HÀM NHIỀU BIẾN
ĐẠO HÀM RIÊNG

LEC 1. VI TÍCH PHÂN 2

HK2, 2020-2021

NGUYỄN VĂN THÙY

nvthuy@hcmus.edu.vn

THÔNG TIN MÔN HỌC

- 45 tiết
- Tài liệu tham khảo
  - Bộ môn Giải tích, *Giáo trình Vi tích phân 2*, khoa Toán-Tin học, ĐHKH Tự Nhiên, ĐHQG TP.HCM, 2020
  - James Stewart, *Calculus: Early Transcendentals*, 8th edition, Brooks/Cole, 2016
- Đánh giá môn học
  - Bài kiểm tra định kỳ: 40%
  - Bài thi cuối kỳ: 60%

HÀM NHIỀU BIẾN

- Ví dụ

$$f(x,y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

- Ví dụ

$$f(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

- Tìm và vẽ miền xác định
- Tìm miền giá trị
- Vẽ đồ thị

ĐẠO HÀM RIÊNG

- Định nghĩa. Cho f(x,y), $(x_0; y_0) \in D_f$

$$f'_x(x_0; y_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h; y_0) - f(x_0; y_0)}{h}$$

$$f'_y(x_0; y_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0; y_0 + h) - f(x_0; y_0)}{h}$$

$$f'_x = \frac{\partial f}{\partial x}; f'_y = \frac{\partial f}{\partial y}$$

ĐẠO HÀM RIÊNG

- Ví dụ. Tính $f'_x(0;0), f'_y(0;0)$ của hàm số

$$f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

- Ví dụ. Tính các đạo hàm riêng

$$f(x,y) = x^y$$

- Ví dụ. Tính các đạo hàm riêng

$$f(x,y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP 2

$$f''_{xx} = (f'_x)'_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

$$f''_{xy} = (f'_x)'_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

$$f''_{yx} = \left(f'_y\right)'_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

$$f''_{yy} = \left(f'_y\right)'_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP 2

- Ví dụ. Tính các đạo hàm riêng cấp 2 của hàm số

$$f(x,y) = x^3 - 15x^2y + xy^2 + y^3$$

- Ví dụ. Tính $f''_{xx} + f''_{yy}$ của hàm số

$$f(x,y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

MẶT PHẲNG TIẾP XÚC

- Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cong (S): $z = f(x, y)$ tại điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ là:

$$
z = f(x_0; y_0) + f'_x(x_0; y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0; y_0) \cdot (y - y_0)
$$

MẶT PHẲNG TIẾP XÚC

- Ví dụ. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong (S):

- a) $z = x^2 y$ tại điểm $M(2; 1; 4)$

- b) $z = \ln(x - 2y)$ tại điểm $M(3; 1; 0)$

XẤP XỈ TUYẾN TÍNH

- Càng gần tiếp điểm, mặt cong càng gần mặt phẳng tiếp xúc. Do đó, khi (x,y) rất gần $(x_0; y_0)$ thì

$$f(x,y) \approx f(x_0; y_0) + f'_x(x_0; y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0; y_0) \cdot (y - y_0)$$

(công thức xấp xỉ tuyến tính hoặc công thức tính gần đúng nhờ vi phân)

XẤP XỈ TUYẾN TÍNH

- [2017-2018] Tính xấp xỉ số $\sqrt{2.01^2 + 2.99^2}$ bằng vi phân toàn phần cấp 1
- [2016-2017] Cho hàm số

$$f(x, y) = e^{x+y-7}\sqrt{x^2 + y^2}$$

- a) Tính $f'_x(x, y); f'_y(x, y)$
- b) Tính xấp xỉ $f(3.02; 3.99)$
- [2012-2013] Tính xấp xỉ

$$A = (0.99)^{3.01}$$

ĐẠO HÀM RIÊNG CỦA HÀM HỢP

- $z = z(x, y); x = x(t), y = y(t)$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

- Ví dụ. Tính $\frac{dz}{dt}$: $z = x^2 + y^3, x = 2t + 1, y = \sin t$

- Ví dụ. Tính $\frac{dw}{dt}$ với

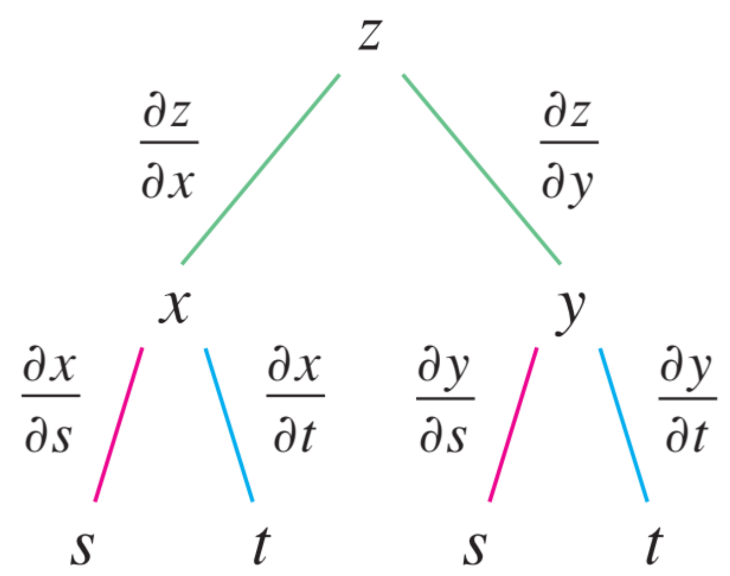
$$w = xe^{y/z}, x = t^2, y = 1 - t, z = 1 + 2t$$

ĐẠO HÀM RIÊNG CỦA HÀM HỢP

- $z = z(x, y), x = x(s, t), y = y(s, t)$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}$$



ĐẠO HÀM RIÊNG CỦA HÀM HỢP

- [2017-2018] Cho hàm số $f(x,y) = x\ln(x^2 + y^4)$ trong đó $x = 2s + 3t, y = 5s - 3t$. Đặt $F(s,t) = f(x(s,t), y(s,t))$. Tính các đạo hàm riêng $\frac{\partial F}{\partial s}$ và $\frac{\partial F}{\partial t}$
- [2016-2017] Cho $f(m,v) = \frac{1}{2}mv^2, m = s^2 - t^2, v = st$. Tính $\frac{\partial f}{\partial s}(1;1)$ và $\frac{\partial f}{\partial t}(1;1)$