

TÍCH PHÂN KÉP

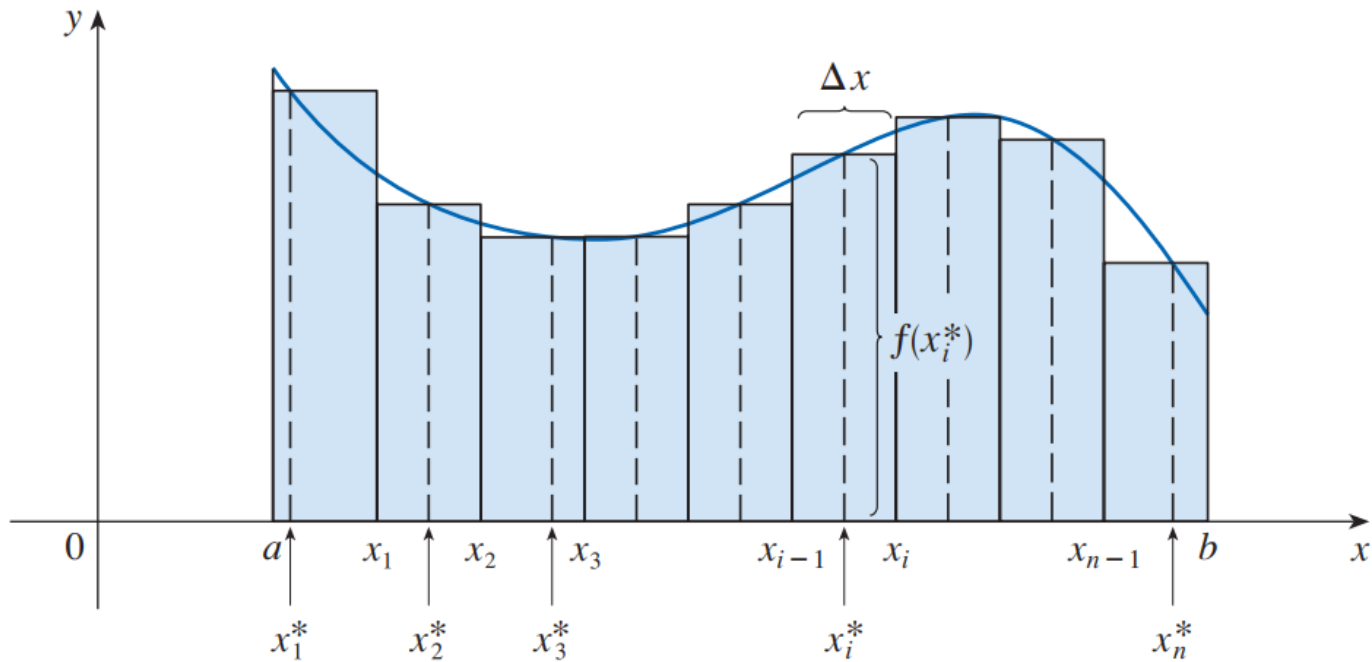
LEC 3. VI TÍCH PHÂN 2

HKII, 2020-2021

NGUYỄN VĂN THÙY

nvthuy@hcmus.edu.vn

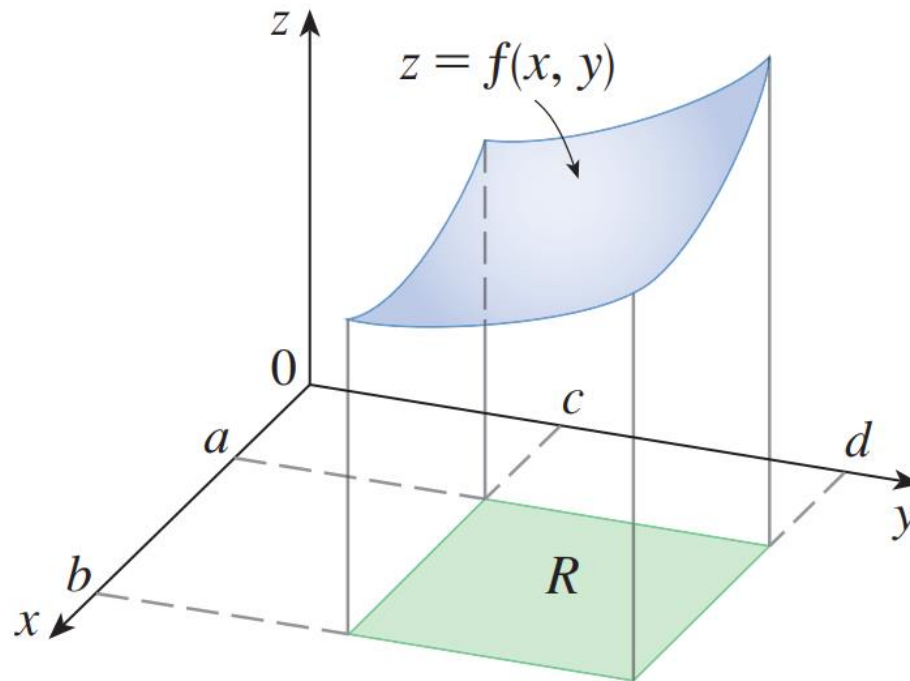
RIEVIEW



$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*)(x_i - x_{i-1})$$

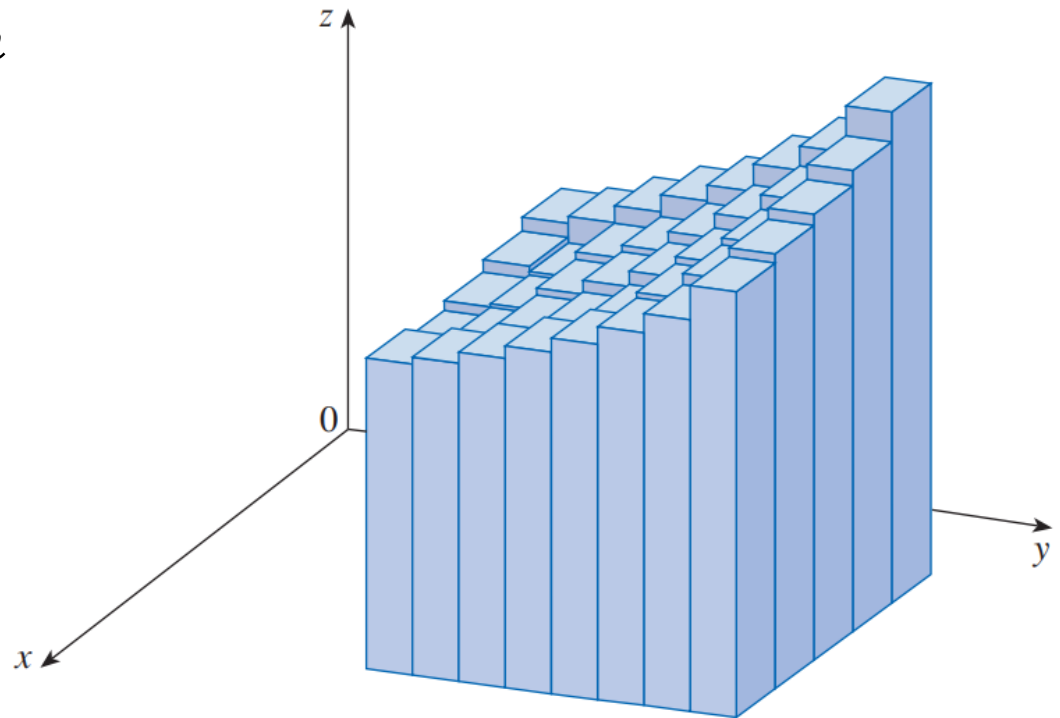
BÀI TOÁN

- Bài toán: Tính thể tích hình trụ cong (vật thể nằm trên R và nằm dưới mặt cong $z = f(x, y)$)



BÀI TOÁN

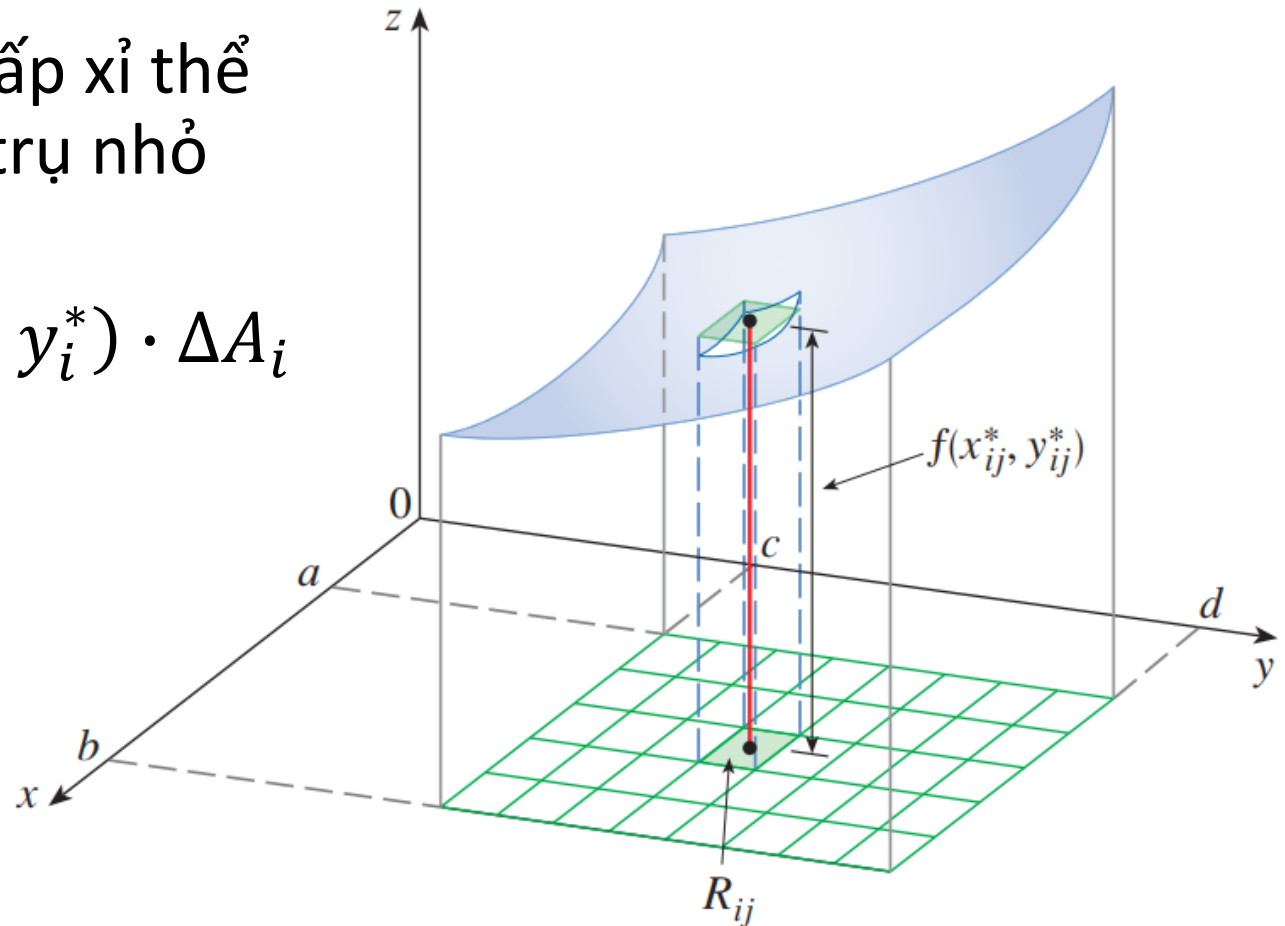
- Bước 1. Chia hình trụ lớn thành n hình trụ nhỏ có đường sinh song song trục Oz , đáy có diện tích $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_n$



BÀI TOÁN

- Bước 2. Xấp xỉ thể tích hình trụ nhỏ

$$V_i \approx f(x_i^*; y_i^*) \cdot \Delta A_i$$



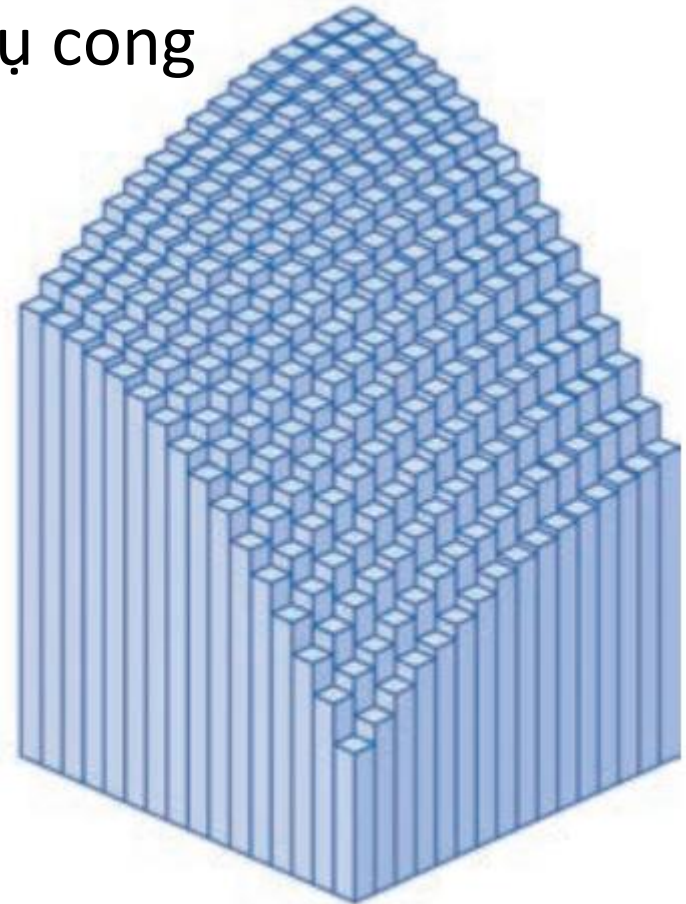
BÀI TOÁN

- Thể tích gần đúng của hình trụ cong

$$V \approx \sum_{i=1}^n f(x_i^*; y_i^*) \cdot \Delta A_i$$

- Thể tích hình trụ

$$V = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*; y_i^*) \Delta A_i$$



ĐỊNH NGHĨA TÍCH PHÂN KÉP

- Xét hàm số $z = f(x, y)$ xác định trên miền D
- Chia miền D thành n miền con có diện tích $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_n$
- Trên miền con thứ i ,
lấy một điểm $M_i(x_i^*; y_i^*)$ tùy ý
- Lập tổng tích phân Riemann

$$S_n = \sum_{i=1}^n f(x_i^*; y_i^*) \Delta A_i$$



Bernhard Riemann
1826-1866

ĐỊNH NGHĨA

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = S$ hữu hạn, không phụ thuộc vào cách chia miền D và không phụ thuộc vào cách chọn điểm M_i thì hàm số $z = f(x, y)$ được gọi là khả tích trên miền D và S được gọi là tích phân của hàm $f(x, y)$ trên miền D , ký hiệu

$$\iint_D f(x, y) dA = S = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*; y_i^*) \Delta A_i$$

TÍNH CHẤT

- Ý nghĩa hình học của tích phân kép

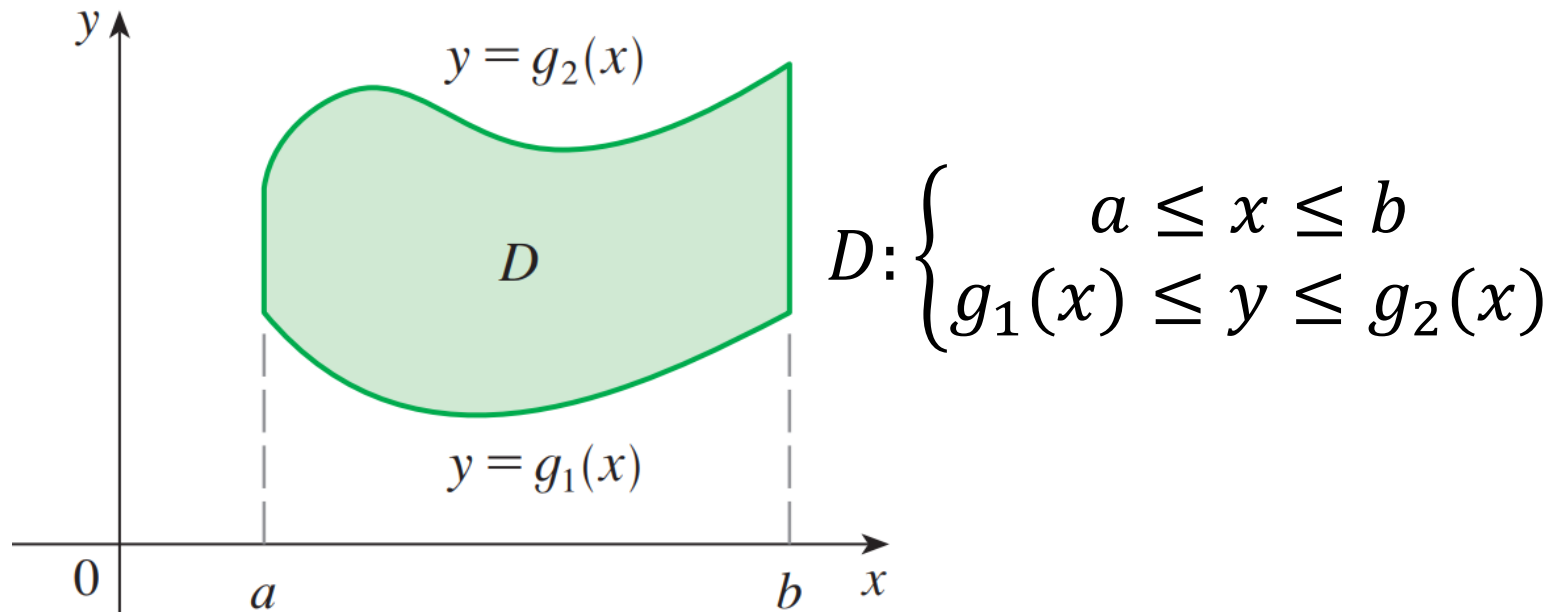
$$V = \iint_D f(x, y) dA$$

- Các tính chất

$$\iint_D c \cdot f(x, y) dA = c \iint_D f(x, y) dA$$

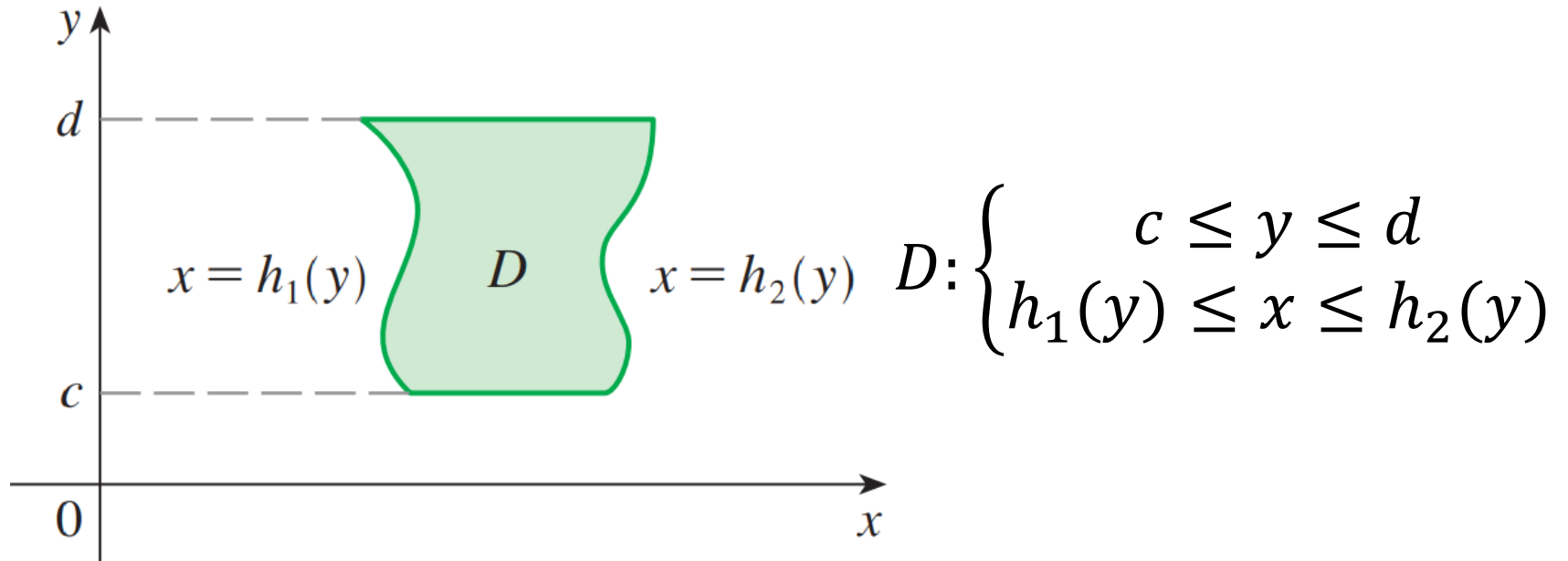
$$\iint_D [f(x, y) + g(x, y)] dA = \iint_D f(x, y) dA + \iint_D g(x, y) dA$$

CÁCH TÍNH 1



$$I = \iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx$$

CÁCH TÍNH 2



$$I = \iint_D f(x, y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) dx dy$$

TÍNH TÍCH PHẦN KÉP

- Ví dụ. Tính

$$I = \int_1^5 \int_0^x (8x - 2y) dy dx$$

- Ví dụ. Tính

$$I = \iint_D x \cos y \, dA$$

miền D giới hạn bởi các đường $y = 0, y = x^2, x = 1$