BÀI TẬP NHÓM
MÔ HÌNH TOÁN ỨNG DỤNG

Gv hướng dẫn: PGS.TS. Ngô Văn Thứ.

Sv thực hiện: Vũ Thành Dương.

Lớp: Toán kinh tế_k48.

Bài 16/129. Một phòng kiểm tra chất lượng sản phẩm tự động có 2 máy, năng suất như nhau là 24 sản phẩm/phút. Dòng sản phẩm từ dây chuyền đi đến phòng kiểm tra là dòng phân phối Poisson dừng trung bình 36 sản phẩm/phút. Người ta dự định bố trí theo 1 trong 2 phương án sau:

- Phương án 1: để 2 máy chạy song song, làm việc độc lập như một hệ Eclang 2 kênh. Sản phẩm sẽ vào kho mà không kiểm tra khi cả 2 máy bận.
- Phương án 2: để 2 máy liên tiếp, máy 1 bận thì sản phẩm chuyển sang máy 2, nếu máy 2 cũng bận thì sản phẩm vào kho không kiểm tra.

Nên chọn phương án nào để tỷ lệ sản phẩm vào kho không kiểm tra nhỏ hơn.

BÀI LÀM

Phương án I.

Hai máy mắc song song làm việc như một Eclang 2 kênh, sản phẩm sẽ vào kho mà không kiểm tra khi cả 2 máy bận nên đây là một hệ thống phục vụ công cộng Eclang với:

n = 2 kênh

μ = 24 sản phẩm/phút

λ = 36 sản phẩm/phút.

⇨ $\alpha = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{36}{24} = 1,5$

Ta có sơ đồ trạng thái sau.

$$\boxed{X_0(t)} \underset{\mu}{\overset{\lambda}{\rightleftarrows}} \boxed{X_1(t)} \underset{2\mu}{\overset{\lambda}{\rightleftarrows}} \boxed{X_2(t)}$$

Hệ phương trình và các xác suất trạng thái là:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1 \\ 0 = -\lambda P_1 - \mu P_1 + \lambda P_0 + 2\mu P_2 \\ 0 = -\mu P_2 + \lambda P_1 \end{cases}$$

Mà: $\sum_{k=0}^{2} P_k = 1$

Từ đó ta có: $$\begin{cases} P_0 = \dfrac{1}{\sum_{k=0}^{2} \dfrac{\alpha^k}{k!}} \\ P_2 = \dfrac{\alpha^2}{2!} \times P_0 \end{cases}$$

⇨ Xác suất hệ thống có 2 kênh rỗi là:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{2} \frac{\alpha^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{1,5^0}{0!} + \frac{1,5^1}{1!} + \frac{1,5^2}{2!}} = \frac{8}{29}$$

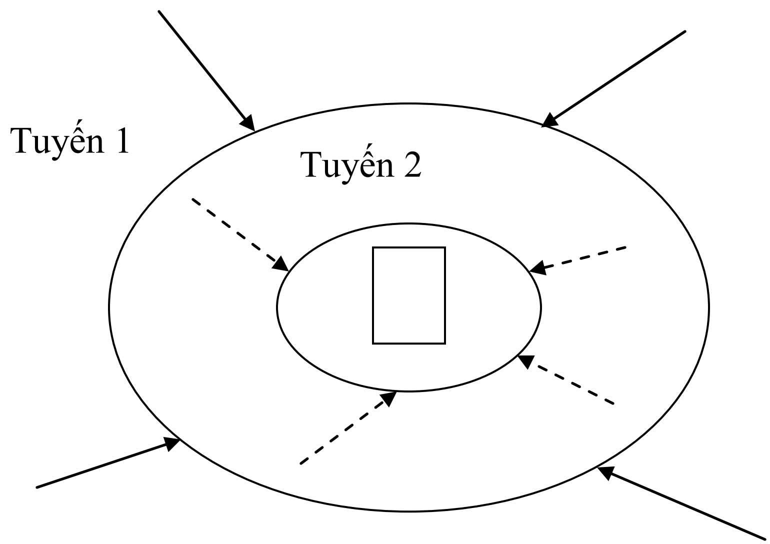
⇨ Xác suất hệ thống có 2 kênh bận (hay xác suất yêu cầu đến hệ thống bị từ chối) là:

$$P_{tc} = P_2 = \frac{\alpha^2}{2!} \times P_0 = \frac{1,5^2}{2!} \times \frac{8}{29} \approx 0,310345$$

Phương án II.

Hai máy liên tiếp, nếu máy 1 bận thì sản phẩm chuyển sang máy 2, nếu máy 2 cũng bận thì sản phẩm chuyển vào kho không kiểm tra. Như vậy đây là hệ thống Eclang nối tiếp.

Ta có sơ đồ trạng thái sau:



Ta có tỷ lệ yêu cầu bị từ chối ở hệ thống thứ nhất là:

$$P_{tc}(1) = \frac{\alpha_1}{1!} \times P_0(1) \text{ , với } \alpha_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \lambda_1 = \lambda$$

Có $$P_0(1) = \frac{1}{\sum_{k=0}^{1} \frac{\alpha_1^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{1,5^0}{0!} + \frac{1,5^1}{1!}} = 0,4$$

⇨ $$P_{tc}(1) = \frac{1,5}{1!} \times 0,4 = 0,6$$

Dòng yêu cầu đến hệ thống 2 có mật độ:

$$\lambda_2 = P_{tc}(1) \text{ x } \lambda_1 = 0,6 \text{ x } 36 = 21,6$$

Tương tự hệ thống 1.

⇨ $$P_{tc}(2) = \frac{\alpha_2}{1!} \times P_0(2) \text{ , với } \alpha_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{21,6}{24} = 0,9$$

Có $$P_0(2) = \frac{1}{\sum_{k=0}^{1} \frac{\alpha_2^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{0,9^0}{0!} + \frac{0,9^1}{1!}} = \frac{10}{19}$$

⇨ $$P_{tc}(2) = \frac{0,9}{1!} \times \frac{10}{19} = \frac{9}{19} \approx 0,473684$$

⇨ Tỷ lệ yêu cầu bị từ chối:

$$P_{tc}(1,2) = P_{tc}(1) \text{ x } P_{tc}(2) = 0,6 \text{ x } \frac{9}{19} \approx 0,284211$$

Do P_{tc}(PA II) = P_{tc}(1,2) = 0,284211 < P_{tc}(PA I) = P_{tc}(1) = 0,310345 vì vậy để tỷ lệ sản phẩm vào kho không kiểm tra là nhỏ nhất ta chọn phương án 2.

The end!