Khoa Vật lý – Vật lý kỹ thuật

Năm học 2014-2015

Môn **Toán cao cấp B2**

Thời gian làm bài : **120 phút**

Lưu ý : - Sinh viên **không được phép** sử dụng tài liệu, **không được phép** sử dụng các thiết bị điện tử (trừ máy tính bỏ túi không có chức năng lưu thông tin)

- Bài làm ***phải trình bày đầy đủ*** các bước tính, lập luận rõ ràng, chỉ rõ các định lý sẽ dùng.

Câu 1 :

a) Tìm phương trình dưới dạng $Ax + By + Cz = D$ của mặt phẳng $\mathscr{P}$ chứa đường $\mathscr{L}$ cho bởi $x = 1 - t, y = 1 + 2t, z = 2 - 3t$ và điểm (-1, 1, 2). $3y + 2z = 7$

b) Cho $\mathscr{Q}$ là mặt phẳng $2x + y + z = 4$. Tìm hình chiếu của vectơ pháp tuyến đơn vị của $\mathscr{Q}$ lên vectơ chỉ hướng đơn vị của $\mathscr{L}$ trong câu a). $\left(\frac{\sqrt{6}}{28}; -\frac{\sqrt{6}}{14}; \frac{3\sqrt{6}}{28}\right)$

Câu 2 : Dùng phương pháp nhân tử Lagrange để tìm cực đại của thể tích $V = xyz$ ($x > 0, y > 0, z > 0$) với điều kiện ràng buộc $x^2 + y^2 + z = 1$.

a) Viết ra các phương trình để tìm cực đại của V.

b) Giải các phương trình đó.

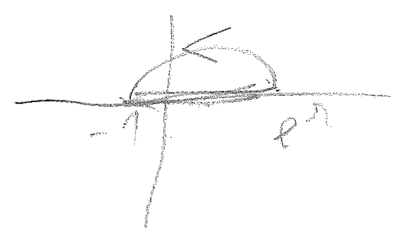
Câu 3 : Cho $\vec{F}(x,y) = (ax^2y + y^3 + 1)\hat{\imath} + (2x^3 + bxy^2 + 2)\hat{\jmath}$ là một trường vectơ, trong đó a và b là những hằng số.

a) Tìm các giá trị của a và b sao cho $\vec{F}$ bảo toàn. $a = 6, b = 3$

b) Với những giá trị này của a và b, tìm $f(x, y)$ sao cho $\vec{F} = \nabla f$. $2x^3y + xy^3 + x + 2y + C$

c) Vẫn dùng các giá trị của a và b trong câu a), tính tích phân đường $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$ dọc đường cong C cho bởi $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \le t \le \pi$. $-e^{\pi} - 1$

Câu 4 : Cho tích phân $\int_0^1 \int_{-x}^{x} y^2 \cos(xy)\,dy\,dx$



a) Đổi thứ tự lấy tích phân

b) Tính tích phân này. $2\sin 1 - \cos 1 - 1$

Câu 5 : Cho $S_a(P)$ chỉ mặt cầu tâm tại P có bán kính a và vectơ pháp tuyến hướng ra ngoài. Một trường vectơ trơn $\vec{F}$ được xác định trên toàn bộ $\mathbb{R}^3$ trừ ba điểm $P_1 = (0,0,0), P_2 = (4,0,0)$, $P_3 = (8,0,0)$. Giả sử rằng divergence của $\vec{F}$ bằng không và rằng $\iint_{S_1(P_1)} \vec{F} \cdot d\vec{S} = 1$, $\iint_{S_6(P_1)} \vec{F} \cdot d\vec{S} = 3$, và $\iint_{S_6(P_3)} \vec{F} \cdot d\vec{S} = 5$. Tìm tích phân mặt sau :

a) $\iint_{S_1(P_2)} \vec{F} \cdot d\vec{S}$. 2

b) $\iint_{S_1(P_3)} \vec{F} \cdot d\vec{S}$ 3

HẾT