = P(X<a)

- Cẩn thận:
- X là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc thì:
- P(X<=a) ≠ P(X<a)

III) HAI ĐLNN ĐỘC LẬP (chỉ xét rời rạc)

* Nhắc lại 2 biến cố độc lập:

A, B độc lập ⇔ P(AB) = P(A).P(B)

* Xét 2 ĐLN X, Y có bảng ppxs:

X	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

Y	y_1	...	y_j	...	y_m
P	p_1	...	p_j	...	p_m

2 biến cố (X=xi) và (Y=yj) độc lập

⇔ P[(X=xi).(Y=yj)] = P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj)

X,Y độc lập ⇔ P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj) , ∀i,j

Thực hành: Nếu khi thực hiện phép thử mà việc X nhận các giá trị xi *không ảnh hưởng* đến khả năng Y nhận các giá trị yj, và ngược lại, thì ta nói X, Y độc lập.

- VD1:
- Tung 1 con xúc xắc 2 lần.
- Gọi X= số nút xuất hiện ở lần tung 1
- Gọi Y= số nút xuất hiện ở lần tung 2

- X,Y độc lập?

Giải VD1:

* Đặt Ci= bc xh mặt có số nút là i ở lần tung 1.

Di= bc xh mặt có số nút là i ở lần tung 2.

* Không gian mẫu Ω= {C1D1, C1D2,..., C1D6,
C2D1,... , C2D6,
....
C6D1,... C6D6}

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Y	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

P(X=1,Y=1)= 1/36 = 1/6. 1/6 = P(X=1).P(Y=1)

P(X=1,Y=2)= 1/36 = 1/6. 1/6 = P(X=1).P(Y=2)

Tương tự: P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj) , ∀i,j

Vậy X,Y độc lập.

- Thực hành:
- Ta thấy kết quả ở lần tung thứ 1 không ảnh hưởng đến kết quả ở lần tung thứ 2, và ngược lại nên X,Y độc lập.

- VD2:
- Tung 1 đồng xu Sấp Ngữa 2 lần.
- Gọi X= số lần được mặt S.
- Y= số lần được mặt N.
- X,Y độc lập?

29

Giải VD2:

X	0	1	2
P	¼	2/4	¼

Y	0	1	2
P	¼	2/4	¼

Ta thấy X+Y = 2 (số lần tung) nên X, Y không độc lập.

30

- VD3:
- Tung 1 con xúc xắc 1 lần.
- Gọi X= số *lần* xuất hiện nút *chẵn* của con xúc xắc
- Y= số *nút* xuất hiện của con xúc xắc

X	0	1
P	1/2	1/2

Y	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

X, Y có độc lập?

31

IV)CÁC ĐẶC TRƯNG SỐ CỦA ĐLNN

1)Kỳ vọng:

Kỳ vọng của X, ký hiệu $E(X)$, được tính bằng công thức:

X	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

$E(X) = \Sigma\, x_i p_i$ (nếu X là *ĐLNN* rời rạc),

Kỳ vọng toán có các tính chất:

$E(c)= c$

$E(aX)= a.E(X)$

$E(X\pm Y)= E(X)\pm E(Y)$

$E(XY)= E(X).E(Y)$ nếu X, Y độc lập.

với a là hằng số, c là đại lượng ngẫu nhiên hằng.

32

VD1:

Lớp học có 100 sinh viên. Điểm số môn XSTK của lớp như sau:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số sv	1	3	5	8	23	25	15	7	8	3	2

1) Tính điểm trung bình môn XSTK của lớp?

2) Chọn NN 1 sinh viên trong lớp ra xem điểm thi.

Gọi X là điểm số của sv này.

Lập bảng ppxs cho X? Tính kỳ vọng E(X)?

33

Giải VD1:

1) Điểm tb $\overline{x}$ = (1/100).[0*1+1*3+....+10*2] = 5,04 điểm

2) Bảng ppxs:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	0,01	0,03	0,05	0,08	0,23	0,25	0,15	0,07	0,08	0,03	0,02

E(X)= 0*0,01+1*0,03+2*0,05+...+10*0,02

= (1/100)[0+1*3+....+10*2] = 5,04 = $\overline{x}$

Vậy E(X) chính là điểm số trung bình.

Tương tự:

Nếu X là trọng lượng thì E(X) là trọng lượng trung bình.

X là năng suất thì E(X) là năng suất trung bình, ...

34

Vậy E(X) là giá trị trung bình của X.

- VD2:
- Xét trò chơi sau: Hộp có 3 bi T, 4 bi X. Lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp. Nếu lấy được 2 bi T thì được thưởng 5 USD, nếu lấy được 1 bi T và 1 bi X thì được thưởng 2 USD, nếu lấy được 2 bi X thì bị phạt a= 7 USD.
- 1) Có nên chơi hay không?
- 2) Giá trị a là bao nhiêu thì trò chơi là công bằng?

35

Giải:

X	5	2	-a
Số bi T lấy được	2	1	0
P	C(2,3)/C(2,7) = 1/7	C(1,3).C(1,4)/C(2,7) = 4/7	C(2,4)/C(2,7) = 2/7

- X= số tiền lời (lỗ) cho mỗi lần chơi
- E(X)= 5(1/7)+2(4/7)+(-a)(2/7) = (1/7)(13-2a)
- 1) Với a= 7 thì E(X)= -1/7 <0 : vậy không nên chơi
- 2) Để trò chơi công bằng, chơi về lâu dài hòa vốn thì E(X)= 0 $\rightarrow$ (1/7)(13-2a)= 0 $\rightarrow$ a= 6,5 USD

36

2)Phương sai:

Phương sai xác định bằng công thức:

$$D(X) = var(X) = E[X-E(X)]^2$$

Với *ĐLNN* rời rạc :

$$var(X)= \sum_i [x_i-E(X)]^2 p_i$$

Ta cũng có thể áp dụng công thức biến đổi của phương sai:

$$var(X)= E(X^2)-[E(X)]^2$$

với $E(X^2)= \Sigma x_i^2 p_i$

37

Phương sai có các tính chất sau:

$var(c) = 0$

$var(X) \geq 0, \forall X$; $var(X)= 0 \leftrightarrow X= c$

$var(aX) = a^2.var(X)$

$var(X \pm c) = var(X)$

$var(X \pm Y) = var(X) + var(Y)$, nếu X, Y độc lập.

Với c là ĐLNN hằng, a là hằng số

38

- Ý nghĩa phương sai:
- Xét thí dụ điểm số ở trên. Ta muốn xem lớp có học "đều" không, nghĩa là các điểm số x_i có tập trung gần điểm trung bình E(X) không, ta xét $|x_i-E(X)|$. Để xét tất cả các giá trị cùng lúc ta xét $\sum|x_i-E(X)|p_i$. Ta mong muốn nó càng nhỏ càng tốt. Tuy nhiên hàm $|x|$ không phải lúc nào cũng có đạo hàm, nên ta thay bằng hàm x^2.
- Vậy ta xét: $\sum(x_i-E(X))^2p_i$ và mong muốn nó càng nhỏ càng tốt.
- Ta gọi $var(X) = \sum(x_i-E(X))^2p_i$.
- Nếu var(X) nhỏ thì ta nói các x_i *tập trung* quanh E(X)
- Nếu var(X) lớn ta nói các x_i *phân tán* ra xa E(X).

39

VD1:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	0,01	0,03	0,05	0,08	0,23	0,25	0,15	0,07	0,08	0,03	0,02

$E(X^2) = 0^2*0,01+1^2*0,03+...+10^2*0,02 = 29,26$

$Var(X)= E(X^2)- (EX)^2 = 29,26-(5,04)^2 = 3,8584$

Lưu ý:

Đơn vị đo của phương sai là đơn vị đo của *X* bình phương. Thường ký hiệu cho giá trị phương sai là σ^2.

40

3) Độ lệch chuẩn

Độ lệch chuẩn được tính bằng căn bậc hai của phương sai, *có cùng đơn vị đo với X*.

$$SD(X) = \sqrt{\operatorname{var}(X)} = \sigma$$

VD1:

$\sigma = \sqrt{3{,}8584} = 1{,}9643$

Độ lệch chuẩn có ý nghĩa giống phương sai

41

- VD2:
- Có 2 hãng A và B cung cấp dây chuyền sản xuất mì gói ăn liền. Thử nghiệm sản xuất 100 gói mì trên dây chuyền của từng hãng, ta có bảng kết quả:

Cân nặng (g)	82	83	84	85	86	87
Số gói mì trên DC hãng A	10	20	10	30	20	10
Số gói mì trên DC hãng B	18	6	16	31	16	13

- Vậy nên mua dây chuyền của hãng nào?

42

Giải:

X	82	83	84	85	86	87
P	0,1	0,2	0,1	0,3	0,2	0,1

Y	82	83	84	85	86	87
P	0,18	0,06	0,16	0,31	0,16	0,13

- Gọi X= trọng lượng của gói mì sx trên DC của hãng A
- Y= trọng lượng của gói mì sx trên DC của hãng B
- Từ bảng phân phối xs trên ta tính được:
- E(X)= 84,6 g ; var(X)= 2,24 g^2
- E(Y)= 84,6 g ; var(Y)= 2,54 g^2
- Dây chuyền sản xuất của hãng A *ổn định* hơn

43

4) mode (giá trị tin chắc nhất) của X:

- Giá trị tin chắc nhất của *X*, ký hiệu *mod(X)*.

ĐLNN rời rạc : là giá trị x_i ứng với *xác suất p_i lớn nhất* trong bảng phân phối xác suất của X.

- Giá trị *mod(X)* có thể không duy nhất.

VD1:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	0,01	0,03	0,05	0,08	0,23	0,25	0,15	0,07	0,08	0,03	0,02

Ta thấy p_6 = 0,25 lớn nhất nên mod(X) = 5.

44

VD2:

Tung 1 đồng xu Sấp Ngửa 3 lần.

Gọi X= số lần được mặt S

X	0	1	2	3
P	1/8	3/8	3/8	1/8

Mod(X) = 1 *hoặc* 2 , ghi là mod(X) = 1, 2

Vậy khi tung đồng xu Sấp Ngửa 3 lần ta hy vọng (tin chắc nhất) sẽ được 1 hoặc 2 lần mặt Sấp.

45

- **V) HÀM CỦA ĐLNN**
- **1) Hàm 1 biến**
- X là ĐLNN. Nếu f(x) là hàm 1 biến *liên tục* thì f(X) là ĐLNN.
- VD : X^2 , |X| là các ĐLNN
- **2) Hàm 2 biến**
- X,Y là 2 ĐLNN. Nếu f(x,y) là hàm 2 biến *liên tục* thì f(X,Y) là ĐLNN.
- VD: X+Y , X.Y là các ĐLNN

46

VD1:

Cho X có bảng ppxs

X	-1	0	1	2
P	1/7	3/7	1/7	2/7

1) Lập bảng phân phối xác suất cho |X|

2) Tính E(|X|), var(|X|)

47

Giải VD1:

|X|	|-1|	|0|	|1|	|2|
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$

$\Rightarrow$

Z = |X|	0	1	2
P	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$

$E(Z) = 0.\frac{3}{7} + 1.\frac{2}{7} + 2.\frac{2}{7} = \frac{6}{7}$

$E(Z^2) = 0^2.\frac{3}{7} + 1^2.\frac{2}{7} + 2^2.\frac{2}{7} = \frac{10}{7}$

$var(Z) = E(Z^2) - [E(Z)]^2 = \frac{10}{7} - (\frac{6}{7})^2 = 34/49$

Cách khác:

$var(Z) = (0-\frac{6}{7})^2.\frac{3}{7} + (1-\frac{6}{7})^2.\frac{2}{7} + (2-\frac{6}{7})^2.\frac{2}{7} = 34/49$

48

VD2: Cho X, Y độc lập.

X	0	1
P	½	½

Y	0	1	2
P	¼	2/4	¼

1) Lập bảng phân phối xác suất của X+Y.
2) Tính E(X+Y) , var(X+Y).
3) Lập bảng phân phối xác suất của X.Y
4) Tính E(X.Y), var(X.Y).

Câu 3, 4 tự làm; giống câu 1, 2

Giải VD2:

1) Ta lập bảng sau: Z = X + Y

X \ Y	0	1	2
0	*Z=0*	*Z=1*	*Z=2*
1	*Z=1*	*Z=2*	*Z=3*

Các số trong bảng là tổng của 2 số ở dòng, cột tương ứng

X + Y	0	1	2	3
P	1/8	3/8	3/8	1/8

Giải VD2 (tt)

P(X+Y = 0) = P(X = 0, Y = 0) = P(X = 0) .P(Y = 0)
= ½. ¼ = 1/8

P(X+Y = 1) = P [(X = 0,Y = 1) +(X = 1, Y = 0)]
= P(X =0,Y = 1) +P(X = 1,Y =0)
= P(X = 0) P(Y = 1) + P(X =1) P(Y = 0)
$= \frac{1}{2}.\frac{2}{4} + \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = 3/8$

P(X + Y = 2) = P(X = 0) P(Y = 2) + P(X = 1) P(Y = 1)
$= \frac{1}{2}.\frac{1}{4} + \frac{1}{2}.\frac{2}{4} = 3/8$

P(X + Y = 3) = P(X = 1) P (Y = 2) = ½ . ¼ = 1/8

Giải VD2 (tt)

2) $E(Z) = 0.\frac{1}{8} + 1.\frac{3}{8} + 2.\frac{3}{8} + 3.\frac{1}{8} = 3/2$

$E(Z^2) = 0^2.\frac{1}{8} + 1^2.\frac{3}{8} + 2^2.\frac{3}{8} + 3^2.\frac{1}{8} = 3$

$var(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 = 3 - (\frac{3}{2})^2 = \frac{3}{4}$

Cách khác:

$var(Z) = (0-\frac{3}{2})^2.\frac{1}{8} + (1-\frac{3}{2})^2.\frac{3}{8} + (2-\frac{3}{2})^2.\frac{3}{8} + (3-\frac{3}{2})^2.\frac{1}{8} = \frac{3}{4}$

Lưu ý: Nếu ta áp dụng tính chất của kỳ vọng, phương sai thì làm như sau:

E(X + Y) = E(X) + E(Y) = ½ + 1 = 3/2

var(X + Y) = var(X) + var(Y) = ¼ + ½ = ¾

BT1:

- Tung 1 đồng xu sấp ngữa **1** lần.
- Gọi X là số lần xuất hiện mặt sấp. Ta có bảng pp của X ở VD3.
- Tung 1 đồng xu sấp ngữa **2** lần.
- Gọi Y là số lần xuất hiện mặt sấp. Ta có bảng pp của Y ở VD3.
- Vậy X+Y có ý nghĩa là gì?

53

Ứng dụng: Hàm của ĐLNN

VD3:
Một kiện hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 6 sản phẩm loại I và 4 sản phẩm loại II. Tiền lời khi bán 1 sản phẩm loại I, loại II lần lượt là 5, 3 ngàn đ. Lấy ngẫu nhiên từ kiện ra 3 sản phẩm để bán.
1) Tìm quy luật phân phối xác suất của số sản phẩm loại I lấy được?
2) Tìm quy luật phân phối xác suất của số tiền lời thu được do bán 3 sản phẩm trên?

54

Giải:

1) Gọi X = số sản phẩm loại I có trong 3 sản phẩm lấy ra

Bảng phân phối xác suất của X

X	0	1	2	3
P	1/30	9/30	15/30	5/30

2) Gọi Y = số tiền lời thu được do bán 3 sản phẩm lấy ra

Ta có : $Y = 5.\underbrace{\mathbf{X}}_{\textbf{Số spl I}} + 3.\underbrace{(\mathbf{3-X})}_{\textbf{Số spl II}} = 2X + 9$

Bảng ppxs của Y

X	*0*	*1*	*2*	*3*
Y	9	11	13	15
P	1/30	9/30	15/30	5/30

55

Mời ghé thăm trang web:

- https://sites.google.com/a/ueh.edu.vn/phamtricao/
- https://sites.google.com/site/phamtricao/

56