

CHƯƠNG 2

MÔ HÌNH HỒI QUY BỘỊ

i dung

1. Sur i
2. ng OLS
3. i quy
4. ng OLS
5. n

1. Sự

i

—

c không

ng 0

ch.

y.

$$\text{cov}(X,u)=0;$$

n.

nh

$$CT = \beta_1 + \beta_2 TN + u$$

i TN;

- Tài sản của hộ gia đình cũng có tác động đáng kể đến mức chi tiêu. Do đó u có chứa đựng tác động của yếu tố "tài sản hộ gia đình".
- gia đình có thu nh

n sự tương quan

giữa u và biến TN:

$$\text{cov}(TN, u) \neq 0$$

- giả thiết 2 không còn được thỏa mãn.

C:

$$CT = \beta_1 + \beta_2 TN + \beta_3 TS + u$$

t may

$$Q = \beta_1 + \beta_2 K + u$$

ng - L)

- Doanh nghiệp dệt may có nhiều máy móc thường thuê nhiều lao động, ngụ ý rằng giữa K và L thường có tương quan dương cao, do đó giả thiết 2 sẽ bị vi phạm.
- $C: \quad Q = \beta_1 + \beta_2 K + \beta_3 L + u$
- Biến độc lập nội sinh: Biến độc lập nội sinh là biến độc lập có tương quan với sai số ngẫu nhiên trong mô hình.*
- Khi mô hình có biến độc lập nội sinh thì giả thiết 2 sẽ vi phạm và do đó các ước lượng OLS sẽ bị chệch.*

t số ưu việt khác của mô hình hồi quy bội

- Mô hình hồi quy bội thường có chất lượng dự báo tốt hơn;
- Mô hình hồi quy bội cung cấp các dự báo hữu ích hơn;

$$\hat{N\hat{S}} = 1.8 + 0.5PB$$

$$\hat{N\hat{S}} = 1.5 + 0.35PB + 0.12L$$

- Mô hình hồi quy bội cho phép sử dụng dạng hàm phong phú hơn;

$$CT = \beta_1 + \beta_2TN + u \quad CT = \beta_1 + \beta_2TN + \beta_3TN^2 + u$$

- Mô hình hồi quy bội cho phép thực hiện các phân tích phong phú hơn.

ng OLS

2.1. Mô hình và các giả thiết



– PRM):

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u \quad (1)$$

:

c;

X_j $p (j=2,3,\dots,k);$

u *nhiên.*

t:

- t 1: a trên cơ sở mẫu ngẫu nhiên;
- *Giả thiết 2*: Kỳ vọng của sai số ngẫu nhiên tại mỗi giá trị $(X_{2i}, \dots, X_{ki})$ bằng 0:

$$E(u_i | X_{2i}, \dots, X_{ki}) = 0$$

- *Giả thiết 3*: Phương sai của sai số ngẫu nhiên tại các giá trị $X_{2i}, \dots, X_{ki}$ đều bằng nhau:

$$\text{var}(u | X_{2i}, \dots, X_{ki}) = \sigma^2$$

- *Giả thiết 4*: Giữa các biến độc lập X_j ($j=2-k$) không có mối quan hệ đa cộng tuyến hoàn hảo, nghĩa là không tồn tại các hằng số $\lambda_j \neq 0$, $j = 2 - k$ sao cho:

$$\lambda_2 X_2 + \dots + \lambda_k X_k = a, \text{ với } a \text{ là hằng số bất kỳ.}$$

t 4:

nh: $GDP = \beta_1 + \beta_2 GI + \beta_3 PI + \beta_4 FDI + \beta_5 I + u$

t 4 do: $GI + PI + FDI - I = 0$

a:

$$NS = \beta_1 + \beta_2 HC + \beta_3 VC + u$$

với nhau thì mô hình trên không vi phạm giả thiết 4 về đa cộng tuyến hoàn hảo.

- Nhưng nếu với mỗi 10kg phân h

t 4)

Ý nghĩa của các hệ số hồi quy:

- n (2.1) viết lại được thành:

$$E(Y | X_2, \dots, X_k) = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

- β_1

ng 0.

- Lấy đạo hàm riêng hai vế biểu thức trên theo X_j (giả định X_j :

$$\frac{\partial E(Y | X_2, \dots, X_k)}{\partial X_j} = \beta_j$$

- Hệ số góc thể hiện tác động riêng phần của biến X_j lên giá trị trung bình của biến phụ thuộc (*hệ số hồi quy riêng*);

- β_j u X_j

$$\beta_j \cdot$$

: t mô hình hồi quy tổng thể về lạm phát

$$LP = 0.02 + 0.3m - 0.15gdp + u$$

LP: tỷ lệ lạm phát; m: mức tăng trưởng cung tiền, và
gdp: mức tăng trưởng GDP (đơn vị %).

- Khi mức tăng trưởng GDP bằng 0, mức tăng trưởng cung tiền trung bình là 0,02(%).
- Khi mức tăng trưởng cung tiền tăng (giảm) 1(%) và mức tăng trưởng GDP **không thay đổi**, lạm phát trung bình sẽ gia tăng (giảm) 0,3 (%).
- Khi mức tăng trưởng cung tiền **không thay đổi** và mức tăng trưởng GDP trung bình sẽ giảm 0,15 (%).

2.2 Phương pháp OLS và giải thích kết quả ước lượng

Phương pháp OLS cho mô hình hồi quy bội

- nh: $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u$
- Giả sử có một mẫu quan sát $(Y_i, X_{2i}, \dots, X_{ki})$ ($i = 1, 2, \dots, n$),
- hàm hồi quy mẫu như sau:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$

- $\hat{Y}_i$ là giá trị ước lượng cho Y_i , và sai lệch giữa hai giá trị này được gọi là phần dư: $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$

- Phương pháp OLS xác định các giá trị $\hat{\beta}_j$ ($j = 1, k$) sao cho tổng bình phương các phần dư là bé nhất:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki})^2$$

$$= \min_{\tilde{\beta}_1, \dots, \tilde{\beta}_k} \left\{ \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{\beta}_1 - \tilde{\beta}_2 X_{2i} - \dots - \tilde{\beta}_k X_{ki})^2 \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki}) = 0 \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki}) = 0 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki}) = 0 \end{array} \right. \quad \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k \quad :$$

n.

Giải thích kết quả ước lượng

2.5:
$$\hat{CT} = 18.86 + 0.793TN + 0.015TS$$
$$(se) \quad (9.56) \quad (0.016) \quad (0.004)$$

- CT là chi tiêu (triệu đồng/năm),
- TN là thu nhập từ lao động (triệu đồng/năm),
- TS là giá trị tài sản (tỷ đồng)

ng?

- Dự báo mức chi tiêu của các hộ gia đình với mức thu nhập là 100 triệu/năm, giá trị tài sản là 2 tỷ:

$$\hat{CT} \big|_{TN=100, TS=2} = 18.86 + 0.793 \times 100 + 0.015 \times 2 = 98.28$$

c???

2.3. Độ phù hợp của hàm hồi quy

- **Hệ số xác định bội R^2**

$$TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$TSS = ESS + RSS$$

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

$$RSS = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

R^2 nhận giá trị trong đoạn $[0,1]$

- R^2 là giá trị gắn liền với mẫu, nó đo mức độ phù hợp của mô hình với số liệu mẫu.

- **a :**

- R^2 bằng phần trăm sự thay đổi của biến phụ thuộc được giải thích bởi các biến độc lập trong mô hình.
- R^2 thể hiện mức độ tương quan tuyến tính giữa biến phụ thuộc với các biến độc lập.

R² đã hiệu chỉnh

- Đưa thêm một biến số bất kỳ vào mô hình nói chung sẽ làm gia tăng R², không kể nó có giúp giải thích thêm biến phụ thuộc hay không.
- R² chưa phải là một thước đo tốt khi muốn so sánh các mô hình với số biến khác nhau.
- Ngoài ra, việc đưa thêm một biến số mới vào mô hình cũng tạo ra những tác động không tốt đến chất lượng của các ước lượng.
- Để tổng hòa giữa tác động tích cực của việc đưa thêm biến, và tác động tiêu cực này, người ta đưa ra khái niệm $\bar{R}^2$

$\bar{R}^2$

C:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS / (n - k)}{TSS / (n - 1)} = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{(n - 1)}{(n - k)}$$

2.4. Tính tốt nhất của ước lượng OLS - Định lý Gauss- Markov

- **Định lý Gauss - Markov:** Khi các giả thiết 1- giả thiết 4 thỏa mãn thì các ước lượng thu được từ phương pháp OLS là các ước lượng tuyến tính, không chệch và có phương sai nhỏ nhất trong lớp các ước lượng tuyến tính không chệch.
- ng BLUE (Best Linear Unbiased Estimator)
- nh:
$$\tilde{\beta}_j = w_1 Y_1 + \dots + w_n Y_n$$
- ch:
$$E(\hat{\beta}_j) = \beta_j, j = 2, 3, \dots, k$$
- t:

Độ chính xác của các ước lượng

ng: $\text{var}(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{(1 - R_j^2) \sum x_{ji}^2}$

:

- R_j^2 nh hồi quy X_j theo hệ số chặn và các biến độc lập còn lại trong mô hình.

$$X_j = \alpha_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_{j-1} X_{j-1} + \alpha_{j+1} X_{j+1} \dots + \alpha_k X_k + v$$

- $x_{ji} = X_{ji} - \bar{X}_j$.

•

:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 / (n - k)$$

ng:

$$Se(\hat{\beta}_j) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{(1 - R_j^2) \sum x_{ji}^2}} = \sqrt{\frac{RSS / (n - k)}{(1 - R_j^2) \sum x_{ji}^2}}, j = (2, 3, \dots, k)$$

•

ng?

$$\text{var}(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{(1 - R_j^2) \sum x_{ji}^2}$$

u nhiên;
i phương sai;
(VIF: Variance Inflation Factor)

$$VIF_j = \frac{1}{(1 - R_j^2)}$$

n;

Nếu giá trị của biến X_j trong mẫu càng khác biệt nhau thì phương sai của hệ số ước lượng càng nhỏ.

2.5. Mô hình hồi quy hai biến và mô hình hồi quy bội

- Nói chung, kết quả ước lượng mô hình hai biến là khác với kết quả ước lượng mô hình nhiều biến.
- Tuy nhiên có một số trường hợp, việc sử dụng mô hình nhiều biến vẫn cho ta kết quả ước lượng hoàn toàn giống với mô hình hai biến.

- nh: $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad (2.10)$

- n Z: $Y = \alpha_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 Z + v \quad (2.11)$

- 2.2: Hệ số ước lượng của biến X_2 trong mô hình (2.10) và (2.11) là như nhau nếu:

- (1) Hệ số ước lượng của Z trong (2.11) là bằng 0; Hoặc:
- (2) Hệ số tương quan mẫu giữa X_2 và Z bằng 0.

- Ý nghĩa ứng dụng:

- cho rằng nó không tương quan với biến X trong mô hình thì việc thiếu biến Z sẽ không gây ảnh hưởng đáng kể đến kết quả ước lượng.

- Nếu các biến $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ cùng không tương quan với biến X thì việc đưa thêm các biến này vào mô hình không làm thay đổi hệ số ước lượng của biến X.

nh HQ

- Xét các mô hình kinh tế đưa được về hồi quy tuyến tính theo hệ số
- Hàm tuyến tính (linear-linear)
- Hàm logarit (log-log)
- Hàm nửa logarit (lin-log và log-lin)
- Hàm đa thức theo biến độc lập

Mô hình dạng tuyến tính theo biến

- Còn gọi là linear-linear
- **Ví dụ:** Hàm cầu tiêu dùng hàng hóa:

$$D_A = \beta_1 + \beta_2 Y_d + \beta_3 P_A + \beta_4 P_S + \beta_5 P_C + u$$

- Với D_A là lượng cầu hàng hóa A, Y_d là thu nhập khả dụng, P_A là giá hàng hóa A, P_S là giá hàng hóa thay thế, P_C là giá hàng hóa bổ sung
- Theo hệ số β_2 thì phân loại hàng hóa A thế nào?
- Dấu các hệ số góc như thế nào thì phù hợp?

Mô hình dạng log-log

- Hàm sản xuất Cobb-Douglas: $Q = A \cdot K^{\beta_2} L^{\beta_3}$
- Logarit: $\ln(Q) = \ln(A) + \beta_2 \ln(K) + \beta_3 \ln(L)$
- Thêm sai số: $\ln(Q) = \beta_1 + \beta_2 \ln(K) + \beta_3 \ln(L) + u$
- Tổng quát: $\ln(Y) = \beta_1 + \beta_2 \ln(X_2) + \dots + \beta_k \ln(X_k) + u$
 - Vi phân hai vế: $\frac{dY}{Y} = \beta_2 \frac{dX_2}{X_2}$
 - $\beta_2 = \varepsilon_{X_2}^Y$ là độ co giãn của Y theo X_2
 - Khi X_2 tăng 1%, trung bình Y tăng $\beta_2\%$

Mô hình dạng log-log

- **Ví dụ:** Phân tích kết quả ước lượng hàm sản xuất như sau:

$$\widehat{\ln(Q)} = 0,23 + 0,62 \ln(K) + 0,57 \ln(L)$$

Với Q là sản lượng, K là vốn, L là lao động

- **Ví dụ:** Khi nào hàng hóa là thấp cấp, thông thường, thiết yếu, xa xỉ nếu hàm cầu theo thu nhập khả dụng có dạng:

$$\ln(D) = \beta_1 + \beta_2 \ln(Y_d) + u$$

Mô hình dạng lin-log

- Mô hình có dạng:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 \ln(X) + u$$

- Ý nghĩa hệ số góc:

- $dY = \beta_2 \frac{dX}{X}$; Khi $\frac{dX}{X} = 1$ thì $dY = \beta_2$; $\Rightarrow X$ tăng 100% thì Y tăng (β_2) đơn vị

- Khi X tăng 1% thì Y tăng $(\beta_2/100)$ đơn vị

- **Ví dụ:** Giải thích ý nghĩa kết quả ước lượng sau

$$W = 1,25 + 202,6 \ln(TR) + e$$

Với W là tiền lương người lao động, TR là doanh thu của công ty.

Mô hình dạng log-lin

- Còn gọi là mô hình tăng trưởng (*growth*) :

$$\ln(Y) = \beta_1 + \beta_2 X + u \quad \text{hay} \quad Y = e^{\beta_1 + \beta_2 X + u}$$

- Ý nghĩa hệ số góc: $\frac{dY}{Y} = \beta_2 dX$
 - Khi X tăng 1 đơn vị thì Y tăng $100\beta_2\%$
- **Ví dụ:** Giải thích ý nghĩa kết quả

$$\ln(TR) = 4,51 + 0,153T + e$$

Với TR là doanh thu; T là biến thời gian, nhận giá trị = 1, 2, 3,... theo các năm

- Khi nào nên lựa chọn dạng hàm có biến số dạng logarit?

- Khi có gợi ý từ lý thuyết kinh tế về mối quan hệ giữa các biến số. (VD: Dạng hàm Cobb- Douglas)
- Khi các biến số đều nhận giá trị dương như dân số, GDP, số lao động.v.v,
- Các biến số mà phân phối có đuôi lệch như thu nhập, mức lương, v.v. Việc lấy logarit giúp làm cho phân phối của sai số ngẫu nhiên gần với phân phối chuẩn hơn, gia tăng tính đối xứng của phân phối xác suất.
- : kết quả ước lượng không phụ thuộc vào đơn vị đo của các biến số.

Mô hình hình dạng đa thức

c 2

- Bài toán về quan hệ giữa tiền lương W và tuổi (Age) của người lao động: $W = \beta_1 + \beta_2 Age + \beta_3 Age^2 + u$
- Việc đưa thành phần Age^2 vào mô hình nhằm thể hiện tác động của **quy luật cận biên giảm dần** trong năng suất lao động theo tuổi.

c lương:

$$\frac{dE(W | Age)}{dAge} = \beta_2 + 2\beta_3 Age$$

c 3:

$$TC = \beta_1 + \beta_2 Q + \beta_3 Q^2 + \beta_4 Q^3 + u$$

Mô hình dạng đa thức

- Mô hình dạng nghịch đảo của biến độc lập

$$Y = \beta_1 + \beta_2 (1 / X) + u$$

- Y tiệm cận β_1 khi X rất lớn
- Khi X tăng: $\beta_2 > (<) 0$: Y giảm (tăng) chậm dần về β_1
- **Ví dụ:** $INF = -2,5 + 1,32 (1/UNE) + e$
Với INF là tỷ lệ lạm phát, UNE là tỷ lệ thất nghiệp

Mô hình dạng đa thức

- Mô hình có tương tác giữa các biến độc lập

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \beta_3 Z + \beta_4 X*Z + u$$

- Tác động của X đến Y phụ thuộc vào độ lớn của Z ; tác động của Z đến Y phụ thuộc độ lớn của X

- **Ví dụ:** Phân tích ý nghĩa kết quả ước lượng sau

$$Q = 205 + 5,2WEB + 3,8TV + 1,3 WEB*TV + e$$

Với Q là lượng bán, WEB và TV là chi phí quảng cáo trên trang mạng và trên tivi của một doanh nghiệp.

Ví dụ 2.1 (a) Mô hình linear-linear

- Với Y là sản lượng, K là vốn, L là lao động
- Lệnh **LS Y C K L**

Dependent Variable: **Y**

Method: Least Squares

Sample: 1 100

Included observations: 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-485.9608	95.85601	-5.069695	0.0000
K	1.292811	0.044404	29.11470	0.0000
L	2.214092	0.050943	43.46253	0.0000
R-squared	0.964118	Mean dep var	3707.680	
Adjusted R-sq	0.963378	S.D. dep. var	1425.836	
S.E. of reg.	272.8616	Sum sq. resid	7221985.	
F-statistic	1303.136	Prob(F-statistic)	0.000000	

Ví dụ 2.1 (b) Mô hình log-log

- Lệnh **LS LOG(Y) C LOG(K) LOG(L)**

Dependent Variable: **LOG(Y)**

Sample: 1 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.416571	0.114175	3.648529	0.0004
LOG(K)	0.621661	0.014506	42.85566	0.0000
LOG(L)	0.476395	0.005883	80.97390	0.0000
R-squared	0.988628	Mean dep. var	8.136574	
Adjusted R-sq	0.988393	S.D. dep. var	0.426710	
S.E. of reg.	0.045971	Sum sq. resid	0.204993	
F-statistic	4216.348	Prob(F-statistic)	0.000000	

Ví dụ 2.1 (c) Mô hình lin-log

- Lệnh **LS Y C LOG(K) LOG(L)**

Dependent Variable: Y		Sample: 1 100		
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-22491.62	1126.383	-19.96801	0.0000
LOG(K)	2250.462	143.1067	15.72576	0.0000
LOG(L)	1456.557	58.04123	25.09521	0.0000
R-squared	0.900873	Mean dep. var	3707.680	
Adjusted R-sq	0.898829	S.D. dep. var	1425.836	
S.E. of reg.	453.5220	Sum sq. resid	19951178	
F-statistic	440.7690	Prob(F-stat)	0.000000	

Ví dụ 2.1 (d) Mô hình log-lin

- Lệnh **LS LOG(Y) C K L**

Dependent Variable: **LOG(Y)** Sample: 1 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.957747	0.052939	131.4301	0.0000
K	0.000353	2.45E-05	14.39135	0.0000
L	0.000644	2.81E-05	22.88139	0.0000
R-squared	0.877802	Mean dep. var	8.136574	
Adjusted R-sq.	0.875283	S.D. dep. var	0.426710	
S.E. of reg.	0.150694	Sum sq. resid	2.202751	
F-statistic	348.3971	Prob(F-stat)	0.000000	

Ví dụ 2.1 (e) Mô hình tương tác

Lệnh **LS Y C K L K*L**

Dependent Variable: **Y**

Sample: 1 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	393.9786	113.0167	3.486020	0.0007
K	0.766275	0.062492	12.26190	0.0000
L	1.189360	0.111005	10.71445	0.0000
K*L	0.000620	6.35E-05	9.767338	0.0000
R-squared	0.982003	Mean dep. var	3707.680	
Adjusted R-sq.	0.981440	S.D. dep. var	1425.836	
S.E. of reg.	194.2479	Sum sq. resid	3622295.	
F-statistic	1746.037	Prob(F-stat)	0.000000	

3.4. Mô hình phi tuyến

- Các mô hình được giới thiệu ở trên đều là mô hình tuyến tính hoặc có thể biến đổi để trở thành tuyến tính, và do đó có thể sử dụng phương pháp OLS để ước lượng như thông thường.
- Tuy nhiên chúng ta cũng sẽ gặp các mô hình phi tuyến và khi đó phương pháp OLS là không phù hợp nữa. Chúng ta sẽ xem xét một số mô hình phi tuyến trong phần B.

OLS

- Tính chất vững của ước lượng phản ánh chất lượng của ước lượng khi mẫu lớn.
- $\hat{\theta}$ không phải là ước lượng vững của θ khi đó dù kích thước mẫu có lớn đến đâu thì chúng ta cũng không kỳ vọng rằng ước lượng thu được từ mẫu đó là xấp xỉ với giá trị chưa biết θ .
- Trường hợp ước lượng là không chệch thì chúng ta vẫn có thể thu được giá trị gần đúng cho θ kể cả khi ước lượng là không vững; bằng cách lấy ngẫu nhiên nhiều mẫu cùng kích thước và lấy giá trị trung bình của các ước lượng thu được từ mẫu này:

$$\hat{\theta}^* = \frac{\hat{\theta}_{(1)} + \hat{\theta}_{(2)} + \dots + \hat{\theta}_{(m)}}{m}$$

- Trường hợp ước lượng là chệch mà lại không vững thì $\hat{\theta}^*$ nói trên cũng sẽ không phải là ước lượng tốt. (Granger, nếu một ước lượng là không vững thì không nên sử dụng ước lượng này).
- Định lý 2.4: Khi các giả thiết 1-4 thỏa mãn thì các ước lượng OLS không chỉ là các ước lượng BLUE, mà còn là ước lượng vững, nghĩa là:
 - Với mọi $\varepsilon > 0$ tùy ý thì:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\beta}_j^{(n)} - \beta_j| > \varepsilon) = 0$$
 - Trong đó $\hat{\beta}_j^{(n)}$ là ước lượng $\hat{\beta}_j$ với kích thước mẫu n .

- 5.1. Mô hình và các giả thiết OLS
- 5.2. Ước lượng OLS và ma trận hiệp phương sai của hệ số ước lượng
- 5.3. Chứng minh định lý Gauss- Markov