Đồ họa máy tính

Tuần 9: Phép biến đổi hình học hai chiều

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

Nội dung

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.3. Ứng dụng của phép biến đổi hình học

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.1.1. Định nghĩa phép biến đổi affine 2D

Phép biến đổi affine 2D là phép biến đổi có dạng

$$w: R^2 \to R^2,$$

$$w(x, y) = (ax + by + e, cx + dy + f),$$

$$a, b, c, d, e \in R.$$

$$w(X) = w\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = AX + T$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.1.2. Tính chất

- Biến các **đường thẳng song song** thành các **đường thẳng song song**.
- Biến các **điểm hữu hạn** thành các **điểm hữu hạn**.
- Phép biến đổi affine được tạo sinh từ các phép biến đổi hình học cơ sở (**phép biến đổi tuyến tính** và **phép tịnh tiến:** phép tịnh tiến, quay, co giãn, đối xứng, trượt).

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.1. Phép tịnh tiến.

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = T(t_x, t_y) . P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.2. Phép quay.

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = R(\theta).P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\theta & -\text{Sin}\theta & 0 \\ \text{Sin}\theta & \text{Cos}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.3. Phép co giãn.

Tâm co $O(o,o,o)$

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = S(O,s_x,s_y).P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Trục đối xứng: Ox

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = MIR(Ox) \,.\, P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Trục đối xứng: Oy

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = MIR(Oy).P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Tâm đối xứng: $O(0,0)$

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = MIR(O) \,.\, P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.5. Phép trượt.

Trượt theo hướng x đối với trục Ox

$$P(x,y) \rightarrow P(x',y')$$

$$P' = SHX(Ox) \,.\, P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & shx & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.5. Phép trượt.

Trượt theo hướng y đối với trục Oy

$$P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$$

$$P' = SHY(Oy) \,.\, P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ shy & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thế giới thực vào tọa độ màn hình .

Giả sử vùng **window** được xác định trong hệ tọa độ thế giới thực bởi 2 điểm trên đường chéo của window là: wmin và wmax.

Vùng **viewport** được xác định trong hệ tọa độ màn hình bởi 2 điểm trên đường chéo của viewport là: vmin và vmax.

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thế giới thực vào tọa độ màn hình .

$$P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$$

$$P' = WTV.P$$

$$WTV = S(v\min, s_x, s_y).T(t_x, t_y)$$

$$s_x = \frac{v\max.x - v\min.x}{w\max.x - w\min.x}, \quad s_y = \frac{v\max.y - v\min.y}{w\max.y - w\min.y},$$

$$t_x = v\min.x - w\min.x, \quad t_y = v\min.y - w\min.y$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thế giới thực vào tọa độ màn hình .

$$WTV = \begin{pmatrix} s_x & 0 & vmin.x - s_x.vmin.x \\ 0 & s_y & vmin.y - s_y.vmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & vmin.x - wmin.x \\ 0 & 1 & vmin.y - wmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} s_x & 0 & vmin.x - s_x.wmin.x \\ 0 & s_y & vmin.y - s_y.wmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.2. Biến đổi tọa độ màn hình vào tọa độ thế giới thực.

$$P'(x', y') \rightarrow P(x, y)$$

$$P = VTW . P'$$

$$VTW = S(w\min, s_x, s_y) . T(t_x, t_y)$$

$$s_x = \frac{w\max .x - w\min .x}{v\max .x - v\min .x}, \quad s_y = \frac{w\max .y - w\min .y}{v\max .y - v\min .y},$$

$$t_x = w\min .x - v\min .x, \quad t_y = w\min .y - v\min .y$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.2. Biến đổi tọa độ màn hình vào tọa độ thế giới thực.

$$VTW = \begin{pmatrix} s_x & 0 & wmin.x - s_x.wmin.x \\ 0 & s_y & wmin.y - s_y.wmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & wmin.x - vmin.x \\ 0 & 1 & wmin.y - vmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} s_x & 0 & wmin.x - s_x.vmin.x \\ 0 & s_y & wmin.y - s_y.vmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt