



BÀI GIẢNG TIN HỌC CƠ SỞ

BÀI 4. HỆ ĐẾM



NỘI DUNG

- Hệ đếm
- Hệ đếm nhị phân và hệ đếm cơ số 16
- Cách đổi biểu diễn giữa các hệ đếm
- Đổi biểu diễn giữa hệ nhị phân và hệ đếm cơ số 16

HỆ ĐẾM

- Hệ đếm là một tập các ký hiệu (bảng chữ số) để biểu diễn các số và xác định giá trị của các biểu diễn số
- Ví dụ Hệ đếm La mã có bảng chữ là {I,V,X,L,C,D,M} đại diện cho các giá trị là 1, 5, 10, 100, 500 và 1000. Quy tắc biểu diễn số là viết các chữ số cạnh nhau. Quy tắc tính giá trị là nếu một chữ số có một chữ số bên trái có giá trị nhỏ hơn thì giá trị của cặp số bị tính bằng hiệu hai giá trị. Còn nếu số có giá trị nhỏ hơn đứng phía phải thì giá trị chung bằng tổng hai giá trị

$$MLVI = 1000 + 50 + 5 + 1 = 1056$$

$$MLIV = 1000 + 50 + 5 - 1 = 1054$$

HỆ ĐẾM

VD Hệ đếm thập phân

- Bảng chữ số $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Quy tắc biểu diễn: ghép các chữ số
- Quy tắc tính giá trị: mỗi chữ số x đứng ở hàng thứ i tính từ bên phải có giá trị là $x \cdot 10^{i-1}$. Như vậy một đơn vị ở một hàng sẽ có giá trị gấp 10 lần một đơn vị ở hàng kế cận bên phải
- Giá trị của số là tổng giá trị của các chữ số có tính tới vị trí của nó. Giá trị của 3294,5 là

$$3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1}$$

HỆ ĐẾM THEO VỊ TRÍ VÀ KHÔNG THEO VỊ TRÍ



- Hệ đếm theo vị trí là hệ đếm mà giá trị của mỗi chữ số không phụ thuộc vào vị trí của nó trong biểu diễn số.
- Hệ đếm thập phân là hệ đếm theo vị trí
- Hệ đếm la mã là hệ đếm không theo vị trí

HỆ ĐẾM THEO VỊ TRÍ CÓ CƠ SỐ BẤT KỲ



- Có thể chọn các hệ đếm với cơ số khác 10.
- Với một số tự nhiên $b > 1$, với mỗi số tự nhiên n luôn tồn tại một cách phân tích duy nhất n dưới dạng một đa thức của b với các hệ số nằm từ 0 đến $b-1$

$$n = a_k \cdot b^k + a_{k-1} \cdot b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0, \quad 0 \leq a_i \leq b-1$$

Khi đó biểu diễn của n trong cơ số b là $a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0$

$$\text{VD } 14 = 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

$$\text{Do đó } 14_{10} = 112_3 = 1110_2$$

HỆ ĐẾM NHỊ PHÂN

- Hệ nhị phân dùng 2 chữ số là $\{0,1\}$ và chữ số 1 ở một hàng có giá trị bằng 2 lần chữ số 1 ở hàng kế cận bên phải

$$14,625 = 1.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 + 1.2^{-1} + 0.2^{-2} + 1.2^{-3}$$

$$\text{Do đó } 14,625_{10} = 1110,101_2$$

- Hệ đếm nhị phân là hệ được sử dụng nhiều đối với MTĐT vì MTĐT sử dụng các thành phần vật lý có hai trạng thái để nhớ các bit

SỐ HỌC NHỊ PHÂN

- Bảng cộng: $0+0=0$, $1+0=0+1=1$, $1+1=10$
- Bảng nhân: $0 \times 0=0 \times 1=1 \times 0=0$ $1 \times 1=1$
- Ví dụ $7+5 = 12$, $12-5 = 7$, $6 \times 5 = 30$, $30:6=5$ được thể hiện trong hệ nhị phân

$$\begin{array}{r}
 + \quad 111 \\
 \quad 101 \\
 \hline
 1100 \\
 1 \swarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1100 \\
 - \quad 101 \\
 \hline
 111 \\
 1 \swarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 110 \\
 \quad 101 \\
 \hline
 + \quad 110 \\
 \quad 110 \\
 \hline
 11110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 11110 & 110 \\
 - 110 & 101 \\
 \hline
 110 & \\
 - 110 & \\
 \hline
 000 &
 \end{array}$$

HỆ HEXA (HỆ ĐẾM CƠ SỐ 16)

- Hệ nhị phân tuy tính toán đơn giản nhưng biểu diễn số rất dài. Hệ thập phân thì không thích hợp với máy tính. Người ta thường dùng hệ 16 (hexa) vì biểu diễn số ngắn mà chuyển đổi với hệ nhị phân rất đơn giản
- Hệ đếm cơ số 16 dùng các chữ số $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$
- Bảng cộng, nhân không hoàn toàn giống như trong hệ thập phân, ví dụ $5 + 6 = B$ nhưng cách thực hiện các phép toán số học cũng tương tự như hệ thập phân.

ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ VỚI CÁC CƠ SỐ KHÁC NHAU

- Giả sử có số nguyên n , trong một hệ đếm cơ số p nào đó, ta cần tìm biểu diễn của nó trong một hệ đếm cơ số b và giả sử biểu diễn đó là $d_k d_{k-1} \dots d_1 a_0$
$$N = d_n \cdot b^n + d_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + d_1 b^1 + d_0, 0 \leq d_i \leq b-1$$
- Chia n cho b ta được số dư d_0 và thương
$$N_1 = d_n \cdot b^{n-1} + d_{n-1} \cdot b^{n-2} + \dots + d_1 b^1 + d_0$$
- Chia n_1 cho b ta được số dư d_1 và thương
$$N_2 = d_n \cdot b^{n-2} + d_{n-1} \cdot b^{n-3} + \dots + d_2 b^1 + d_1$$
- Như vậy bằng phép chia và tách số dư liên tiếp n cho cơ số b , ta lần lượt tách ra các số dư chính là các hệ số của biểu diễn số trong cơ số b . Quá trình sẽ dừng lại khi nào thương bằng 0

QUY TẮC THỰC HÀNH ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ VỚI PHẦN NGUYÊN



$$23_{10} = ?_2$$

$$\begin{array}{r|l} 23 & 2 \\ \hline 1 & 11 \\ & | 2 \\ & 1 & 5 \\ & & | 2 \\ & & 1 & 2 \\ & & & | 2 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & | 2 \\ & & & & 1 & 0 \end{array}$$

$$923_{10} = ?_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 923 & 16 \\ \hline 11 & 57 \\ & | 16 \\ & B & 9 \\ & & | 3 \\ & & & | 16 \\ & & & 3 & 0 \end{array}$$

Lấy các số dư theo
thứ tự ngược lại

ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ CHO PHẦN LẺ VỚI CÁC CƠ SỐ KHÁC NHAU

- Có số $x < 1$, cần đổi ra phần lẻ trong biểu diễn cơ số b

$$x = d_{-1}.b^{-1} + d_{-2}.b^{-2} + \dots + d_{-m}.b^{-m} + \dots$$

- Nếu nhân x với b , d_{-1} sẽ chuyển sang phần nguyên và phần lẻ sẽ là

$$x_2 = d_{-2}.b^{-1} + d_{-3}.b^{-2} + \dots + d_{-m}.b^{-m+1} + \dots$$

- Nếu nhân x_2 với b , d_{-2} sẽ chuyển sang phần nguyên và phần lẻ sẽ là

$$x_3 = d_{-3}.b^{-1} + d_{-4}.b^{-2} + \dots + a_{-m}.b^{-m+2} + \dots$$

- Do đó có thể tách các số chữ số bằng nhân liên tiếp phần lẻ với b và tách lấy phần nguyên

QUY TẮC THỰC HÀNH ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ VỚI PHẦN LẺ

- $0,427_{10} = 0,6B85..._{16}$

0.	427	x 2
----	-----	-----

0.	854	x 2
----	-----	-----

1.	708	x 2
----	-----	-----

1.	416	x 2
----	-----	-----

0.	832	
----	-----	------

- $0,42_{10} = 0,6B85..._{16}$

0.	42	x 16
----	----	------

6.	72	x 16
----	----	------

11.	52	x 16
-----	----	------

8.	32	x 16
----	----	------

5.	12	
----	----	------

Một số hữu hạn ở một cơ số này có thể là một số vô hạn trong một cơ số khác

ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ VỚI CÁC CƠ SỐ KHÁC NHAU

- Cách đổi như đã nêu trên được sử dụng để đổi một số trong hệ thập phân sang một hệ đếm bất kỳ
- Để đổi từ một hệ đếm bất kỳ sang hệ thập phân có thể tính trực tiếp giá trị của đa thức

$$P = a_k \cdot b^k + a_{k-1} \cdot b^{k-1} + \dots + a_1 b^1 + a_0 \dots$$

Cách tính tiết kiệm là sử dụng lược đồ Horner

$$P = a_0 + b(a_1 + b(a_2 + b(\dots))))$$

ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ VỚI CÁC CƠ SỐ KHÁC NHAU

- Để đổi một số có cả phần nguyên và phần lẻ thì đổi riêng phần nguyên và phần lẻ rồi ghép lại
- Để đổi một số âm thì đổi giá trị tuyệt đối sau đó thêm dấu
- Điều khó khăn đối với hai cơ số bất kỳ khác 10 là ta không quen tính các phép tính số học trong hệ đếm cơ số khác 10. Vì thế có thể chọn hệ đếm thập phân làm trung gian trong tính toán:

$$X_p \rightarrow Y_{10} \rightarrow Z_q$$

ĐỔI BIỂU DIỄN SỐ TRONG TRƯỜNG HỢP CƠ SỐ LÀ LŨY THỪA CỦA NHAU

- Nếu đổi $x_p \rightarrow y_q$ mà $p=q^k$ thì p sẽ có biểu diễn là $100\dots 0$ (k chữ số 0). Khi đó phép nhân để tách phần nguyên và chia để tách phần dư nói trong phần đổi biểu diễn nói trên thực chất là tách biểu diễn số trong hệ đếm cơ số q thành các nhóm k chữ số tính từ dấu phẩy ngăn cách phần nguyên và phần lẻ về hai phía. Mỗi nhóm k chữ số của hệ đếm cơ số q cho giá trị của một chữ số trong hệ đếm cơ số p
- Từ đó có quy tắc thực hành như sau:
Nhóm các chữ số của số trong biểu diễn hệ đếm cơ số q thành từng nhóm đủ k chữ số tính từ dấu phẩy. Sau đó thay mỗi nhóm này bằng một chữ số tương ứng của hệ đếm cơ số p

BẢNG TƯƠNG ỨNG GIÁ TRỊ CỦA CÁC CHỮ SỐ TRONG HỆ 16 TRONG HỆ ĐẾM CƠ SỐ 2

Hệ 10	Hệ 16	Hệ 2	Hệ 10	Hệ 16	Hệ 2
0	0	0000	8	8	1000
1	1	0001	9	9	1001
2	2	0010	10	A	1010
3	3	0011	11	B	1011
4	4	0100	12	C	1100
5	5	0101	13	D	1101
6	6	0110	14	E	1110
7	7	0111	15	F	1111

ĐỔI BIỂU DIỄN GIỮA HỆ ĐẾM CƠ SỐ 16 VÀ HỆ ĐẾM CƠ SỐ 2

- Ví dụ ta cần đổi số 1001101,010011 ra hệ đếm cơ số 16
- Ta có $16 = 2^4$. Để đổi từ hệ đếm cơ số 2 thành hệ đếm cơ số 16, nhóm các chữ số thành các nhóm đủ 4 chữ số, sau đó thay mỗi nhóm đó bằng một chữ số tương ứng

1001101,0100110 $\rightarrow$ 0100 1101 0101 1100
 $\rightarrow$ 4 D 5 C

- Ngược lại để đổi một số từ hệ 16 sang hệ 2 chỉ cần thay mỗi chữ số bằng một nhóm 4 đủ chữ số tương ứng

14F,8D $\rightarrow$ 0001 0100 1111, 0111 $\rightarrow$ 101001111,0111

TỔNG KẾT NỘI DUNG

- Trong tin học, người ta thường dùng hệ đếm cơ số 2 và cơ số 16
- Việc đổi số nguyên có thể thực hiện bằng cách chia liên tiếp cho cơ số mới và tách phần dư liên tiếp sau đó lấy theo chiều ngược lại các số dư
- Việc đổi phần lẻ có thể thực hiện bằng cách nhân liên tiếp và tách phần nguyên
- Để chuyển đổi từ hệ đếm cơ số 2 sang 16 chỉ cần nhóm từng cụm đủ 4 chữ số hệ 2 kể từ dấu phẩy về hai phía và thay mỗi cụm này bằng một chữ số hệ 16 tương ứng
- Ngược lại để đổi một số từ hệ đếm cơ số 16 sang hệ đếm cơ số 2 chỉ cần thay mỗi chữ số của hệ đếm cơ số 16 bởi một nhóm đủ 4 chữ số của hệ đếm cơ số .

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. Vì sao người ta sử dụng hệ nhị phân để biểu diễn thông tin cho MTĐT?
2. Hãy đổi các số thập phân sau đây ra hệ nhị phân (chú ý rằng trong tin học ta thường dùng cách viết số theo kiểu Anh, dấu phân cách giữa phần nguyên và phần lẻ là dấu chấm chứ không phải dấu phẩy)

5, 9, 17, 27, 6.625

3. Hãy đổi các số nhị phân sau đây ra hệ thập phân:

11, 111, 1001, 1101, 1011.110

4. Đổi các số nhị phân sau đây ra hệ 16

11001110101, 1010111000101, 1111011101.1100110

5. Đổi các số hệ 16 ra hệ nhị phân

3F8, 35AF, A45

CẢM ƠN ĐÃ THEO DÕI



HẾT BÀI 4. HỎI VÀ ĐÁP

