



CHƯƠNG 6

PHƯƠNG SAI SAI SỐ THAY ĐỔI

Bộ môn Kinh tế lượng – Học viện Tài chính

NỘI DUNG

- 6.1. Bản chất của phương sai sai số thay đổi**
- 6.2. Hậu quả của hiện tượng phương sai sai số thay đổi**
- 6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi**
- 6.4. Khắc phục hiện tượng phương sai sai số thay đổi**

6.1. Bản chất của phương sai sai số thay đổi

■ Bản chất của phương sai sai số thay đổi

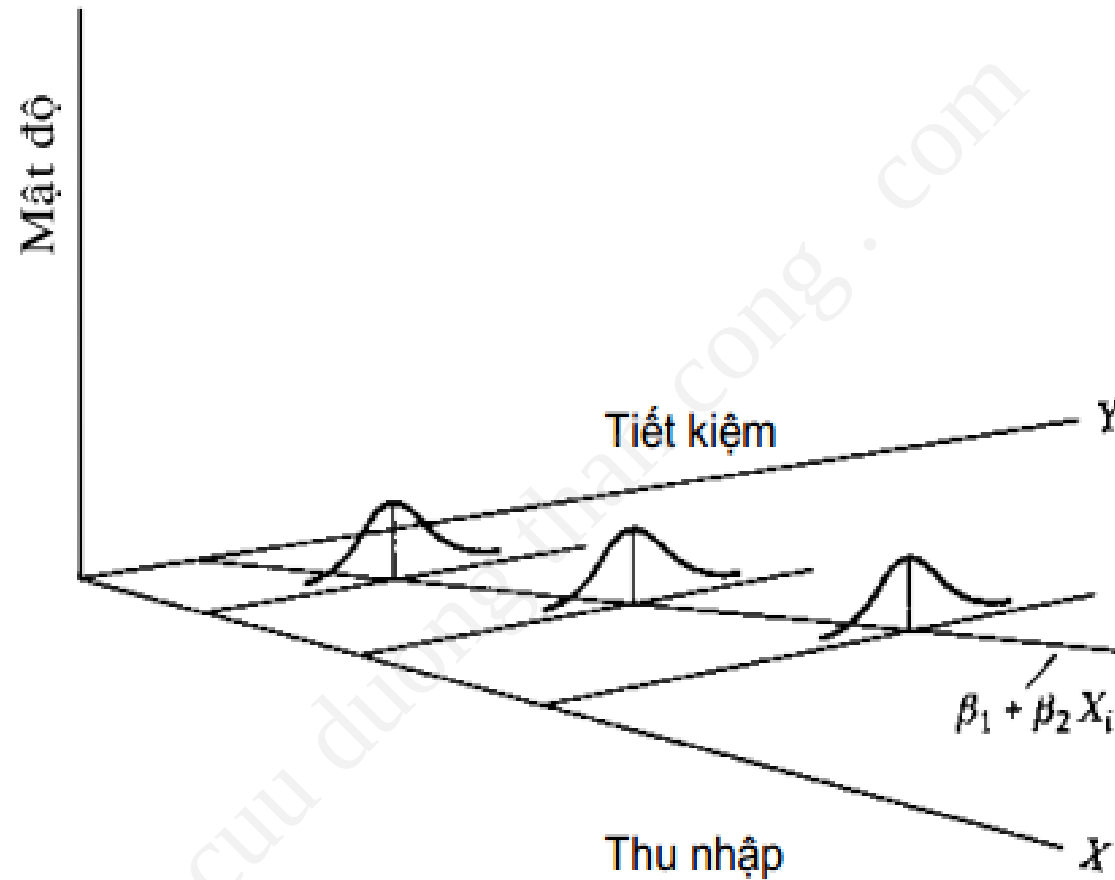
Xét mô hình hồi quy 2 biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

- Giả thiết OLS (giả thiết 4): Phương sai sai số ngẫu nhiên đồng đều thuần nhất (Homoscedasticity) tức là :

$$\text{Var}(U_i / X_i) = \sigma^2 \quad (\forall i)$$

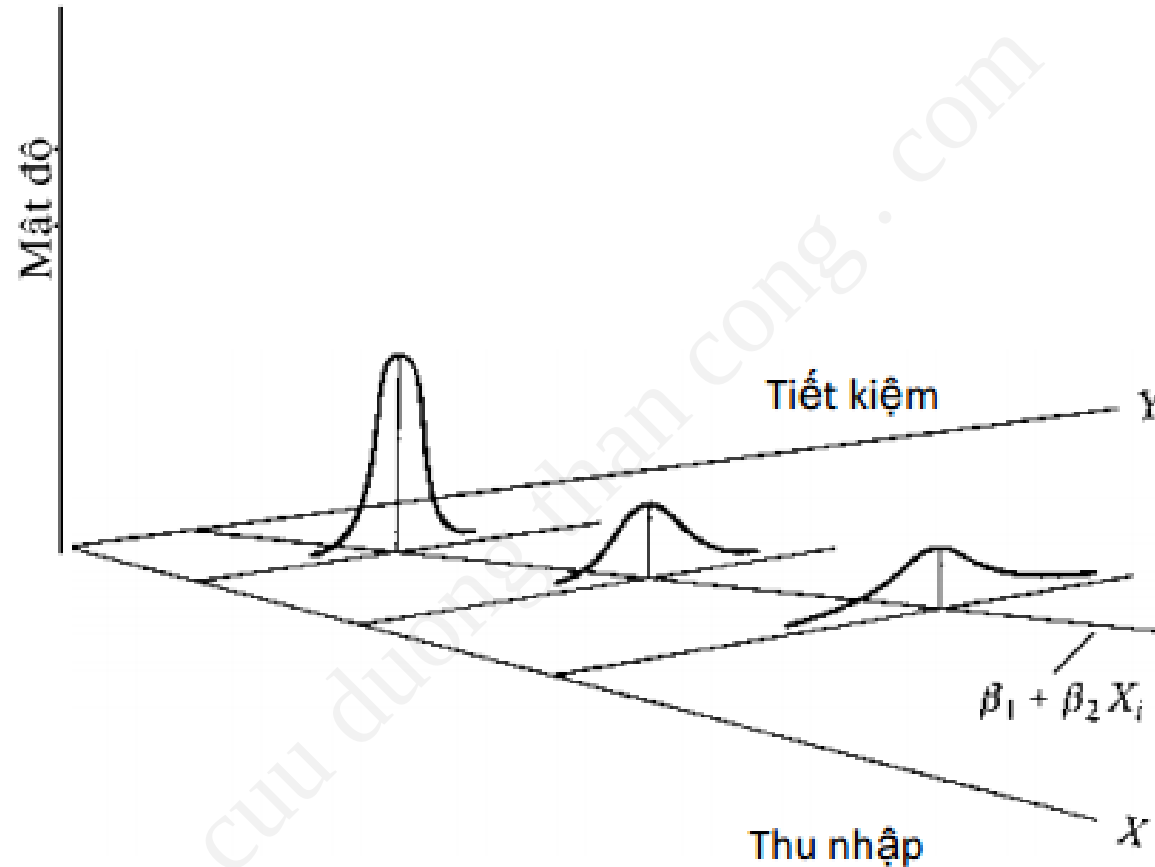
- Trong thực tế giả thiết này có thể bị vi phạm, tức là: $\text{Var}(U_i / X_i) = \sigma_i^2, \forall i$
Khi đó mô hình (1) có hiện tượng phương sai sai số thay đổi (Heteroskedasticity).

6.1. Bản chất của phương sai sai số thay đổi



Hình 6.1. Phương sai sai số đồng đều

6.1. Bản chất của phương sai sai số thay đổi



Hình 6.2. Phương sai sai số không đồng đều

6.1. Bản chất của phương sai sai số thay đổi

- Nguyên nhân của phương sai sai số thay đổi
 - Do bản chất các hiện tượng kinh tế: Hiện tượng kinh tế diễn ra theo những đối tượng có quy mô khác nhau hoặc tại những thời kỳ có nhiều biến động thì phương sai sai số khác nhau.
 - Hiện tượng phương sai sai số thay đổi thường xảy ra với số liệu chéo nhiều hơn số liệu chuỗi thời gian.
 - Do các phương tiện thu thập xử lý thông tin ngày càng hoàn thiện do đó sai số dường như giảm.
 - Do con người có khả năng rút kinh nghiệm.

6.2. Hậu quả của phương sai sai số thay đổi

- Các hệ số hồi qui ước lượng bằng OLS vẫn là các ước lượng tuyến tính, không chệch nhưng không hiệu quả.
- Ước lượng của phương sai của sai số ngẫu nhiên bị chệch.
- Ước lượng hệ số xác định R^2 bị chệch.
- Khoảng tin cậy của các hệ số hồi qui mất tính chính xác.
- Kiểm định T và kiểm định F bị mất tính chính xác.

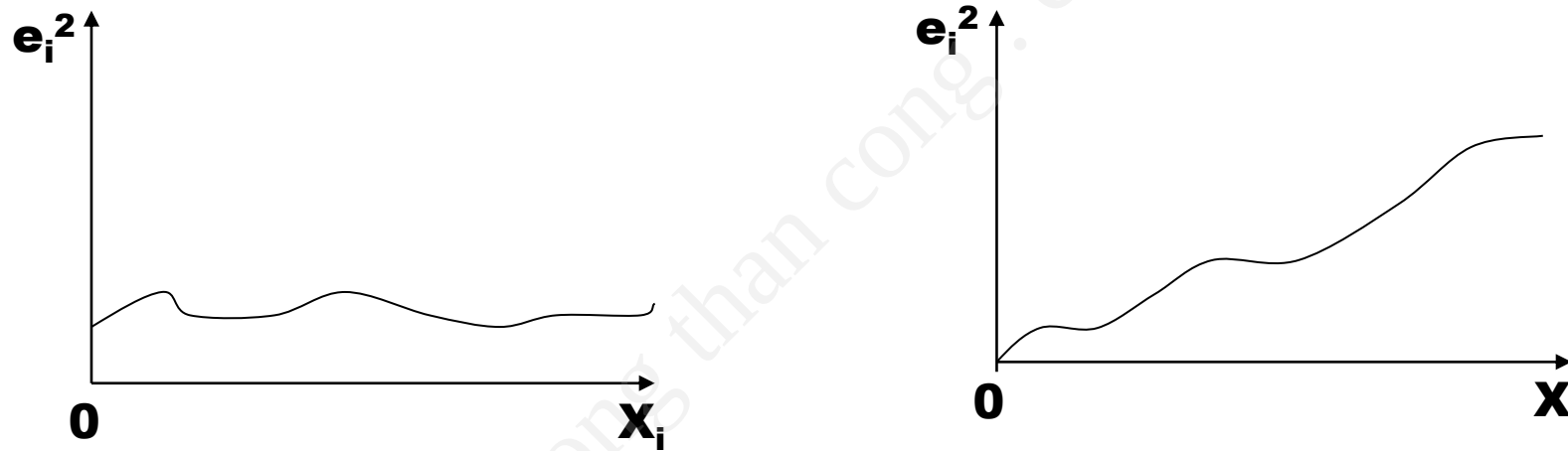
6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.1 Đồ thị phần dư

Xét mô hình hồi quy 2 biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

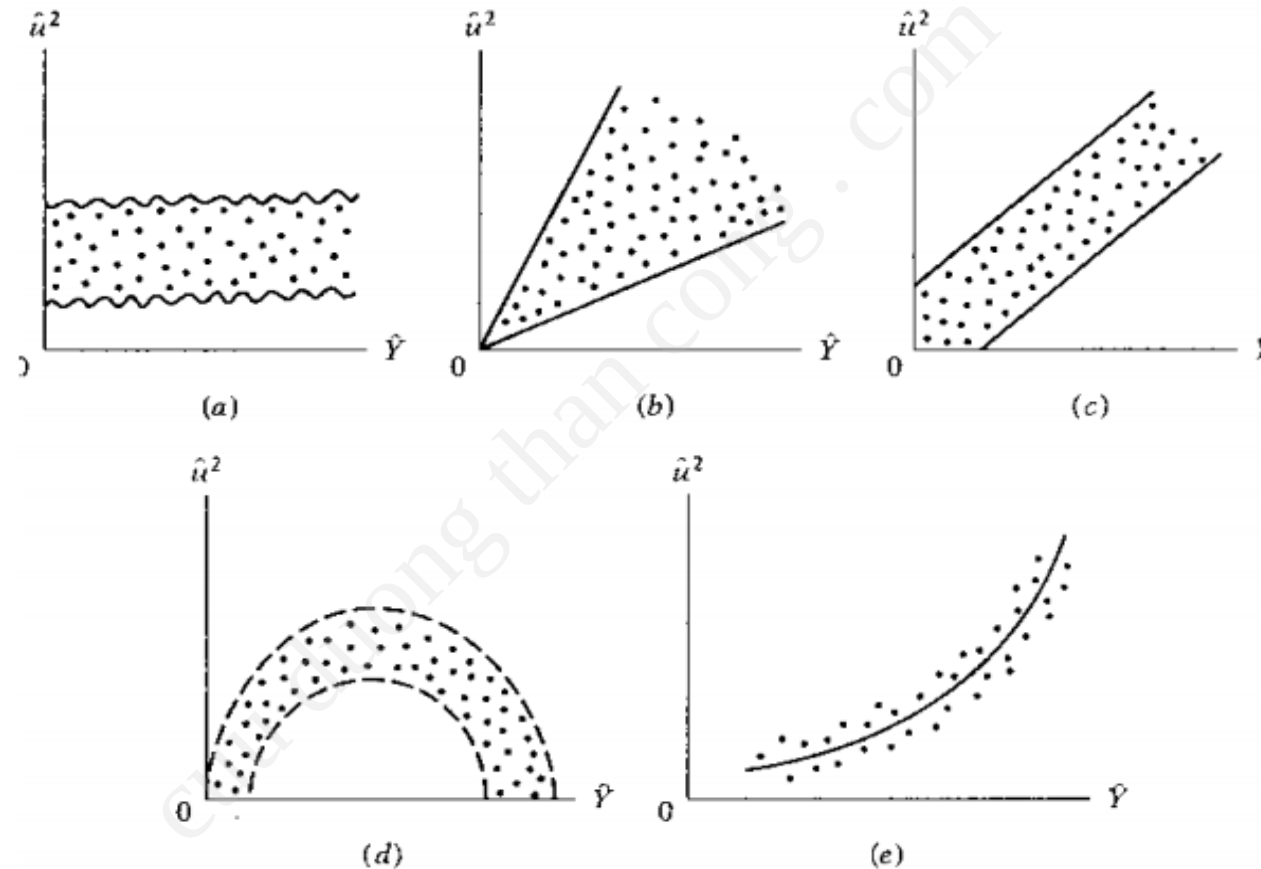
- Bước 1: Hồi qui mô hình đã cho, thu được các phần dư e_i , tính e_i^2
- Bước 2: Vẽ đồ thị của e_i^2 hoặc $|e_i|$ theo X_i , $\hat{Y}_i$
- Căn cứ vào đồ thị để phán đoán xem có hiện tượng phương sai sai số thay đổi hay không.

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi



Hình 6.3. Đồ thị phần dư theo X

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi



Hình 6.4. Đồ thị phần dư theo $\hat{Y}_i$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.2. Kiểm định Park

Xét mô hình hồi quy 2 biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

Park giả thiết PSSS thay đổi theo biến độc lập theo dạng hàm:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^\alpha e^{V_i} \Leftrightarrow \ln(\sigma_i^2) = \ln(\sigma^2) + \alpha \ln(X_i) + V_i$$

- $\alpha = 0$: Mô hình có phương sai sai số không đổi theo biến giải thích
- $\alpha \neq 0$: Mô hình có phương sai sai số thay đổi

Vì σ_i^2 chưa biết nên dùng ước lượng điểm của nó là e_i^2

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Thủ tục kiểm định

- Bước 1: Hồi qui mô hình ban đầu thu được các phần dư e_i :
- Bước 2: Tìm $\ln(X_i)$ và $\ln(e_i^2)$
- Bước 3: Hồi quy mô hình Park: $\ln(e_i^2) = \alpha_1 + \alpha_2 \ln(X_i) + V_i$
 - Kiểm định cặp giả thuyết:
 H_0 : Mô hình có phương sai sai số không đổi theo biến giải thích
 H_1 : Mô hình có phương sai sai số thay đổi
- Tiêu chuẩn kiểm định (1) T
- Tiêu chuẩn kiểm định (2) F

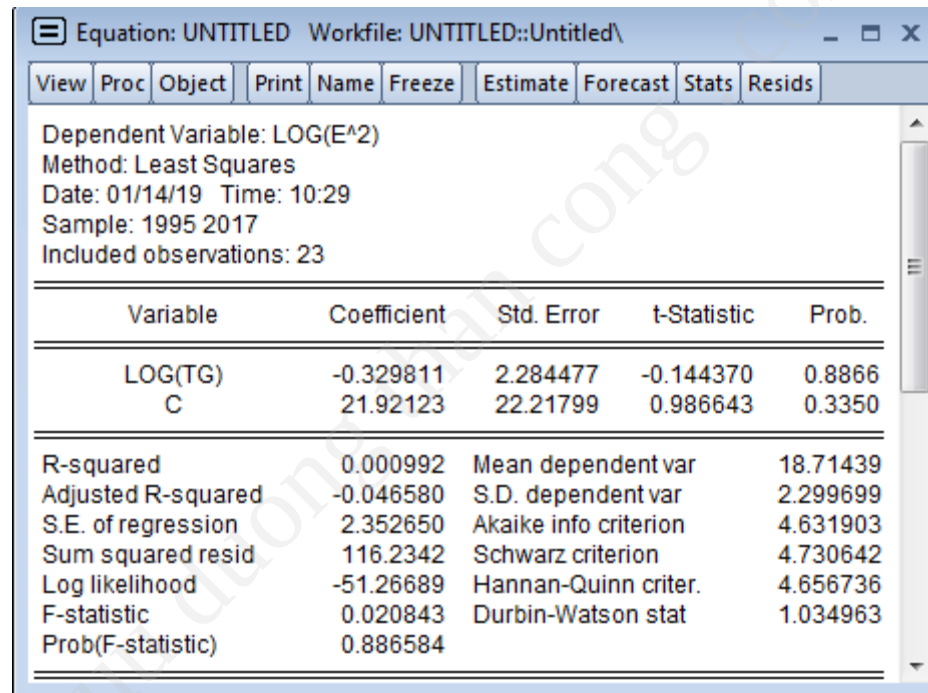
6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

- **Ví dụ 1:** Nghiên cứu mối quan hệ giữa giá trị xuất khẩu- XK (triệu USD) phụ thuộc tỷ giá – TG (USD/VNĐ). Sử dụng số liệu Việt Nam giai đoạn 1995 – 2017, nguồn từ Tổng cục thống kê.
 - Mô hình hồi quy ban đầu:

$$XK_i = \beta_1 + \beta_2 TG_i + U_i$$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

- Sử dụng bộ số liệu của các biến ban đầu, hồi quy mô hình Park thu được kết quả:



Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOG(E^2)
Method: Least Squares
Date: 01/14/19 Time: 10:29
Sample: 1995 2017
Included observations: 23

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOG(TG)	-0.329811	2.284477	-0.144370	0.8866
C	21.92123	22.21799	0.986643	0.3350

R-squared	0.000992	Mean dependent var	18.71439
Adjusted R-squared	-0.046580	S.D. dependent var	2.299699
S.E. of regression	2.352650	Akaike info criterion	4.631903
Sum squared resid	116.2342	Schwarz criterion	4.730642
Log likelihood	-51.26689	Hannan-Quinn criter.	4.656736
F-statistic	0.020843	Durbin-Watson stat	1.034963
Prob(F-statistic)	0.886584		

- Dựa vào kết quả hồi quy, hãy thực hiện kiểm định khuyết tật phương sai sai số thay đổi của mô hình ban đầu?

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.3 Kiểm định Glejer

- Xét mô hình hồi quy 2 biến:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad (1)$$

- Giả thiết: Phương sai sai số thay đổi là một hàm số của biến giải thích.
- Tuy nhiên, việc lựa chọn dạng hàm nào còn tùy thuộc vào quan hệ giữa biến giải thích và phần dư trong từng tình huống cụ thể.

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Thủ tục kiểm định:

- Bước 1: Hồi quy mô hình ban đầu thu được phần dư e_i
- Bước 2: Hồi quy một trong các mô hình sau:

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + V_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{X_i} + V_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{1}{X_i} + V_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + V_i$$

- Bước 3: Kiểm định cặp giả thuyết:

H_0 : Phương sai sai số không đổi ($\alpha_2 = 0$)

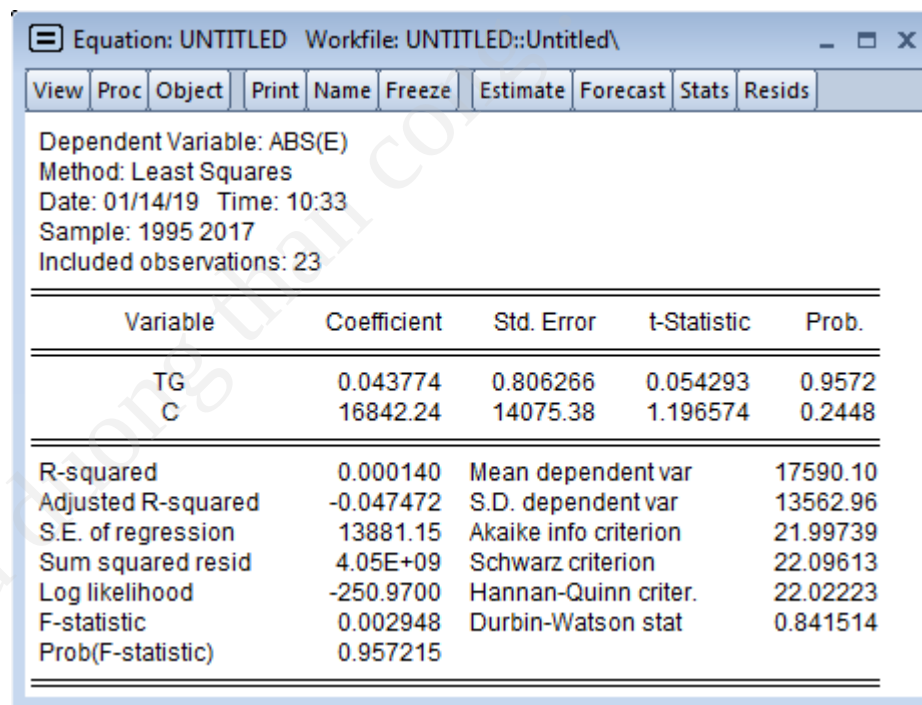
H_1 : Phương sai sai số thay đổi ($\alpha_2 \neq 0$)

- Tiêu chuẩn kiểm định T, F

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Ví dụ 2.

Sử dụng bộ số liệu của các biến ban đầu trong ví dụ 1, hồi quy mô hình Glejer thu được kết quả:



The screenshot shows the EViews software interface with a window titled 'Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\'. The window has tabs for View, Proc, Object, Print, Name, Freeze, Estimate, Forecast, Stats, and Resids. The main area displays the following information:

Dependent Variable: ABS(E)
Method: Least Squares
Date: 01/14/19 Time: 10:33
Sample: 1995 2017
Included observations: 23

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TG	0.043774	0.806266	0.054293	0.9572
C	16842.24	14075.38	1.196574	0.2448

R-squared	0.000140	Mean dependent var	17590.10
Adjusted R-squared	-0.047472	S.D. dependent var	13562.96
S.E. of regression	13881.15	Akaike info criterion	21.99739
Sum squared resid	4.05E+09	Schwarz criterion	22.09613
Log likelihood	-250.9700	Hannan-Quinn criter.	22.02223
F-statistic	0.002948	Durbin-Watson stat	0.841514
Prob(F-statistic)	0.957215		

- Câu hỏi nghiên cứu:

Kết quả hồi quy cho kết luận gì về mô hình ban đầu?

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.4 Kiểm định tương quan hạng Spearman

Kiểm định tương quan hạng Spearman thực hiện dựa trên cơ sở xây dựng hệ số tương quan hạng Spearman, ký hiệu r_s .

- Hệ số tương quan hạng Spearman được xác định theo công thức:

$$r_s = 1 - 6 \left[\frac{\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \right]$$

Trong đó:

- d_i là hiệu của các hạng được gán cho hai đặc trưng khác nhau cùng một phần tử thứ i
- n : số các phần tử xếp hạng.

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Thủ tục kiểm định

- Xét mô hình hồi quy: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$
- Bước 1: Hồi quy mô hình thu được phần dư $e_i \Rightarrow |e_i|$
- Bước 2: Tìm hạng: $\text{rank}|e_i|$ $\text{rank}|X_i|$

$$d_i = \text{rank}|e_i| - \text{rank}|X_i|$$

- Bước 3: Tính hệ số tương quan hạng spearman theo công thức:

$$r_s = 1 - 6 \left[\frac{\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \right]$$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

- Bước 4: Kiểm định cặp giả thuyết:

H_0 : Phương sai sai số không đổi ($\alpha_2 = 0$)

H_1 : Phương sai sai số thay đổi ($\alpha_2 \neq 0$)

- Tiêu chuẩn kiểm định:

$$T = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}} \sim T^{(n-2)}$$

- Miền bác bỏ: $W_\alpha = \{t, t > t_\alpha^{(n-2)}\}$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.5 Kiểm định Goldfeld - Quandt

Xét mô hình hồi quy 2 biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$

Giả thiết giữa phương sai sai số ngẫu nhiên và biến giải thích có mối quan hệ thuận chiều, biểu diễn dưới dạng hàm: $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$

■ Thủ tục kiểm định:

- Bước 1: Sắp xếp bộ số liệu theo chiều tăng dần của X
- Bước 2: Loại bỏ c quan sát ($c = 15\% - 30\%$) ở chính giữa và chia các quan sát thành 2 nhóm mỗi nhóm có $(n-c)/2$ quan sát.

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

- Bước 3: Lần lượt hồi quy mô hình trên từng nhóm quan sát, thu được: RSS_1 với bậc tự do $df = (n-c-2k)/2$; RSS_2 với bậc tự do $df = (n-c-2k)/2$.
- Bước 4: Kiểm định cặp giả thuyết:

H_0 : Phương sai sai số không đổi

H_1 : Phương sai sai số thay đổi

Tiêu chuẩn kiểm định: $\lambda = \frac{RSS_2 / df}{RSS_1 / df} \sim F^{(df, df)}$

Miền bác bỏ:

$$W_\alpha = \left\{ \lambda / \lambda > F_\alpha^{(df, df)} \right\}$$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.6 Kiểm định White

Xét mô hình hồi quy 3 biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i$

■ Thủ tục kiểm định:

- Bước 1: Hồi quy mô hình đã cho thu được phần dư e_i tính e_i^2
- Bước 2: Hồi quy mô hình White có dạng:

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + V_i$$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

- Bước 3: Kiểm định cặp giả thuyết:

H_0 : Phương sai sai số không đổi

H_1 : Phương sai sai số thay đổi

Tiêu chuẩn kiểm định (1): F

Tiêu chuẩn kiểm định (2): $\chi^2 = nR^2 \sim \chi^{2(m)}$

Miền bác bỏ: $W_\alpha = \{ \chi^2 / \chi^2 > \chi_\alpha^{2(m)} \}$

Trong đó: m là số biến giải thích trong mô hình White.

Mô hình White có hai dạng: có hoặc không có tích nhân chéo.

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Ví dụ 3.

Sử dụng bộ số liệu của các biến ban đầu trong ví dụ 1, hồi quy mô hình White thu được kết quả:

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	4.684916	Prob. F(2,20)	0.0214
Obs*R-squared	7.337670	Prob. Chi-Square(2)	0.0255
Scaled explained SS	6.708548	Prob. Chi-Square(2)	0.0349

- Câu hỏi nghiên cứu:

Kết quả hồi quy cho kết luận gì về mô hình ban đầu?

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

6.3.7. Kiểm định dựa trên biến phụ thuộc

Xét mô hình hồi quy k biến: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i$

■ Thủ tục kiểm định:

- Bước 1: Hồi quy mô hình đã cho thu được phần dư e_i , tính $e_i^2; Y_i^2$
- Bước 2: Hồi quy mô hình sau: $e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Y_i^2 + V_i$
- Bước 3: Kiểm định cặp giả thuyết:

H_0 : Phương sai sai số không đổi

H_1 : Phương sai sai số thay đổi

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

Tiêu chuẩn kiểm định (1): T

Tiêu chuẩn kiểm định (2): F

Tiêu chuẩn kiểm định (3): $\chi^2 = nR^2 \sim \chi^2(1)$

Miền bác bỏ: $W_\alpha = \{ \chi^2 / \chi^2 > \chi_{\alpha}^{2(1)} \}$

6.3. Phát hiện phương sai sai số thay đổi

■ Ví dụ 4.

Sử dụng mối quan hệ của các biến trong ví dụ 1, cùng với bộ dữ liệu của các biến ban đầu.

Mô hình ban đầu:

$$XK_i = \beta_1 + \beta_2 TG_i + U_i$$

- Câu hỏi nghiên cứu:

Hồi quy mô hình: $e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 XK_i^2 + V_i \Rightarrow \alpha_2 = 0.023, Se(\alpha_2) = 0.017$

Kết quả này cho kết luận gì về mô hình ban đầu?

6.4. Các biện pháp khắc phục

6.4.1. Khi σ_i^2 đã biết

Xét mô hình ban đầu: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1) với $Var(U_i) = \sigma_i^2$ đã xác định.

Chia cả 2 vế của mô hình (1) cho σ_i ta có:

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_1 \frac{1}{\sigma_i} + \beta_2 \frac{X_i}{\sigma_i} + \frac{U_i}{\sigma_i} \quad (2)$$

Mô hình (2) có phương sai sai số không đổi: $Var\left(\frac{U_i}{\sigma_i}\right) = \frac{1}{\sigma_i^2} Var(U_i) = 1$

Ước lượng mô hình (2) bằng phương pháp bình phương nhỏ nhất có trọng số (WLS) với trọng số: $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$

6.4. Các biện pháp khắc phục

■ Phương pháp bình phương nhỏ nhất có trọng số (WLS)

- Dùng phương pháp WLS để ƯL mô hình:

$$\sqrt{w_i}Y_i = \sqrt{w_i}\beta_1 + \sqrt{w_i}\beta_2X_i + \sqrt{w_i}U_i$$

$$\text{Đặt: } Q = \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{w_i}Y_i - \sqrt{w_i}\hat{\beta}_1 - \sqrt{w_i}\hat{\beta}_2X_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n w_i \cdot e_i^2 \Rightarrow \text{Min}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum w_i \left(Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i \right) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \hat{\beta}_2} = -2 \sum w_i X_i \left(Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i \right) = 0 \end{cases}$$

6.4. Các biện pháp khắc phục

■ Phương pháp bình phương nhỏ nhất có trọng số (WLS)

- Công thức nghiệm:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i Y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} - \hat{\beta}_2 \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n w_i \right) \left(\sum_{i=1}^n w_i X_i Y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n w_i X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n w_i Y_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n w_i \right) \left(\sum_{i=1}^n w_i X_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n w_i X_i \right)^2}$$

6.4. Các biện pháp khắc phục

6.4.2 Khi σ_i^2 chưa biết

Xét mô hình ban đầu: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$ (1)

Mô hình có hiện tượng phương sai sai số thay đổi và giá trị của nó chưa biết:

$$\text{Var}(U_i) = \sigma_i^2, \forall i$$

- Giả thiết 1: Phương sai của sai số tỷ lệ với bình phương của biến giải thích:

$$\text{Var}(U_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$$

Chia cả 2 vế của mô hình (1) cho X_i ta có:

$$\frac{Y_i}{X_i} = \beta_1 \frac{1}{X_i} + \beta_2 \frac{X_i}{X_i} + \frac{U_i}{X_i} \quad (3)$$

6.4. Các biện pháp khắc phục

Mô hình (3) có phương sai sai số không đổi:

$$\text{Var}\left(\frac{U_i}{X_i}\right) = \frac{1}{X_i^2} \text{Var}(U_i) = \sigma^2$$

Ước lượng mô hình (3) bằng phương pháp WLS với trọng số $w_i = \frac{1}{X_i^2}$ thu được các ước lượng tuyến tính, không chệch tốt nhất (BLUE).

- Giả thiết 2: Phương sai của sai số tỷ lệ với biến giải thích:

$$\text{Var}(U_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 X_i$$

6.4. Các biện pháp khắc phục

Chia cả 2 vế của mô hình (1) cho $\sqrt{X_i}$ ta có:

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \beta_2 \sqrt{X_i} + \frac{U_i}{\sqrt{X_i}} \quad (4)$$

Mô hình (4) có phương sai sai số không đổi:

$$\text{Var}\left(\frac{U_i}{\sqrt{X_i}}\right) = \frac{1}{X_i} \text{Var}(U_i) = \sigma^2$$

Ước lượng mô hình (4) bằng phương pháp WLS với trọng số $w_i = \frac{1}{X_i}$ thu được các ước lượng BLUE.

6.4. Các biện pháp khắc phục

- Giả thiết 3: Phương sai của sai số tỷ lệ với bình phương kỳ vọng có điều kiện của biến phụ thuộc:

$$\text{Var}(U_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 E(Y / X = X_i)$$

Chia cả 2 vế của mô hình (1) cho $E(Y / X = X_i)$, thu được:

$$\frac{Y_i}{E(Y / X = X_i)} = \beta_1 \frac{1}{E(Y / X = X_i)} + \beta_2 \frac{X_i}{E(Y / X = X_i)} + \frac{U_i}{E(Y / X = X_i)} \quad (5)$$

Mô hình (5) có phương sai sai số không đổi:

$$\text{Var}\left(\frac{U_i}{E(Y / X = X_i)}\right) = \frac{1}{E(Y / X = X_i)^2} \text{Var}(U_i) = \sigma^2$$

6.4. Các biện pháp khắc phục

Vì $E(Y / X = X_i)$ chưa biết, nên dùng ước lượng của nó là Y_i thay thế.

Ước lượng mô hình:

$$\frac{Y_i}{Y_i} = \beta_1 \frac{1}{Y_i} + \beta_2 \frac{X_i}{Y_i} + \frac{U_i}{Y_i}$$

bằng phương pháp WLS với trọng số $w_i = \frac{1}{Y_i}$ thu được các ước lượng BLUE.