CHƯƠNG 3

I) CÁC CÔNG THỨC PHÂN PHỐI XÁC SUẤT THÔNG DỤNG

1) Phân phối siêu bội: X~H(N, M, n)

$$P(X=k)=\frac{C_M^k.C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$$

E(X) = np , p = M/N

var(X) = npq$\frac{N-n}{N-1}$, q = 1-p

$\frac{N-n}{N-1}$ gọi là *hệ số hiệu chỉnh*

Mod(X) : phải lập bảng phân phối xác suất mới biết

Cách nhận biết:

Lấy ngẫu nhiên 1 lần n phần tử

Tập giá trị là hữu hạn

Lưu ý:

Các giá trị có thể nhận được của X đôi khi không phải từ 0 đến n

VD:

X~H(7, 2, 3)

X chỉ có thể nhận các giá trị 0, 1, 2

2) Phân phối nhị thức: X~B(n, p)

$P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$, q= 1-p

E(X) = np

var(X) = npq

np-***q*** $\le$ Mod(X) $\le$ np+***p***

Cách nhận biết:

a) Dùng được phân phối nhị thức khi thỏa cả 2 điều kiện sau:

* Thực hiện một phép thử τ với n lần

Kết quả của các lần thực hiện là độc lập với nhau

* Mỗi lần thực hiện phép thử, quan tâm biến cố A

p = P(A) là hằng số qua mọi lần thực hiện

b) Tập giá trị là hữu hạn

VD:

Lấy *lần lượt* n phần tử không phải là nhị thức

Lấy *có hoàn lại* n phần tử là nhị thức

***Lưu ý*:**

Dạng toán dễ là nhìn vào xác định được n và p liền

Dạng toán khó là nhìn vào chỉ xác định được n, còn p thì chưa biết. Phải dùng phân phối siêu bội, chuẩn, ... hay công thức xác suất đầy đủ ... để tính p

3) Phân phối Poisson: X~P(λ)

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^k}{k!}$$

E(X) = var(X) = λ

λ-1 ≤ Mod(X) ≤ λ

Cách nhận biết:

Tập giá trị có thể nhận được của X là vô hạn đếm được, dạng {0, 1, 2, ...}

Biết giá trị trung bình λ (trực tiếp hoặc gián tiếp)

4) Phân phối chuẩn: X~N(μ, σ²)

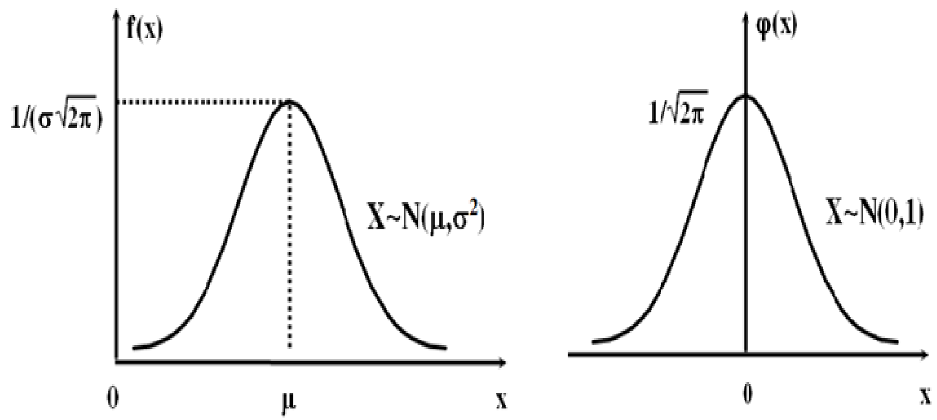
E(X) = μ

var(X) = σ^2

Trường hợp đặc biệt:

Với μ = 0 và σ = 1 ta có phân phối chuẩn tắc N(0,1).

Phân phối chuẩn tắc có hàm mật độ Gauss: $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{1}{2}x^2)$



Phân phối đối xứng qua đường thẳng x=μ   Phân phối đối xứng qua trục tung

Cách nhận biết:

Đề cho 1 đại lượng X (chiều cao / trọng lượng / kích thước ...) có phân phối chuẩn

Các công thức tính xác suất:

$$\boldsymbol{P(\alpha < X < \beta) = \phi(\frac{\beta-\mu}{\sigma}) - \phi(\frac{\alpha-\mu}{\sigma})}$$

$$P(X < \alpha) = 0,5 + \phi(\frac{\alpha-\mu}{\sigma})$$

$$P(X > \alpha) = 0,5 - \phi(\frac{\alpha-\mu}{\sigma})$$

$$P(|X-\mu| < \alpha) = 2\phi(\frac{\alpha}{\sigma})$$

$$P(|X| < \alpha) = \phi(\frac{\alpha-\mu}{\sigma}) + \phi(\frac{\alpha+\mu}{\sigma})$$

Với $\phi(x) = \int_0^x \varphi(t)dt$ (tra bảng tích phân Laplace hoặc bấm máy tính tay)

Tính chất của hàm ϕ:

* $\phi(x)$ là hàm lẻ: $\phi(-x) = -\phi(x)$

* $\phi(+\infty) = 0,5$

Trong thực hành với độ chính xác 4 chữ số thập phân thì $\phi(x) = 0,5$ với $x \geq 4$

* $\phi(x)$ là hàm đơn điệu tăng nên:

$\phi(x_1) = \phi(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ hoặc $\phi(x_1) < \phi(x_2) \Rightarrow x_1 < x_2$

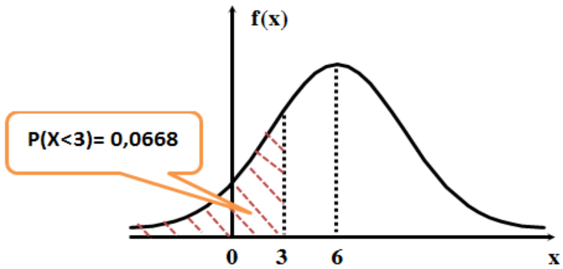
<u>VD</u>:

X~N(6, 4)

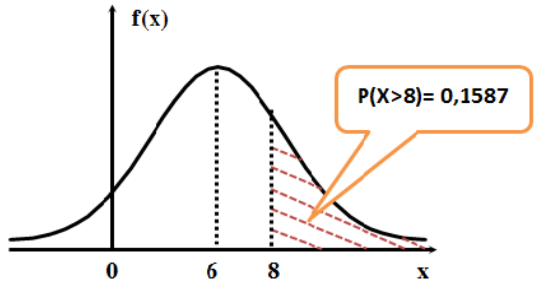
P(|X-6|<3) *dùng được công thức có sẵn*

P(|X-5|<3) = P(2<X<8) ***không dùng được công thức có sẵn***

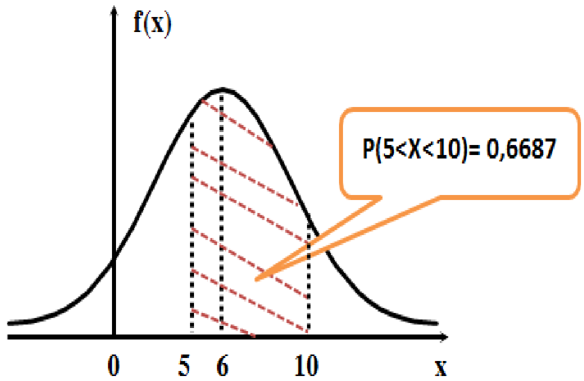
P(|X-5|>3) = P(|X-5|>=3) = 1-P(|X-5|<3)



Phân phối đối xứng qua đường thẳng x=6



Phân phối đối xứng qua đường thẳng x=6



Phân phối đối xứng qua đường thẳng x=6

***<u>Lưu ý</u>*:**

Hai dạng toán thông dụng là

P(X< a) = b hoặc P(X> a) = b

Cho a, tìm b

Cho b, tìm a

II) CÁC CÔNG THỨC XẤP XỈ PHÂN PHỐI XÁC SUẤT THÔNG DỤNG

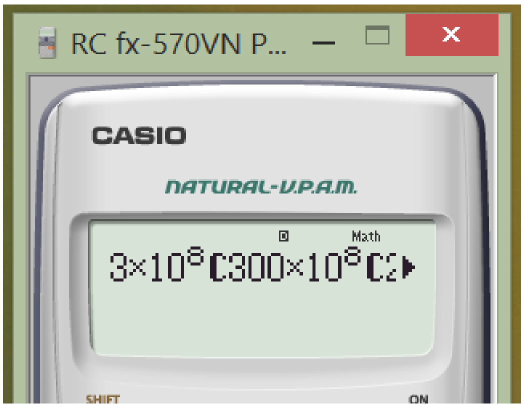
Máy tính tay (Casio fx-570VN Plus) chỉ có thể tính trên số không quá lớn hoặc quá nhỏ. Trong trường hợp máy tính tay không tính nỗi, báo lỗi thì phải dùng công thức xấp xỉ.

VD 1:

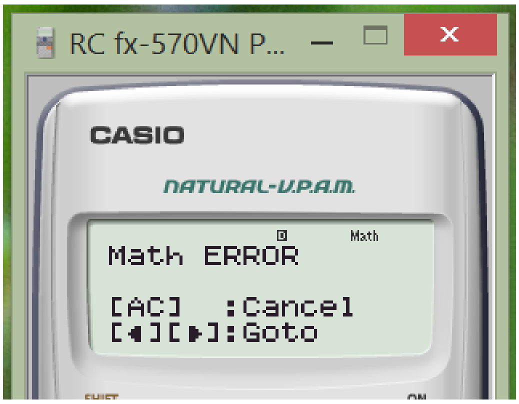
Phân phối siêu bội: X~H(4.10^8, 3.10^8,500)

P(X=300)= C(300,3.10^8)*C(200,1.10^8) / C(500,4.10^8)

$\Rightarrow$ Máy báo lỗi



$\Rightarrow$



VD 2:

Phân phối nhị thức:

* X~B(9.10^{99}; 0,4)

P(X=4.10^{60}) $\Rightarrow$ Máy báo lỗi

* X~B(9.10^{100}; 0,4) $\Rightarrow$ Máy báo lỗi

* X~B(9.10^{98}; 4.10^{-60}) $\Rightarrow$ Máy báo lỗi

Nếu đề thi không yêu cầu tính xấp xỉ kết quả thì cứ bấm máy bình thường.

Nếu đề thi ***yêu cầu tính xấp xỉ*** *thì phải dùng công thức xấp xỉ.*

***1) Xấp xỉ siêu bội qua nhị thức*:**

X~H(N, M, n)

Nếu n << N (*thường $N/n \geq 100$*) thì xấp xỉ X~B(n, p)

Với p = M/N

Rồi dùng công thức của phân phối *nhị thức* để tính.

***2a) Xấp xỉ nhị thức qua Poisson*:**

X~B(n, p)

Nếu n lớn (*thường $n \geq 100$*) và p nhỏ gần 0 (*thường $p < 0,09$*) thì xấp xỉ X~P(λ)

Với λ = np

Rồi dùng công thức của phân phối *Poisson* để tính.

***<u>Lưu ý</u>*:**

Nếu n lớn và p lớn gần 1 (*thường $p > 0,91$*) thì vẫn xấp xỉ ***gián tiếp*** X qua Poisson được

<u>VD</u>:

Cho máy tự động sản xuất ra 200 sản phẩm với tỷ lệ sản phẩm tốt là 95%. Tính xác suất có ít nhất 195 sản phẩm tốt.

<u>HD</u>:

Gọi Y= số sản phẩm <u>tốt</u> có trong 200 sản phẩm sản xuất ra

Y~B(200; 0,95) ***không xấp xỉ trực tiếp được***

Gọi X= số sản phẩm <u>xấu</u> có trong 200 sản phẩm sản xuất ra

X~B(200; 0,05) $\approx$ P(10)

Y+X = 200 và $Y \geq 195 \rightarrow X \leq 5$

$P(Y \geq 195) = P(X \leq 5) = P(X=0)+...+P(X=5) = 0,0671$

***2b) Xấp xỉ nhị thức qua chuẩn*:**

X~B(n, p)

Nếu n lớn (*thường $n \geq 100$*) và p không gần 0 và 1 (*thường $0,2 \leq p \leq 0,8$*) thì xấp xỉ X~N(np, npq)

Với q= 1-p

Rồi dùng công thức của phân phối *chuẩn* để tính.

3) Xấp xỉ 2 lần

**** Xấp xỉ siêu bội qua nhị thức, rồi nhị thức qua Poisson***

**** Xấp xỉ siêu bội qua nhị thức, rồi nhị thức qua chuẩn***

III) CÁC ĐỊNH LÝ

X_1 , X_2 là 2 đại lượng ngẫu nhiên **độc lập**

1) $X_1 \sim B(n_1, p)$, $X_2 \sim B(n_2, p)$

   $\Rightarrow X_1+X_2 \sim B(n_1+n_2, p)$

2) $X_1 \sim P(\lambda_1)$, $X_2 \sim P(\lambda_2)$

   $\Rightarrow X_1+X_2 \sim P(\lambda_1+\lambda_2)$

3) $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

   $\Rightarrow X_1+X_2 \sim N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$

https://sites.google.com/a/ueh.edu.vn/phamtricao/
https://sites.google.com/site/phamtricao/