

MÔ HÌNH HỒI QUY TUYẾN TÍNH TỪNG KHÚC

Nhóm 4

Võ Thị Thái

Nguyễn Bảo Việt

Tạ Thị Quỳnh

Đỗ Thị Phượng

Đoàn Minh Phượng

Nguyễn Thị Thu Vân

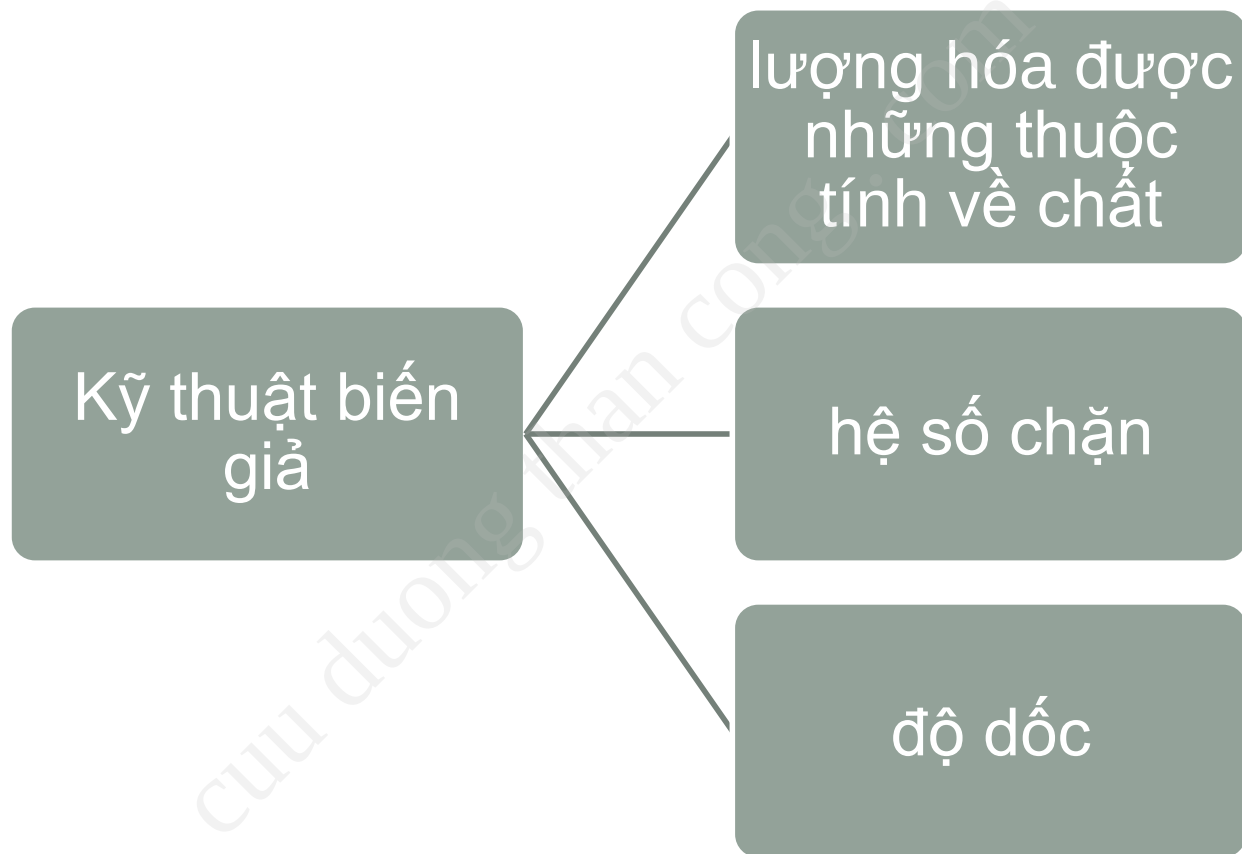
I. ĐẶT VẤN ĐỀ

II. PHƯƠNG PHÁP ƯỚC LƯỢNG VÀ PHÂN TÍCH MÔ HÌNH

III. ÁP DỤNG

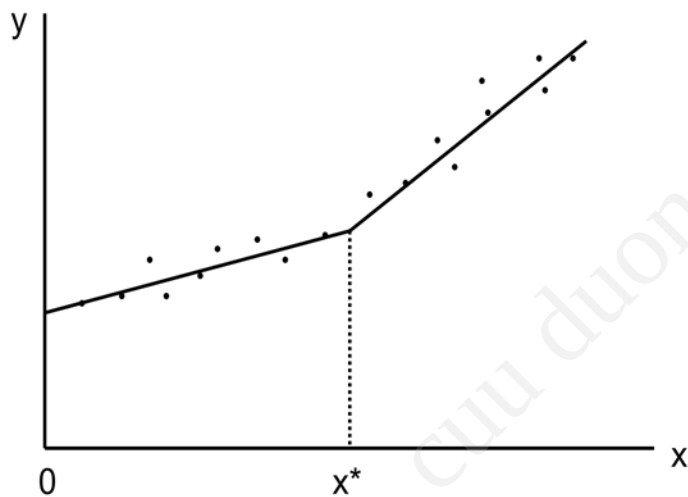
IV. NHẬN XÉT

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

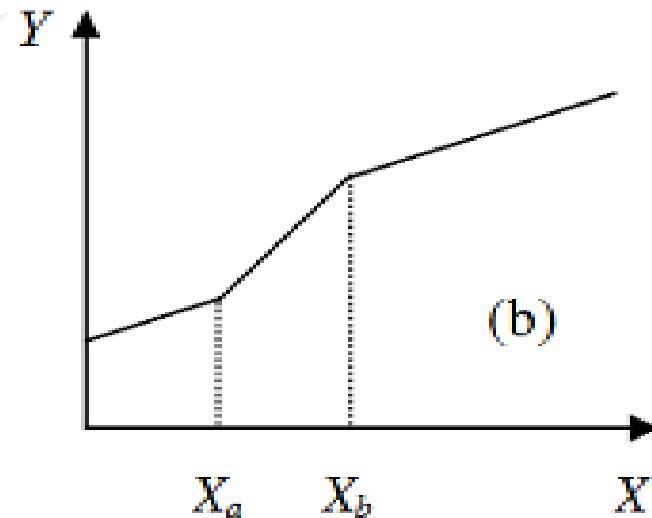


I. ĐẶT VẤN ĐỀ

- Việc phân tích mô hình hồi quy tuyến tính từng khúc là hoàn toàn phù hợp và cần thiết



Hình 1



Hình 2

II. PHƯƠNG PHÁP ƯỚC LƯỢNG VÀ PHÂN TÍCH MÔ HÌNH

- Mỹ trong thời kỳ 1973-1992
- 1982:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 (X_t - X_{t_0}) D_t + U_t$$

Y_t : tiết kiệm

X_t : thu nhập

X_{t_0} : thu nhập trong năm khủng hoảng 1982

t_0 : năm 1982

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{nếu } t > t_0 \\ 0 & \text{nếu } t \text{ là các giá trị khác} \end{cases}$$

- $E(U_t) = 0$
- $E(Y_t|D_t=0, X_t) = \beta_1 + \beta_2 X_t$
- $E(Y_t|D_t=1, X_t) = \beta_1 - \beta_3 X_{t0} + (\beta_2 + \beta_3) X_t$

- $E(Y_{t0}) = \beta_1 + \beta_2 X_{t0}$
 $= \beta_1 - \beta_3 X_{t0} + (\beta_2 + \beta_3) X_{t0}$

$$\begin{cases} H_0: \beta_3 = 0 \\ H_1: \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 (X_t - X_{t0})D_1 + \beta_4 (X_t - X_{t1})D_2 + U_t$$

Trong đó:

$$D1 = \begin{cases} 1 & \text{nếu } t > t0 \\ 0 & \text{nếu } t \text{ nhận giá trị khác} \end{cases}$$

$$D2 = \begin{cases} 1 & \text{nếu } t > t1 \\ 0 & \text{nếu } t \text{ nhận giá trị khác} \end{cases}$$

$$\bullet \quad E(Y_t) = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 X_t & \text{với } 0 < t < t_0 \\ \beta_1 - \beta_3 X_{t_0} + (\beta_2 + \beta_3) X_{t_1} & \text{với } t_0 < t < t_1 \\ \beta_1 - \beta_3 X_{t_0} - \beta_4 X_{t_1} + (\beta_2 + \beta_3 + \beta_4) X_t & \text{với } t > t_1 \end{cases}$$

III. ÁP DỤNG

Năm	Tiết kiệm (Y_t)	Thu nhập (X_t)	D_t	Chênh lệch so với X_{t0}	$(X_t - X_{t0})D_t$
1973	89,6	965	0	-1382,3	0
1974	97,6	1054,2	0	-1293,1	0
1975	104,4	1159,2	0	-1188,1	0
1976	96,4	1273	0	-1074,3	0
1977	92,5	1401,4	0	-945,9	0
1978	112,6	1580,1	0	-767,2	0
1979	130,1	1769,5	0	-577,8	0
1980	161,8	1973,3	0	-374	0
1981	199,1	2200,2	0	-147,1	0
1982	205,5	2347,3	0	0	0
1983	167	2522,4	1	175,1	175,1
1984	235,7	2810	1	462,7	462,7
1985	206,2	3002	1	654,7	654,7
1986	196,5	3187,6	1	840,3	840,3
1987	168,4	3363,1	1	1015,8	1015,8
1988	189,1	3640,8	1	1293,5	1293,5
1989	187,9	3894,9	1	1547,2	1547,2
1990	208,7	4166,8	1	1819,5	1819,5
1991	246,4	4343,7	1	1996,4	1996,4
1992	272,6	4613,7	1	2266,4	2266,4

Trong đó:

t_0 : năm 1982

X_{t0} : thu nhập tại năm khủng hoảng

Y_t : tiết kiệm

X_t : thu nhập

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{nếu } t > 0 \\ 0 & \text{nếu } t \text{ nhận các giá trị khác} \end{cases}$$

- Vấn đề cần giải quyết:

- a. Ước lượng hàm hồi quy tuyến tính dựa theo mẫu số liệu trên
- b. Cuộc khủng hoảng năm 1982 có ảnh hưởng đến tiêu dùng của Mỹ hay không (kiểm định giả thuyết $H_0 : \beta_3 = 0$)

1. Tìm mô hình hồi quy và kiểm định $\beta_3 = 0$ theo phương pháp ma trận

- **Tìm mô hình hồi quy**

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 (X_t - X_{t0})D_t + U_t (*)$$

- Đặt $X_t = X_2$; $(X_t - X_{t0})D_t = X_3$

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_t + \hat{\beta}_3 (X_t - X_{t0})D_t$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_{26} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & X_{31} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{220} & X_{320} \end{bmatrix} \quad X' = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ X_{21} & \dots & X_{220} \\ X_{31} & \dots & X_{320} \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 20 & \sum X_{2i} & \sum X_{3i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{2i}X_{2i} & \sum X_{2i}X_{3i} \\ \sum X_{3i} & \sum X_{3i}X_{2i} & \sum X_{3i}X_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 51267,8 & 12071,6 \\ 51267,8 & 157523790,4 & 47246736,06 \\ 12071,6 & 47246736,06 & 18911069,38 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{2i}Y_i \\ \sum X_{3i}Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3368 \\ 9723297,7 \\ 2634107,16 \end{bmatrix}$$

Ta có : $X'X \cdot \hat{\beta} = X'Y$
 $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$

• A_{jj}

$$= \begin{bmatrix} 7,466892609 * 10^{14} & -3.991852237 * 10^{11} & 5,206720268 * 10^{11} \\ -3.991852237 * 10^{11} & 232497861 & -326050346,7 \\ 5,206720268 * 10^{11} & -326050346,7 & 522088491,2 \end{bmatrix}$$

•

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Det}(X'X) &= a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} \\ &= 20 * 7,466892609 * 10^{14} - 51267,8 * 3.991852237 * 10^{11} + \\ &\quad 12071,6 * 5,206720268 * 10^{11} \\ &= 7,537814451 * 10^{14} \end{aligned}$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{7,537814451 \cdot 10^{14}} \begin{bmatrix} 7,466892609 \cdot 10^{14} & -3.991852237 \cdot 10^{11} & 5,206720268 \cdot 10^{11} \\ -3.991852237 \cdot 10^{11} & 232497861 & -326050346,7 \\ 5,206720268 \cdot 10^{11} & -326050346,7 & 522088491,2 \end{bmatrix} X'Y$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{7,537814451 \cdot 10^{14}} \begin{bmatrix} 4,95857704 \cdot 10^{15} \\ 5,733853094 \cdot 10^{13} \\ -4,142416707 \cdot 10^{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,578268903 \\ 0,076067846 \\ -0,054955142 \end{bmatrix}$$

⇒ Ta có hàm hồi quy mẫu:

$$\hat{Y} = 6,578268903 + 0,076067846X_t - 0,054955142(X_t - X_{t0})Dt$$

- Kiểm định giả thuyết

$$\begin{cases} H_0: \beta_3 = 0 \\ H_1: \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

- Xây dựng tiêu chuẩn kiểm định :

- $T = \frac{\hat{\beta}_3 - 0}{se(\hat{\beta}_3)}$, nếu H_0 đúng thì $T \sim T^{(n-k)}$

→ Tìm được $t_{\alpha/2}^{(n-k)}$ sao cho $P(|T| > t_{\alpha/2}^{(n-k)}) = \alpha$

→ Miền bác bỏ : $W_\alpha = \{t_{qs} : |t_{qs}| > t_{\alpha/2}^{(n-k)}\}$

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có : } \sum e_i^2 &= Y'Y - \hat{\beta}'X'Y = \sum Y_i^2 - \hat{\beta}'X'Y \\
 &= 626497,36 - [6,578268903 \quad 0,076067846 \quad -0,054955142] * \begin{bmatrix} 3368 \\ 9723297,7 \\ 2634107,16 \end{bmatrix} \\
 &= 626497,36 - 617028,1887 = 9469,1713
 \end{aligned}$$

$$\text{Se}(\hat{\beta}_3) = \sqrt{C_{jj} * \frac{\sum e_i^2}{n-k}} = \sqrt{\frac{522088491,2}{7,537814451 * 10^{14}} * \frac{9469,1713}{17}} = 0,019641781$$

$$t_{qs} = \frac{-0,054955142}{0,019641781} = -2,797869603$$

$$t_{\alpha/2}^{(n-k)} = t_{0,025}^{17} = 2,110$$

t_{qs} thuộc miền bác bỏ $W\alpha \rightarrow$ bác bỏ H_0

Kết luận : Với mức ý nghĩa là 0,05 ta có thể kết luận rằng cuộc khủng hoảng năm 1982 có ảnh hưởng đến thu nhập của Mỹ và lúc đó cấu trúc của mô hình tiết kiệm do tác động của thu nhập có sự thay đổi trước và sau khủng hoảng (độ dốc của đường ước lượng mô hình thay đổi độ dốc sau khi khủng hoảng xảy ra)

2. Ứng dụng phần mềm Eviews

Ước lượng các hệ số $\hat{\beta}_j$

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.578267	23.48977	0.280048	0.7828
X1	0.076068	0.013107	5.803404	0.0000
X2	-0.054955	0.019642	-2.797870	0.0124
R-squared	0.840388	Mean dependent var	168.4000	
Adjusted R-squared	0.821610	S.D. dependent var	55.87870	
S.E. of regression	23.60106	Akaike info criterion	9.297942	
Sum squared resid	9469.172	Schwarz criterion	9.447301	
Log likelihood	-89.97942	F-statistic	44.75412	
Durbin-Watson stat	1.193294	Prob(F-statistic)	0.000000	

→ Hàm hồi quy được ước lượng:

$$\hat{Y}_t = 6.578267 + 0.076068 X_t - 0.054955(X_t - X_{t0})D_t$$

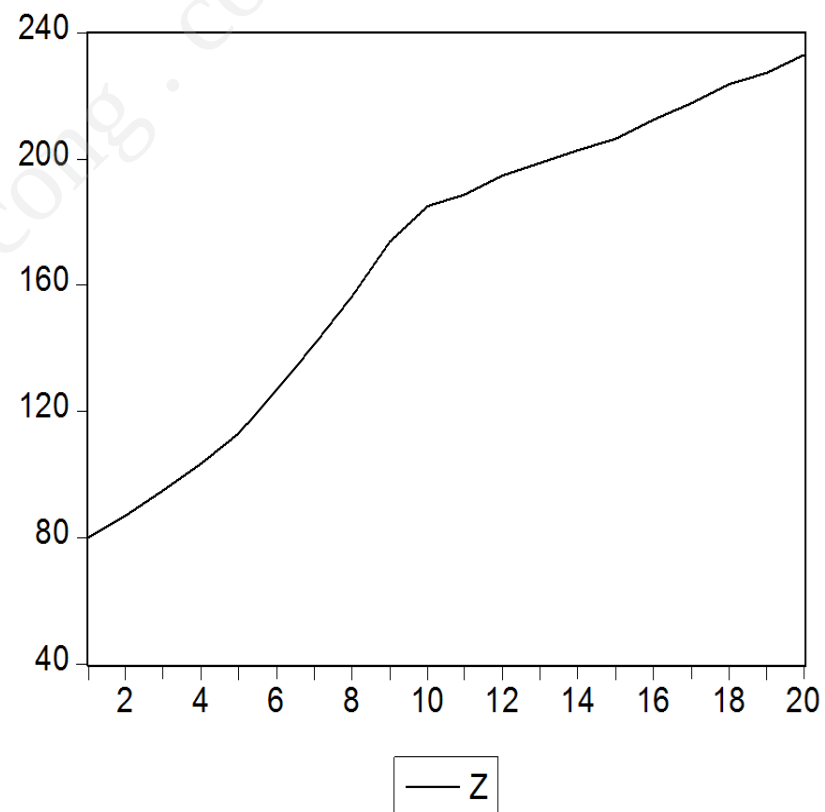
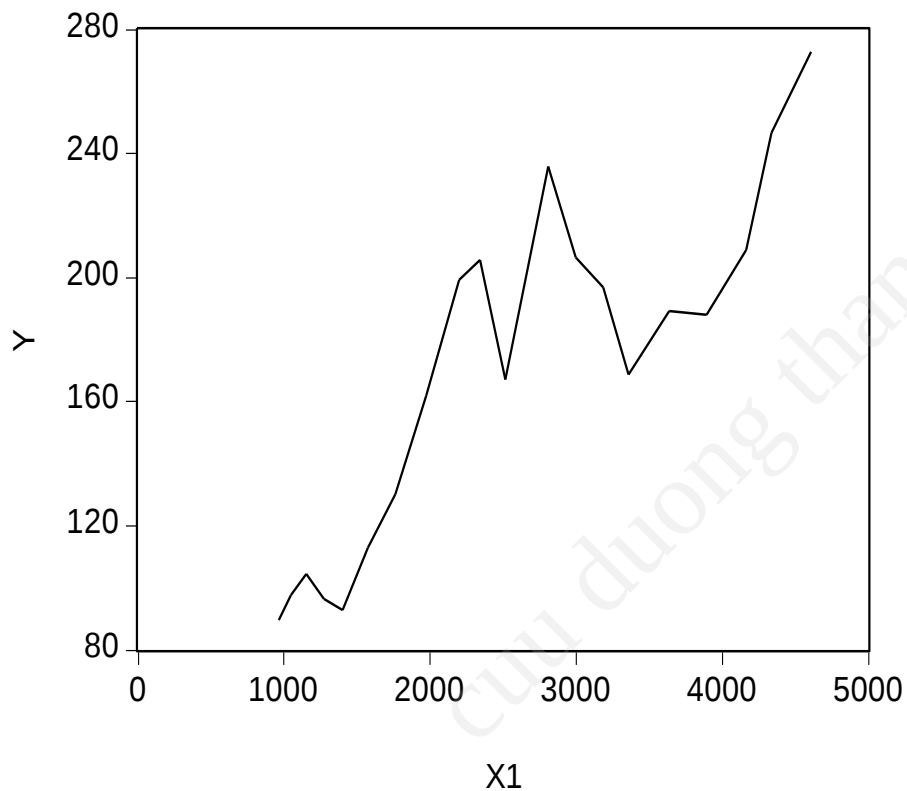
- Trung bình của tiết kiệm trong những năm trước khủng hoảng kinh tế ở Mỹ là:

$$E(Y_t|D_t = 0, X_t) = 6,578267 + 0,076068X_t$$

- Ước lượng trung bình tiết kiệm của những năm sau khủng hoảng:

$$\begin{aligned} E(Y_t|D_t = 1, X_t) &= \beta_1 - \beta_3X_{10} + (\beta_2 + \beta_3)X_t \\ &= 135,5744737 + 0.021112704X_t \end{aligned}$$

Kết quả được thể hiện trên đồ thi :



Kiểm định giả thuyết :

$$\begin{cases} H_0 : \beta_3 = 0 \\ H_1 : \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

Ta có :

Với $\beta_3 = -0.054955$ thì $P_{\text{value}} = 0.0124 < 0.05$

Giả thuyết H_0 bị bác bỏ

Kết luận : Với mức ý nghĩa là 0,05 ta có thể kết luận rằng cuộc khủng hoảng năm 1982 có ảnh hưởng đến thu nhập của Mỹ và lúc đó cấu trúc của mô hình tiết kiệm do tác động của thu nhập có sự thay đổi trước và sau khủng hoảng (độ dốc của đường ước lượng mô hình thay đổi độ dốc sau khi khủng hoảng xảy ra)

IV. NHẬN XÉT

- Mô hình hồi quy tuyến tính từng khúc là một trong những trường hợp khai thác được ưu thế của kỹ thuật biến giả
- Công cụ hiệu quả và có ý nghĩa thực tế trong việc kiểm định sự thay đổi cũng như hướng thay đổi trong mô hình kinh tế do tác động ở những mức độ khác nhau của các yếu tố ảnh hưởng đến nó.