



CHƯƠNG 3 – HỒI QUY BỘI

Bộ môn Kinh tế lượng – Học viện Tài chính

Nội dung

- 3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến**
- 3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến - phương pháp ma trận**
- 3.3. Hệ số xác định và hệ số xác định hiệu chỉnh**
- 3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết**
- 3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội**
- 3.6. Dự báo**
- 3.7. Các dạng hàm hồi quy**

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

3.1.1. Mô hình hồi quy ba biến

Xét mô hình hồi quy 3 biến:

$$PRF : E(Y / X_{2i}, X_{3i}) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}$$

$$PRM : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (i = 1 \div N)$$

Trong đó

Y : là biến phụ thuộc

X_2, X_3 : là hai biến độc lập

β_1 : là hệ số chặn

β_2, β_3 : là các hệ số góc riêng phần (hệ số hồi quy riêng).

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

■ Ý nghĩa kinh tế:

- $\beta_1 = E(Y/X_{2i}=X_{3i}=0)$: là giá trị trung bình của Y khi $X_{2i} = X_{3i} = 0$.
- $\beta_2 = \frac{\partial E(Y / X_2, X_3)}{\partial X_2}$: cho biết khi X_2 tăng một đơn vị, trong điều kiện X_3 không thay đổi, thì giá trị trung bình của Y thay đổi β_2 đơn vị.
- $\beta_3 = \frac{\partial E(Y / X_2, X_3)}{\partial X_3}$: cho biết khi X_3 tăng một đơn vị, trong điều kiện X_2 không thay đổi, thì giá trị trung bình của Y thay đổi β_3 đơn vị.

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

■ Ví dụ 1:

- Giả sử có mô hình hồi quy mẫu: $LP = 0.02 + 0.3m - 0.15 \text{ gdp} + u$
- Trong đó: LP, m, gdp lần lượt là tỷ lệ lạm phát, mức tăng trưởng cung tiền và mức tăng trưởng GDP (đơn vị %).
- Khi mức tăng trưởng của cung tiền và GDP bằng 0 thì mức lạm phát trung bình là 0.02%.
- Nếu cung tiền tăng 1%, mức tăng trưởng GDP không đổi thì lạm phát trung bình gia tăng 0.3%
- Nếu GDP tăng 1% và cung tiền không thay đổi thì lạm phát trung bình sẽ giảm 0.15%.
- Nếu GDP tăng 1% và cung tiền giảm 0.5% thì lạm phát trung bình sẽ giảm $(-0.15 - 0.15 = -0.3)$ 0.3%.

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

3.1.2. Các giả thiết của phương pháp bình phương nhỏ nhất

- GT1: Hàm hồi quy có dạng tuyến tính đối với tham số
- GT2: Kỳ vọng của các SSNN bằng 0: $E(U_i) = 0, \forall i$
- GT3: Phương sai SSNN không đổi: $\text{Var}(U_i) = \sigma^2, \forall i$
- GT4: Các SSNN không tương quan: $\text{Cov}(U_i, U_j) = 0, \forall i \neq j$
- GT5: Các SSNN và các biến độc lập không tương quan:
$$\text{Cov}(U_i, X_{2i}) = 0, \text{Cov}(U_i, X_{3i}) = 0 \quad \forall i$$
- GT6: Các SSNN có phân phối chuẩn.
- GT7: Các biến giải thích là phi ngẫu nhiên và không có quan hệ tuyến tính.
- GT8: Dạng hàm được chỉ định đúng.

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

- Trong tổng thể:

$$PRF : E(Y / X_{2i}, X_{3i}) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}$$

$$PRM : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (i = 1 \div N)$$

- Trong mẫu:

$$SRF : \hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i}$$

$$SRM : Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i \quad (i = 1 \div n)$$

Trong đó:

$\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$: là các ước lượng điểm của $\beta_1, \beta_2, \beta_3$

$\hat{Y}_i$: là ước lượng điểm của $E(Y/X_{2i}, X_{3i})$

e_i : là ước lượng điểm của U_i

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

■ Phương pháp ước lượng bình phương nhỏ nhất:

- Tìm $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ sao cho:
$$RSS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$
$$= \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i})^2 = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) \rightarrow \text{Min}$$
- Các hệ số $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{\partial f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i}) = 0 \\ \frac{\partial f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}{\partial \hat{\beta}_2} = -2 \sum_{i=1}^n X_{2i} (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i}) = 0 \\ \frac{\partial f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}{\partial \hat{\beta}_3} = -2 \sum_{i=1}^n X_{3i} (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i}) = 0 \end{cases}$$

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \hat{\beta}_1 n + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum_{i=1}^n X_{3i} = \sum_{i=1}^n Y_i \\ \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{2i} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 + \hat{\beta}_3 \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} = \sum_{i=1}^n X_{2i} Y_i \\ \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{3i} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} + \hat{\beta}_3 \sum_{i=1}^n X_{3i}^2 = \sum_{i=1}^n X_{3i} Y_i \end{cases}$$

Ký hiệu:

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i; & y_i &= Y_i - \bar{Y} \\ \bar{X}_2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}; & x_{2i} &= X_{2i} - \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{3i}; & x_{3i} &= X_{3i} - \bar{X}_3 \end{aligned}$$

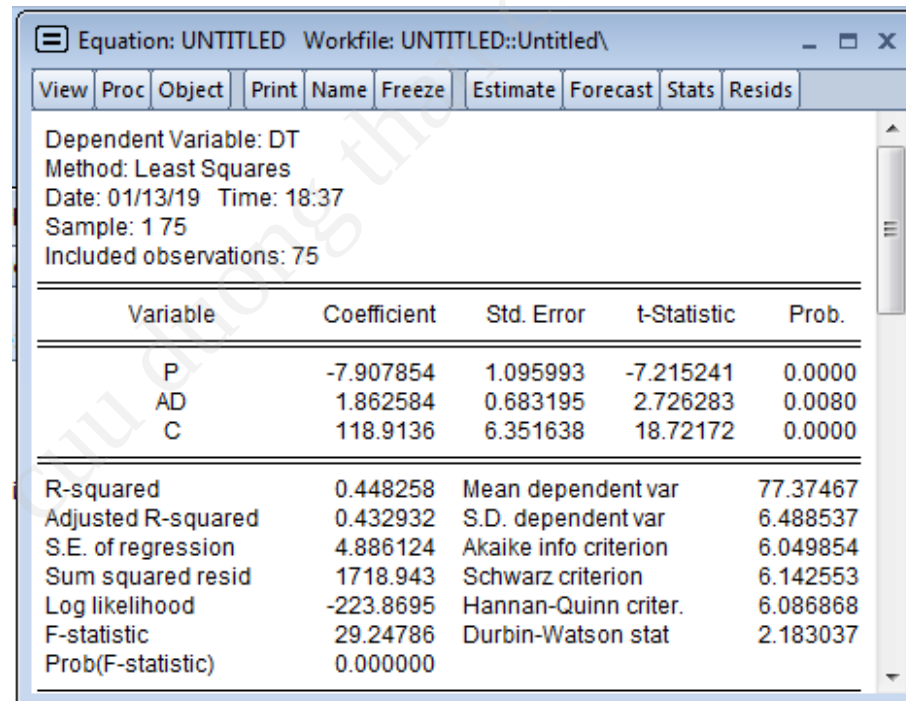
3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

Ta có công thức nghiệm:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2 - \hat{\beta}_3 \bar{X}_3 \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{(\sum_{i=1}^n x_{2i} y_i)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i} y_i)(\sum_{i=1}^n x_{3i} x_{2i})}{(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i} x_{2i})^2} \\ \hat{\beta}_3 &= \frac{(\sum_{i=1}^n x_{3i} y_i)(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{2i} y_i)(\sum_{i=1}^n x_{3i} x_{2i})}{(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i} x_{2i})^2}\end{aligned}$$

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

- **Ví dụ 2:** Nghiên cứu mối quan hệ giữa doanh thu bán hàng - S (nghìn USD/tháng) phụ thuộc vào giá bán của sản phẩm - P (USD/sản phẩm) và chi phí quảng cáo - AD (nghìn USD/tháng). Sử dụng số liệu của một cửa hàng kinh doanh bánh ngọt, hồi quy mô hình thu được:



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
P	-7.907854	1.095993	-7.215241	0.0000
AD	1.862584	0.683195	2.726283	0.0080
C	118.9136	6.351638	18.72172	0.0000

R-squared	0.448258	Mean dependent var	77.37467
Adjusted R-squared	0.432932	S.D. dependent var	6.488537
S.E. of regression	4.886124	Akaike info criterion	6.049854
Sum squared resid	1718.943	Schwarz criterion	6.142553
Log likelihood	-223.8695	Hannan-Quinn criter.	6.086868
F-statistic	29.24786	Durbin-Watson stat	2.183037
Prob(F-statistic)	0.000000		

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

- Từ kết quả hồi quy, hàm hồi quy mẫu thu được:

$$DT_i = 118.9136 + 1.862AD_i - 7.907P_i$$

■ Ý nghĩa kinh tế của các hệ số hồi quy ước lượng được từ mẫu:

- $\beta_2 = 1.862$ Cho biết khi tăng chi phí quảng cáo lên 1 (nghìn USD/tháng) trong điều kiện giá bán không thay đổi thì doanh thu trung bình tăng 1.862 (nghìn USD/tháng).
- $\beta_3 = -7.907$ Cho biết khi giá bán tăng 1 (USD/sản phẩm) trong điều kiện chi phí quang cáo không thay đổi thì doanh thu trung bình giảm 7.907 (nghìn USD/tháng).

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

3.1.4. Các tham số đặc trưng của các ước lượng

■ Phương sai và độ lệch chuẩn của ước lượng OLS:

$$Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X}_2^2 \sum_{i=1}^n x_{3i}^2) + (\bar{X}_3^2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2) - (2\bar{X}_2\bar{X}_3 \sum_{i=1}^n x_{3i}x_{2i})}{(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i}x_{2i})^2} \right] \Rightarrow SD(\hat{\beta}_1) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_1)}$$

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum_{i=1}^n x_{3i}^2}{(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i}x_{2i})^2} \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_{2i}^2 (1 - r_{23}^2)} \Rightarrow SD(\hat{\beta}_2) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_2)}$$

$$Var(\hat{\beta}_3) = \frac{\sum_{i=1}^n x_{2i}^2}{(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2)(\sum_{i=1}^n x_{3i}^2) - (\sum_{i=1}^n x_{3i}x_{2i})^2} \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_{3i}^2 (1 - r_{23}^2)} \Rightarrow SD(\hat{\beta}_3) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_3)}$$

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

- Ma trận hiệp phương sai của các ước lượng OLS:

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_3) \end{pmatrix}$$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j) = \text{Cov}(\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_i) \quad (\forall i \neq j)$$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_i) = \text{Var}(\hat{\beta}_i) \quad (\forall i)$$

Ta có:

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) = \frac{-r_{23}\sigma^2}{(1-r_{23})\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{2i}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_{3i}^2}}$$

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

- Phương sai mẫu của sai số ngẫu nhiên:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3}$$

- $\hat{\sigma}$ được gọi là sai số chuẩn của hàm hồi quy (standard error of regression).
- $se(\hat{\beta})$ là sai số chuẩn của các hệ số ước lượng
- r_{23} là hệ số tương quan của biến X_2, X_3 :

$$r_{23}^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n X_{2i}^2 \sum_{i=1}^n X_{3i}^2}$$

3.1. Mô hình hồi quy tuyến tính ba biến

3.1.5. Hệ số xác định

- Hệ số xác định:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = \frac{\hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i + \hat{\beta}_3 \sum_{i=1}^n x_{3i} y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

- Ý nghĩa: Hệ số xác định cho biết tỷ lệ % sự biến thiên của Y được giải thích thông qua hai biến độc lập X_2 và X_3 của mô hình.

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

3.2.1. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến - phương pháp ma trận

Xét mô hình:

$$PRF : E(Y / X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki}) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki}$$

$$PRM : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i \quad (i = 1 \div n)(k > 2)$$

Trong đó:

- Y là biến phụ thuộc
- $X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki}$: là các biến độc lập
- β_1 : là hệ số chặn
- $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$: hệ số hồi quy riêng phần
- k : Số biến của mô hình

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

■ Ý nghĩa kinh tế:

- $\beta_1 = E(Y/X_{2i} = X_{3i} = \dots = X_{ki} = 0)$ là giá trị trung bình của Y khi các biến độc lập đồng nhất nhận giá trị bằng 0.
- $\beta_m = \frac{\partial E(Y / X_2, X_3, \dots, X_k)}{\partial X_m} \quad (m = 2 \div k)$ cho biết khi X_m tăng một đơn vị thì trung bình của Y thay đổi trị số trung bình của β_m trong điều kiện các biến X_j không thay đổi ($\forall j \neq m$).

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

- Giả sử có n quan sát, mỗi quan sát có k giá trị ($Y_i, X_{2i}, \dots, X_{ki}$)

Ký hiệu:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{pmatrix}_{n \times k} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{pmatrix}_{k \times 1} \quad U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

Khi đó:

$$PRF : E(Y) = X \beta$$

$$PRM : Y = X \beta + U$$

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

■ Một số giả thiết được viết lại dưới dạng ma trận

- GT3: Kỳ vọng của các SSNN bằng 0

$$E(U|X) = 0_{n \times 1}$$

- GT4: Phương sai của các SSNN bằng nhau:

$$E(UU^T) = \sigma^2 I$$

- GT8: Các biến giải thích không có quan hệ tuyến tính, tức là hệ véc tơ cột của ma trận X độc lập tuyến tính và khi đó ma trận $X^T X$ có ma trận nghịch đảo.

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

- Tổng thể:

$$PRF : E(Y / X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki}) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki}$$

$$PRM : Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i \quad (i = 1 \div n)(k > 2)$$

- Mẫu:

$$SRF : \hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki} (k > 2)$$

$$SRM : \hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki} + e_i \quad (i = 1 \div n)$$

- $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$: là các ước lượng điểm của $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$
- $\hat{Y}_i$: là ước lượng điểm của $E(Y/X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki})$
- e_i : là ước lượng điểm của U_i

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

3.2.2. Ước lượng các tham số OLS

- Ký hiệu:

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \\ \dots \\ \hat{Y}_n \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \dots \\ \hat{\beta}_k \end{pmatrix}_{k \times 1} \quad e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

- Khi đó có phương trình hàm hồi quy mẫu:

$$SRF : \hat{Y} = X \hat{\beta}$$

$$SRM : Y = X \hat{\beta} + e$$

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

■ Phương pháp ước lượng OLS:

- Tìm véc tơ $\hat{\beta}$ sao cho:

$$\begin{aligned}RSS &= e^T e = (Y - X \hat{\beta})(Y - X \hat{\beta})^T \\&= Y^T Y - 2\hat{\beta}^T X^T Y + \hat{\beta}^T X^T X \hat{\beta} = f(\hat{\beta}) \rightarrow \text{Min}\end{aligned}$$

- Véc tơ $\hat{\beta}$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} &= 0 \\ \Rightarrow \hat{\beta} &= (X^T X)^{-1} X^T Y\end{aligned}$$

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

3.2.2. Ma trận hiệp phương sai của các hệ số hồi quy ước lượng

- Ta có hiệp phương sai của các hệ số

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j) &= \begin{pmatrix} \text{Var}(\hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & \text{Var}(\hat{\beta}_2) & \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_2) & \dots & \text{Var}(\hat{\beta}_k) \end{pmatrix} \\ &= \sigma^2 (X^T X)^{-1} \end{aligned}$$

- Phương sai sai số ngẫu nhiên ước lượng từ mẫu: $\hat{\sigma}^2 = \frac{e^T e}{(n - k)}$

3.2. Mô hình hồi quy tuyến tính k biến

3.2.3. Các tính chất của ước lượng OLS

- Tham khảo bài giảng trang 85 giáo trình.
- Chú ý: các tính chất được nêu ra đối với mô hình hồi quy 3 biến tương tự như mô hình mô hình hồi quy đơn biến.

3.3. Hệ số xác định và hệ số xác định hiệu chỉnh

■ Hệ số xác định R^2

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = \frac{\hat{\beta}^T X^T Y - n\bar{Y}^2}{Y^T Y - n\bar{Y}^2} = 1 - \frac{e^T e}{Y^T Y - n\bar{Y}^2}$$
$$0 \leq R^2 \leq 1$$

- Ý nghĩa: R^2 cho biết tỷ lệ % sự biến thiên của Y được giải thích thông qua toàn bộ các biến độc lập của mô hình.
- Tính chất: R^2 là hàm đồng biến với số biến giải thích trong mô hình. Do vậy không thể dùng R^2 làm tiêu chuẩn để xem xét việc đưa thêm một hoặc nhiều biến giải thích vào mô hình.

3.3. Hệ số xác định và hệ số xác định hiệu chỉnh

■ Hệ số xác định hiệu chỉnh:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS / (n - k)}{TSS / (n - 1)} = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$$

- Mục đích của việc hiệu chỉnh hệ số xác định là để xem xét có nên đưa thêm biến giải thích vào mô hình hay không.
- Một biến mới sẽ được đưa vào mô hình nếu hệ số của biến mới đưa vào mô hình có ý nghĩa thống kê và hệ số $\bar{R}^2$ còn tăng.

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.1. Khoảng tin cậy của $\beta_j (j = 1 \div k)$

Với độ tin cậy $1-\alpha$, sử dụng thống kê: $T = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{Se(\hat{\beta}_j)} \sim T^{(n-k)}$

- KTC đối xứng:

$$\hat{\beta}_j - Se(\hat{\beta}_j)t_{\alpha/2}^{(n-k)} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + Se(\hat{\beta}_j)t_{\alpha/2}^{(n-k)}$$

- KTC bên phải:

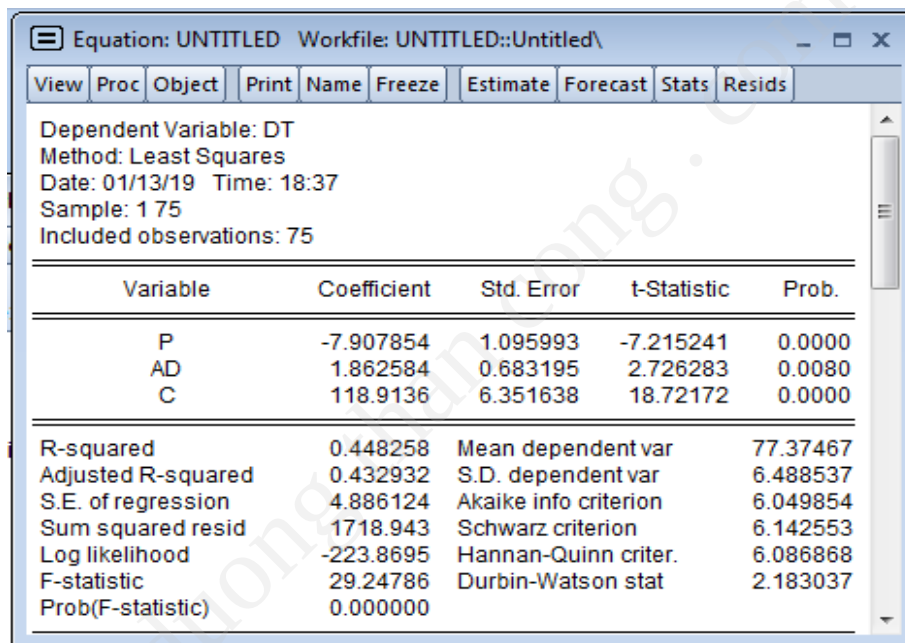
$$\beta_j \geq \hat{\beta}_j - Se(\hat{\beta}_j)t_{\alpha}^{(n-k)}$$

- KTC bên trái:

$$\beta_j \leq \hat{\beta}_j + Se(\hat{\beta}_j)t_{\alpha}^{(n-k)}$$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

- Ví dụ 3. Dựa vào kết quả hồi quy của mô hình trong ví dụ 2:



The screenshot shows the EViews 'Equation: UNTITLED' window. It displays the results of a least squares regression. The dependent variable is 'DT'. The method used is 'Least Squares'. The date and time are '01/13/19' and '18:37'. The sample size is '1 75' and 'Included observations: 75'. The window has tabs for 'View', 'Proc', 'Object', 'Print', 'Name', 'Freeze', 'Estimate', 'Forecast', 'Stats', and 'Resids'. The 'Stats' tab is selected, showing a table of coefficients and various statistical measures.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
P	-7.907854	1.095993	-7.215241	0.0000
AD	1.862584	0.683195	2.726283	0.0080
C	118.9136	6.351638	18.72172	0.0000

R-squared	0.448258	Mean dependent var	77.37467
Adjusted R-squared	0.432932	S.D. dependent var	6.488537
S.E. of regression	4.886124	Akaike info criterion	6.049854
Sum squared resid	1718.943	Schwarz criterion	6.142553
Log likelihood	-223.8695	Hannan-Quinn criter.	6.086868
F-statistic	29.24786	Durbin-Watson stat	2.183037
Prob(F-statistic)	0.000000		

Câu hỏi nghiên cứu:

- Khi chi phí quảng cáo tăng 1 (nghìn USD/tháng) thì doanh thu tăng lên bao nhiêu, tăng tối thiểu, tối đa bao nhiêu?
- Giá bán tăng 1 (USD/Sản phẩm) thì doanh thu giảm đi bao nhiêu, tối thiểu?

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.2. Kiểm định giả thuyết đối với $\beta_j (j = 1 \div k)$

- Kiểm định các cặp giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_j = \beta_j^* \\ H_1 : \beta_j \neq \beta_j^* \end{cases} (1), \quad \begin{cases} H_0 : \beta_j = \beta_j^* \\ H_1 : \beta_j > \beta_j^* \end{cases} (2), \quad \begin{cases} H_0 : \beta_j = \beta_j^* \\ H_1 : \beta_j < \beta_j^* \end{cases} (3)$$

- Tiêu chuẩn kiểm định:

$$T = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{Se(\hat{\beta}_j)} \sim T^{(n-k)}$$

- Miền bác bỏ giả thuyết H_0 (với mức ý nghĩa α):

$$W_\alpha = \left\{ T : |T| > T_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-k)} \right\} (1) \quad W_\alpha = \left\{ T : T > T_\alpha^{(n-k)} \right\} (2) \quad W_\alpha = \left\{ T : T < -T_\alpha^{(n-k)} \right\} (3)$$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

■ Sử dụng phương pháp P-value:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_j = 0 \\ H_1 : \beta_j \neq 0 \end{cases} (1), \quad \begin{cases} H_0 : \beta_j = 0 \\ H_1 : \beta_j > 0 \end{cases} (2), \quad \begin{cases} H_0 : \beta_j = 0 \\ H_1 : \beta_j < 0 \end{cases} (3)$$

- Quy tắc kết luận với mức ý nghĩa α cho trước như sau:
- Với cặp giả thuyết (1):
 - Nếu $\alpha > P$ thì bác bỏ giả thiết H_0
 - Nếu $\alpha < P$ thì không có cơ sở bác bỏ giả thiết H_0
- Với cặp giả thuyết (2) và (3):
 - Nếu $\alpha > P/2$ thì bác bỏ giả thiết H_0
 - Nếu $\alpha < P/2$ thì không có cơ sở bác bỏ giả thiết H_0

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.3. Khoảng tin cậy của σ^2

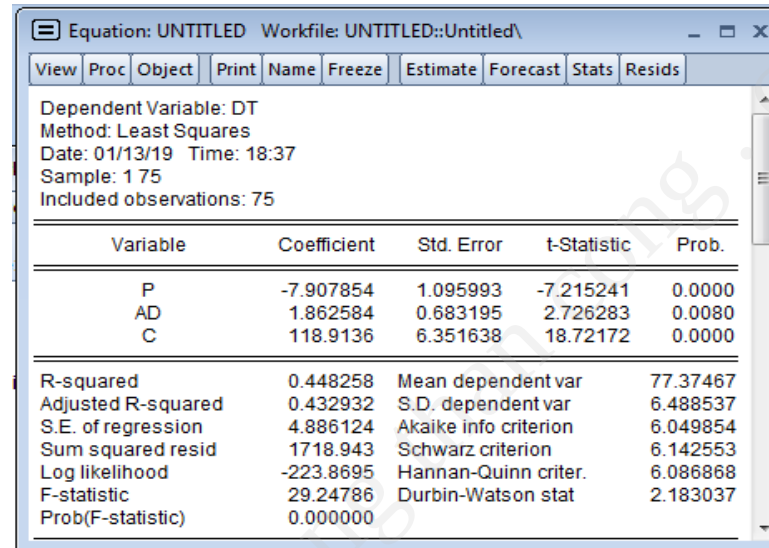
- Sử dụng thống kê: $\chi^2 = \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^{2(n-k)}$

Với độ tin cậy $(1 - \alpha)$ ta có:

- Khoảng tin cậy hai phía: $\frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\chi_{\alpha/2}^{2(n-k)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^{2(n-k)}}$
- Khoảng tin cậy bên trái: $\sigma^2 \leq \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha}^{2(n-k)}}$
- Khoảng tin cậy bên phải: $\sigma^2 \geq \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\chi_{\alpha}^{2(n-k)}}$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

- Ví dụ 4. Dựa vào kết quả hồi quy của mô hình trong ví dụ 2, trả lời câu hỏi:



Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: DT
Method: Least Squares
Date: 01/13/19 Time: 18:37
Sample: 1 75
Included observations: 75

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
P	-7.907854	1.095993	-7.215241	0.0000
AD	1.862584	0.683195	2.726283	0.0080
C	118.9136	6.351638	18.72172	0.0000

R-squared	0.448258	Mean dependent var	77.37467
Adjusted R-squared	0.432932	S.D. dependent var	6.488537
S.E. of regression	4.886124	Akaike info criterion	6.049854
Sum squared resid	1718.943	Schwarz criterion	6.142553
Log likelihood	-223.8695	Hannan-Quinn criter.	6.086868
F-statistic	29.24786	Durbin-Watson stat	2.183037
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Nếu giảm giá bán 0.2 (USD/sản phẩm) thì doanh thu bán hàng sẽ tăng tối thiểu 1.5 (nghìn USD/Tháng), hãy xác nhận thông tin này (mức ý nghĩa 5%)?
- Phương sai sai số ngẫu nhiên tối thiểu bằng bao nhiêu (độ tin cậy 90%)?

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.4. Kiểm định giả thuyết đối với σ^2

- Kiểm định cặp giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases} (1), \quad \begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases} (2), \quad \begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{cases} (3)$
- Tiêu chuẩn kiểm định: $\chi^2 = \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2}$
- Miền bác bỏ giả thuyết H_0 với mức ý nghĩa α :

$$W_\alpha = \left\{ \chi^2 : \begin{cases} \chi^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-k) \\ \chi^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-k) \end{cases} \right\} (1) \quad W_\alpha = \{ \chi^2 : \chi^2 > \chi_\alpha^2(n-k) \} (2) \quad W_\alpha = \{ \chi^2 : \chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(n-k) \} (3)$$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.3. Khoảng tin cậy mở rộng

- Sử dụng thống kê: $T = \frac{(a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s) - (a\beta_j + b\beta_s)}{Se(a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s)} \sim T^{(n-k)}$
- Khoảng tin cậy của biểu thức hai hệ số hồi quy (với độ tin cậy $1 - \alpha$) :

$$a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s - Se(a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s)t_{\alpha/2}^{(n-k)} \leq a\beta_j + b\beta_s \leq a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s + Se(a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s)t_{\alpha/2}^{(n-k)}$$

$$Se(a\hat{\beta}_j + b\hat{\beta}_s) = \sqrt{(a^2 (Se(\hat{\beta}_j))^2 + 2abCov(\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_s) + (b^2 (Se(\hat{\beta}_s))^2)}$$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

3.4.3. Kiểm định T mở rộng

- Kiểm định cặp giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 = c \\ H_1 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 \neq c \end{cases} (1), \quad \begin{cases} H_0 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 = c \\ H_1 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 > c \end{cases} (2), \quad \begin{cases} H_0 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 = c \\ H_1 : a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 < c \end{cases} (3)$$

- Tiêu chuẩn kiểm định: $T = \frac{a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3 - c}{Se(a\hat{\beta}_2 + b\hat{\beta}_3)} \sim T^{(n-k)}$
- Miền bác bỏ giả thuyết H_0 với mức ý nghĩa α :

$$W_\alpha = \{t : |t| > t_{\alpha/2}^{(n-k)}\} (1) \quad W_\alpha = \{t : t > t_\alpha^{(n-k)}\} (2) \quad W_\alpha = \{t : t < -t_\alpha^{(n-k)}\} (3)$$

3.4. Khoảng tin cậy và kiểm định giả thuyết

- **Ví dụ 5.** Dựa vào kết quả hồi quy của mô hình trong ví dụ 2, trả lời các câu hỏi sau (mức ý nghĩa 5%):
 - Khi giảm giá bán 0.2 (USD/sản phẩm) đồng thời tăng chi phí quảng cáo lên 1 (nghìn USD/Tháng thì doanh thu bán hàng sẽ thay đổi bao nhiêu?
 - Nếu tăng chi phí quảng cáo 0.3 (nghìn USD/Tháng), đồng thời tăng giá bán 0.2 (USD/sản phẩm) thì doanh thu bán hàng có tăng không?

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

3.5.1. Kiểm định sự phù hợp của hàm hồi quy

- Kiểm định cặp giả thuyết:
$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 : \exists \beta_j \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_0 : R^2 = 0 \\ H_1 : R^2 > 0 \end{cases}$$
- Tiêu chuẩn kiểm định:
$$F = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)} \sim F(k-1, n-k)$$
- Miền bác bỏ: $W_\alpha = \{F : F > F_\alpha(k-1, n-k)\}$

■ Sử dụng giá trị P-value:

- Nếu $\alpha > P$ thì bác bỏ giả thuyết H_0
- Nếu $\alpha < P$ thì không có cơ sở bác bỏ giả thuyết H_0

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

3.5.2. Kiểm định sự thu hẹp

Xét mô hình k biến, ký hiệu là UR (Unrestricted Model):

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_m X_{mi} + \beta_{m+1} X_{m+1i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i$$

- Nếu có cơ sở cho rằng một số biến nào đó của mô hình là không cần thiết, chẳng hạn: $X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_k$. Khi đó cần loại các biến này ra khỏi mô hình, ta kiểm định cặp giả thuyết:
$$\begin{cases} H_0 : \beta_{m+1} = \beta_{m+2} = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 : \exists \beta_j \neq 0 (j = (m+1) \div k) \end{cases}$$
- Nếu giả thuyết H_0 là đúng thì mô hình trở thành mô hình mới ký hiệu R (Restricted Model) - mô hình m biến:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_m X_{mi} + U_i$$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

■ Thủ tục kiểm định:

- Bước 1: Lần lượt hồi quy các mô hình UR và R thu được RSS_{UR} , R^2_{UR} và RSS_R , R^2_R
- Bước 2: Sử dụng tiêu chuẩn kiểm định:

$$\left[\begin{array}{l} F = \frac{(RSS_R - RSS_{UR}) / k - m}{(RSS_{UR}) / (n - k)} \sim F^{(k-m, n-k)} \\ F = \frac{(R^2_{UR} - R^2_R) / k - m}{(1 - R^2_{UR}) / (n - k)} \sim F^{(k-m, n-k)} \end{array} \right. \quad (*)$$

- Miền bác bỏ: $W_\alpha = \{F : F > F_\alpha^{(k-m, n-k)}\}$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- Một số trường hợp quy về kiểm định thu hẹp hồi quy:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (\text{UR})$$

- Kiểm định sự ảnh hưởng của X_2, X_3 đến Y có như nhau không:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 = \beta_3 \\ H_1 : \beta_2 \neq \beta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_0 : \beta_2 - \beta_3 = 0 \\ H_1 : \beta_2 - \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

Nếu giả thuyết H_0 đúng thì khi đó thay $\beta_2 = \beta_3$, ta có:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 (X_{2i} + X_{3i}) + U_i$$

Đặt $X_i = X_{2i} + X_{3i}$ ta có:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad (R)$$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- Kiểm định xem sự ảnh hưởng của X_2, X_3 đến Y có bù trừ cho nhau không:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (\text{UR})$$

Nếu giả thuyết H_0 đúng thì khi đó thay $\beta_2 = -\beta_3$ và bài toán kiểm định là:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 0 \\ H_1 : \beta_2 + \beta_3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_0 : \beta_2 = -\beta_3 \\ H_1 : \beta_2 \neq -\beta_3 \end{cases}$$

Đặt $X_i = X_{2i} - X_{3i}$ ta có: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 (X_{2i} - X_{3i}) + U_i$

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad (R)$$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- Kiểm định xem sự ảnh hưởng của X_2 đến Y có gấp đôi ảnh hưởng của X_3 đến Y không:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (\text{UR})$$

Nếu giả thuyết H_0 đúng thì khi đó thay $\beta_3 = \beta_2/2$ và mô hình trở thành:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 = 2\beta_3 \\ H_1 : \beta_2 \neq 2\beta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_0 : \beta_2 - 2\beta_3 = 0 \\ H_1 : \beta_2 - 2\beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

Đặt $X_i = X_{2i} + X_{3i}/2$ ta có: $Y_i = \beta_1 + \beta_2(X_{2i} + \frac{1}{2}X_{3i}) + U_i$

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad (R)$$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- Kiểm định về tổ hợp tuyến tính của các hệ số hồi quy:

Xét mô hình $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i$ (UR)

- Khi muốn kiểm định về tổ hợp tuyến tính bất kỳ của các hệ số hồi quy:

$$\begin{cases} H_0 : a\beta_2 = b\beta_3 \\ H_1 : a\beta_2 \neq b\beta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_0 : a\beta_2 - b\beta_3 = 0 \\ H_1 : a\beta_2 - b\beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

Ta có hai cách để kiểm định

- Cách 1: Sử dụng kiểm định T
- Cách 2: Sử dụng kiểm F về sự thu hẹp hàm hồi quy

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- Kiểm định F về sự thu hẹp hàm hồi quy:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i \quad (\text{UR})$$

Nếu giả thuyết H_0 đúng thì khi đó thay $\beta_3 = a\beta_2/b$ và mô hình (UR) trở thành:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \left(X_{2i} + \frac{a}{b} X_{3i} \right) + U_i$$

Đặt $X_i = X_{2i} + aX_{3i}/b$ ta có: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad (R)$

3.5. Kiểm định F trong hồi quy bội

- **Ví dụ 6.** Dựa vào kết quả hồi quy của mô hình trong ví dụ 2, trả lời các câu hỏi sau (mức ý nghĩa 10%):
 - Có ý kiến cho rằng cả hai yếu tố chi phí quảng cáo và giá bán đều không ảnh hưởng đến doanh thu bán hàng. Hãy xác nhận ý kiến này?
 - Cùng với bộ số liệu đầu bài, hồi quy mô hình: $S_i = \alpha_1 + \alpha_2 P_i + V_i$ thu được $RSS=1896.391$. Hãy cho biết việc đưa biến AD vào mô hình trên có phù hợp không (mức ý nghĩa 10%)?

3.6. Dự báo

Xét mô hình k biến:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i, (k > 2)$$

■ Sử dụng SRF ước lượng để dự báo về biến phụ thuộc.

- Dự báo giá trị trung bình của biến phụ thuộc (biết $X_0^T = (1, X_{02}, X_{03}, \dots, X_{0k})$, dự báo giá trị $E(Y/X_0)$).
- Dự báo giá trị cá biệt của biến phụ thuộc (biết $X_0^T = (1, X_{02}, X_{03}, \dots, X_{0k})$, dự báo giá trị (Y_0)).

3.6. Dự báo

3.6.1. Dự báo giá trị trung bình của biến phụ thuộc

- SRF cho ta một ước lượng điểm của $E(Y/X_0)$ trên mẫu: $\hat{Y}_0 = \hat{\beta}^T X_0$ khi có trước giá trị dự kiến $X = X_0$. Để dự báo $E(Y/X_0)$ ta tìm KTC của nó.
- Sử dụng thống kê:
$$T = \frac{\hat{Y}_0 - E(Y / X_0)}{Se(\hat{Y}_0)} \sim T^{(n-k)}, Se(\hat{Y}_0) = \sigma \sqrt{X_0^T (X^T X)^{-1} X_0}$$
- Với độ tin cậy $(1-\alpha)$ cho trước, ta có khoảng tin cậy của $E(Y/X_0)$.

$$\hat{Y}_0 - Se(\hat{Y}_0)t_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-k)} \leq E(Y / X_0) \leq \hat{Y}_0 + Se(\hat{Y}_0)t_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-k)}$$

$$E(Y / X_0) \geq \hat{Y}_0 - Se(\hat{Y}_0)t_{\alpha}^{(n-k)}$$

$$E(Y / X_0) \leq \hat{Y}_0 + Se(\hat{Y}_0)t_{\alpha}^{(n-k)}$$

3.6. Dự báo

3.6.2. Dự báo giá trị cá biệt của biến phụ thuộc

Sử dụng thống kê:

$$T = \frac{\hat{Y}_0 - Y_0}{Se(\hat{Y}_0 - Y_0)} \sim T^{(n-k)}$$

$$Se(\hat{Y}_0 - Y_0) = \hat{\sigma} \sqrt{1 + X_0^T (X^T X)^{-1} X_0}$$

Do đó với độ tin cậy $(1-\alpha)$ cho trước, ta có khoảng tin cậy của Y_0 :

$$\hat{Y}_0 - Se(\hat{Y}_0 - Y_0) t_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-k)} \leq Y_0 \leq \hat{Y}_0 + Se(\hat{Y}_0 - Y_0) t_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-k)}$$

$$Y_0 \geq \hat{Y}_0 - Se(\hat{Y}_0 - Y_0) t_{\alpha}^{(n-k)}$$

$$Y_0 \leq \hat{Y}_0 + Se(\hat{Y}_0 - Y_0) t_{\alpha}^{(n-k)}$$

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.1. Hàm tổng chi phí

- Dạng hàm: $TC_i = \beta_1 + \beta_2 Q_i + \beta_3 Q_i^2 + \beta_4 Q_i^3 + U_i$ ($\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_3 < 0, \beta_4 > 0$)

- Biến đổi:

$$Q_{2i} = Q_i^2, \quad Q_{3i} = Q_i^3$$

$$\Rightarrow TC_i = \beta_1 + \beta_2 Q_i + \beta_3 Q_{2i} + \beta_4 Q_{3i} + U_i$$

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.2. Hàm tăng trưởng

- Dạng hàm: $Y_t = Y_0(1+r)^t$

Trong đó: r là tốc độ tăng trưởng

- Biến đổi:

$$\ln Y_t = \ln Y_0 + t \ln(1+r)$$

$$\beta_1 = \ln Y_0, \quad \beta_2 = \ln(1+r)$$

$$\Rightarrow \ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 t$$

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.3. Hàm sản xuất Cobb – Douglas

- Dạng hàm: $Q_i = \beta_1 K_i^{\beta_2} L_i^{\beta_3} e^{U_i}$

Trong đó β_2, β_3 là hệ số co giãn của Q theo K, L.

- Biến đổi:

$$\ln Q_i = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln K_i + \beta_3 \ln L_i + U_i$$

$$LQ_i = \ln Q_i, \beta_1^* = \ln \beta_1, LK_i = \ln K_i, LL_i = \ln L_i$$

$$\Rightarrow LQ_i = \beta_1^* + \beta_2 LK_i + \beta_3 LL_i + U_i$$

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.4. Hàm tuyến tính – Loga

- Dạng hàm: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + U_i$
- Biến đổi:
$$X_i^* = \ln X_i$$
$$\Rightarrow Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^* + U_i$$
- Ý nghĩa: khi X tăng 1% thì Y tăng $\beta_2 / 100$ đơn vị.

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.5. Hàm Loga – tuyến tính

- Dạng hàm: $\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$
- Biến đổi:
$$Y_i^* = \ln Y_i$$
$$\Rightarrow Y_i^* = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$$
- Ý nghĩa: khi X tăng 1 đơn vị thì Y tăng β_2 lần giá trị.

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.6. Hàm dạng Hypecbol

- Mô hình chi phí trung bình phụ thuộc vào sản lượng:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + U_i (\beta_1, \beta_2 > 0)$$

- Mô hình chi tiêu phụ thuộc vào thu nhập (đường cong Engel):

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + U_i (\beta_1 > 0, \beta_2 < 0)$$

- Mô hình lạm phát phụ thuộc vào tỷ lệ thất nghiệp (đường cong Philips):

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + U_i (\beta_1 < 0, \beta_2 > 0)$$

- Biến đổi:

$$X_i^* = \frac{1}{X_i} \Rightarrow Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^* + U_i$$

3.7. Một số dạng hàm hồi quy

3.7.7. Hàm xu thế và hàm có biến trễ

- Mô hình hàm xu thế:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 T + U_t$$

T là biến xu thế thời gian (Trend).

- Mô hình có biến độc lập trễ:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 X_{t-1} + U_t$$

- Mô hình có biến phụ thuộc trễ (mô hình tự hồi quy):

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Y_{t-1} + U_t$$