CHƯƠNG 2

1) Phân loại đại lượng ngẫu nhiên

$X(\Omega)$ là tập *các giá trị có thể có* của đại lượng ngẫu nhiên (ĐLNN) X

* X rời rạc *nếu* $X(\Omega)$ là tập hữu hạn hoặc vô hạn đếm được

Có thể liệt kê các giá trị của X

* X liên tục *nếu* $X(\Omega)$ là 1 khoảng trên trục số thực

Không thể liệt kê các giá trị của X

***Lưu ý*:**

* X là ĐLNN *liên tục* thì **P(X=a) = 0**, $\forall$a

Do đó $P(X<=a) = P(X<a) + P(X=a) = P(X<a)$

* X là đại lượng ngẫu nhiên *rời rạc* thì:

$P(X<=a) = P(X<a) + P(X=a) \neq P(X<a)$

VD:

Số răng của một người

Số người yêu của 1 người

Chiều dài 1 cọng tóc của 1 người

2) Bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

X	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

X là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $x_1, \ldots, x_n$

$p_i = P(X = x_i)$

Tính chất:

$0 \le p_i \le 1$; $\Sigma p_i = 1$

VD 1:

Hộp có 2 bi T và 5 bi V. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. X là số bi T lấy được

X~H(7, 2, 3)

X	0	1	2
P	$\frac{C(3,5)}{C(3,7)}$	$\frac{C(1,2).C(2,5)}{C(3,7)}$	$\frac{C(2,2).C(1,5)}{C(3,7)}$

VD 2:

Hộp có 5 bi T và 2 bi V. Lấy *lần lượt* 3 bi. X là số bi T lấy được

X	1	2	3
P	$\frac{C(1,5).C(2,2)}{C(3,7)}$	$\frac{C(2,5).C(1,2)}{C(3,7)}$	$\frac{C(3,5)}{C(3,7)}$

VD 3:

Hộp có 2 bi T và 5 bi V. Lấy *có hoàn lại* 3 bi. X là số bi T lấy được

X	0	1	2	3
P	p_0	p_1	p_2	p_3

X~B(3 ; 2/7)

$$p_k = P(X = k) = C_3^k \left(\frac{2}{7}\right)^k \left(1 - \frac{2}{7}\right)^{3-k}$$

***Lưu ý*:**

Khi làm bài thi ***trắc nghiệm*** thì p_i nào khó tính xác suất nhất (giả sử p_3) ta sẽ làm như sau:

$$p_3 = 1 - (p_0 + p_1 + p_2)$$

3) Hàm phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Hàm phân phối F(x) định nghĩa:

$F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$F(x) = P(X<x)$

X là ĐLNN nhận các giá trị $x_1, x_2, ..., x_n$

x là 1 số thực bất kỳ

(X<x) là một ***biến cố***

<u>VD</u>:

Bảng ppxs

X	-1	0	1	3
P	0,1	0,3	0,4	0,2

$x \le -1 : F(x) = P(X<x) = P(\phi) = 0$

$-1 < x \le 0 : F(x) = P(X<x) = P(X=-1) = 0{,}1$

$0 < x \le 1 : F(x) = P(X<x) = P(X=-1)+P(X=0) = 0{,}1+0{,}3 = 0{,}4$

$1 < x \le 3 : F(x) = P(X<x) = P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1) = 0{,}1+0{,}3+0{,}4 = 0{,}8$

$3 < x : F(x) = P(X<x) = P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=3)$

$= 0{,}1+0{,}3+0{,}4+0{,}2 = 1$

Hàm phân phối có thể trình bày:

x	(-∞,-1]	(-1,0]	(0,1]	(1,3]	(3,+∞)
F(x)	0	0,1	0,4	0,8	1

***<u>Lưu ý</u>*:**

Có sách trình bày:

x	-1	0	1	3
F(x)	0,1	0,4	0,8	1

Bài tập:

Tìm bảng (luật) ppxs và kỳ vọng của ĐLNN X có hàm phân phối:

x	-2	1	3	4
F(x)	1/8	3/8	¾	1

4) Hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập (chỉ xét rời rạc)

* Nhắc lại 2 biến cố độc lập:

A, B độc lập ⇔ P(AB) = P(A).P(B)

* Xét 2 ĐLNN X, Y có bảng (luật) ppxs:

X	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

Y	y_1	...	y_j	...	y_m
P	p_1	...	p_j	...	p_m

2 *biến cố* (X=xi) và (Y=yj) độc lập

⇔ P[(X=xi).(Y=yj)] = P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj)

X,Y độc lập ⇔ P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj) , ∀i,j

Trong thực hành:

Nếu khi thực hiện phép thử mà việc X nhận các giá trị x_i *không ảnh hưởng* đến khả năng Y nhận các giá trị y_j, *và ngược lại*, thì ta nói X, Y độc lập.

5) Các đặc trưng số của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

a) Kỳ vọng

$$E(X)=\sum x_i p_i$$

b) Phương sai

$$\text{var}(X)=\sum\left(x_i-E(X)\right)^2 p_i=E\left(X-E(X)\right)^2$$

$$\text{var(X)}=\text{E}(\text{X}^2)-\{\text{E(X)}\}^2 \quad \text{với} \quad E(X^2)=\sum x_i^2 p_i$$

Tính chất:

E(a) = a ; var(a) = 0

E(X) có thể âm ; var(X) $\geq$ 0 , $\forall$X

E(aX) = aE(X) ; var(aX) = a^2var(X)

E(X $\pm$ Y) = E(X) $\pm$ E(Y) ; var(X$\pm$ Y) = var(X)+var(Y) nếu X, Y độc lập

E(X.Y) = E(X).E(Y) nếu X, Y độc lập ; var(X.Y) $\neq$ var(X).var(Y)

Var(X$\pm$ a) = var(X)

Ý nghĩa:

E(X) là giá trị trung bình của X

Var(X) dùng đo sự tập trung hay phân tán của các giá trị x_i xung quanh giá trị trung bình E(X)

Đơn vị đo:

E(X) có cùng đơn vị đo với X

var(X) có đơn vị đo là đơn vị đo của X bình phương

c) Độ lệch chuẩn

$$\sigma(X) = \sigma_X = \sqrt{\mathrm{var}(X)}$$

σ_X có cùng đơn vị đo với X

d) Giá trị tin chắc nhất (Mode) của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Mod(X) là *1 giá trị nào đó của X* ứng với xác suất lớn nhất trong bảng phân phối xác suất

Mod(X) có thể không duy nhất

6) Hàm của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

a) X là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc và f(x) là hàm 1 biến liên lục thì f(X) là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Từ bảng ppxs của X suy ra bảng ppxs cho f(X)

b) X, Y là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc và f(x,y) là hàm 2 biến liên lục thì f(X,Y) là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Từ bảng ppxs của X và Y suy ra bảng ppxs cho f(X,Y)

https://sites.google.com/a/ueh.edu.vn/phamtricao/
https://sites.google.com/site/phamtricao/