CHƯƠNG IV: ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN 2 CHIỀU

1

- Một bộ 2 đại lượng ngẫu nhiên X, Y được xét đồng thời gọi là ĐLNN 2 chiều, ký hiệu V= (X,Y). Thường ta quan tâm X và Y có ảnh hưởng lẫn nhau hay không.
- Nếu X, Y rời rạc thì V là ĐLNN 2 chiều rời rạc.
- Nếu X, Y liên tục thì V là ĐLNN 2 chiều liên tục.
- VD:
- Xét đồng thời chiều cao (X) và trọng lượng (Y) của 1 người.
- Xét đồng thời số buổi đi học môn XSTK (X) và điểm thi môn XSTK (Y).
- Xét đồng thời độ tuổi (X) và *nhan sắc* (Y) của 1 người phụ nữ thì (X,Y) *không là* ĐLNN 2 chiều.

2

I. ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN 2 CHIỀU (rời rạc)

Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X,Y) có dạng:

X \ Y	y_1	y_j	y_n
x_1	p_{11}	p_{1j}	p_{1n}
x_i	p_{i1}	p_{ij}	p_{in}
x_m	p_{m1}	p_{mj}	p_{mn}

Trong đó: X nhận các giá trị $x_1, x_2, ..., x_m$

Y nhận các giá trị $y_1, y_2, ..., y_n$

Xác suất X nhận giá trị x_i và Y nhận giá trị y_j *cùng lúc* là:

$p_{ij} = P(X=x_i, Y = y_j)$

3

Tính chất: $0 \le p_{ij} \le 1 \ , \forall i,j$

$$\sum_i \sum_j p_{ij} = 1$$

Lưu ý:

Ta không xét ĐLNN 2 chiều liên tục.

4

Ví dụ 1: Cho ĐLNN 2 chiều V=(X,Y) có bảng phân phối xác suất đồng thời

X \ Y	1	2	3	4
2	1/8	2/8	0	0
4	1/8	0	1/8	2/8
6	0	0	1/8	0

5

II. PHÂN PHỐI LỀ (PHÂN PHỐI BIÊN DUYÊN)

1) Phân phối lề của X

Ví dụ 1:

X	2	4	6
P	3/8	4/8	1/8

P (X =2) = P[(X=2).{(Y=1)+(Y=2)+(Y=3)+(Y=4)}]

= P(X=2,Y=1)+P(X=2,Y=2)+P(X=2,Y=3)+P(X=2,Y=4)

$$=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+0+0=\frac{3}{8}$$

P(X=4)= P(X=4,Y=1)+P(X=4,Y=2)+P(X=4,Y=3)+P(X=4,Y=4)

$$=\frac{1}{8}+0+\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}$$

Tương tự cho P(X=6)

6

Nhận xét: Để xác định bảng phân phối lề đơn giản, ta lập bảng sau:

X \ Y	1	2	3	4	Σ
2	1/8	2/8	0	0	3/8
4	1/8	0	1/8	2/8	4/8
6	0	0	1/8	0	1/8
Σ	2/8	2/8	2/8	2/8	1

7

X	2	4	6
P	3/8	4/8	1/8

Kỳ vọng: E(X) = $\sum_i x_i P(X=x_i) = 2\cdot\frac{3}{8}+4\cdot\frac{4}{8}+6\cdot\frac{1}{8}=\frac{7}{2}$

Phương sai: var(X) = $\sum_i (x_i-EX)^2 . P(X=x_i)$

$$=(2-\frac{7}{2})^2.\frac{3}{8}+(4-\frac{7}{2})^2.\frac{4}{8}+(6-\frac{7}{2})^2.\frac{1}{8}=\frac{7}{4}$$

Hoặc var(X) = $E(X^2)-\{E(X)\}^2$

8

2) Phân phối lề của Y:

Ví dụ 1:

Y	1	2	3	4
P	2/8	2/8	2/8	2/8

P(Y=1) = P[{(X=2)+(X=4)+(X=6)}.(Y=1)]

$= P(X=2,Y=1)+P(X=4,Y=1)+P(X=6,Y=1)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+0=\frac{2}{8}$

Tương tự cho P(Y=2) , P(Y=4) , P(Y=6)

Kỳ vọng: $E(Y)=\sum_j y_j P(Y=y_j)=1\cdot\frac{2}{8}+2\cdot\frac{2}{8}+3\cdot\frac{2}{8}+4\cdot\frac{2}{8}=\frac{5}{2}$

Phương sai: $var(Y)=\sum_j (y_j - EY)^2.P(Y=y_j)$

$= (1-\frac{5}{2})^2.\frac{2}{8}+(2-\frac{5}{2})^2.\frac{2}{8}+(3-\frac{5}{2})^2.\frac{2}{8}+(4-\frac{5}{2})^2.\frac{2}{8}=\frac{5}{4}$

9

III. ĐỘC LẬP VỀ XÁC SUẤT CỦA X,Y.

X,Y độc lập ⇔ $P(X=x_i,Y=y_j) = P(X=x_i).P(Y=y_j)\ \forall i,j$

Ví dụ 1:

$P(X=2,Y=1) = \frac{1}{8} \neq \frac{3}{8}\cdot\frac{2}{8} = P(X=2).P(Y=1)$

Vậy X,Y không độc lập

10

ĐỘC LẬP VỀ XÁC SUẤT CỦA X VÀ Y

VD2: Bảng phân phối xác suất đồng thời

X \ Y	0	1	2	
0	1/18	3/18	2/18	*6/18*
1	2/18	6/18	4/18	*12/18*
	3/18	*9/18*	*6/18*	*1*

Bảng phân phối lề

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	0	1	2
P	1/6	3/6	2/6

Ta có: P(X=0,Y=1) = 3/18 = (1/3).(3/6) = P(X=0).P(Y=1)

Tương tự: $P(X=x_i,Y=y_j) = P(X=x_i).P(Y=y_j)$, $\forall i,j$

Vậy X và Y độc lập về xác suất.

11

Bài toán ngược:

Biết bảng pp xs của X và Y, lập bảng pp xs đồng thời (X,Y).

VD3:

X và Y độc lập, có bảng pp xs:

X	-1	2
P	1/3	2/3

Y	0	1	2
P	1/5	2/5	2/5

Lập bảng pp xs đồng thời của (X,Y) ?

12

Giải:

X, Y độc lập ⇔ P(X=xi,Y=yj) = P(X=xi).P(Y=yj) , ∀i,j

P(X=-1,Y=0) = P(X=-1).P(Y=0) = (1/3)(1/5) = 1/15

P(X=2,Y=1) = P(X=2).P(Y=1) = (2/3)(2/5) = 4/15

Tương tự cho các xác suất còn lại.

X \ Y	0	1	2
-1	1/15	2/15	2/15
2	2/15	4/15	4/15

13

IV. LẬP BẢNG PP XS CHO X.Y, TÍNH E(X.Y)

Ví dụ 1:

XY	2	4	6	8	12	16	18	24
P	1/8	3/8	0	0	1/8	2/8	1/8	0

P(XY=2) = P(X=2, Y=1) = 1/8

P(XY=4) = P(X=2,Y=2) + P(X=4,Y=1) = 2/8+1/8 = 3/8

P(XY=6) = P(X=6,Y=1)+P(X=2,Y=3) = 0+0 = 0

E(XY) = 2.(1/8)+4(3/8)+12.(1/8)+16.(2/8)+18.(1/8) = 19/2

14

Lưu ý:

Để xác định các giá trị của X.Y và tính xác suất cho dễ, ta lập bảng phụ:

X \ Y	1	2	3	4
2	*2*	*4*	*6*	*8*
4	*4*	*8*	*12*	*16*
6	*6*	*12*	*18*	*24*

15

- Bài tập:
- 1) Lập bảng ppxs cho X+Y?
- 2) Tính E(X+Y), var(X+Y)?
- 3) Có sử dụng được công thức sau:
  - E(X+Y) = E(X)+E(Y) ?
  - Var(X+Y) = var(X)+var(Y) ?

16

V. PHÂN PHỐI CÓ ĐIỀU KIỆN

Giả sử biến cố F đã xảy ra và P(F) > 0

Phân phối của X theo điều kiện F là:

$P(X=x_i/F) = \frac{P(X=x_i,F)}{P(F)} = P_{iF}$

Ví dụ 1:

Xét F = (Y=1)

Phân phối có điều kiện của X theo F là:

X_F	2	4	6
P_{iF}	½	1/2	0

17

$P(X=2/Y=1) = \frac{P(X=2,Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{1/8}{2/8} = \frac{1}{2} = P_{1F}$

$P(X=4/Y=1) = \frac{P(X=4,Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{1/8}{2/8} = \frac{1}{2} = P_{2F}$

$P(X=6/Y=1) = \frac{P(X=6,Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{0}{2/8} = 0 = P_{3F}$

Tính chất:

$0 \le p_{iF} \le 1$, $\forall i$; $\sum_i p_{iF} = 1$

18

Phân phối của Y theo điều kiện F là:

$P(Y=y_j/F) = \frac{P(Y=y_j,F)}{P(F)} = P_{Fj}$

Ví du 1:

Xét F = (X=4)

Y_F	1	2	3	4
P_{Fj}	1/4	0	¼	2/4

$P(Y=1/X=4) = \frac{P(X=4,Y=1)}{P(X=4)} = \frac{1/8}{4/8} = \frac{1}{4}$

Tính chất:

$0 \le p_{Fj} \le 1$, $\forall j$; $\sum_j p_{Fj} = 1$

19

VI. KỲ VỌNG TOÁN CÓ ĐIỀU KIỆN, PHƯƠNG SAI CÓ ĐIỀU KIỆN

1. Xét cho X:

$E(X_F) = E(X/F) = \sum_i x_i p_{iF}$ nếu biết bảng phân phối X_F

Nếu chưa biết bảng X_F thì:

$E(X_F) = \sum_i x_i P(X=x_i/F) = \sum_i x_i \frac{P(X=x_i,F)}{P(F)}$

$var(X_F) = var(X/F) = \sum_i (x_i - E(X_F))^2 p_{iF}$

20

Ví dụ 1: F = (Y=1)

E(X/F) = 2.p_{1F} +4.p_{2F} +6.p_{3F} $=2\cdot\frac{1}{2}+4\cdot\frac{1}{2}+6\cdot 0=3$

Nếu ta chưa có bảng pp X_F thì tính như sau:

$E(X_F)$ =

$$2\frac{P(X=2,Y=1)}{P(Y=1)}+4\frac{P(X=4,Y=1)}{P(Y=1)}+6\frac{P(X=6,Y=1)}{P(Y=1)}$$

$$= 2\cdot\frac{1/8}{2/8}+4\cdot\frac{1/8}{2/8}+6\cdot\frac{0}{2/8}=3$$

Tương tự : E(X/Y=2)= 2 , E(X/Y=3)= 5

$var(X_F) = (2-3)^2 p_{1F} + (4-3)^2 p_{2F} + (6-3)^2 p_{3F}$

21 $= 1.(1/2)+1.(1/2)+9.(0) = 1$

Ý nghĩa của E(X/F): là trung bình có điều kiện của X, điều kiện là F

2. Xét cho Y:

$E(Y_F) = E(Y/F) = \sum_j y_j p_{Fj}$ nếu biết bảng pp Y_F

Nếu chưa biết bảng Y_F thì:

$$E(Y_F) = \sum_j y_j P(Y=y_j/F) = \sum_j y_j \frac{P(Y=y_j,F)}{P(F)}$$

$$var(Y_F) = var(Y/F) = \sum_j (y_j - E(Y_F))^2 p_{Fj}$$

22

Ví dụ 1: F = (X=4)

E(Y/F) = 1.p_{F1} +2.P_{F2} +3.p_{F3}+4.p_{F4}

=1(1/4)+2(0)+3(1/4)+4(2/4) = 3

Nếu ta chưa có bảng phân phối Y_F thì tính như sau: $E(Y_F)$ =

$$1\frac{P(X=4,Y=1)}{P(X=4)}+2\frac{P(X=4,Y=2)}{P(X=4)}+3\frac{P(X=4,Y=3)}{P(X=4)}$$

$$+4\frac{P(X=4,Y=4)}{P(X=4)}=1\cdot\frac{1/8}{4/8}+2.\frac{0}{4/8}+3\cdot\frac{1/8}{4/8}+4\cdot\frac{2/8}{4/8}=3$$

Tương tự : E(Y/X=2)= 5/3 , E(Y/X=6)= 3

$var(Y_F) = (1-3)^2(1/4)+(2-3)^2.(0)+(3-3)^2(1/4)$

23 $+(4-3)^2(2/4) = 3/2$

Ý nghĩa kỳ vọng có điều kiện:

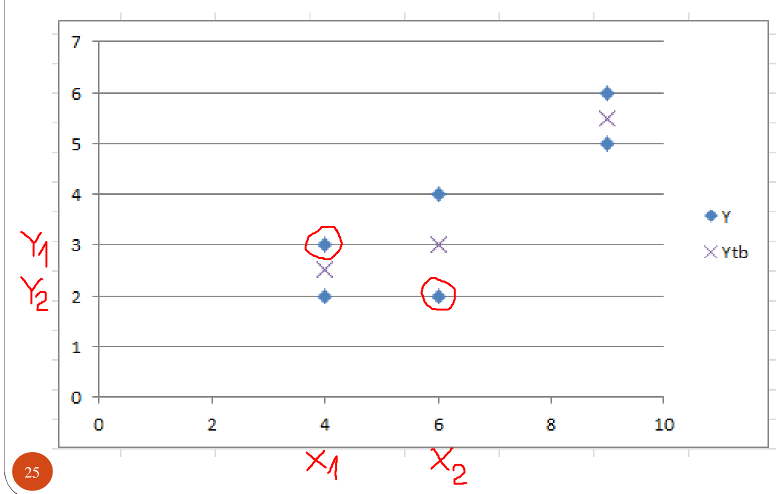
Khảo sát chi tiêu (Y) theo thu nhập (X) của 6 người ta có bảng số liệu sau:

X	4	4	6	6	9	9
Y	2	3	2	4	5	6

- Chi tiêu trung bình của 6 người là: (2+3+2+4+5+6) / 6 = 3,6667 = E(Y)
- Chi tiêu trung bình của 2 người cùng thu nhập 4: (2+3) / 2 = 2,5 = E(Y/X=4)
- Chi tiêu trung bình của 2 người cùng thu nhập 6: (2+4) / 2 = 3 = E(Y/X=6)

24

Đồ thị minh họa



25

VII. HIỆP PHƯƠNG SAI
HỆ SỐ TƯƠNG QUAN

Nếu $E(Y/X=x_i) = E(Y/x_i) = a+bx_i$
hoặc $E(X/Y=y_j) = E(X/y_j) = c+dy_j$
thì ta nói X,Y có tương quan *tuyến tính*.

1) Hiệp phương sai

$$\operatorname{cov}(X,Y) = E\{(X-E(X))\cdot(Y-E(Y))\}$$
$$= E(XY) - E(X)\cdot E(Y)$$

Với $E(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij}$

26

Cov(X,Y) cho biết X và Y có phụ thuộc tương quan tuyến tính hay không.

Cov(X,Y) phụ thuộc đơn vị đo của X,Y

VD1:

$E(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij} = 2(1\frac{1}{8} + 2\frac{2}{8} + 3\cdot 0 + 4\cdot 0)$

$+4(1\frac{1}{8} + 2.0 + 3\frac{1}{8} + 4\frac{2}{8}) + 6(1\cdot 0 + 2\cdot 0 + 3\cdot\frac{1}{8} + 4\cdot 0) = 19/2$

$Cov(X,Y) = E(XY) - EX.EY = \frac{19}{2} - \frac{7}{2}.\frac{5}{2} = \frac{3}{4}$

Nếu có bảng phân phối xác suất của XY thì ta dễ dàng tính E(XY). *Xem mục IV*

27

Tính chất:

– Cov(X,Y) = 0 : X, Y không có tương quan tt
– $Cov(X,Y) \neq 0$: X, Y có tương quan tt
– Cov(X,Y) = Cov(Y,X)
– Cov(X,X) = var(X)
– Cov(X,Y) > 0 : X, Y tương quan thuận
Cov(X,Y) < 0 : X, Y tương quan nghịch
– Cov(X+ Z, Y) = Cov(X,Y) + Cov(Z,Y)
– Cov(aX,bY) = ab cov(X,Y) , $a,b \in R$

28

- Tính chất:
- var(X+Y) = var(X)+var(Y)+2.cov(X,Y)
  var(X-Y) = var(X)+var(Y)–2.cov(X,Y)
- var(aX ± bY) = a^2 var(X)+b^2 var(Y) ± 2ab.cov(X,Y)

- Nếu X,Y độc lập thì :
  E(X.Y)= E(X).E(Y) ⇒ cov(X,Y)= E(XY)-E(X).E(Y)= 0

- *Vậy : X,Y độc lập ⇒ X,Y không tương quan*
  Điều ngược lại không đúng

- Nếu X,Y có phân phối *chuẩn* thì điều ngược lại đúng.

29

VD4 : Hai ĐLNN *không* tương quan nhưng *không* độc lập.
Cho hai ĐLNN có bảng phân phối đồng thời:

X \ Y	6	8	10
1	0,2		0,2
2		0,2	
3	0,2		0,2

Ta lập bảng sau:

X \ Y	6	8	10	Σ
1	0,2		0,2	*0,4*
2		0,2		*0,2*
3	0,2		0,2	*0,4*
Σ	*0,4*	*0,2*	*0,4*	*1*

30

VD4:
$E(X) = 1.(0,4)+2.(0,2)+3.(0,4) = 2$
$E(Y) = 6.(0,4)+8.(0,2)+10.(0,4) = 8$
$E(XY) = 6.(1).(0,2)+6.(3).(0,2)+8.(2).(0,2)$
$+10.(1).(0,2)+10.(3).(0,2) = 16$

$cov(X,Y) = E(XY)–E(X).E(Y) = 16–2.(8) = 0$
nên X, Y *không* tương quan tuyến tính

$P(X=2,Y=6) = 0 \neq (0,2).(0,4) = P(X=2).P(Y=6)$
nên *X, Y không* độc lập.

31 Vậy: $cov(X,Y) = 0$ nhưng *X, Y* không độc lập.

Bất đẳng thức Cauchy–Schwartz:

$|cov(X,Y)| \le \sqrt{var(X).var(Y)}$

Dấu "=" đạt được khi : P(Y= aX+b) = 1, a≠ 0

2) *Hệ số tương quan*:

$$R_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)}.\sqrt{var(Y)}}$$

R_{XY} đo *mức độ* tương quan tuyến tính giữa X và Y

R_{XY} không phụ thuộc đơn vị đo của X,Y

32

VD1: $R_{XY} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{7}{4}.\frac{5}{4}}} = \dfrac{3}{\sqrt{35}}$

Tính chất:

- $R_{XY} = 0$: X, Y không có tương quan tuyến tính
- $R_{XY} = R_{YX} = R(X,Y) = R$
- R(X,Y) cùng dấu với cov(X,Y)
- $0 \le |R_{XY}| \le 1$
- $R(aX+b, cY+d) = R(X,Y) \quad \forall a,b,c,d \in R,\ ac>0$
- Nếu $Y = aX + b$ thì $R(X,Y) = \pm 1$, $a \neq 0$

33

- 0 <= |R| <= 1
- Nếu |R| càng gần 1 thì mức độ phụ thuộc tuyến tính giữa X, Y càng chặt. Có nghĩa là khi X thay đổi thì Y có *xu thế* thay đổi *nhiều* theo X, hay *xu thế đường thẳng* giữa X và Y càng rõ.
- Nếu |R| càng gần 0 thì mức độ phụ thuộc tuyến tính giữa X, Y càng lỏng. Có nghĩa là khi X thay đổi thì Y có *xu thế* thay đổi *ít* theo X, hay *xu thế đường thẳng* giữa X và Y càng không rõ.
- Nếu R>0 thì X, Y có tương quan thuận, nghĩa là nếu X tăng thì Y có *xu thế* tăng theo X.
- Nếu R<0 thì X, Y có tương quan nghịch, nghĩa là nếu X tăng thì Y có *xu thế* giảm theo X.

34

- Nếu |R| = 1 thì Y= aX+b với xác suất 1.
  Tức là : P(Y= aX+b) = 1

- *Tính chất*:
- $E(X+Y)^2 = E(X^2) + 2E(XY) + E(Y^2)$
- $E(X-Y)^2 = E(X^2) - 2E(XY) + E(Y^2)$

35

VD5:

X và *Y* có quan hệ hàm số nhưng $R \neq 1$.

Cho hai ĐLNN có bảng pp xs đồng thời:

X \ Y	1	4	9	16	25	Σ
1	0,2					0,2
2		0,2				0,2
3			0,2			0,2
4				0,2		0,2
5					0,2	0,2
Σ	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1

36

VD5:

$E(X) = 1.(0,2)+2(0,2)+3(0,2)$
$+4(0,2)+5(0,2) = 3$

$E(Y) = 1(0,2)+4(0,2)+9(0,2)$
$+16(0,2)+25(0,2) = 11$

$E(XY) = 1.(1).(0,2)+2.(4).(0,2)$
$+3.(9).(0,2)+4.(16).(0,2)$
$+5.(25).(0,2) = 45$

$E(X^2) = E(Y) = 11$

37 $var(X) = 11-3^2 = 2$

VD5:

$E(Y^2) = 1.(0,2)+16.(0,2)+81.(0,2)$
$+256.(0,2)+625.(0,2) = 195,8$

$var(Y) = 195,8-11^2 = 74,8$

$cov(X,Y) = 45-3.(11) = 12$

Vậy
$$R = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)}.\sqrt{var(Y)}} = \frac{12}{\sqrt{2}.\sqrt{74,8}} = 0,981 \neq 1$$

Ta thấy:

38 $Y = X^2$ nhưng $R \neq 1$

VD6: Có hai hộp, mỗi hộp đựng 6 bi. Trong hộp 1 có: 1 bi mang số 1, 2 bi mang số 2, 3 bi mang số 3. Trong hộp 2 có: 2 bi mang số 1, 3 bi mang số 2, 1 bi mang số 3. X là số ghi trên bi rút ra từ hộp 1, Y là số ghi trên bi rút ra từ hộp 2. Rút từ mỗi hộp 1 bi.

1) Hãy lập bảng pp xs đồng thời của V = (X,Y)
2) Bảng phân phối xác suất lề của X, Y
3) Kỳ vọng, phương sai của X, Y
39 4) X, Y có độc lập theo xác suất không

Giải:

1) Bảng pp xs đồng thời

X \ Y	1	2	3	Σ
1	2/36	3/36	1/36	**1/6**
2	4/36	6/36	2/36	**2/6**
3	6/36	9/36	3/36	**3/6**
Σ	**2/6**	**3/6**	**1/6**	**1**

2)

X	1	2	3
P	1/6	2/6	3/6

Y	1	2	3
P	2/6	3/6	1/6

4) X, Y độc lập theo xác suất

40

VD7: Hộp có 3 bi T, 2 bi V và 4 bi Đ. Lấy NN 3 bi từ hộp. Lập bảng ppxs đồng thời của số bi T và số bi V lấy được?

- HD:
- Gọi X= số bi T lấy được. X có các giá trị 0, 1, 2, 3
- Y= số bi V lấy được. Y có các giá trị 0, 1, 2
- P(X=0,Y=0) = P(0T, 0V, 3Đ) = C(3,4) / C(3,9)
- P(X=0,Y=1) = P(0T, 1V, 2Đ) = C(1,2)C(2,4) / C(3,9)
- P(X=0,Y=2) = P(0T, 2V, 1Đ) = C(2,2)C(1,4) / C(3,9)
- P(X=1,Y=0) = P(1T, 0V, 2Đ) = C(1,3)C(2,4) / C(3,9)
- P(X=1,Y=1) = P(1T,1V,1Đ) = C(1,3)C(1,2)C(1,4)/ C(3,9)
- ......
- P(X=3,Y=0) = P(3T, 0V, 0Đ) = C(3,3) / C(3,9)

41

Bảng phân phối xác suất đồng thời (X,Y):

X \ Y	0	1	2	Σ
0	4/84	12/84	4/84	20/84
1	18/84	24/84	3/84	45/84
2	12/84	6/84	0	18/84
3	1/84	0	0	1/84
Σ	35/84	42/84	7/84	1

42

- **Bài tập 1:**

Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm loại A, 3 sản phẩm loại B và 2 sản phẩm loại C. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng ra 3 sản phẩm.

Gọi X, Y tương ứng là số sản phẩm loại A, B có trong 3 sản phẩm lấy ra.

Tìm E(Y/X=1).

- **ĐS:**

1,2

43

- **Bài tập 2:**

Một kiện hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 6 sản phẩm loại I; 3 sản phẩm loại II và 1 sản phẩm loại III. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ kiện ra 2 sản phẩm.

Gọi X_1, X_2 tương ứng là số sản phẩm loại I, loại II có trong hai sản phẩm lấy ra.

Tính $Var(X_2/ X_1=1)$.

- **ĐS:**

0,1875

44

- **<u>Bài tập 3</u>:**

Hộp có 10 bi. Trong đó có 5 bi T, 3 bi Đ và 2 bi V. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 2 bi.

Gọi X, Y tương ứng là số bi T, bi V có trong 2 sản phẩm lấy ra.

Tính cov(X,Y).

- **<u>ĐS</u>:**

-8/45

45

Mời ghé thăm trang web:

46

- https://sites.google.com/a/ueh.edu.vn/phamtricao/
- https://sites.google.com/site/phamtricao/