CHƯƠNG 4:
CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG LỰC VẠN VẬT HẤP DẪN

Giảng viên: TS. Nguyễn Nhật Kim Ngân
Email: nnkngan@hcmus.edu.vn
Văn phòng: B34, Vật lý Địa cầu,
Khoa Vật lý – Vật lý Kỹ thuật

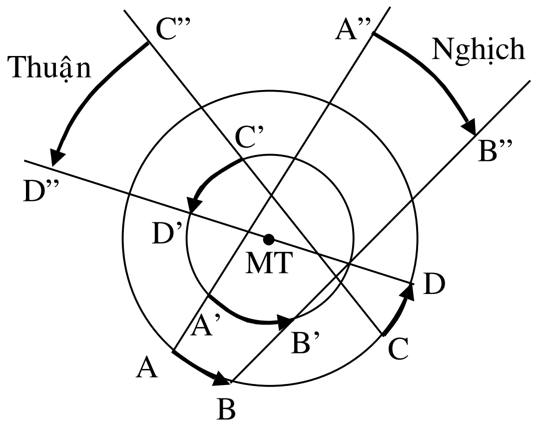
1. Chuyển động của các hành tinh

Chuyển động của các hành tinh có đặc điểm sau đây:

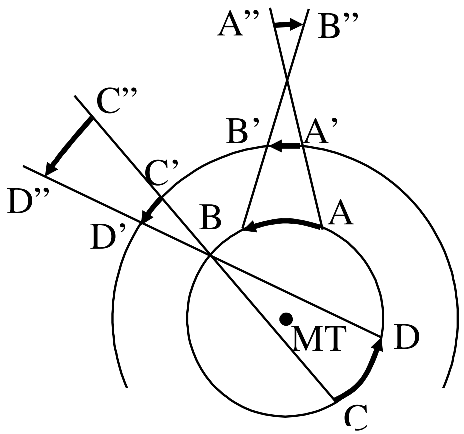
- Các hành tinh có mặt phẳng quĩ đạo chênh lệch góc rất bé so với mặt phẳng Hoàng đạo.
- Các hành tinh có chiều chuyển động quanh Mặt trời từ Tây sang Đông gọi là chiều thuận.

1. Chuyển động của các hành tinh

Đường đi biểu kiến của các hành tinh có chỗ chựng lại, sau đó bắt đầu chuyển động ngược lại, rồi ít tuần hoặc tháng sau lại tiếp tục chuyển động theo hướng cũ, gọi là chuyển động thắt nút.



Hình. *Chuyển động thắt nút của hành tinh có vận tốc lớn hơn vận tốc Trái đất*



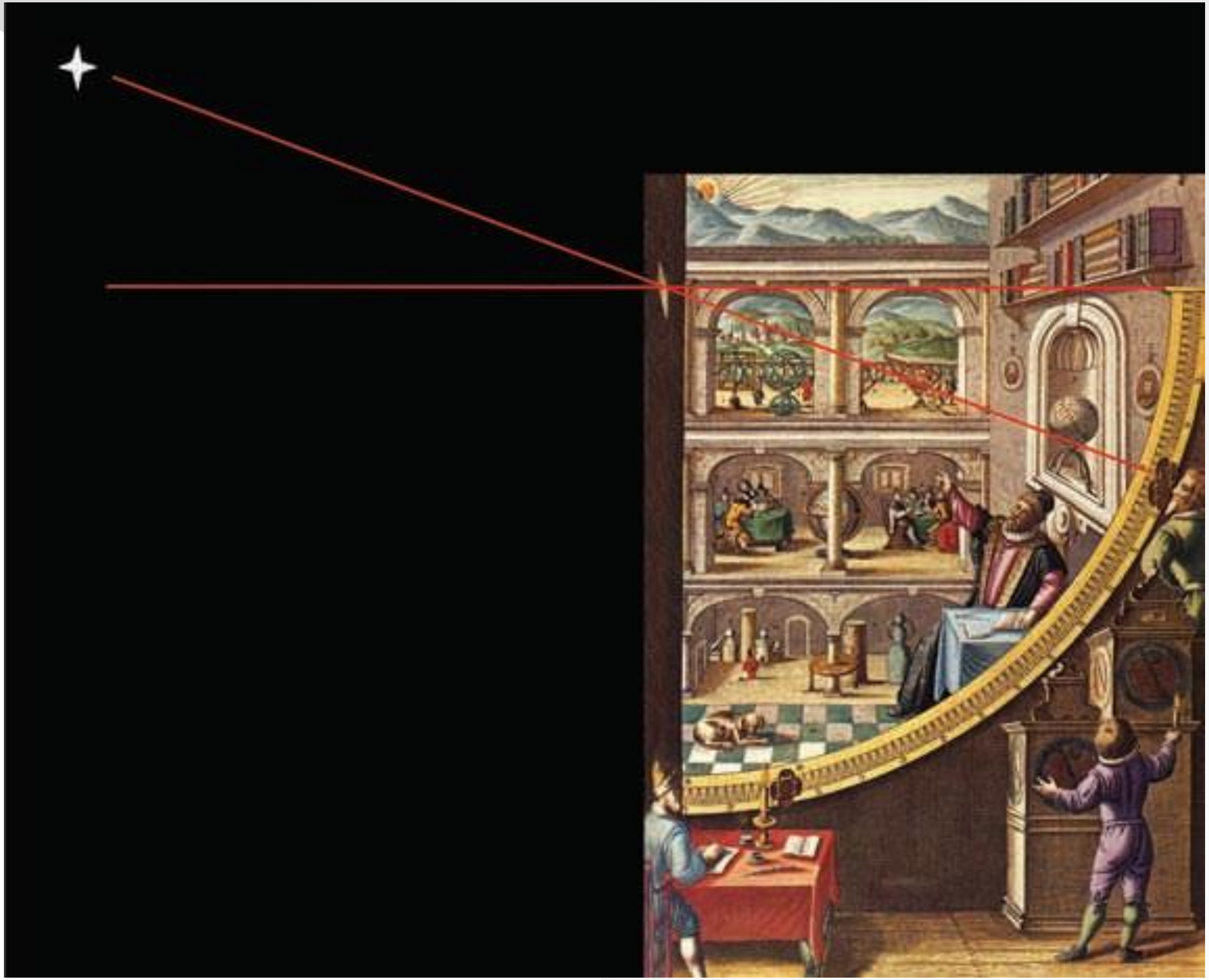
Hình*. Chuyển động thắt nút của hành tinh có vận tốc bé hơn vận tốc Trái đất*

1. Chuyển động của các hành tinh

Đài thiên văn của Tycho Brache

1576, nhà thiên văn người Đan mạch Tycho đã xây dựng một lâu đài và xây dựng trên đó một đài quan sát (Stierneborg).

20 năm sau, đội của Tycho đã thực hiện các quan sát và đo đạt vị trí của các ngôi sao, hành tinh.

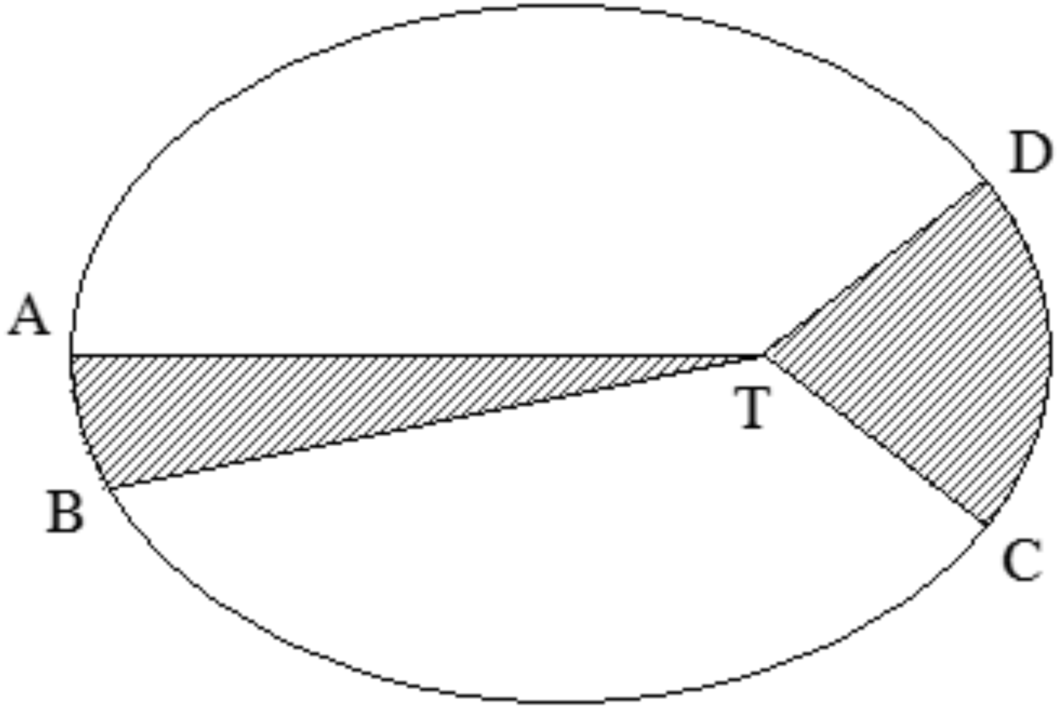


Xác định Độ cao của sao

2. Ba định luật Kepler

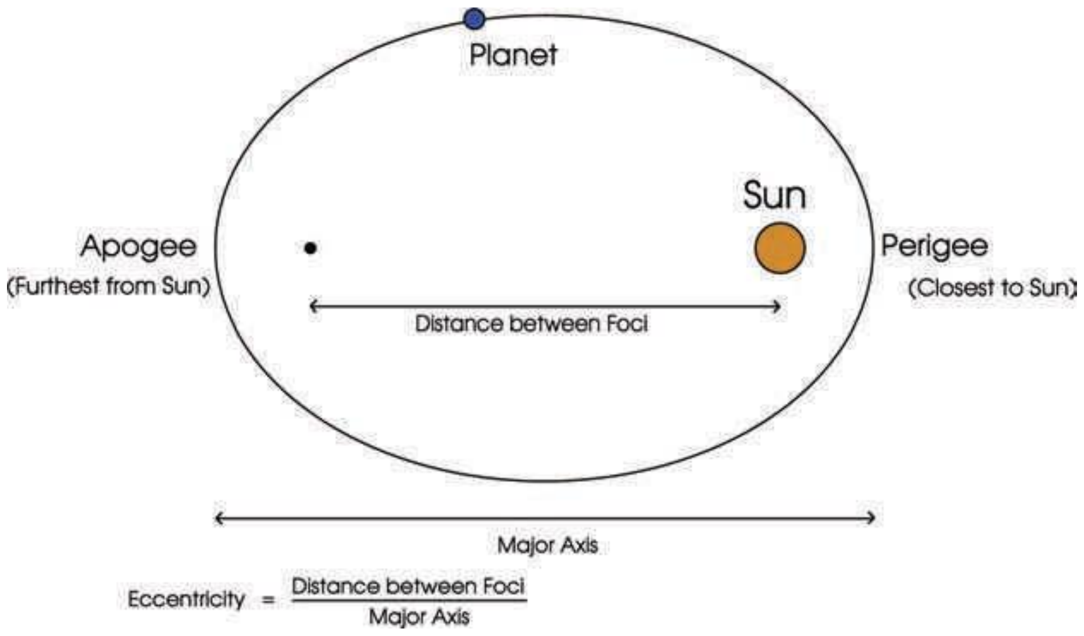
Định luật 1: Quĩ đạo của hành tinh là một elip mà Mặt trời nằm tại một tiêu điểm của elip.

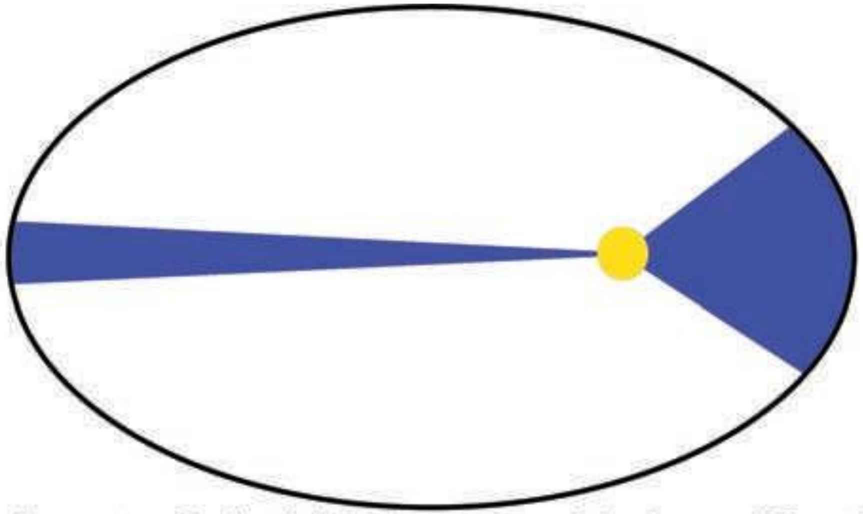
Định luật 2: Bán kính vectơ của hành tinh trong từng khoảng thời gian bằng nhau, quét được những diện tích như nhau.



Hình *Quỹ đạo ellip của hành tinh quay xung quanh Mặt trời*

2. Ba định luật Kepler





The radius vector (the line joining the centres of the Sun and Planet) sweeps out equal area in equal times

a: bán trục lớn
e: tâm sai ellip

Quỹ đạo ellip:

$$\boxed{r_{max} = a(1+e)}$$

$$\boxed{r_{min} = a(1-e)}$$

Định luật 3: Bình phương của chu kỳ vũ trụ của các hành tinh tỷ lệ thuận với lập phương khoảng cách trung bình đến Mặt trời.

$$\boxed{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}}$$

Định luật 3 có thể viết như sau $\boxed{\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = C \text{ (hằng số)}}$

Hằng số C phụ thuộc vào hệ đơn vị ta chọn. Nếu a = 1 đơn vị thiên văn, T = 1 năm vũ trụ (chu kỳ của Trái đất quanh Mặt trời so với các sao), thì C = 1. Vậy, đối với một hành tinh bất kỳ, ta có công thức:

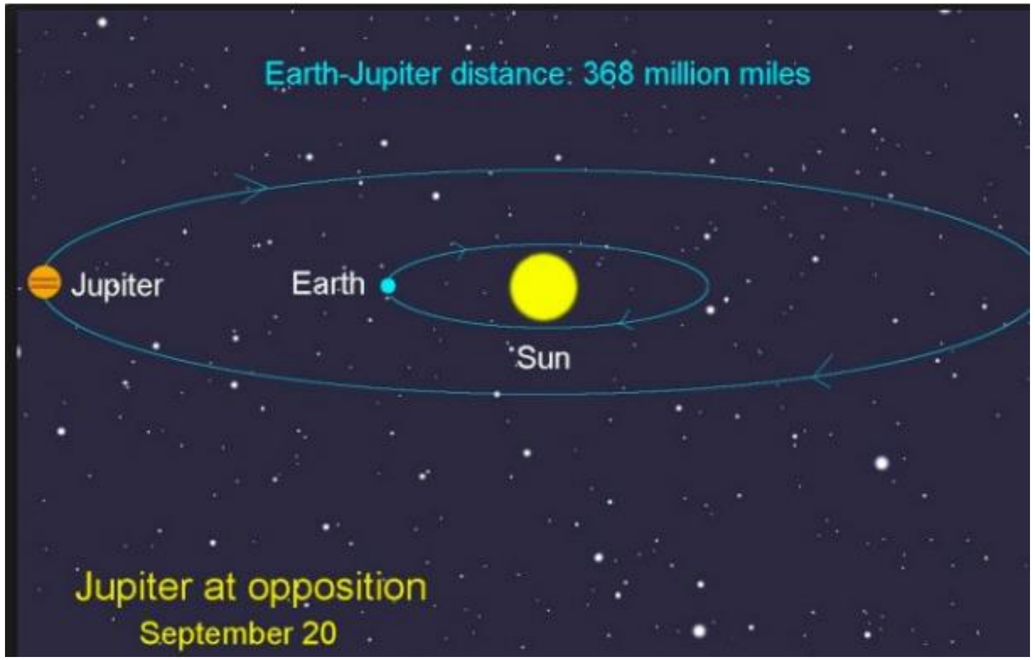
$$\boxed{a^3 = T^2 \text{ ; hay } T = a^{3/2}}$$

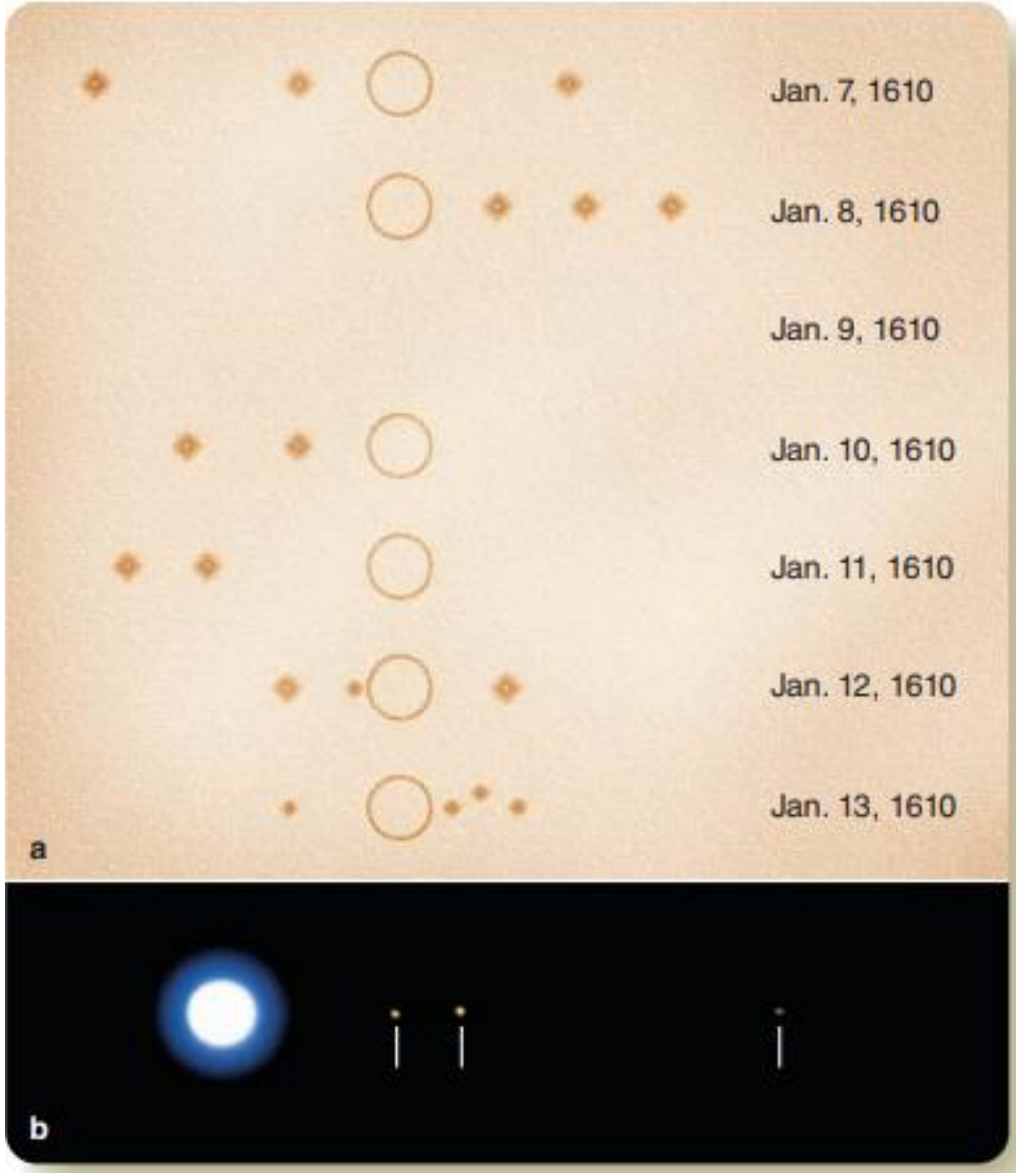
1 AU : 1 austronomy units
= 150 triệu km

Đối với Trái đất, nếu T = 365,256 ngày MTTB, a = 1 đvtv, ta có

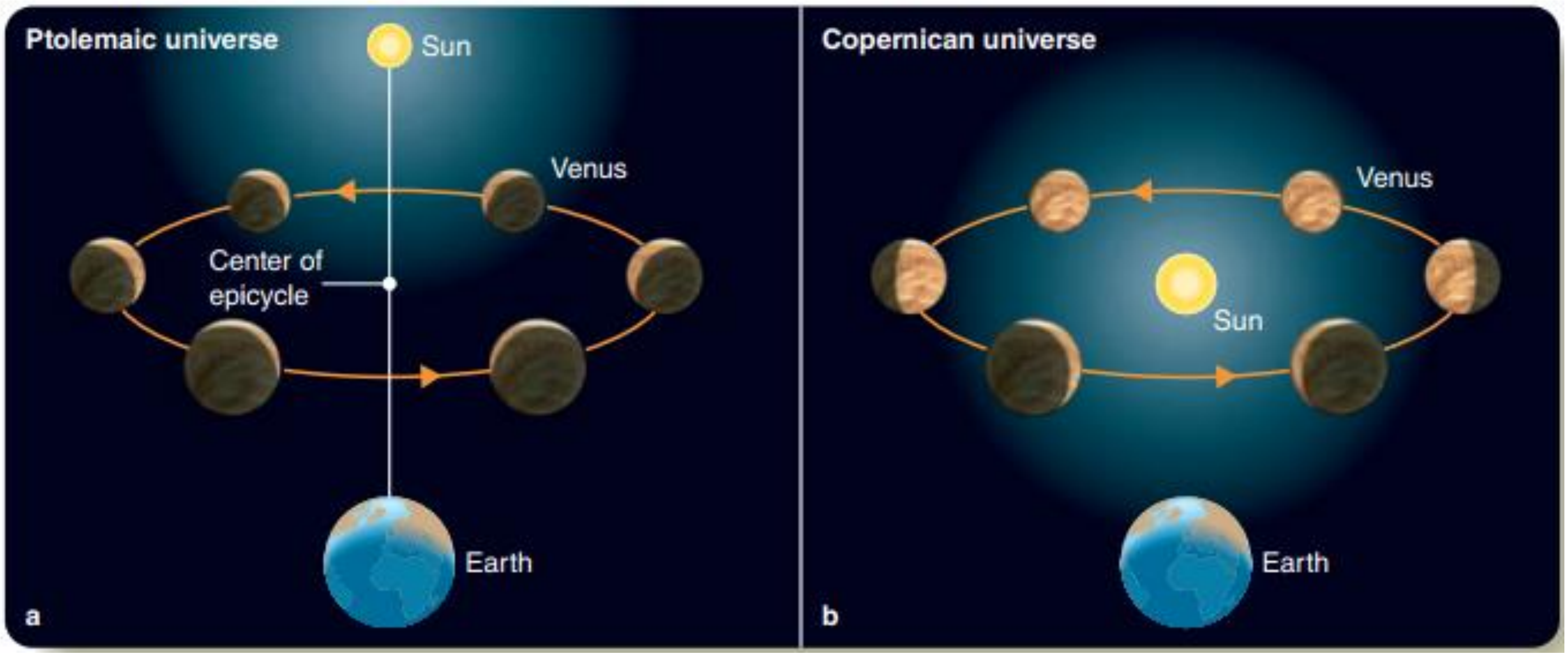
$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{1}{(365,26)^2} \Rightarrow T = 365,26\ a^{3/2}$$

Sao Mộc phải mất 11,86 năm Trái Đất để hoàn thành một vòng quỹ đạo quay quanh Mặt Trời.





Hình: Galileo vẽ Mộc tinh và các vệ tinh của Mộc tinh ngày 7/10/1610

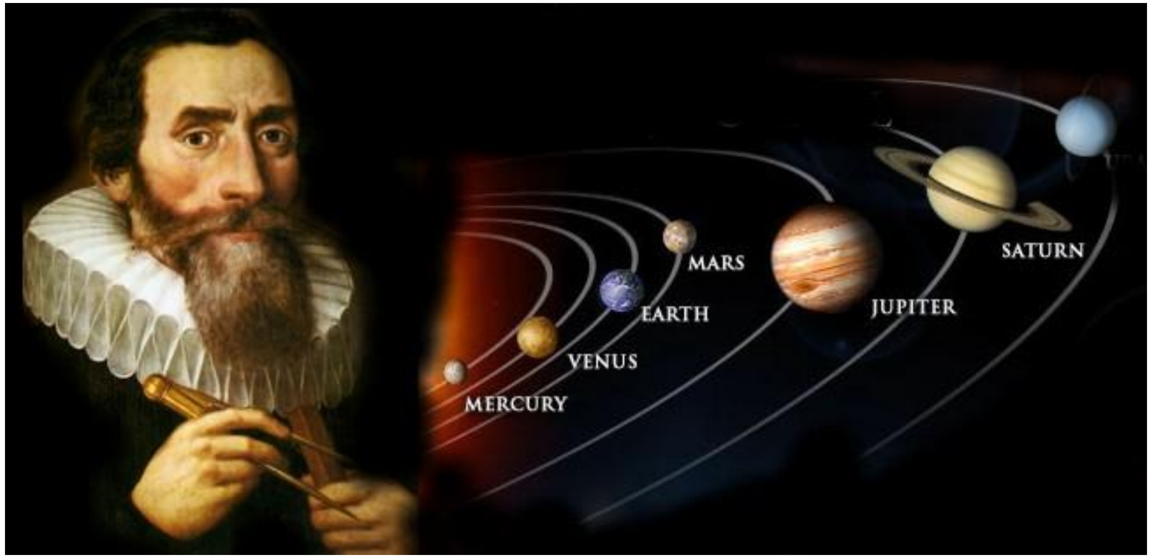


(a) Nếu Kim tinh chuyển động quanh đường nối giữa trái đất và mặt trời thì từ trái đất, Kim tinh sẽ có hình lưỡi liềm.

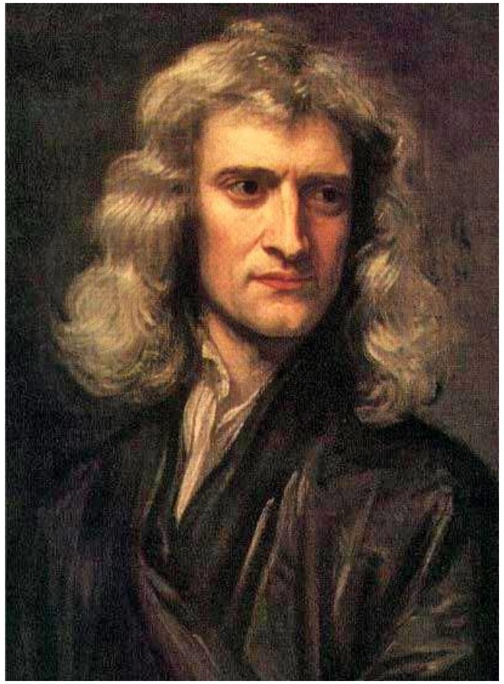
(b) Theo kính thiên văn Galileo cho thấy Kim tinh có sự thay đổi pha từ lưỡi liềm sang tròn, chứng minh Kim tinh quay xung quanh mặt trời.

3. Từ Kepler đến Newton

Các định luật Kepler chỉ mới cho ta ý niệm về động học của chuyển động của các hành tinh, mà chưa nói lên ý nghĩa động lực học, tức nguyên nhân nào gây ra chuyển động của các hành tinh theo quĩ đạo elip và buộc bán kính vectơ phải quét những diện tích tỷ lệ với thời gian.



Johannes Kepler (1957 – 1630)

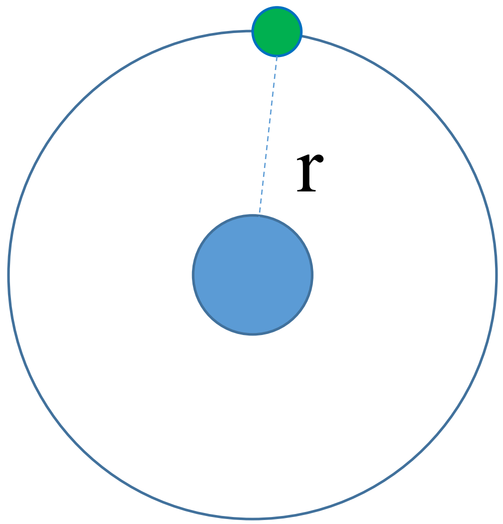


Isaac Newton (1642-1727)

3. Từ Kepler đến Newton (tt)

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Giả sử có hai hành tinh có khối lượng m_1 và m_2 ở cách nhau một khoảng r. Theo định luật 2 Newton, chúng sẽ chịu tác dụng của cặp lực hấp dẫn Newton như nhau, nhưng ngược chiều nhau;



$$F_1 = m_1 a'_1 = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \Rightarrow a'_1 = \frac{Gm_2}{r^2}$$

$$F_2 = m_2 a'_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \Rightarrow a'_2 = -\frac{Gm_1}{r^2}$$

Gia tốc tương đối giữa hai hành tinh sẽ là hiệu số hai gia tốc:

$$a' = a'_1 - a'_2 = G\frac{m_1 + m_2}{r^2}$$

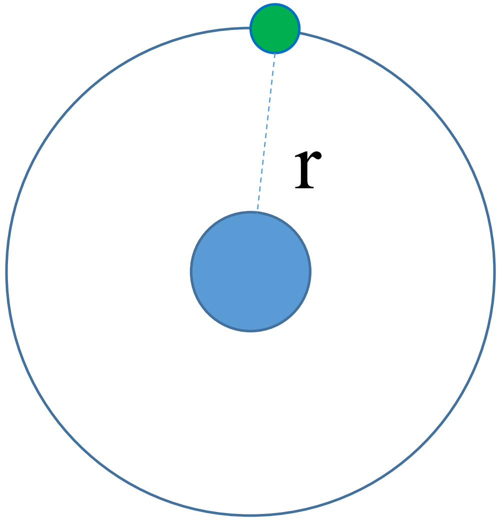
3. Từ Kepler đến Newton (tt)

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Ta có gia tốc hướng tâm a’ của hành tinh: $a' = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ mà $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\Rightarrow a' = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$v = \omega R$



Nhưng hành tinh thường có quĩ đạo elip cho nên r $\approx$ a,
a – bán kính trung bình quỹ đạo.

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2 r}{T^2} = G\frac{(m_1+m_2)}{r^2} \Rightarrow \frac{G}{4\pi^2} = \frac{r^3}{(m_1+m_2)T^2}$$

$$\Rightarrow \frac{G}{4\pi^2} = \frac{a^3}{(m_1+m_2)T^2} = \text{const}$$

$$a' = a'_1 - a'_2 = G\frac{m_1+m_2}{r^2}$$

3. Từ Kepler đến Newton (tt)

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

$$a' = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$a' = a'_1 - a'_2 = G\frac{m_1 + m_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{G\frac{m_1+m_2}{r}}$$

Xét trường hợp Trái đất và vệ tinh chuyển động quanh Trái đất ở một độ cao h nào đó

$$v = \sqrt{G\frac{m_{TĐ}}{R_{TĐ}+h}}$$

$m_{TĐ}$: khối lượng Trái đất
$R_{TĐ}$: bán kính Trái đất
Khối lượng vệ tinh rất nhỏ so với khối lượng Trái đất

Khi h = 0, vận tốc vũ trụ cấp I

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{Gm_{TĐ}}{R_{TĐ}}}}$$

3. Từ Kepler đến Newton (tt)

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Vận tốc vũ trụ cấp II là vận tốc đủ để vật thoát khỏi lực hấp dẫn của Trái đất

$$\boxed{\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2Gm_{TĐ}}{R_{TĐ}}}}$$

$$\boxed{v_{II} = \sqrt{2}v_{I}}$$

3. Từ Kepler đến Newton

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

$$\frac{a^3}{(m_1+m_2)T^2} = \text{const}$$

Công thức có thể áp dụng cho một cặp thiên thể bất kỳ, thiên thể này quay xung quanh thiên thể kia. Như hành tinh quay xung quanh Mặt trời M.

Hoặc hai cặp thiên thể như thế, với mỗi hành tinh quay xung quanh từng Mặt trời (2 quĩ đạo).

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{T_2^2(M_2+m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Trường hợp chỉ có duy nhất một Mặt trời $M_1 = M_2 = M$ và bỏ qua khối lượng hai hành tinh m_1 và m_2 bé so với Mặt trời, ta có định luật do Kepler đưa ra từ quan sát

$$\boxed{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}} \quad \text{hay} \quad \boxed{\frac{a^3}{T^2} = \text{const}}$$

3. Từ Kepler đến Newton

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Như vậy, định luật Kepler do Newton bổ sung chính xác hơn.
ta dẫn ra được công thức (6.7) và (6.8) cho 2 trường hợp.
a - Hai hành tinh có 2 chu kỳ, 2 quĩ đạo khác nhau quay quanh một Mặt trời.
b - Hành tinh quay xung quanh Mặt trời, còn vệ tinh quay quanh hành tinh.

$$\boxed{\frac{T_1^2\left(M+m_1\right)}{T_2^2\left(M+m_2\right)}=\frac{a_1^3}{a_2^3}} \qquad (6.7)$$

$$\boxed{\frac{T^2\left(M+m\right)}{T'^2\left(m+m'\right)}=\frac{a^3}{a'^3}} \qquad (6.8)$$

3. Từ Kepler đến Newton

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Định luật trên có thể áp dụng cho Mặt trời, Trái đất và Mặt trăng:

$$\frac{T^2(M+m)}{T'^2(m+m')} = \frac{a^3}{a'^3}$$

M – khối lượng Mặt trời.
m – khối lượng Trái đất
m’ – khối lượng Mặt trăng
T – năm vũ trụ = 365,26 ngày MTTB
T’ – tháng vũ trụ = 27,32 ngày (chu kỳ của Mặt trăng so với các sao).

$$\boxed{\frac{(M+m)}{(m+m')} = \frac{T'^2 a^3}{T^2 a'^3}} \qquad (6.9)$$

Vì m << M; m’ << m

Tỷ số M/m để tính khối lượng của Mặt trời

Tuy nhiên, khối lượng của Trái đất không phải rất lớn so với khối lượng của Mặt trăng, do đó cần tính cả khối lượng Mặt trăng để kết quả chính xác.

3. Từ Kepler đến Newton

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Vì khối lượng của Mặt trăng đáng kể so với khối lượng Trái đất, hai thiên thể chuyển động quanh khối tâm, phương trình khối tâm

$$mR = m'R'$$

R và R' – khoảng cách của Trái đất và Mặt trăng đến khối tâm.

Bằng quan trắc người ta đã xác định được R = 4 635 km và khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trăng: R+R' = 384 400 km. Vậy khoảng cách của Mặt trăng đến khối tâm là: R' = 384 400 – 4 635 = 379 765 km.

khối lượng của Trái đất m = 6.10^{24} kg, ta tính được khối lượng của Mặt trăng.

$$m' = \frac{R}{R'}\, m = \frac{4635}{379.765}\, 6.10^{24} = 7{,}36.10^{22}\ \text{kg}$$

3. Từ Kepler đến Newton

Chứng minh định luật Kepler theo Newton

Với $a = 149\times10^6$ km, $a' = R' \approx 0{,}38\times10^6$ km, áp dụng (6.9) ta có

$$\boxed{\frac{(M+m)}{(m+m')} = \frac{T'^2a^3}{T^2a'^3}} \qquad \frac{M+m}{m+m'} = \frac{\frac{M}{m}+1}{1+\frac{m'}{m}} = \frac{T'^2}{T^2}\frac{a^3}{a'^3}$$

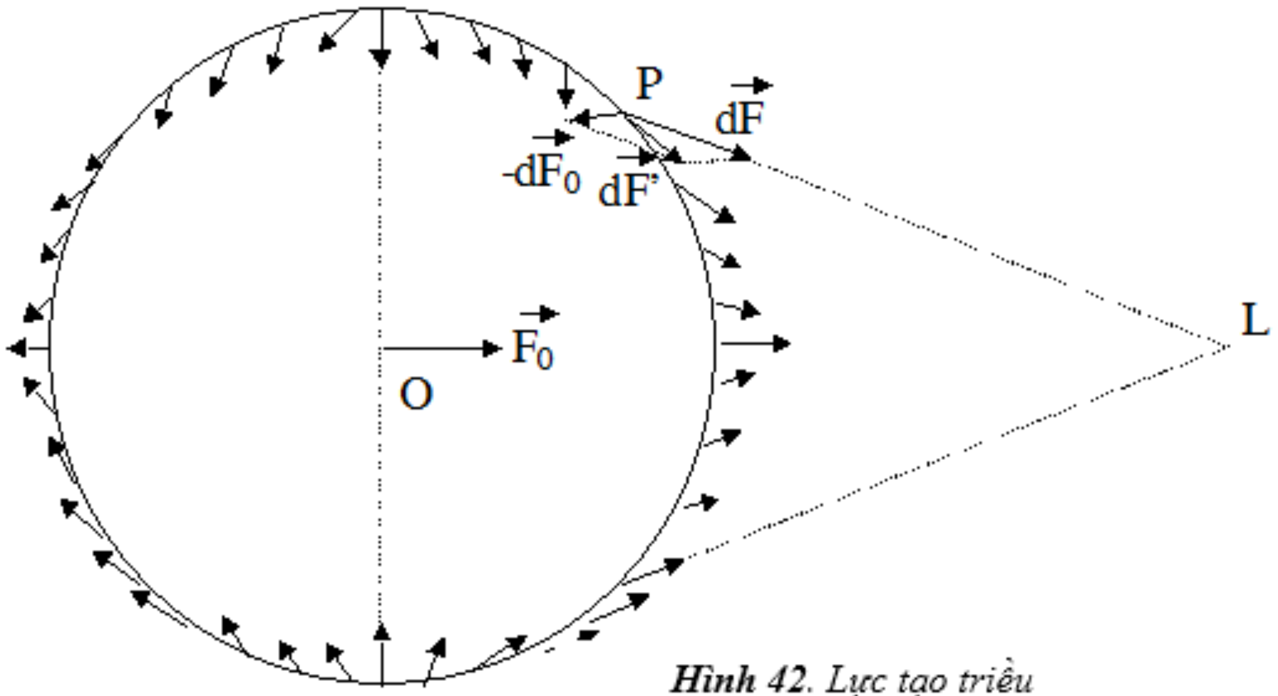
$$\frac{M}{m} = \left(1+\frac{m'}{m}\right)\left(\frac{a}{a'}\right)^3\left(\frac{T'}{T}\right)^2 - 1 = \left(1+\frac{1}{81{,}5}\right)\left(\frac{149.10^6}{0{,}38.10^6}\right)\left(\frac{27{,}32}{365{,}26}\right)^2 - 1=$$

330000

$$M = 330000.m = 330000.\ 6.10^{24} = 1{,}98.10^{30}\ \text{kg}$$

4. Thủy triều

Mặt trăng (chủ yếu) và Mặt trời là hai thiên thể gây lực hấp dẫn tác dụng lên Trái đất trong chuyển động vòng quanh Trái đất ngày đêm của chúng. Vì Trái đất không phải là vật rắn tuyệt đối, do đó cả nước ở đại dương lẫn đất đều dâng cao, lên xuống theo thời gian, mà người ta gọi là thủy triều, địa triều.



Hình 42. Lực tạo triều

4. Thủy triều

Lực tạo triều

Lực hấp dẫn giữa Trái đất và Mặt trăng ở cách nhau một khoảng cách ρ_0 theo định luật vạn vật hấp dẫn Newton:

$$F_0 = G\frac{mM}{\rho_0^{\,2}}$$

Trong đó M và m là khối lượng của Trái đất và Mặt trăng tương ứng,

ρ_0 – khoảng cách giữa 2 tâm của 2 thiên thể.

G – hằng số hấp dẫn.

Chia nhỏ Trái đất thành những khối lượng dM. Lực hấp dẫn của Mặt trăng lên khối lượng này ở tâm Trái đất là

$$dF_0 = G\frac{mdM}{\rho_0^{\,2}}$$

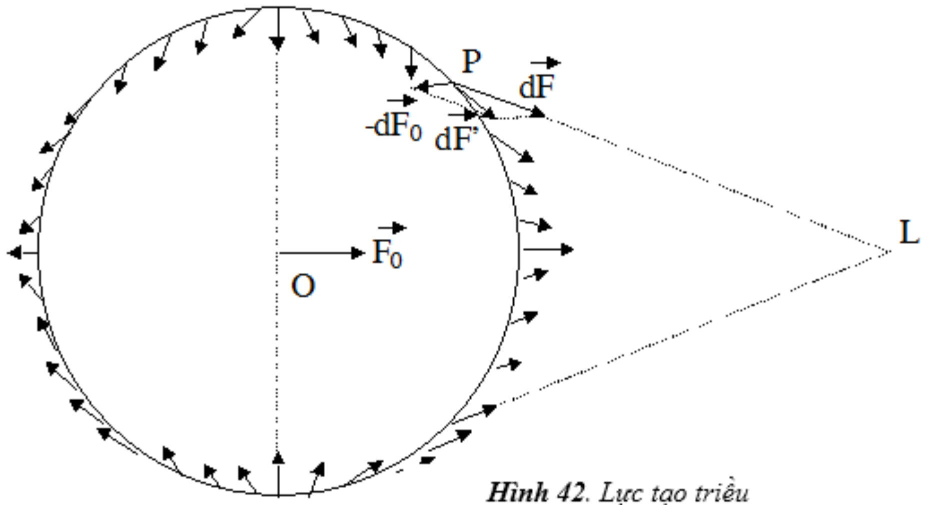
4. Thủy triều
Lực tạo triều

Còn đối với một khối lượng dM của Trái đất tại điểm quan sát P bất kỳ ở cách Mặt trăng L một khoảng ρ, ta có lực hấp dẫn địa phương:

$$dF = G\frac{m dM}{\rho^2}$$

Vectơ dF có thể lớn hơn hoặc bé hơn dF_0 Hiệu số vectơ giữa dF_0 và dF là vectơ lực tạo triều dF', hướng về phía xích đạo (vectơ dF' bằng vectơ dF cộng với vectơ đối của dF_0).

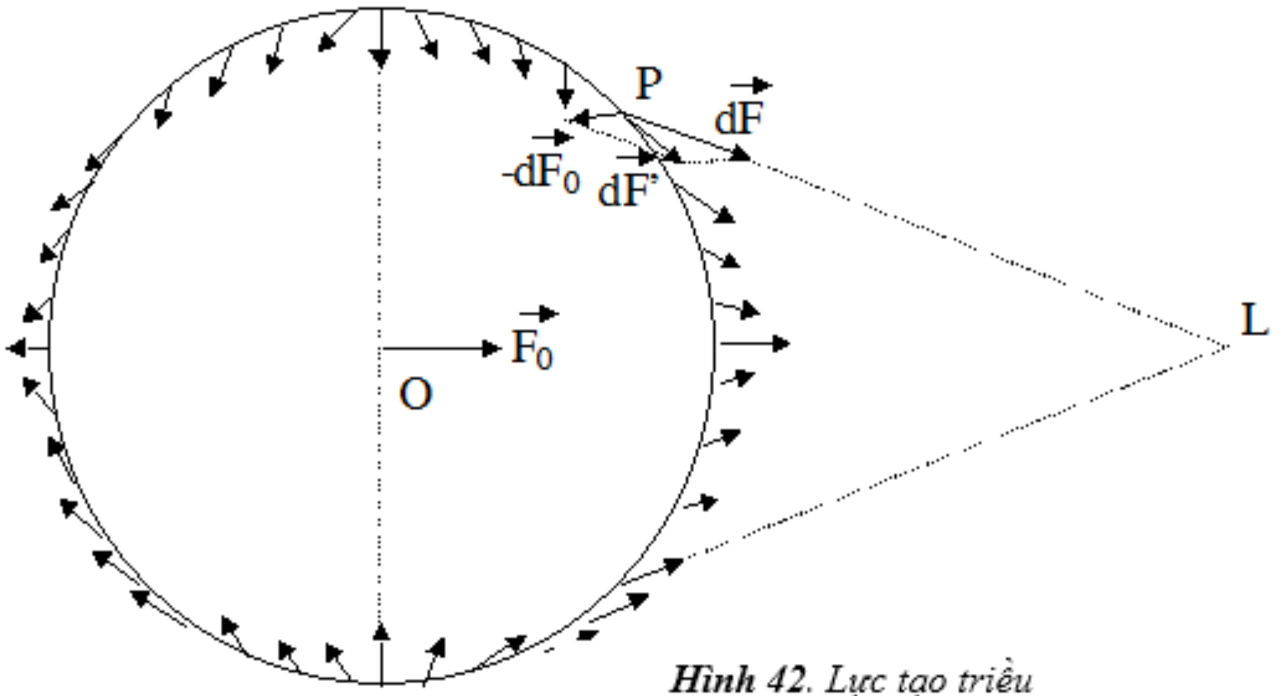
$$\vec{dF}' = \vec{dF} - \overrightarrow{dF_o} = \vec{dF} + (-\overrightarrow{dF_o})$$



Hình 42. Lực tạo triều

4. Thủy triều
Lực tạo triều

Chùm các vectơ dF' có xu thế bóp Trái đất, khiến nó bẹp lại ở 2 đầu và phình ra ở giữa. Triều của đại dương sẽ dâng lên ở 2 phía: phía Mặt trăng và phía đối xứng qua tâm O. Tại 2 vị trí còn lại triều xuống.



Hình 42. Lực tạo triều

5. Bài tập

Bài 5.1: Một vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái đất quỹ đạo elip với tâm sai e, bán trục lớn a và chu kỳ T.
Áp dụng bằng số e = 0,2; a= 10 000 km. Hãy tính độ cao của vệ tinh biết bán kính Trái đất R = 6370 km.

Khối lượng Trái đất: $5{,}9722\times10^{24}$ kg

$G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{N}m^2/kg^2$

Bài 5.2: Sao chổi Halley có chu kỳ là 76 năm, quỹ đạo rất dẹt e = 0,967.

a) Xác định bán trục lớn quỹ đạo
b) Tính khoảng cách cận nhật và viễn nhật

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Bài 5.3: Tính gần đúng khối lượng của Mộc tinh biết nó chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo với bán trục lớn $a_M = 5{,}2$ AU và với chu kỳ, $T_M = 11{,}9$ năm. Biết vệ tinh Ganymed của Mộc tinh chuyển động quanh Mộc tinh với bán trục lớn $a_G = 7{,}14.10^{-3}$ AU và với chu kỳ $T_G = 1{,}9.10^{-2}$ năm. Khối lượng của Mặt trời M = $1{,}99.10^{30}$ kg.

$$\boxed{\frac{T^2(M+m)}{T'^2(m+m')} = \frac{a^3}{a'^3}}$$

Bài 5.4: Tính vận tốc vũ trụ cấp I và cấp II của Hỏa tinh và của Mặt trăng. Biết:

M (hỏa tinh) = 6,4 .10^{23} kg ;   R (hỏa tinh) = 3386 km

M (Mặt trăng) = 7,3 .10^{22} kg ; R (mặt trăng) = 1738 km

G = 6,67$\times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Bài 5.5: Tính gần đúng khối lượng của Hỏa tinh biết nó chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo với bán trục lớn a_H = 1,523 đơn vị thiên văn (đvtv) với chu kỳ T_H = 1,88 năm. Biết vệ tinh Phobos chuyển động quanh Hỏa tinh với bán trục lớn a_P = 9376 km và với chu kỳ T_P = 7 giờ 39,2 phút. Khối lượng của Mặt trời $M_{MT} = 1,99.10^{30}$ kg.

Câu 5.6. Cho bảng số liệu sau:

Hành tinh, sao, vệ tinh	Chu kỳ T (năm)	T^2	Bán trục lớn a (đơn vị thiên văn)	a^3	T^2/a^3
Sao Thủy	0,2409		0,39		
Sao Kim	0,6152		0,72		
Trái đất	1,0		1,0		
Sao Hỏa	1,9909		1,52		
Sao Mộc	11,8622		5,2		
Sao Thổ	29,4577		9,54		
Sao Thiên Vương	84,016		19,2		
Sao Hải Vương	164,79		30,1		
Sao Diêm Vương	247,7		39,5		

a) Xác định T^2, a^3 và tỷ số T^2/a^3 (nhận xét về tỷ số T^2/a^3).

b) Giả sử có hai hành tinh A và B quanh quanh Mặt trời có bán trục lớn lần lượt là 10 đvtv và 15 đvtv. Xác định chu kỳ T của hai hành tinh A và B.