Chương 13

LÝ THUYẾT VA CHẠM

13.1. CÁC ĐẶC ĐIỂM VÀ GIẢ THIẾT VỀ VA CHẠM

13.1.1. Định nghĩa

Va chạm là một quá trình động lực học đặc biệt trong đó vận tốc của vật biến đổi rõ rệt về cả độ lớn và phương chiều trong một thời gian vô cùng bé.

Thí dụ: Quả bóng đập vào tường lập tức bắn trở lại, búa đập vào đe sẽ dừng lại hẳn hay nẩy lên.v.v.

13.1.1.2. Các đặc điểm và các giả thiết đơn giản hoá

- Thời gian va chạm: Theo định nghĩa thời gian va chạm là rất nhỏ, thực tế thời gian va chạm thường bằng 10^{-2} giây, 10^{-3} giây hoặc 10^{-4} giây tuỳ thuộc vào cơ lý tính của vật va chạm. Vì thời gian va chạm rất nhỏ nên được xem là một đại lượng vô cùng bé.

Vận tốc và gia tốc: cũng theo định nghĩa thì vận tốc của vật thay đổi đột ngột và do đó lượng biến đổi vận tốc Δv của vật trong thời gian va chạm là giới nội. Mặt khác theo giả thiết thời gian va chạm là vô cùng bé nên gia tốc trung bình trong quá trình va chạm $w_{tb} = \Delta v/\tau$ là đại lượng rất lớn. Trong đó τ là thời gian va chạm.

Nếu gọi l là đoạn đường dịch chuyển trong thời gian va chạm của vật thì:

$$l = \int_0^\tau \vec{v}dt = \vec{v}_{tb}.\tau$$

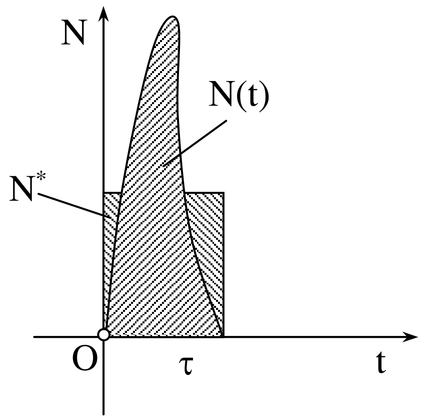
Vì τ là đại lượng vô cùng bé nên l cũng là đại lượng vô cùng bé. Để đơn giản người ta đưa ra giả thiết trong quá trình va chạm cơ hệ không di chuyển vị trí.

- Lực và xung lực va chạm

Khi va chạm ngoài các lực thường như trọng lực, lực cản.v.v. vật còn chịu tác dụng của phản lực nơi tiếp xúc (Lực tác dụng tương hỗ). Chính lực này là nguyên nhân tạo nên gia tốc chuyển động của vật trong quá trình va chạm. Lực đó gọi là lực va chạm ký hiệu $\vec{N}$.

Lực va chạm $\vec{N}$ khác với lực thường $\vec{F}$ nó chỉ xuất hiện trong quá trình va chạm, không tồn tại trước và sau va chạm.

Thường khó xác định trước được lực va chạm nhưng quy luật biến đổi của nó có thể biểu diễn trên hình (13. 1).



Hình 13-1

Vì gia tốc trong va chạm là rất lớn nên lực va chạm $\vec{N}$ cũng rất lớn. Thông thường lực va chạm lớn hơn rất nhiều so với lực thường $\vec{F}$. Mặt khác lực va chạm lại biến đổi rất rõ trong thời gian va chạm τ vô cùng nhỏ nên người ta đánh giá tác dụng của nó qua xung lực.

Áp dụng định lý biến thiên động lượng cho hệ trong thời gian va chạm có thể viết:

$$m_k \Delta v_k = \int_0^\tau \vec{F}_k dt + \int_0^\tau \vec{N} dt \qquad (k = 1...n).$$

Trong đó xung lực của lực thường $\int_0^\tau \vec{F}_k dt$ là rất nhỏ so với xung lực va chạm và ảnh hưởng của nó đến lượng biến đổi động lượng của hệ không đáng kể. Người ta đưa ra giả thiết là bỏ qua tác dụng của lực thường. Ta có thể viết biểu thức biến thiên động lượng của hệ trong va chạm như sau:

$$m_k \Delta v_k = \int_0^\tau \vec{N} dt = \vec{s} \qquad (13\text{-}1)$$

Biểu thức (13-1) là phương trình cơ bản trong quá trình va chạm.

- Biến dạng và hệ số hồi phục

Quan sát quá trình va chạm người ta chia ra hai giai đoạn: giai đoạn biến dạng và giai đoạn hồi phục.

Giai đoạn biến dạng trong thời gian τ_1 từ lúc bắt đầu va chạm cho đến khi vật thôi biến dạng. Giai đoạn hồi phục kéo dài trong thời gian τ_2 từ khi kết thúc giai đoạn biến dạng đến khi lấy lại hình dạng ban đầu đến mức độ nhất định tuỳ thuộc vào tính chất đàn hồi của vật. Căn cứ vào mức độ hồi phục của vật ta có thể chia va chạm thành ba loại: va chạm mềm là va chạm mà sau giai đoạn biến dạng vật không có khả năng hồi phục tức là không có giai đọan hồi phục.

Va chạm hoàn toàn đàn hồi là va chạm mà sau khi kết thúc va chạm vật lấy lại nguyên hình dạng ban đầu.

Va chạm không hoàn toàn đàn hồi là va chạm mà sau khi kết thúc va chạm vật lấy lại một phần hình dạng ban đầu.

Để phản ánh tính chất hồi phục của vật ở giai đoạn hai (gia đoạn hồi phục) ta đưa ra khái niệm hệ số hồi phục k. k bằng tỷ số giữa xung lực giai đoạn 2 và xung lực giai đoạn 1 ta có:

$$k = \frac{S_2}{S_1}$$

Với khái niệm trên ta thấy ứng với va chạm mềm k = 0; với va chạm hoàn toàn đàn hồi k =1 và va chạm không hoàn toàn đàn hồi 0 < k < 1.

13.2. CÁC ĐỊNH LÝ TỔNG QUÁT CỦA ĐỘNG LỰC HỌC ÁP DỤNG VÀO VA CHẠM

Căn cứ vào các giả thiết và phương trình cơ bản có thể thiết lập các định lý tổng quát trong quá trình va chạm như sau:

13.2.1. Định lý biến thiên động lượng

Xét va chạm của một cơ hệ gồm các chất điểm M_1, M_2, ... M_n có khối tâm c và vận tốc $\vec{v}_c$. Gọi khối lượng của hệ là $M = \sum_{k=1}^{n} m_k$, với m_k là khối lượng của chất điểm thứ k. Ta có biểu thức động lượng của cả hệ là:

$$\vec{K} = \sum_{k=1}^{n} m_k \vec{v}_k = M\vec{v}_C$$

Gọi tổng xung lượng va chạm ngoài tác dụng lên chất điểm m_k là $\vec{S}_k^{\,e}$ và tổng xung lượng va chạm trong $\vec{S}_k^{\,i}$ ta có $\sum_{k=1}^{n} \vec{S}_k^{\,i} = 0$.

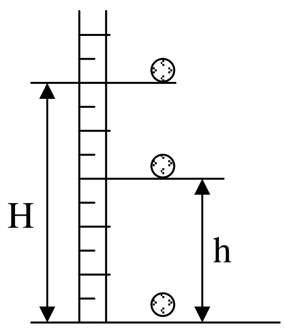
Nếu bỏ qua xung lượng của lực thường thì định lý biến thiên động lượng cho hệ viết được:

$$M\vec{V}_{C(2)} - M\vec{V}_{C(1)} = \sum_{k=1}^{n} \vec{S}_k^{\,e} \qquad (11\text{-}2)$$

Trong đó $\vec{V}_{C(2)}$ và $\vec{V}_{C(1)}$ là vận tốc khối tâm của hệ sau và trước lúc va chạm.

<u>Thí du 13.1</u>. Qủa cầu có trọng lượng P = 1KN rơi ở độ cao H = 3m xuống mặt phẳng nhẵn. Cho biết hệ số hồi phục k = 5/9.

Xác định xung lực va chạm s trong thời gian va chạm và vận tốc của quả cầu sau va chạm (hình 13.2).



Hình 13.2

<u>Bài giải</u>: áp dụng định lý biến thiên động lượng ta có:

$$M(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{s}$$

$\vec{u}, \vec{v}$ là vận tốc của quả cầu lúc va chạm vào mặt phẳng. Các véc tơ này có phương thẳng đứng. Chiếu biểu thức lên phương thẳng đứng ta được:

$$M\,(u + v) = S \qquad (a)$$

Vận tốc của quả cầu trước lúc va chạm là:

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2.9{,}81.3} \approx 7{,}7\,m/s$$

Để xác định vận tốc u sau va chạm ta áp dụng định lý biến thiên động lượng cho từng giai đoạn biến dạng và phục hồi. Gọi v' là vận tốc của quả cầu ứng với cuối giai đoạn biến dạng ta có:

$$M(u+v') = S_1$$

S_1 là xung lượng va chạm trong giai đoạn biến dạng, ở đây v' bằng vận tốc mặt sàn nên bằng không, v' = 0 ta có:

$$Mv = S_1$$

Đối với giai đoạn hồi phục ta cũng có:

$$M(u+v') = S_2 \qquad\qquad Mu = S_2$$

Theo định nghĩa về hệ số hồi phục ta có:

$$k = \frac{s_2}{s_1} = \frac{M_u}{M_v} = \frac{u}{v} = \frac{5}{9}$$

Suy ra $u = kv = \frac{5}{9}.7{,}7 = 4{,}3$ m/s

Thay vào biểu thức (a) ta được:

$$s = \frac{P}{g}.v.(1+k) \approx 1{,}2\,KNS$$

Nếu lấy thời gian va chạm $\tau = 0{,}0005$ giây thì lực va chạm trung bình là $N_{tb} = \frac{S}{\tau} = 2400\,KN$.

13.2.2. Định lý biến thiên mômen động lượng

Tách một chất điểm thứ k trong hệ là M_k để xét. Ta có thể viết biểu thức biến thiên mômen động lượng của chất điểm như sau:

$$\vec{m}_0.(m_k.\vec{u}_k - m_k\vec{v}_k) = \vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,e}\right) + \vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,i}\right)$$

Thiết lập cho cả hệ ta sẽ có:

$$\sum \vec{m}_0\left(m_k.\vec{u}_k\right) - \sum \vec{m}_0\left(m_k\vec{v}_k\right) = \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,e}\right) + \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,i}\right)$$

Ở đây $\sum_{k=1}^{N}\vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,i}\right)=0$. Nếu bỏ qua lực thường thì $\sum_{k=1}^{N}\vec{m}_0\left(\vec{s}_k^{\,e}\right)$ là mômen có xung lực va chạm ngoài đối với tâm O.

Ta có:

$$\vec{L}_{0(2)}-\vec{L}_{0(1)}=\sum_{k=1}^{N}\vec{m}_0\left(\vec{S}_k^{\,e}\right) \qquad (13\text{-}13)$$

Trong đó $\vec{L}_{0(2)}$; $\vec{L}_{0(1)}$ là mômen động lượng của hệ đối với tâm O tại thời điểm sau và trước lúc va chạm.

Chiếu biểu thức (13-3) lên một trục Ox nào đó ta được:

$$L_x(2) - L_x(1) = \sum_{k=1}^{N} m_x\left(\vec{s}_k^{\,e}\right) \qquad (13\text{-}3)'$$

Trong biểu thức (13-3), $L_x(2)$ và $L_x(1)$ là mômen động lượng của hệ đối với trục Ox, còn $\sum_{k=1}^{N} m_x\left(\vec{s}_k^{\,e}\right)$ là tổng mô men lấy đối với trục Ox cả xung lực va chạm ngoài S_k^e.

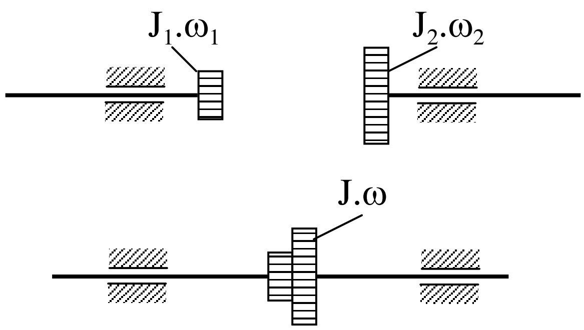
Biểu thức (13-3)' được áp dụng cho va chạm của các vật chuyển động quay.

<u>Thí du 13-2</u>: Hai bánh răng độc lập với nhau quanh cùng một trục với vận tốc góc là ω_1 và ω_2. Cho biết mômen quán tính của chúng đối với trục quay là ω_1 và ω_2. Cho biết mômen quán tính của chúng đối với trục quay là J_1 và J_2. Cho hai bánh răng đột ngột ăn khớp với nhau. Xác định vận tốc góc ω sau va chạm của hai bánh răng.

<u>Bài giải</u>:

Bỏ qua tác dụng của trọng lượng và lực ma sát. Xét hệ gồm cả hai bánh răng, khi đó xung lực va chạm tại răng ăn khớp là xung lực trong (nội xung lực).

Như vậy xung lực va chạm ngoài $\sum S_k^e = 0$. Áp dụng định lý biến thiên mômen động lượng ta có:



Hình 13.3

$$L_x(2) - L_x(1) = 0 \quad \text{(a)}$$

Mômen động lượng của hệ trước lúc va chạm là:

$$L_x(1) = J_1\omega_1 + J_2\omega_2$$

Mômen động lượng của hệ sau va chạm là:

$$L_x(2) = (J_1 + J_2)\omega$$

Thay vào biểu thức (a) ta được:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = (J_1 + J_2)\,\omega$$

Suy ra:
$$\omega = \frac{J_1\omega_1 + J_2\omega_2}{J_1 + J_2}$$

13.2.3. Định lý động năng

Định lý biến đổi động năng đối với các bài toán va chạm không thể áp dụng được. Nguyên nhân trong quá trình va chạm ta đã giả thiết di chuyển là không đáng kể. Mặt khác thực tế cho thấy khi va chạm động năng của vật thường bị mất mát để chuyển hoá thành nhiệt năng và gây ra biến dạng dư (đối với va chạm không hoàn toàn đàn hồi). Nếu gọi lượng động năng là ΔT thì rõ ràng $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$.

Trong đó T_1 và T_2 là động năng của hệ ngay trước và sau va chạm. Lượng mất động năng ΔT phụ thuộc vào nhiều yếu tố: Trạng thái chuyển động, tính chất cơ lý của vật. Trong kỹ thuật tuỳ thuộc vào yêu cầu của bài toán đặt ra mà ta cần tăng hay giảm lượng mất động năng.

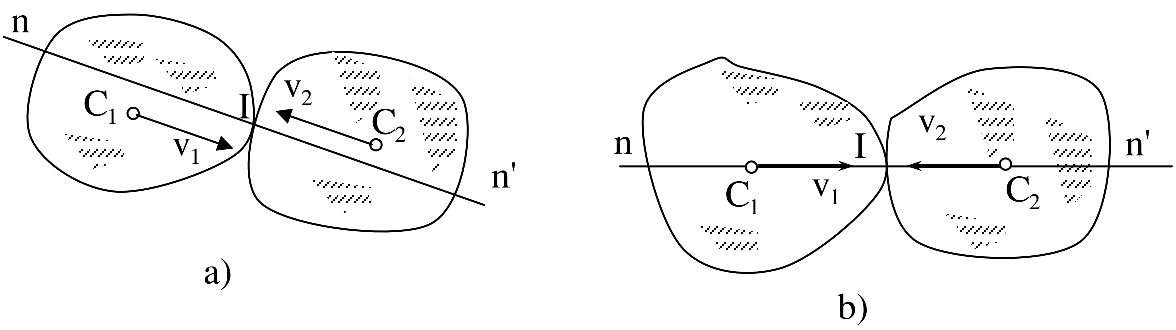
Thí dụ khi sử dụng va chạm vào việc gây biến dạng như rèn, dập vật liệu ta phải tìm cách tăng lượng mất động năng ΔT. Trái lại khi cần sử dụng va chạm vào việc gây chuyển của vật thể như đóng cọc, đóng đinh thì phải tìm cách giảm lượng mất động năng ΔT.

13.3. HAI BÀI TOÁN CƠ BẢN VỀ VA CHẠM

13.3.1. Va chạm thẳng xuyên tâm của hai vật chuyển động tịnh tiến

13.3.1.1. Định nghĩa

Xét hai vật có khối lượng máy biến áp và m_2 chuyển động tịnh tiến với vận tốc v_1 và v_2 va chạm vào nhau (hình 13-4).



Hình 13.4

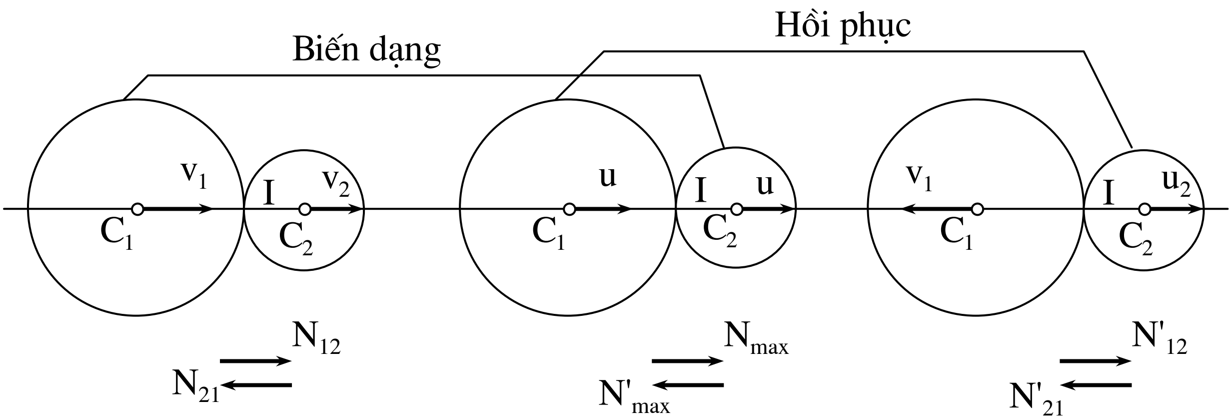
- Va chạm thẳng: Là va chạm trong đó các vận tốc v_1 và v_2 đều song song với pháp tuyến chung nn'. Đường nIn' gọi là đường va chạm.

- Va chạm xuyên tâm: là va chạm trong đó đường va chạm nIn' trùng với đường xuyên tâm c_1Ic_2 của vật (hình 13-4b).

13.3.1.2. Bài toán va chạm thẳng xuyên tâm của hai vật chuyển động tịnh tiến

Cho hai quả cầu có khối lượng M_1 và M_2 chuyển động tịnh tiến theo đường xuyên tâm c_1c_2 với các vận tốc $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ va chạm nhau. Cho biết M_1, M_2, $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ và hệ số hồi phục k, tìm vận tốc $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ của hai quả cầu sau va chạm, đồng thời thiết lập biểu thức mất động năng ΔT của hệ.

Mô hình cơ học được mô tả trên hình (13-5).



Hình 13.5

Áp dụng định lý biến thiên động lượng cho mỗi quả cầu ở giai đoạn biến dạng và giai đoạn hồi phục ta có:

$$M_1 (u - v_1) = S_{21} = - S \quad (a)$$

$$M_2 (u - v_2) = S_1 = S \quad (b)$$

Giai đoạn hồi phục:

$$M_1 (u_1 - u) = S'_{21} = - S' \quad (c)$$

$$M_2 (u_2 - u) = S'_{12} = S \quad (d)$$

Theo định nghĩa về hệ số hồi phục ta có thêm phương trình:

$$S' = k.S \quad (e)$$

Trong 5 phương trình trên có 5 ẩn số là u, u_1, u_2, S, S' ta có thể giải và tìm ra kết quả sau:

$$u = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} = \frac{M_1 u_1 + M_2 u_2}{M_1 + M_2}$$

$$u_1 = V_1 - (1+k).\frac{M_2}{M_1 + M_2}.(V_1 - V_2)$$

$$u_2 = V_2 - (1+k).\frac{M_2}{M_1 + M_2}.(V_1 - V_2) \quad (13\text{-}4)$$

$$S = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}\left|V_1 - V_2\right|$$

$$S = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}\left|u_1 - u_2\right|$$

Trong trường hợp này lượng mất động năng ΔT được xác định như sau:

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

Với $T_1 = \frac{M_1 u_1}{2} + \frac{M_2 v_2}{2}$ là động năng của hệ sau va chạm.

Ta có:

$$\Delta T = \frac{M_1}{2}.\left(V_1^2 - u_1^2\right) + \frac{M_2}{2}\left(V_2^2 - u_2^2\right)$$

Thay giá trị của u_1 và u_2 từ biểu thức (11-4) ta được:

$$\Delta T = \frac{M_1 M_2}{2(M_1 + M_2)}.(1 - k^2)(v_1 - v_2)^2 \qquad (13\text{-}5)$$

So với động năng ban đầu của búa $T_0 = \dfrac{M_1 v_1^2}{2}$

Ta có:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (1 - k^2)\frac{M_2}{M_1 + M_2} = \frac{1 - k^2}{1 + \dfrac{M_1}{M_2}} = \eta$$

η gọi là hiệu suất của búa. Rõ ràng muốn tăng hiệu suất của búa ta phải tăng khối lượng của đe.

Nếu áp dụng biểu thức (13-5) vào búa đóng cọc ta sẽ thấy kết quả ngược lại. Vì phải giảm lượng mất động năng nên hiệu suất của búa được tính theo biểu thức:

$$\eta = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0}$$

Suy ra:

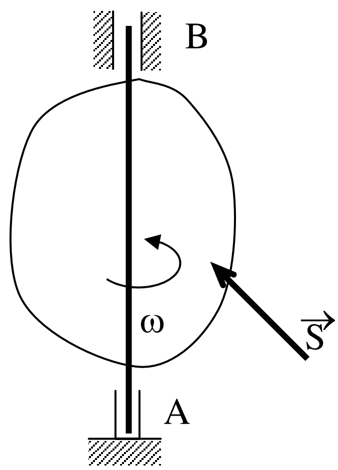
$$\eta = 1 - \frac{1 - k^2}{1 + \dfrac{M_1}{M_2}}$$

Muốn tăng hiệu suất của búa ta phải tăng tỷ số $\dfrac{M_1}{M_2}$ nghĩa là phải tăng khối lượng của búa để đảm bảo khối lượng búa lớn hơn nhiều lần so với khối lượng cọc.

13.3.2.2. Va chạm của vật rắn chuyển động quay quanh một trục

Khảo sát vật rắn quay quanh trục (hình 13-6). Tại thời điểm nào đó vật chịu tác dụng xung lực va chạm $\vec{S}$. Khi áp dụng định lý biến thiên mômen động lượng có:

$$L_z(1) - L_z(2) = m_z(S)$$



Hình 13.6

Nếu gọi vận tốc góc của vật trước và sau va chạm là

ω_0 và ω_1 ta sẽ có:

$$J_z(\omega_1 - \omega_0) = m_z(S) \qquad (13\text{-}6)$$

Từ (13-6) có thể tính vận tốc cả vật sau va chạm:

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{m_z(S)}{J_z} \qquad (13\text{-}7)$$

Ở đây J_z là mômen quán tính của vật đối với trục quay z.

Trong va chạm của vật quay các xung lực, phản lực ở ổ đỡ là $\vec{s}_A$ và $\vec{s}_B$ rất có hại vì nó làm tiêu hao năng lượng và gây hư hỏng ở ổ đỡ trục. Nhiệm vụ của bài toán là tìm cách hạn chế các xung lực $\vec{s}_A$ và $\vec{s}_B$.

Giải quyết vấn đề trên ta áp dụng định lý động lượng đối với vật. Để đơn giản ta giả thiết lúc đầu vật đứng yên tức là ω=0, ta có:

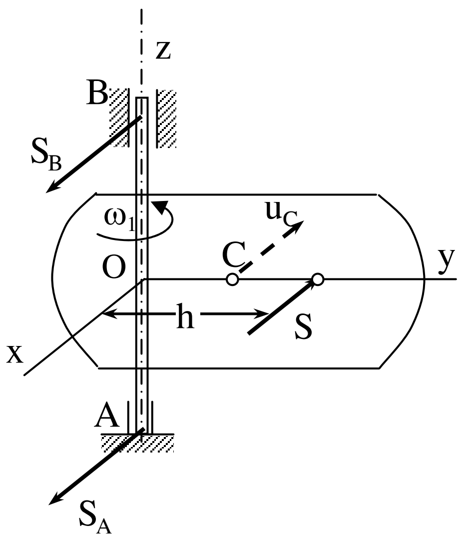
$$\vec{K}_1 - \vec{K}_0 = \vec{S} + \vec{S}_A + \vec{S}_B$$

Vì $\omega_0 = 0$ nên $\vec{K}_0 = 0$ phương trình còn lại:

$$\vec{K}_1 = M\vec{u}_c = \vec{S} + \vec{S}_A + \vec{S}_B \qquad (a)$$

M là khối lượng của vật, $\vec{u}_0$ là vận tốc khối tâm của vật sau va chạm. Để cho $\vec{s}_A = \vec{s}_B = 0$ từ (a) ta phải có điều kiện $\vec{S} = M\vec{u}_c$.

Vì vật quay quanh trục z nên u_0 có phương vuông góc với OC và nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay đi qua C. (Xem hình 13-7). Mặt phẳng đó là mặt phẳng oxy.



Hình 13.7

Ta suy ra điều kiện thứ nhất để $\vec{s}_A$ và $\vec{s}_B$ triệt tiêu là xung lực S phải nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay và song song với vận tốc $\vec{u}$ nghĩa là cũng vuông góc với OC.

Về trị số $S = Mu_c = M.a.\omega_1$.

Thay $\omega_1 = \dfrac{m_Z(S)}{J_Z}$ ta có: $S = M.a.\dfrac{S.h}{J_Z}$

Suy ra: $\frac{M.a.h}{J_Z} = 1$ hay $h = \frac{J_Z}{M.a}$

Kết luận: Để xung lượng va chạm ở các ổ đỡ bằng không cần phải thoả mãn các điều kiện sau:

1. Xung lực va chạm S phải đặt trong mặt phẳng oxy qua khối tâm c của vật và vuông góc với trục quay z.

2. Xung lực S phải đặt vuông góc với đường OC nối từ trục quay qua c tại điểm k đặt cách trục quay một đoạn h.

$$h = \frac{J_Z}{M.a}$$

Điểm K được xác định như trên gọi là tâm va chạm.

Từ biểu thức (13-8) ta nhận thấy rằng khi khối tâm C nằm trên trục quay thì điểm K ở xa vô cùng vì khi đó h = ω. Trong trường hợp này ổ đỡ luôn luôn nhận xung lực va chạm khác không.

<u>Thí du 13-3</u>: Thanh AB có khối lượng M, mômen quán tính đối vơi trục quay A là J_k. Chuyển động với vận tốc ω_0 va đập vào vật C có khối lượng m đang đặt đứng yên trên rãnh k (hình 13-8). Xác định vận tốc sau va chạm của thanh AB và vật C cũng như xung lực tại ổ trục A. Kích thước cho trên hình vẽ.

Bài giải:

Gọi xung lực va chạm tác dụng lên vật C là $\vec{S}_2$ và xung lực tác dụng lên vật AB là $\vec{S}_1$ ta có:

$S_1 = S_2 = S$

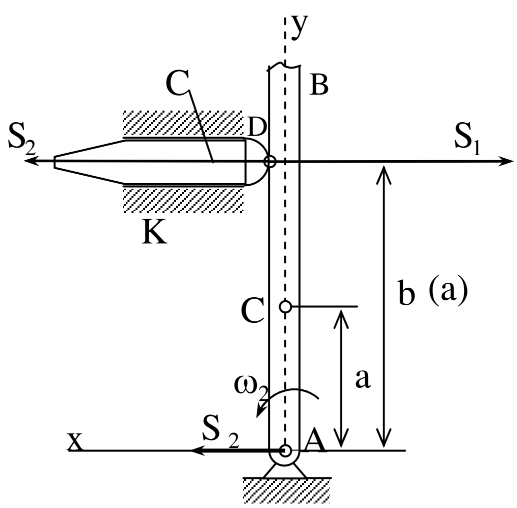
Phương trình biểu diễn định lý biến thiên mômen động lượng cho thanh AB viết được:

$J_A (\omega_1 - \omega_0) = -S.b$

Phương trình biểu diễn định lý biến thiên động lượng cho vật C viết được:

$mu_c - mv_c = S$ ở đây $v_0 = 0$

do đó chỉ còn:



Hình 13.8

$mu_c = S$ (b)

Xét cả hệ số:

$L_A^{(1)} - L_A^{(0)} = \sum m_A\left(\vec{S}_c\right) = 0$

suy ra: $L_A^{(1)} = L_A^{(0)}$ hay

$J_A\,\omega_0 = J_A.\omega_1 + m.u.b = J_A\,\omega_1 + m.\omega_1.b^2$

$\omega_1\,(J_A + mb^2) = J_A.\omega_0$ suy ra:

$$\omega_1 = \frac{J_A.\omega_0}{J_A + mb^2} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{mb^2}{J_A}}$$

$$u = \omega_1 b = \frac{\omega_0 b}{1 + \frac{mb^2}{J_A}} \qquad S = M.u = \frac{\omega_0 b}{\frac{1}{m} + \frac{b^2}{J_A}}$$