Viettel 06:22 8%

Xác suất thống kê.docx

BÀI 20: hai con xúc sắc được ném 360 lần, mỗi lần người ta tính tổng số nốt ghi trên mắt của 2 con xúc sắc. Kết quả cho như sau :

Tổng	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f	8	15	26	42	50	65	48	44	32	22	8

Với mức ý nghĩa 5% nhận định xem có phải 2 con xúc sắc được chế tạo cân đối hay không ?

Giải: Giả thiết Ho: Xúc sắc chế tạo cân đối.

Đối thiết H1: Xúc sắc chế tạo không cân đối.

Ta có số phần tử hay số trường hợp xảy ra các tổng số nốt trên là:

Tổng	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Mấy cái tính n tính như sau: Ví dụ tổng nốt là 2 thì có 1 trg hợp là (1;1) => P1= 1/36

Tổng nốt là 2 thì có 2 trg hợp (1;2), (2;1) => P2= 2/36

Tương tự các trường hợp còn lại.

N^1 (n 1 mũ)= 1/36. 360= 10   N^2 = 2/36.360= 20

Tương tự đến N^12

$T=X^2 qs= (8-10)^2/10 + (15-20)^2/20 + \ldots\ldots + (8-10)^2/10 = 3.91$

Trong đó $c=X^2 0.05^{(10)} = 18,307$

T<c nên chấp nhận Ho : Xúc sắc chế tạo cân đối.

Bài 21: Dân cư trong 1 nước X có phân bố nhóm máu như sau: 45% O , 40%A, 10% B, 5% AB. Một mẫu gồm 200 người ở nước Y được kiểm tra nhóm máu và cho kết quả sau:

Nhóm máu	O	A	B	AB
Số người	80	72	24	24

Với mức ý nghĩa 5% ta có thể kết luận được rằng dân cư của nước Y có nhóm máu phân bố khác với dân cư nước X hay không?

Giải: Giả thiết Ho: Dân cư nước Y có phân bố nhóm máu giống dân cư nước X

Đối thiết H1: Dân cư nước Y có phân bố nhóm máu khác dân cư nước X

Nếu Ho đúng thì người dân nước X có số người có nhóm máu là

Máu O = 200.45%= 90 người   Máu A= 200.40% =80

Máu B=200.10%=20   Máu AB= 200.5% =10

$T=X^2qs= (80-90)^2/90 + (72-80)^2/80 + (24-20)^2/20 + (24- 10)^2/ 10 = 22.31$

$C=X^2 (0.05)^{(3)}= 7.815$

- T> c nên bác bỏ Ho chấp nhận H1.

T1.) zero

CHƯƠNG 1

BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 1. Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối đồng chất xuống mặt bàn. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 8. ĐS: $P(A) = \frac{5}{36}$.

Bài 2. Bốn người cùng xuất phát từ tầng 1 của tòa nhà 7 tầng. Tính xác suất của các biến cố sau:

- Tất cả đều ra ở tầng 5. DS: $\frac{1}{1296}$
- Tất cả đều ra cùng một tầng. ĐS $\frac{1}{216}$
- Mỗi người ra ở một tầng khác nhau. ĐS: $\frac{5}{18}$

Bài 3. Một sinh viên đi thi chỉ thuộc 20 trong số 25 câu hỏi qui định. Cứ 3 câu hỏi thành lập được 1 đề thi, tính xác suất sinh viên này trả lời được cả ba câu trong đề.

Bài 4. Năm người rút thăm không hoàn lại 2 vé xem bóng đá. Tính xác suất của các biến cố sau:

- Người thứ 3 là người đầu tiên rút được vé xem bóng đá. ĐS: $\frac{1}{5}$
- Vé xem bóng đá rơi vào 2 người sau cùng. ĐS: $\frac{1}{10}$

Bài 5. Một xí nghiệp nhận nguyên vật liệu từ 3 nguồn độc lập nhau. Xác suất để mỗi nguồn về đúng kỳ hạn lần lượt là0,7; 0.8 và 0,9. Tính xác suất của các biến cố sau:

a. Có đúng 2 nguồn về đúng kỳ hạn.ĐS: $0,398$

b. Có ít nhất 1 nguồn về đúng kỳ hạn.ĐS: $0,994$

c. Biết rằng có đúng 2 nguồn về đúng kỳ hạn, tính xác suất để nguồn thứ 3 về không đúng kỳ hạn. ĐS: $\frac{56}{398}$

Bài 6. Một người viết 3 bức thư bỏ vào 3 phong bì riêng dán kín lại rồi sau đó mới đề địa chỉ.Tính xác suất của các biến cố sau:

a. Có ít nhất 1 phong bì đề đúng địa chỉ. ĐS: $\frac{2}{3}$.

b. Có ít nhất 1 phong bì đề không đúng địa chỉ. ĐS: $\frac{5}{6}$.

Bài 7. Xác suất để trong 4 thí nghiệm độc lập biến cố A xảy ra ít nhất một lần là 0,5904. Tính xác suất xuất hiện biến cố A khi tiến hành một thí nghiệm, nếu biết rằng xác suất xuất hiện biến cố A trong mỗi thí nghiệm đều bằng nhau. ĐS: $P(A) = 0,2$

Bài 8. Một sinh viên thi hai môn. Xác suất sinh viên này thi đạt yêu cầu môn thứ nhất là 0,9. Nếu đạt môn thứ nhất thì xác suất đạt yêu cầu môn thứ hai là 0,7. Nếu không đạt yêu cầu môn thứ nhất thì xác suất đạt yêu cầu môn thứ 2 là 0,4. Tính xác suất để:

a. Sinh viên này thi đạt cả hai môn. DS:

b. Sinh viên này thi đạt môn thứ 2.

c. Sinh viên này thi đạt ít nhất một môn.

Bài 9. Một người đi săn bắn con nai ở cách xa 100m với xác suất trúng là 0,5. nếu không trúng thì người đó bắn viên thứ 2,nhưng với khoảng cách lúc này là 150m. Nếu lại không trúng nữa thì bắn viên thứ 3 và khoảng cách khi đó là 200m. Biết rằng xác suất trúng con nai tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách.

1. Tính xác suất bắn trúng con nai của người đi săn. ĐS: $\frac{95}{144}$

2. Biết rằng con nai đã bị trúng đạn. Tính xác suất để nó bị bắn trúng ở viên đạn thứ 2. DS: $\frac{16}{95}$

Bài 10. Một người gọi điện thoại nhưng quên mất số hàng đơn vị vì thế người này chọn ngẫu nhiên số hàng đơn vị. Tính xác suất để chọn đúng số cần gọi không quá 3 lần. ĐS: $\frac{3}{10}$

Bài 11. Một sinh viên phải thi 2 môn với xác suất đạt yêu cầu của các môn lần lượt là 0,8 và 0,7; nhưng xác suất để thi đạt yêu cầu cả 2 môn chỉ bằng 0,6.

1. Tính xác suất đề sinh viên này chỉ thi đạt đúng 1 môn. DS: $0,3$

2. Biết rằng sinh viên này chỉ thi đạt đúng một môn, tính xác suất để đó là môn thứ 2. DS: $\frac{1}{3}$

Bài 12. Một nhân viên bán hàng mỗi năm đến bán hàng ở công ty A 3 lần. Xác suất để lần đầu bán được hàng là 0,8. Nếu lần trước bán được hàng thì xác suất để lần sau bán được hàng là 0,9 còn nếu lần trước không bán được hàng thì xác suất để lần sau bán được hàng là 0,4. Tìm xác suất để:

a. Cả ba lần đều bán được hàng.

b. Có đúng 2 lần bán được hàng.

Bài 13. Một sinh viên phải thi 3 môn với xác suất đạt yêu cầu môn đầu tiên bằng 0,7. Nếu môn trước thi đạt yêu cầu thì xác suất đạt yêu cầu môn sau tăng lên 0,1; còn nếu môn trước thi không đạt yêu cầu thì xác suất đạt yêu cầu môn sau giảm đi 0,2.

a. Tính xác suất để sinh vên này có đúng một môn thi không đạt yêu cầu. DS: 0, 23

b.Biết rằng sinh viên này có đúng 1 môn thi không đạt yêu cầu, tính xác suất để đó là môn thi thứ 2. DS: 0, 365

Bài 14. Một công ty tham gia đấu thầu ba dự án A, B, C. Đấu thầu dự án A trước với xác suất trúng thầu bằng 0,7 rồi đến dự án B và cuối cùng là dự án C. Nếu dự án trước trúng thầu thì xác suất trúng thầu dự án tiếp theo tăng lên 0,1; còn nếu dự án trước không trúng thầu thì xác suất trúng thầu dự án tiếp theo giảm đi 0,2.

a. Tính xác suất để công ty chỉ trúng thầu một dự án.

b. Biết rằng công ty chỉ trúng thầu một dự án, tính xác suất để đó là dự án B.

Bài 15. Hai xạ thủ A và B thay nhau bắn liên tiếp từng viên đạn vào bia cho tới khi người nào bắn trúng bia trước thì dừng lại và người đó thắng cuộc. Tính xác suất thắng cuộc đối với mỗi một người, biết rằng xác suất bắn trúng bia của A là 0,7 của B là 0,8. (A bắn trước).

Bài 16. Một người gieo liên tiếp một con xúc sắc cân đối và đồng chất xuống mặt bàn cho tới khi xuất hiện mặt 6 chấm thì dừng lại. Tính xác suất để người đó phải gieo số chẵn lần.

Bài 17. Trong một trận không chiến, một máy bay của ta và một máy bay của địch không kích lẫn nhau. Máy bay của ta bắn trước với xác suất 0,4 trúng máy bay của địch. Nếu máy bay của địch không trúng đạn sẽ bắn trả lại máy bay của ta với xác suất trúng là 0,6. Nhưng nếu máy bay của ta không trúng đạn sẽ tiếp tục bắn trả lại máy bay địch với xác suất trúng lần này là 0,8 (bgiar thiết mỗi lần các máy bay chỉ bắn 1 viên và sẽ bị rơi khi trúng đạn). Tính xác suất của các biến cố sau:

a. Máy bay của địch bị rơi.

b. Máy bay của ta bị rơi.

Bài 18. Một công ty tuyển nhân viên bằng cách tổ chức thi qua 3 vòng. Vòng 1 lấy 50% số thí sinh dự thi, vòng 2 lấy 80% số thí sinh đã qua vòng 1, vòng 3 lấy 90% số thí sinh đã qua vòng 2. Một người tham gia dự thi.

a. Tính xác suất để người này được tuyển dụng.

b. Biết rằng người dự thi đã bị loại, tính để người này bị loại ở vòng 2.

2010

Bài tập xác suất chương 2

Bài 1 : Một người muốn tham gia một trò chơi phải nộp x đồng. Khi chơi gieo đồng thời 3 con xúc xắc cân đối đồng chất xuống mặt bàn.

+ Nếu xuất hiện 1 mặt 6 chấm thu về 4000 đồng.
+ Nếu xuất hiện 2 mặt 6 chấm thu về 28.000 đồng
+ Nếu xuất hiện 3 mặt 6 chấm thu về 360.000 đồng.

Tìm x để trò chơi là vô thưởng vô phạt (tức là trung bình tiền được bằng không).

Bài 2 : Một công ty dự định đầu tư 10 triệu USD để xây dựng một dây chuyền sản xuất ~~loại~~ 1 sản phẩm. Sản phẩm của dây chuyền này được bán cho hai đối tác A và B một cách độc lập nhau. Xác xuất để A và B chấp nhận mua sản phẩm của công ty là 0,7 và 0,8.

+ Nếu A chấp nhận mua sản phẩm thì phải trả cho công ty 6 triệu USD, ngược lại chỉ phải trả cho công ty 1 triệu USD.

+ Với đối tác B, nếu chấp nhận mua sản phẩm thì phải trả cho công ty 10 triệu USD, ngược lại chỉ phải trả cho công ty 3 triệu USD.

Tính tiền lãi trung bình công ty thu về khi đầu tư dây chuyền sản xuất trên. Biết rằng công ty chỉ phải đóng thuế đối với sản phẩm bán được và thuế doanh thu là 10%.

Bài 3 : Một kiện hàng có 12 sản phẩm trong đó có 8 sản phẩm loại I và 4 sản phẩm lại II. Khi bán 1 sản phẩm loại I được lãi 4 nghìn đồng, còn bán 1 sản phẩm loại II lãi 3 nghìn đồng. Lấy ngẫu nhiên ra 4 sản phẩm để bán.

1/. Hãy lập bảng phân phối sác xuất của số tiền lãi khi bán 4 sản phẩm đó.

2/. Tính vọng toán, phương sai và giá trị có khả năng nhất của số tiền lãi khi bán 4 sản phẩm trên.

Bài 4 : Có ba kiện hàng, mỗi kiện hàng có 10 sản phẩm. Số sản phẩm loại I có trong mỗi kiện hàng tương ứng là 7, 8, 9.

a, Từ mỗi kiện hàng lấy ngẫu nhiên không hoàn lại ra 2 sản phẩm để kiểm tra. Nếu cả 2 sản phẩm lấy ra kiểm tra đều loại I thì mua kiện hàng đó. Tìm sác xuất để có ít nhất một kiện hàng được mua.

b, Chọn ngẫu nhiên một kiện hàng rồi từ kiện hàng đó lấy ra ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Tìm quy luật phân phối xác suất cảu số sản phẩm loại I có trong 2 sản phẩm lấy ra.

Bài 5 : Cơ quan dự báo khí tượng thủy văn chia thời tiết năm 2012 ra thành 3 loại : xấu, bình thường, tốt với xác suất tương ứng là : 0,25 ; 0,45 ; và 0,3. Với tình trang thời tiết trên thì khả năng sản xuất lương thực được mùa tương ứng là 0,2 ; 0,6 và 0,7. Nếu sản xuất lương thực được mùa thì mức xuất khẩu lương thực tương ứng với tình trạng thời tiết là 2,5 ; 3,2 và 3,8 triệu tấn. Hãy tính mức xuất khẩu trung bình trong năm 2012.

Bài 6 : Nhà máy Z có 200 công nhân, trong đó có 120 công nhân loại I, 60 công nhân loại II và 20 công nhân loại III. Tỷ lệ công nhân các loại trên đi làm đủ ngày công trong tháng tương ứng bằng 98%, 95% và 90%. Nếu đi làm đủ ngày công của tháng thì mức lương được hưởng của các loại công nhân này là 3,2 ; 3,0 và 2,5 triệu đồng. Hãy tính mức lương trung bình công nhân trong một tháng của nhà máy trên.

Bài 7 : Xác suất để 1 trẻ em ra đời là trai hay gái đều bằng 1/2.

1/ Tính xác suất để trong một gia đình có 5 người con thì :

a, Có đúng 1 con trai   b, Có ít nhất 1 con trai.   c, Có cả trai lẫn ~~giá~~ gái

2/ Trong 2000 gia đình 5 người con được nghiên cứu một cách ngẫu nhiên thì trung bình có bao nhiêu gia đình có đúng 1 con. Số gia đình có cả trai lẫn gái có khả năng nhất bằng bao nhiêu.

Bài 8 : Một người bắn từng viên đạn vào bia với xác suất trúng vòng 10 của mỗi viên đều bằng 0,2. Hỏi cần phải bắn tối thiểu bao nhiêu viên đạn để với xác suất không bé hơn 0,95 sẽ có ít nhất ~~bằng bao nhiêu~~. một viên trúng vòng 10

Bài 9 : Một nhân viên bán hàng mỗi ngày đi chào hàng ở 5 nơi xác suất bán được hàng ở mỗi nơi đều bằng 0,2. Nếu ngày đó bán được hàng thì được hưởng tiền hoa hồng là 120.000 đồng. Một tháng người đó đi làm 24 ngày.

1/ Tính trung bình số tiền hoa hồng nhân viên này được hưởng trong tháng đó.

2/ Số tiền hoa hồng có khả năng cao nhất của nhân viên được hưởng trong tháng đó bằng bao nhiêu.

Bài 10 : Có hai xạ thủ, cho mỗi người bắn 3 phát đạn vào cùng một bia. Xác suất trúng bia của mỗi xạ thủ tương ứng bằng 0,6 và 0,7.

1/ Tính xác suất để số đạn trúng bia của hai xạ thủ bằng nhau.

2/ Tính xác suất để số đạn bắn trúng bia của hai xạ thủ là khác nhau.

3/ Tính xác suất để số đạn bắn trúng bia của xạ thủ thứ nhất lớn hơn xạ thủ thứ 2.

Bài 11. Một thiết bị có 3 bộ phận hoạt động độc lập. Xác suất trong thời gian t các bộ phận này bị hỏng tương ứng là: 0,1; 0,12; 0,15. Tìm luật phân phối của số bộ phận bị hỏng của thiết bị trong thời gian t. Tìm xác suất trong thời gian t thiết bị có không quá 1 bộ phận bị hỏng. Đáp số:

X	0	1	2	3
P	0,6732	0,2854	0,0396	0,0018

P=0,9586

Bài 12. Theo thống kê, xác suất để một người ở độ tuổi 40 sẽ sống thêm một năm nữa là 0,995. Một công ty hiểm nhân thọ bán bảo hiểm 1 năm cho những người ở tuổi đó với giá 100 ngàn đồng và nếu người mua bảo h chết trong thời gian đó thì số tiền bồi thường là 10 triệu đồng. Hỏi lợi nhuận trung bình của công ty khi bán thẻ bảo hiểm loại này là bao nhiêu? ĐS: 0,05 triệu.

Bài 13. Nhu cầu hàng ngày về một loại thực phẩm tươi sống có bản phân phối xác suất:

Nhu cầu (kg)	30	31	32	33	34
P	0,15	0,2	0,35	0,18	0,12

Mỗi kg mua vào với giá 2,5 ngàn và bán ra với giá 4 ngàn. Nếu bị ế cuối ngày bán hạ giá còn 1,5 ngàn mới hết hàng. Phải đặt mua hàng ngày bao nhiêu kg thực phẩm để có lãi nhất. Đáp số:32 kg. Lúc đó lợi nhuận là 4 ngàn.

Bài 14. Chủ một cửa hàng sửa chữa điện dân dụng thuê 5 thợ sửa chữa làm việc 40 giờ/tuần với lương ngàn/tuần. Do nhu cầu sửa chữa tăng lên nên nhiều hợp đồng bị từ chối. Để xem xét có cần thuê thêm thợ không, người chủ đã khảo sát nhu cầu sửa chữa trong tuần (X giờ/tuần) và có phân phối xác suất như sau:

X	185	195	205	215	225	235	245	255
P	0,03	0,09	0,12	0,15	0,22	0,21	0,13	0,05

Nếu mỗi giờ sửa chữa chủ cửa hàng thu được 30 ngàn thì có nên thuê thêm một người nữa không? Nếu:

a. Năm người cũ chỉ đồng ý làm đúng 40h/tuần.

b. Năm người cũ đồng ý làm thêm tối đa mỗi người 5h/tuần với tiền công 25 ngàn/h làm thêm. Đáp số: a. Kh thuê thêm. b. Thuê thêm giờ.

Bài 15. Cho các biến ngẫu nhiên có bảng phân phối xác suất đồng thời như sau:

X \ Y	1	2	3
1	0,12	0,15	0,03
2	0,28	0,35	0,07

a. Tìm các phân phối biên.

b. Chứng minh X, Y độc lập.

c. Tìm phân phối xác suất của $Z=XY$

d. Tính EZ.

Bài 16. Thống kê về lãi suất cổ phiếu tínhcho 100USD khi đầu tư vào 2 ngân hàng A và B trong 1 năm t úmgb là X(%), Y(%) cho kết quả trong bảng:

X \ Y	-2	5	10
-1	0,1	0,15	0,1
4	0,05	0,2	0,1
8	0,1	0,15	0,05

a. Tính lãi suất kỳ vọng và mức độ rủi ro khi đầu tư vào A và B. ĐS: EX=3,45, DX=13,2475,EY=4,5, DY=1

b. Tính lãi suất cổ phiếu trung bình của A khi lãi suất cổ phiếu của B là 5%. ĐS 3,7.

c. Cho kết luận về sự phụ thuộc tuyến tính giữa X và Y.

d. Lập bảng phân phối xác suất của T=X+Y. Tính ET, DT. ĐS ET=7,95, DT=29,3475.

e. Để đạt lãi suất trung bình lớn nhất thì nên đầu tư vào 2 loại cổ phiếu A và B với tỷ lệ bao nhiêu?)ĐS tỷ lệ

f. Để hạn chế rủi ro tới mức thấp nhất thì nên đầu tư vào A và B theo tỷ lệ nào? ĐS 0,5612/0,4388

Bài 17. Một trạm cho thuê 4 chiếc xe. Hàng ngày trạm phải nộp thuế 200000 cho 1 chiếc xe. Mỗi chiếc x thuê với giá 500000/ngày.

Giả sử số yêu cầu thuê xe của trạm trong 1 ngày là ĐLNN có phân bố Poisson với tham số $\lambda = 3.6$

a. Gọi Y là số tiền lãi thu được trong một ngày của trạm. Tìm phân phối xác suất của Y. Tính số tiền th trung bình.

b. Trạm nên có 4 hay 5 chiếc xe để cho thuê thì có lãi nhiều nhất?

Bài tập phần BNN nhiều chiều

Bài 1. Cho VTNN (X,Y) có hàm mật độ đồng thời như sau:

$$f(x,y)=\begin{cases} k(2x+3y) & \text{if } 0 \le x \le 1;\ 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{if trái lại} \end{cases}$$

a. Tìm k.

b. Tính xác suất $P\left\{(X,Y)\in A\right\}$ với $A=\left\{(X,Y)\mid 0<x<\frac{1}{2},\frac{1}{4}<y<\frac{1}{2}\right\}$

c. Tìm hàm mật độ của X, của Y.

d. Tìm hàm mật độ có điều kiện $f(y\mid x)$

e. Tính $P\left\{\frac{1}{4}<Y<1\mid X=\frac{3}{4}\right\}; E\left(Y\mid X=\frac{3}{4}\right)$

f. Tìm hàm mật độ của U=X+Y. Tính $P\left\{X+Y>1\right\}$

Bài 2. Cho hàm mật dộ đồng thời của X và Y

$$f(x,y)=\begin{cases} kxy & \text{if } 0<x<1;\ 0<y<1 \\ 0 & \text{if trái lai} \end{cases}$$

a. Tìm k.

b. Tìm hàm mật độ của T=Y-X.

c. Tính $P\left\{X<Y\right\}$

Bài 3. Cho hàm mật dộ đồng thời của X và Y

$$f(x,y)=\begin{cases} k(x+y) & \text{if } 0<x<1;\ 0<y<1 \\ 0 & \text{if trái lai} \end{cases}$$

a. Tìm k.

b. Tìm hàm mật độ của T=XY.

c. Tính $P\left\{XY<0.5\right\}$

d. X, Y có độc lập không?

e. Tính EXY, COV(X,Y)

f. Tính $\rho(X,Y)$

Bài 4. Cho hàm mật dộ đồng thời của X và Y

$$f(x,y)=\begin{cases} k(x+2y) & \text{if } 0<x<1;\ 1<y<2 \\ 0 & \text{if trái lai} \end{cases}$$

a. Tìm k.

b. Tìm kỳ vọng của $g(X,Y)=\frac{X}{Y^3}+X^2Y$

Bài 5. Cho hàm mật dộ đồng thời của X và Y

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & \text{if } 0<x;0<y \\ 0 & \text{if trái lai} \end{cases}$$

a. Tìm hàm mật độ của X, của Y.

b. Tìm E(X+Y), D(X+Y).

Bài 6. Cho hàm mật dộ đồng thời của X và Y

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y(x+1)} & \text{if } 0 < x; 0 < y \\ 0 & \text{if trái lại} \end{cases}$$

a. Tìm hàm mật độ của X, của Y; X,Y có độc lập không?
b. Tìm P(0<X<1|Y=2), E(X|Y=2).

Bài 7. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) có hàm mật độ:

$$f_{X,Y}(x)=\begin{cases} k\left(\dfrac{x^2}{2}+xy\right) & \text{nếu } 0 \le x \le 1;\ 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k.

b) Tính xác suất $P\left\{(X,Y)\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]\times\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]\right\}$.

Bài 8. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) có hàm mật độ là

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{4\pi} & x^2+y^2 \le 4 \\ 0 & x^2+y^2 > 4 \end{cases}$$

a) Tính R(X, Y) và $P\left(|X|+|Y|\le 1\right)$

b) X và Y có độc lập không?

Bài 9. Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời là

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{6}{5}\left(x^2+y\right) & \text{khi } 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ 0 & \text{nguoc lai} \end{cases}$$

a) Tìm hàm mật độ của X và Y, kiểm tra tính độc lập giữa X và Y.

b) Tính P(X + Y < 1).

Bài 10. Véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có mật độ

$$f(X,Y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & \text{khi } x \ge 0,\ y \ge 0; \\ 0 & \text{còn lai} \end{cases}$$

a) Tìm các mật độ biên $f_X(x)$; $f_Y(y)$; suy ra rằng X, Y là 2 biến ngẫu nhiên độc lập.

b) Tìm mật độ của Z = X + Y.

Bài 11. Tổng doanh thu mỗi tuần của một khách sạn là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn trung bình 2200 USD, độ lệch tiêu chuẩn 230 USD. Tính xác suất:

a) Tổng doanh thu hai tuần không vượt quá 5000 USD.

b) Tổng doanh thu vượt quá 2000 USD ít nhất 2 trong 3 tuần sau. Giả sử tổng doanh thu từng tuần là độc lập.

Bài 12. Số điểm của A và B khi chơi Bowling tương ứng có phân phối chuẩn $N(170, 20^2)$, $N(160, 15^2)$. Nếu A và B mỗi người chơi một lần và giả sử số điểm của họ độc lập với nhau. Tính xác suất:

a) A cao điểm hơn.

b) Tổng số điểm của họ trên 350.

Bài 13. Một kỹ sư xây dựng cho rằng tổng trọng lượng W một chiếc cầu có thể chịu dựng được mà không bị phá vỡ cấu trúc có phân phối chuẩn trung bình 400, độ lệch tiêu chuẩn 40. Giả sử rằng trọng lượng của ô tô là biến ngẫu nhiên trung bình 3 và độ lệch tiêu chuẩn là 0,3. Số ô tô trên cầu tối thiểu là bao nhiêu để xác suất cầu bị phá vỡ cấu trúc vượt quá 0,1(đơn vị của bài này là tấn).

Bài 14. Một khu phố có 180 hộ 2 người và 50 hộ 3 hoặc 4 người. Lượng nước sinh hoạt của mỗi hộ mỗi ngày thuộc hai loại này là các biến ngẫu nhiên có trung bình $\mu_1 = 0,6m^3$, độ lệch tiêu chuẩn $\sigma_1 = 0,04m^3$ (hộ 2 người); $\mu_2 = 1,9m^3$; $\sigma_2 = 0,14m^3$ (hộ 3, 4 người).

Tính xác suất để trong một ngày khu phố đó sử dụng hơn $205\,m^3$ nước.

Phuong vit . pt th @ g.c

TỔNG ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Một số phân phối xác suất của các thống kê đặc trưng mẫu:

1) $\boxed{U = \dfrac{(\overline{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \sim N(0,1)}$

2) $\boxed{T = \dfrac{(\overline{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \sim T(n-1)}$

3) $\boxed{\chi^2 = \dfrac{nS^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)}$

4) $\boxed{\chi^2 = \dfrac{(n-1)\widehat{S}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)}$

5) Giả sử tổng thể bnn X ~ A(p). Từ tổng thể lập mẫu ngẫu nhiên

$$W = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Chứng minh

i) tần suất $f = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim B(n,p)$

ii) Nếu n>5 và $\left|\sqrt{\dfrac{p}{1-p}} - \sqrt{\dfrac{1-p}{p}}\right| \times \dfrac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}3$ thì

$$f \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right);$$

$$\boxed{U = \frac{f-p}{Se(f)} = \frac{(f-p)\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}} \sim N(0,1)}$$

6) Cũng với mẫu trên, nếu n≥100, theo luật số lớn thì

$$\boxed{U = \frac{f-p}{Se(f)} = \frac{(f-p)\sqrt{n}}{\sqrt{f(1-f)}} \sim N(0,1)}$$

7) Trong hai tổng thể có:

$$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2) \qquad i = \overline{1,2}$$

Từ hai tổng thể đó lập hai mẫu ngẫu nhiên độc lập kích thước n_1, n_2:

$$W_1 = (X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}) \to \overline{X}_1, \widehat{S}_1^2$$

$$W_2 = (X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}) \to \overline{X}_2, \widehat{S}_2^2$$

Chứng minh được:

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \sim N\left(\mu_1 - \mu_2; \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Do đó, chứng minh được:

$$\boxed{U = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)}$$

8) Cũng với hai mẫu trên, $n_1>30$, $n_2>30$ thì

$$\boxed{U = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\hat{S}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{S}_2^2}{n_2}}} \quad N(0,1)}$$

9) Cũng với hai mẫu trên,

$$\boxed{F = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)}$$

10) Trong hai tổng thể có:

$$X_i \sim A(p_i) \qquad i = \overline{1,2}$$

Từ hai tổng thể đó lập hai mẫu ngẫu nhiên độc lập kích thước n_1, n_2:

$$W_1 = (X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}) \to f_1$$

$$W_2 = (X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}) \to f_2 \quad .$$

Nếu $n_1>30$, $n_2>30$ thì f_1-f_2 sẽ phân phối xấp xỉ chuẩn theo định lý giới hạn trung tâm với các tham số đặc trưng:

$$E(f_1 - f_2) = p_1 - p_2$$

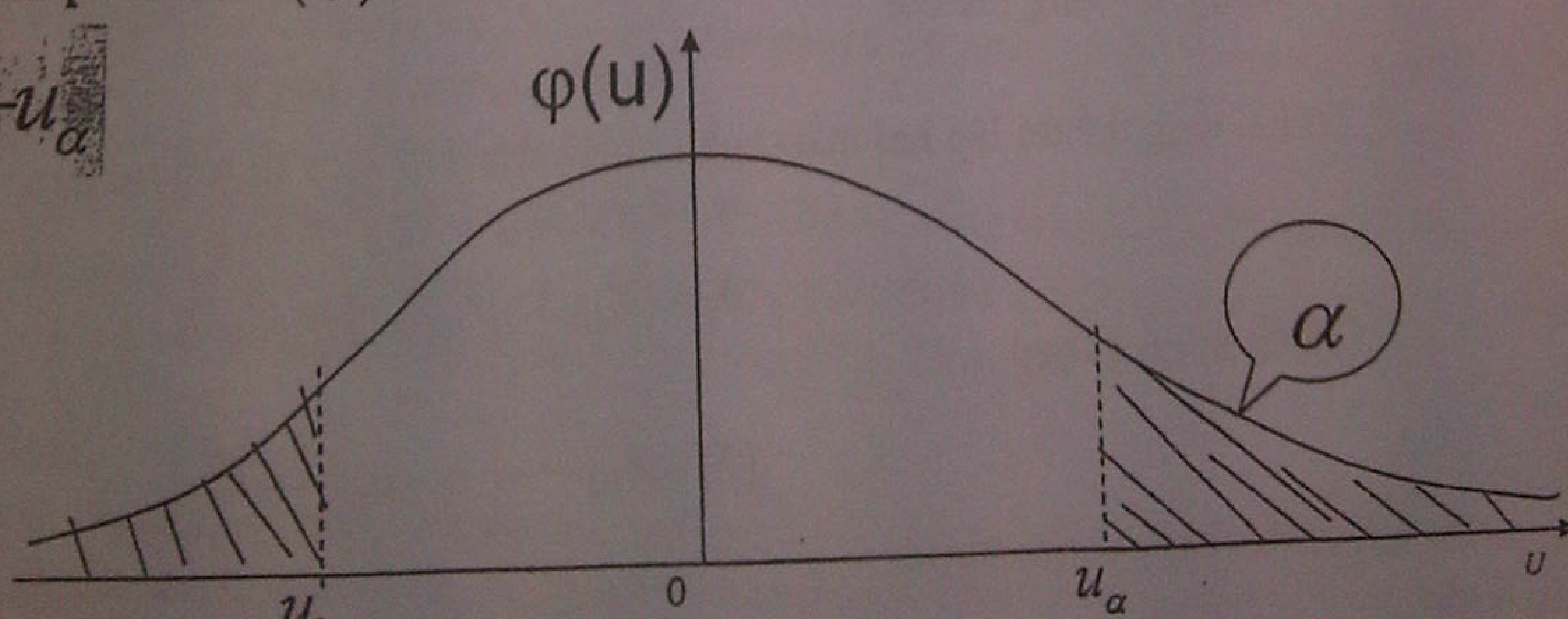
$$V(f_1 - f_2) = \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$$

Do đó

$$\boxed{U = \frac{(f_1 - f_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)}$$

Quy luật phân phối $U \sim N(0,1)$:

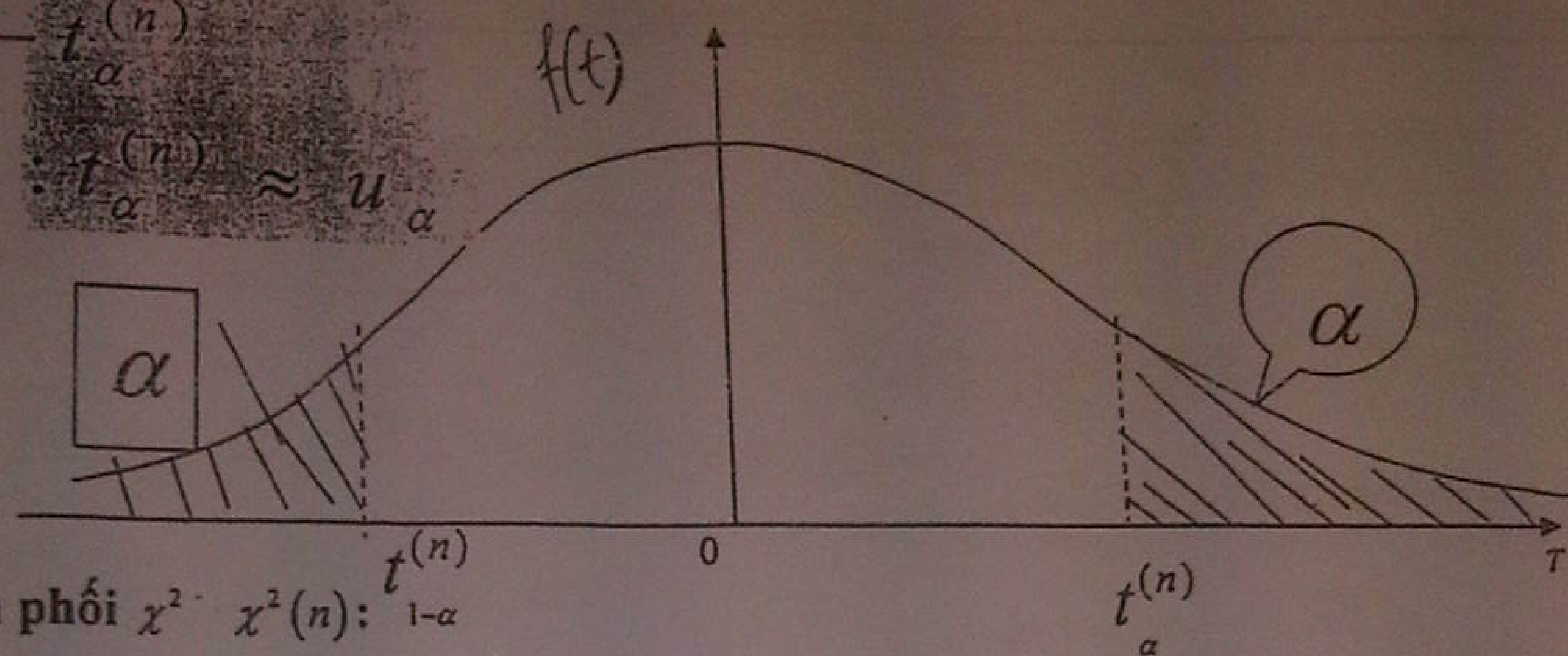
$u_{1-\alpha} = -u_\alpha$



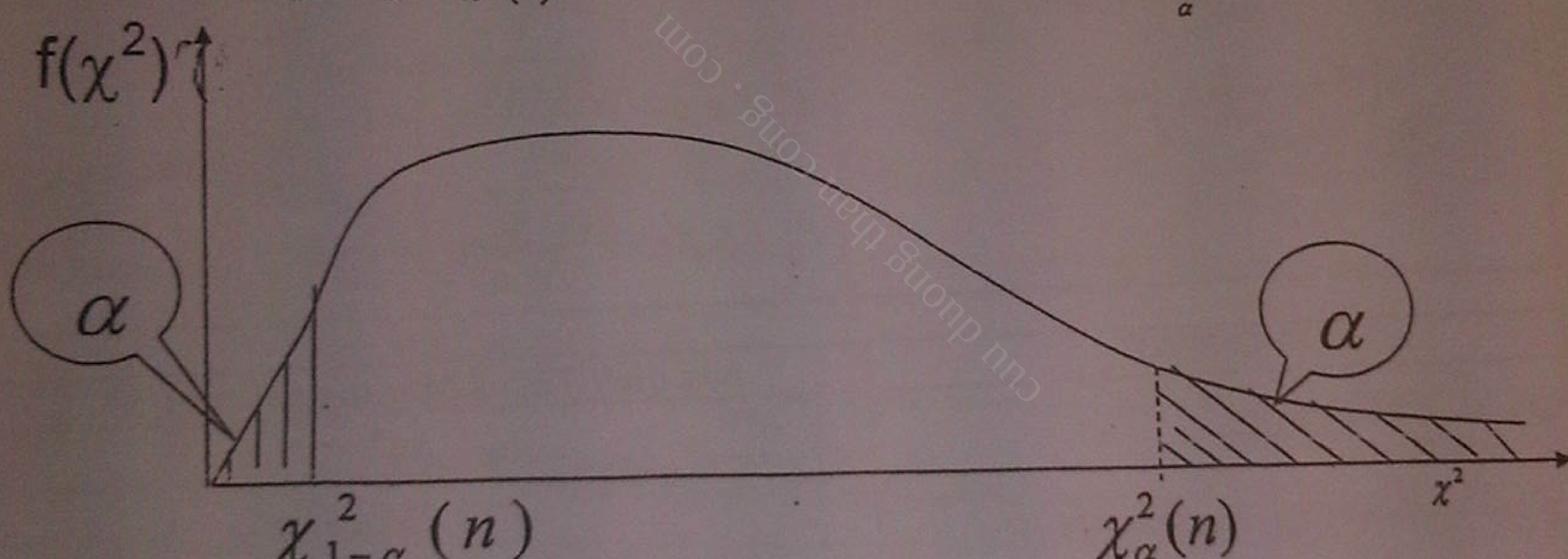
Quy luật phân phối $T \square T(n)$ **:**

$$t_{1-\alpha}^{(n)} = -t_{\alpha}^{(n)}$$

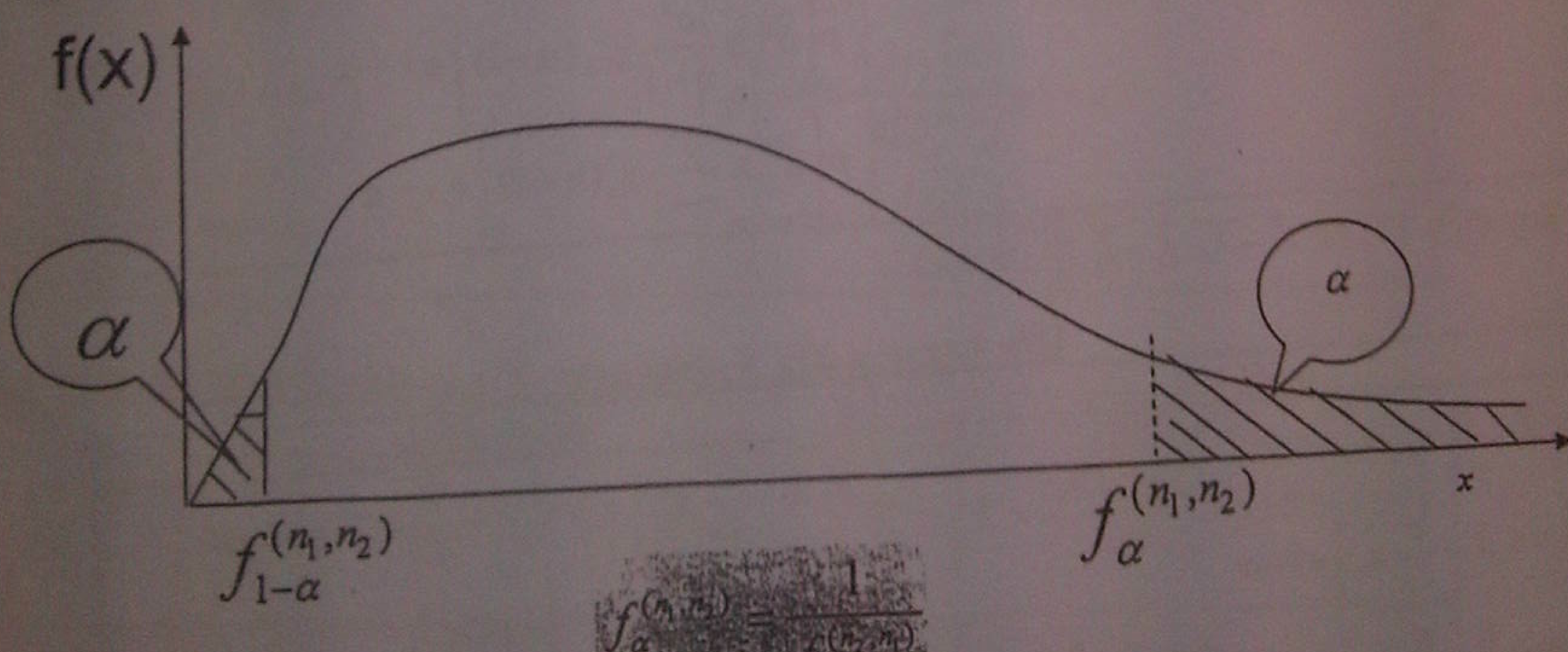
$$n \geq 30 : t_{\alpha}^{(n)} \approx u_{\alpha}$$



Quy luật phân phối χ^2 $\chi^2(n)$ **:**



Quy luật phân phối $F \,\square\, F(n_1,n_2)$ **:**



$$f_{\alpha}^{(n_1,n_2)} = \frac{1}{f_{1-\alpha}^{(n_2,n_1)}}$$

Các công thức cần sử dụng

1)

Suy diễn $\overline{X}$ của X ~N(μ,σ²)	Suy diễn TK về tần suất mẫu f
$p\left(\mu-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha_n}<\overline{X}<\mu+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)=1-\alpha$ hoặc $p\left(\lvert\overline{X}-\mu\rvert<\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)=1-\alpha$ $p\left(\overline{X}\le\mu+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$ $p\left(\overline{X}\ge\mu-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$	$P\left(p-\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha_1}<f<p+\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha_2}\right)=1-\alpha$ $P\left(p-\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}<f<p+\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)=1-\alpha$ hoặc $P\left(\lvert f-p\rvert\le\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)=1-\alpha$ $P\left(f\ge p-\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$ $P\left(f\le p+\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$

2)

THỐNG KÊ	Suy diễn TK về phương sai mẫu S²
$U=\frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma}\sim N(0,1)$ $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$ $U=\frac{f-p}{Se(f)}=\frac{(f-p)\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}\sim N(0,1)$	$p\left[\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{1-\alpha_1}(n-1)<\widehat{S}^2<\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{\alpha_2}(n-1)\right]=1-\alpha$ $p\left[\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)<\widehat{S}^2<\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right]=1-\alpha$ $p\left[\widehat{S}^2\ge\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{1-\alpha}(n-1)\right]=1-\alpha$ $p\left[\widehat{S}^2\le\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{\alpha}(n-1)\right]=1-\alpha$

Suy diễn TK về $\overline{X_1}-\overline{X_2},\overline{f_1}-\overline{f_2},\frac{\widehat{S}_1}{\widehat{S}_2}$ (tự đọc)

Ước lượng μ của X ~N(μ,σ²)

3)

σ² đã biết	σ² chưa biết
$P\left(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}<\mu<\overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)=1-\alpha$	$P\left(\overline{X}-\frac{\widehat{S}}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}^{(n-1)}<\mu<\overline{X}+\frac{\widehat{S}}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}^{(n-1)}\right)=1-\alpha$
$P\left(\mu\le\overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$	$P\left(\mu\le\overline{X}+\frac{\widehat{S}}{\sqrt{n}}t_{\alpha}^{(n-1)}\right)=1-\alpha$
$P\left(\mu\ge\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)=1-\alpha$	$P\left(\mu\ge\overline{X}-\frac{\widehat{S}}{\sqrt{n}}t_{\alpha}^{(n-1)}\right)=1-\alpha$

trung bình

độ tin cậy = 1 − α

$\overline{X}_n \approx \mu$

$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}$

7

Kích thước mẫu n để $I \le I_0$ hay $\varepsilon \le \varepsilon_0$: $n \ge \frac{4\sigma^2}{I_0^2}u_{\alpha/2}^2$ hoặc $n \ge \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}u_{\alpha/2}^2$	Kích thước mẫu n để $I \le I_0$ hay $\varepsilon \le \varepsilon_0$: - Trước hết điều tra một mẫu kích thước $m \ge 2$ - Kích thước mẫu n cần điều tra được tính $n \ge \frac{4\hat{S}^2}{I_0^2}\left(t_{\alpha/2}^{(m-1)}\right)^2$ hay $n \ge \frac{\hat{S}^2}{\varepsilon_0^2}\left(t_{\alpha/2}^{(m-1)}\right)^2$ $\Rightarrow$ Điều tra thêm (n-m) quan sát

4)

tỉ lệ xác suất

Ước lượng p của X ~A(p)

n≥100	n<100
$P\left(f - \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2} < p < f + \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$ $P\left(p \le f + \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right) = 1-\alpha$ (tối đa) $P\left(p \ge f - \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right) = 1-\alpha$ (tối thiểu)	$P(p_1 < p < p_2) = 1-\alpha$ Trong đó: $p_1, p_2 = \frac{2nf + u_{\alpha/2}^2 \mp u_{\alpha/2}\sqrt{4nf(1-f) + u_{\alpha/2}^2}}{2(n + u_{\alpha/2}^2)}$
Kích thước mẫu n để $I \le I_0$ hay $\varepsilon \le \varepsilon_0$: $n \ge \frac{4f(1-f)}{I_0^2}u_{\alpha/2}^2$ hoặc $n \ge \frac{f(1-f)}{\varepsilon_0^2}u_{\alpha/2}^2$	

5)

...n tán biến ...ng

Ước lượng σ^2 của X ~N(μ,σ^2)

μ đã biết	μ chưa biết
$p\left(\frac{n.S^{*2}}{\chi_{\alpha/2}^{2(n)}} < \sigma^2 < \frac{n.S^{*2}}{\chi_{1-\alpha/2}^{2(n)}}\right) = 1-\alpha$	$p\left(\frac{(n-1).\hat{S}^2}{\chi_{\alpha/2}^{2(n-1)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1).\hat{S}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^{2(n-1)}}\right) = 1-\alpha$
$p\left(\sigma^2 \le \frac{n.S^{*2}}{\chi_{1-\alpha}^{2(n)}}\right) = 1-\alpha$	$p\left(\sigma^2 \le \frac{(n-1).\hat{S}^2}{\chi_{1-\alpha}^{2(n-1)}}\right) = 1-\alpha$
$p\left(\sigma^2 \ge \frac{n.S^{*2}}{\chi_{\alpha}^{2(n)}}\right) = 1-\alpha$	$p\left(\sigma^2 \ge \frac{(n-1).\hat{S}^2}{\chi_{\alpha}^{2(n-1)}}\right) = 1-\alpha$

6)

Kiểm định giả thuyết về μ của X ~N(μ,σ^2)

	σ^2 đã biết	σ^2 chưa biết
$\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \ne \mu_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{U = \frac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma};\ \lvert U \rvert > u_{\alpha/2}\right\}$	$W_\alpha = \left\{T = \frac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\hat{S}};\ \lvert T \rvert > t_{\alpha/2}^{(n-1)}\right\}$
$\begin{cases} H_0: \mu \ge \mu_0 \\ H_1: \mu < \mu_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{U = \frac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma};\ U < -u_\alpha\right\}$	$W_\alpha = \left\{T = \frac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\hat{S}};\ T < -t_\alpha^{(n-1)}\right\}$

$\begin{cases} H_0: \mu \le \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma};\ U > u_\alpha \right\}$	$W_\alpha = \left\{ T = \dfrac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\hat{S}};\ T > t_\alpha^{(n-1)} \right\}$

7)

Kiểm định so sánh hai tham số μ_1, μ_2 của $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

	σ^2 đã biết	σ^2 chưa biết; n_1, n_2 đủ lớn
$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \ne \mu_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}};\ \lvert U \rvert > u_{\alpha/2} \right\}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{S}_1^2}{n_1} + \dfrac{\hat{S}_2^2}{n_2}}};\ \lvert U \rvert > u_{\alpha/2} \right\}$
$\begin{cases} H_0: \mu_1 \ge \mu_2 \\ H_1: \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}};\ U < -u_\alpha \right\}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{S}_1^2}{n_1} + \dfrac{\hat{S}_2^2}{n_2}}};\ U < -u_\alpha \right\}$
$\begin{cases} H_0: \mu_1 \le \mu_2 \\ H_1: \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}};\ U > u_\alpha \right\}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{S}_1^2}{n_1} + \dfrac{\hat{S}_2^2}{n_2}}};\ U > u_\alpha \right\}$

8)

Kiểm định giả thuyết về σ^2 và so sánh hai tham số σ_1^2, σ_2^2

	μ chưa biết
$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 \ne \sigma_0^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ \chi^2 = \dfrac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2};\ \left[\begin{matrix} \chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^{2(n-1)} \\ \chi^2 > \chi_{\alpha/2}^{2(n-1)} \end{matrix} \right. \right\}$
$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \ge \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ \chi^2 = \dfrac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2};\ \chi^2 < \chi_{1-\alpha}^{2(n-1)} \right\}$
$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \le \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ \chi^2 = \dfrac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2};\ \chi^2 > \chi_\alpha^{2(n-1)} \right\}$

	μ_1, μ_2 chưa biết
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ F = \dfrac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2};\ \left[\begin{matrix} F < F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1) \\ F > F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1) \end{matrix} \right. \right\}$
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 \ge \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ F = \dfrac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2};\ F < F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1) \right\}$
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 \le \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ F = \dfrac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2};\ F > F_\alpha(n_1-1, n_2-1) \right\}$

Kiểm định GT về P và so sánh hai tham số P_1, P_2

	n đủ lớn		n_1, n_2 đủ lớn
$\begin{cases} H_0: p = p_0 \\ H_1: p \neq p_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}};\ \lvert U\rvert > u_{\alpha/2} \right\}$	$\begin{cases} H_0: p_1 = p_2 \\ H_1: p_1 \neq p_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{f_1 - f_2}{\sqrt{\overline{f}(1-\overline{f})\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}};\lvert U\rvert > u_{\alpha/2} \right\}$
$\begin{cases} H_0: p \geq p_0 \\ H_1: p < p_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}};\ U < -u_\alpha \right\}$	$\begin{cases} H_0: P_1 \geq P_2 \\ H_1: P_1 < P_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{f_1 - f_2}{\sqrt{\overline{f}(1-\overline{f})\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}};\ U < -u_\alpha \right\}$
$\begin{cases} H_0: p \leq p_0 \\ H_1: p > p_0 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}};\ U > u_\alpha \right\}$	$\begin{cases} H_0: P_1 \leq P_2 \\ H_1: P_1 > P_2 \end{cases}$	$W_\alpha = \left\{ U = \dfrac{f_1 - f_2}{\sqrt{\overline{f}(1-\overline{f})\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}};\ U > u_\alpha \right\}$

BÀI TẬP

Bài tập lý thuyết

Bài 1: Chứng minh rằng:

a) Trung bình mẫu $\overline{X}$ là ước lượng không chệch, hiệu quả nhất của kỳ vọng toán μ của biến ngẫ
nhiên phân phối chuẩn.

b) Tần suất mẫu f là ước lượng không chệch, hiệu quả nhất của xác suất p của biến ngẫu nhiên phâ
phối A(p).

c) Tính E(MS). Độ lệch bình phương trung bình MS có phải là ước lượng không chệch của phươ
sai σ^2 không?

d) $\widehat{S}^2$, S^{*2} là ước lượng không chệch của σ^2.

Bài 2: Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với kỳ vọng là 30 và phương sai 4. Lấy một mẫu
ngẫu nhiên với cỡ mẫu là 25.

a. Nêu quy luật phân phối xác suất trung bình mẫu $\overline{X}$. Tính kỳ vọng và phương sai của $\overline{X}$.

b. Tìm k để tỷ lệ giữa phương sai mẫu và phương sai tổng thể ít nhất là k với xác suất là 0,05.

Bài 3: Để ước lượng tham số μ của biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $N(\mu,\sigma^2)$, người ta lập 2
ngẫu nhiên độc lập kích thước n_1 =3 và n_2 =6, đã tìm được các trung bình mẫu tương ứng là $\overline{X}_1$
$\overline{X}_2$. Từ lớp các ước lượng tuyến tính dạng $\overline{\theta} = \alpha\,\overline{X}_1 + (1-\alpha)\,\overline{X}_2$ với α là số thực, hãy:

a) nêu quy luật phân phối xác suất của $\overline{\theta}$.
b) tìm một ước lượng hiệu quả nhất của μ.

Bài 4: Cho mẫu ngẫu nhiên $W = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ từ tổng thể phân phối $N(\mu,\sigma^2)$:

$$G_1 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} X_i\,;\ G_2 = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{5} iX_i$$

a) Nêu qui luật phân phối xác suất, tính kỳ vọng và phương sai của G_i.
b) Nếu dùng hai thống kê trên để ước lượng cho μ thì thống kê nào tốt hơn? Tại sao?

Bài 5: Cho mẫu ngẫu nhiên $W_n(X) = (X_1, X_2, X_3)$ lập từ tổng thể phân phối $N(\mu, \sigma^2)$. Lập các thống kê: $G_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$; $G_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$

a) Chứng minh rằng G_1, G_2 là các ước lượng không chệch của μ.
b) Trong 2 ước lượng trên, ước lượng nào tốt hơn cho μ?

Bài 6: Cho biến ngẫu nhiên $X \sim A(p)$. Chứng minh rằng tần suất mẫu là ước lượng hợp lý tối đa của p.

Bài 7: $W = (X_1, X_2, X_3)$ là một mẫu ngẫu nhiên từ tổng thể phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Lập thống kê

$$G = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3.$$

Tính kỳ vọng và phương sai của G. G có phải là ước lượng hiệu quả của μ không? Vì sao?

Bài 8: Hai mẫu ngẫu nhiên độc lập kích thước bằng 4 và 5 được rút ra từ một tổng thể phân phối $A(p)$ và tìm được tần suất mẫu là f_1 và f_2. Xét tập hợp các ước lượng

$$G = \propto f_1 + (1-\propto)f_2$$

a) Nêu quy luật phân phối xác suất của G.
b) Hãy tìm một ước lượng hiệu quả nhất của p trong lớp các ước lượng dạng trên.

Bài 9: Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, lập mẫu ngẫu nhiên:

$$W=(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

chứng tỏ rằng thống kê $G = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ là ước lượng hiệu quả của kỳ vọng μ được thành lập từ mẫu ngẫu nhiên trên.

Bài 10: Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, lập mẫu ngẫu nhiên:

$$W=(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

chứng tỏ rằng thống kê $G = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$ là ước lượng không chệch của kỳ vọng μ được thành lập từ mẫu ngẫu nhiên trên.

Bài 11: Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, lập mẫu ngẫu nhiên:

$$W=(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$$

a) Hãy chỉ ra thống kê G được thành lập từ mẫu trên là ước lượng hiệu quả của μ.
b) chứng tỏ rằng thống kê $G^* = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{5}(X_i - G)^2$ là ước lượng không chệch của kỳ vọng μ được thành lập từ mẫu ngẫu nhiên trên.

Bài 12: Rút ra một mẫu kích thước n = 100 từ tổng thể có trung bình là 1.065 và độ lệch chuẩn là 500. tìm kỳ vọng toán và phương sai của trung bình mẫu.

Bài 13: Giả sử lấy ra một mẫu từ tổng thể có phương sai bằng 1000000. Nếu muốn sai số chuẩn của trung bình mẫu không quá 25 thì kích thước mẫu điều tra phải bằng bao nhiêu.

Bài 14: Nếu lấy mẫu kích thước n=120 từ tổng thể có xác suất p = 0,5 thì sai số chuẩn tần suất mẫu bằng bao nhiêu.

Bài 15: Từ tổng thể lấy ra một mẫu kích thước n=5 và thu được các giá trị sau : 10, 12, 16, 18, 19. Hãy tìm ước lượng điểm bằng phương pháp hàm ước lượng của trung bình tổng thể.

Bài 16: Kiểm tra ngẫu nhiên 50 đĩa mềm từ một lô đĩa mềm mới sản xuất thấy có 3 cái hỏng. Vậy có thể cho rằng tỷ lệ đĩa mềm hỏng của lô sản phẩm đó bằng bao nhiêu nếu dùng phương pháp hàm ước lượng.

Bài 17: Giả sử có hai nhà kinh tế định ước lượng mức chi tiêu trung bình của các gia đình cho thực phẩm và họ dùng hai ước lượng không chệch (và độc lập nhau) là U và V. Do nhà kinh tế thứ 2 kém cẩn thận hơn nên độ lệch chuẩn của V lớn gấp 3 lần độ lệch chuẩn của U. để kết hợp hai ước lượng lại sao cho thu được một ước lượng chung của m người ta đề nghị 3 cách sau:

$W_1 = \frac{1}{2}U + \frac{1}{2}V$ $\qquad$ $W_2 = \frac{3}{4}U + \frac{1}{4}V$ $\qquad$ $W_3 = 1.U + 0.V$

a. Trong các ước lượng trên ước lượng nào là không chệch
b. Trong các ước lượng trên ước lượng nào là tốt nhất (hiệu quả hơn cả)

Bài tập mẫu ngẫu nhiên

Bài 1. Tỷ lệ phế phẩm cho phép của một lô hàng là 5%. Vậy với xác suất 0,90 nếu lấy ngẫu nhiên ra 100 sản phẩm để kiểm tra thì tỷ lệ phế phẩm tối đa của mẫu sản phẩm đó là bao nhiêu để có thể chấp nhận lô hàng đó?

Bài 2. Người ta đề nghị 10 nhà phân tích tài chính dự báo chỉ số của thị trường chứng khoán trong tháng tới. Biết rằng kết quả dự báo là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.
a. Với xác suất 0,05 phương sai của kết quả dự báo của các nhà phân tích tài chính trên có thể lớn hơn phương sai thực tế ít nhất bao nhiêu lần.
b. Tìm giá trị a sao cho với xác suất 0,9 tỷ số giữa phương sai mẫu và phương sai thực nằm giữa a và 2,01.

Bài 3: Giả sử tỷ lệ người dân có điện thoại di động trong một thành phố là 30%.
a. Tìm xác suất để có trên 25% số người trong một mẫu điều tra gồm 120 người của thành phố này dùng điện thoại di động.
b) Vẫn sử dụng mẫu 120 người nói trên với xác suất là 0,1 thì sai lệch giữa tần suất mẫu với tỷ lệ của cả tổng thể một lượng tối thiểu là bao nhiêu.
c) Vẫn sử dụng mẫu 120 người nói trên với xác suất là 0,1 thì tần suất mẫu lớn hơn so với tỷ lệ của cả tổng thể một lượng tối thiểu là bao nhiêu.

Bài 4: Trọng lượng của một loại gia cầm là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với trung bình là 2,5 kg/con. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên từ đàn gia cầm ra 25 con thì trọng lượng trung bình của chúng nằm trong khoảng 2,4 đến 2,6 kg. Biết rằng với xác suất 0,9973 thì trọng lượng của loại gia cầm này nằm trong khoảng sai lệch so với trọng lượng trung bình là 0,3 kg.

Bài 5: Kích thước chi tiết khi gia công là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn cho phép là 0,1 cm. Nếu từ một lô chi tiết mới được gia công đem kiểm tra ngẫu nhiên 20 chi tiết thì với xác suất 0,99 độ lệch chuẩn tối đa của chúng có thể bằng bao nhiêu để có thể kết luận rằng lô chi tiết đó đạt tiêu chuẩn.

Bài 6: Tỷ lệ phế phẩm của một loại sản phẩm là 5%. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm.

a) Tìm xác suất để trong đó có không quá 5 phế phẩm.

b) Với xác suất 0,95 thì trong số các sản phẩm được kiểm tra có ít nhất bao nhiêu chính phẩm?

Bài tập ước lượng tham số

1 Bài 1: Có số liệu về trọng lượng của một loại trứng gà như bảng dưới đây. Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng trọng lượng trung bình của loại trứng gà này với độ tin cậy 0,95. Giả thiết trọng lượng trứng gà là biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật chuẩn.

Trọng lượng trứng(gam)	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Số quả trứng	2	3	10	8	2

$\mu \in$?

1 **Bài 2:** Cân thử 25 bao bột mỳ, người ta tính được trọng lượng trung bình ($\bar{x}$) một bao là 40 kg, độ lệch chuẩn mẫu là $\hat{s}$= 5 kg. Với độ tin cậy 95%, bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng trọng lượng trung bình của một bao bột mỳ, giả thiết trọng lượng của một bao bột mỳ là biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật chuẩn. $\mu \in$?

1 **Bài 3:** Để xác định giá trung bình đối với một loại hàng hóa trên thị trường, người ta điều tra ngẫu nhiên tại 100 cửa hàng thu được bảng số liệu như sau:

Giá (đồng)	83	85	87	85	91	93	95	97	99	101
Số cửa hàng	6	7	12	15	30	10	8	6	4	2

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng giá trung bình của loại hàng đó tại thời điểm đang xét. Biết rằng giá hàng hóa là biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

1 **Bài 4**: Chiều dài (X) loại sản phẩm A do một máy tự động sản xuất là một biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn σ_x=3 cm. Để ước lượng chiều dài trung bình của loại sản phẩm nói trên với độ tin cậy 1-α=0,95 người ta tiến hành đo 36 sản phẩm.

a. Tìm khoảng tin cậy đối xứng của chiều dài trung bình loại sản phẩm đó.

b. Để ước lượng với độ tin cậy 1-α=0,99, độ dài khoảng tin cậy đối xứng không vượt quá 0,6cm thì phải đo bao nhiêu sản phẩm.

Bài 5: Đo chiều sâu của biển bằng một loại dụng cụ có sai số tuân theo quy luật chuẩn với phương sai bằng 400 (m^2). Phải đo bao nhiêu lần độc lập với nhau để kết quả có sai số không quá 15(m) với độ tin cậy 0,95.

Bài 6: Thăm dò ý kiến của 200 người ở cơ quan A thấy có 150 người đồng ý về vấn đề tăng giá sản phẩm. Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng tỷ lệ ý kiến đồng ý tăng giá sản phẩm ở cơ quan đó với độ tin cậy 95%.

Bài 7: Gieo thử 400 hạt giống thì thấy có 20 hạt không nảy mầm. Tỷ lệ hạt giống không nảy mầm tối đa là bao nhiêu. Yêu cầu kết luận với độ tin cậy là 95%.

Bài 8. Kiểm tra ngẫu nhiên 400 sản phẩm do một nhà máy sản xuất thấy có 160 sản phẩm loại 1. Hãy ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại 1 tối đa của nhà máy với xác suất tin cậy 0,95.

Bài 9: Tỷ lệ nảy mầm của một loại hạt giống là 90%. Cần ước lượng tỷ lệ nảy mầm của loại hạt giống đó với độ tin cậy là 0,95 và độ dài khoảng tin cậy không quá 0,02 thì phải gieo bao nhiêu hạt?

Bài 10: Kiểm tra ngẫu nhiên 16 viên thuốc từ một lô thuốc mới nhập về tìm được độ phân tán của thành phần chính trong mỗi viên thuốc là $\bar{s}^2 = 0{,}0775\ gr^2$. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng độ phân tán của thành phần chính trong mỗi viên thuốc của cả lô thuốc đó. Biết trọng lượng thành phần chính trong mỗi viên thuốc phân phối chuẩn.

Bài 11: Để nghiên cứu sự biến động của lượng sữa của mỗi con bò trong chu kỳ vắt sữa người ta lấy ngẫu nhiên 15 con bò và thu được các số liệu sau (đơn vị: lít)

12928	13812	11036
12120	14358	9248
14972	8989	9980
14004	10620	11990
14788	14744	14786

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng mức độ biến động của lượng sữa bò của mỗi con trong chu kỳ vắt sữa. Biết lượng sữa của bò là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 12: Để nghiên cứu độ ổn định của một máy gia công, người ta lấy ngẫu nhiên 25 chi tiết do máy đó gia công, đem đo và thu được các kích thước sau:

24,1	27,2	26,7	23,6	26,4
25,8	27,3	23,2	26,9	27,1
22,7	26,9	24,8	24,0	23,4
24,5	26,1	25,9	25,4	22,9
26,4	25,4	23,3	23,0	24,3

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng độ phân tán của kích thước các chi tiết do máy đó gia công. Biết kích thước chi tiết được gia công là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 13: Để kiểm tra chất lượng của 1 lô lớn các màn hình máy tính xuất khẩu người ta đã lấy ngẫu nhiên 100 màn hình để kiểm tra chất lượng và thấy có 4 màn hình có khuyết tật.

a. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng tỷ lệ màn hình có khuyết tật của lô hàng đó.

b. Cũng với độ tin cậy trên hãy ước lượng số màn hình có khuyết tật tối đa nếu lô hàng đó có 10000 màn hình.

Bài 14: Một doanh nghiệp có dự định đưa 1 sản phẩm mới vào một thị trường có 1.500.000 người tiêu dùng. Nghiên cứu thị trường đối với 2500 khách hàng tiềm năng thấy 800 người sẵn sàng mua sản phẩm đó. Với độ tin cậy 95%:

a) Hãy ước lượng thị phần tiềm năng của doanh nghiệp.

b) Số lượng khách hàng tiềm năng mà doanh nghiệp hy vọng sẽ có được ở thị trường mới là bao nhiêu.

Bài tập kiểm tham số

Bài 1: Thông qua một mẫu gồm 100 gia đình người ta thu được kết quả là chi tiêu trung bình hàng tháng của các gia đình đó là 2,455 triệu đồng với độ lệch chuẩn là 0,3 triệu. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng chi tiêu trung bình hàng tháng của các gia đình ít hơn 2,5 triệu hay không. Giả thiết mức chi tiêu phân phối chuẩn.

Bài 2: Trọng lượng sản phẩm (X) do nhà máy sản xuất ra là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn $\sigma_x = 2$ kg và trọng lượng trung bình là 20kg. Nghi ngờ máy hoạt động không bình thường làm thay đổi trọng lượng trung bình của sản phẩm người ta cân thử 100 sản phẩm và thu được kết quả sau:

Trọng lượng sản phẩm	19	20	21	22	23
Số sản phẩm tương ứng	10	60	20	5	5

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ hãy kết luận về điều nghi ngờ nói trên.

Bài 3: Trong điều kiện chăn nuôi bình thường, lượng sữa trung bình của một con bò là 14 kg một ngày. Nghi ngờ điều kiện chăn nuôi bò kém đi làm cho lượng sữa giảm xuống. Người ta điều tra ngẫu nhiên 25 con bò và tính được lượng sữa trung bình của một con trong một ngày là 12,5 kg và độ lệch chuẩn mẫu s = 2,5 kg. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ hãy kết luận về điều nghi ngờ nói trên.

Giả thiết lượng sữa bò là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 4: Năng suất trung bình của một giống lúa là 47 tạ/ha. Sau thời gian dài canh tác, người ta nghi ngờ giống lúa đó bị thoái hóa, năng suất giảm. Dựa vào mẫu kích thước bằng 25 tìm được năng suất trung bình từ mẫu là 45,5 tạ/ha và độ lệch chuẩn mẫu là 4 tạ/ha. Hãy kết luận về điều nghi ngờ nói trên với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$. Cho biết năng suất của giống lúa đó là biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật chuẩn.

Bài 5: Người ta đã thực hiện một cải tiến kĩ thuật trong bộ chế hòa khí của ôtô với hy vọng sẽ tiết kiệm được xăng hơn. Dùng thử 12 lần thu được kết quả sau về số km chạy được cho 1 lít xăng.

20,6	20,5	20,8
20,8	20,7	20,6
21,0	20,6	20,5
20,4	20,3	20,7

Nếu trước khi cải tiến một lít xăng trung bình chạy được 20,2 km thì có thể kết luận rằng cải tiến trên đã mang lại hiệu quả đáng kể hay không. Hãy kết luận với mức ý nghĩa 0,05 Giả thiết số km chạy được cho 1 lít xăng phân phối chuẩn.

Bài 6: Năm trước tiền lương trung bình của các cử nhân quản trị kinh doanh làm việc trong các công ty liên doanh với nước ngoài là 210 USD một tháng. Năm nay điều tra lương tháng của 25 cử nhân kinh tế đang làm việc cho các công ty đó tìm được $\bar{x} = 218$ USD; $\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 2400$. Nếu giả thiết tiền lương là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn, với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định ý kiến cho rằng các nhân viên đó đã được hưởng mức tiền lương cao hơn năm trước.

Bài 7: Hai lớp sinh viên cùng học môn thống kê và kết quả thi hết môn như sau:

Lớp A	Lớp B
$n_1 = 64$	$n_2 = 68$
$\bar{x}_1 = 73,2$	$\bar{x}_2 = 76,6$
$\hat{s}_1 = 10,9$	$\hat{s}_2 = 11,2.$

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng kết quả thi trung bình của lớp B cao hơn lớp A được không.

Bài 8: Để so sánh trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh ở thành thị và nông thôn người ta cân thử trọng lượng của 10.000 cháu và thu được kết quả như sau:

Vùng	Số cháu Được cân	Trọng lượng trung bình	Độ lệch chuẩn
Nông thôn	8.000	3,0 (kg)	0,9 (kg)
Thành Thị	2.000	3,2 (kg)	0,4 (kg)

Với mức ý nghĩa α = 0,05, có thể coi trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh ở thành phố cao hơn ở nông thôn hay không? Giả thiết trọng lượng trẻ sơ sinh là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 9: Trồng cùng một giống lúa trên hai thửa ruộng như nhau và bón hai lọa phân khác nhau. Đến ngày thu hoạch ta có kết quả như sau:
Thửa thứ nhất lấy mẫu 1000 bông lúa thấy số hạt trung bình là $\bar{x}_1 = 70$ hạt và độ lệch chuẩn mẫu $\hat{s}_1 = 10$. Thửa thứ hai lấy mẫu 500 bông thấy số hạt trung bình mỗi bông là $\bar{x}_2 = 72$ hạt và $\hat{s}_2 = 20$.
Hỏi sự khác nhau giữa $\bar{x}_1$ và $\bar{x}_2$ là ngẫu nhiên hay bản chất. Hãy kết luận với mức ý nghĩa α = 0,05.

Bài 10: Nếu áp dụng biện pháp kĩ thuật thứ nhất thì điều tra ngẫu nhiên $n_1 = 100$ thửa ruộng trồng giống lúa A thu được năng suất $\bar{x}_1 = 100$ tạ/ha. Và $\hat{s}_1 = 10$ tạ/ha.
Còn nếu áp dụng biện pháp kĩ thuật thứ hai thì điều tra ngẫu nhiên $n_2 = 50$ thửa, thu được năng suất trung bình $\bar{x}_2 = 95$ tạ/ha, và $\hat{s}_2 = 9$ tạ/ha.
Hãy kết luận với mức ý nghĩa α = 0,05 xem nếu áp dụng biện pháp kĩ thuật thứ nhất thì năng suất giống lúa A cao hơn thực sự so với kết quả áp dụng biện pháp kĩ thuật hai không? Giả thiết năng suất lúa tuân theo quy luật chuẩn.

Bài 11: Tỷ lệ phế phẩm do một máy tự động sản xuất là 5%. Kiểm tra ngẫu nhiên 300 sản phẩm thấy có 24 sản phẩm là phế phẩm. Từ đó có ý kiến cho rằng tỷ lệ phế phẩm do máy đó sản xuất có chiều hướng tăng lên. Hãy kết luận ý kiến nêu trên với mức ý nghĩa α = 0,05.

Bài 12: Nếu áp dụng phương pháp công nghệ thứ nhất thì tỷ lệ phế phẩm là 6%; còn nếu áp dụng phương pháp công nghệ thứ hai thì trong 100 sản phẩm có 5 phế phẩm. Vậy có thể kết luận áp dụng phương pháp công nghệ thứ hai thì tỷ lệ phế phẩm thấp hơn tỷ lệ phế phẩm của phương pháp công nghệ thứ nhất không? Yêu cầu kết luận với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$.

Bài 13: Tỷ lệ bệnh nhân khỏi bệnh T khi điều trị bằng thuốc A là 85%. Thí nghiệm dùng loại thuốc B để chữa bệnh thì trong số 900 người mắc bệnh T có 810 người được chữa khỏi. Như vậy có thể kết luận thuốc B hiệu quả hơn thuốc A hay không?

Bài 14: Tại hai xí nghiệp A và B có số liệu sau về nhân công. Xí nghiệp A có 200 nhân công thì năm 1997 có 30 người xin chuyển đi chỗ khác. Xí nghiệp B có 350 nhân công thì năm 1997 có 65 người thôi việc. Vậy với mức ý nghĩa 0.05 có thể cho rằng tỷ lệ công nhân thôi việc ở xí nghiệp A thấp hơn xí nghiệp B hay không?

Bài 15: Từ dây truyền thứ nhất khi kiểm tra 100 chi tiết người ta loại đi 30 chi tiết, từ dây chuyền thứ 2 khi kiểm tra 150 chi tiết người ta loại đi 40 chi tiết. Vậy nếu cho rằng chất lượng sản phẩm của hai dây chuyền là như nhau thì P-Value bằng bao nhiêu?

Bài 16: Vào lúc 9 giờ lấy ngẫu nhiên 50 chi tiết do một máy sản xuất thì có 5 chi tiết hỏng. Và lúc 12 giờ lấy ngẫu nhiên 40 chi tiết cũng do máy đó sản xuất thì có 7 chi tiết hỏng. Vậy với mức ý nghĩa 0,01 có thể cho rằng tỷ lệ chi tiết hỏng đã thực sự tăng lên theo thời gian sản xuất hay không.

Bài 17: Hiện tượng học sinh bỏ học là vấn đề đang được đặc biệt quan tâm, nhất là ở nông thôn. Tại hai trường trung học ở hai vùng nông thôn A và B trong năm học 1996 – 1997 có các số liệu thống kê sau:

Trường	Số học sinh	Số học sinh bỏ học
A	1900	175
B	2600	325

a. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng tình trạng bỏ học ở trường B là nghiêm trọng hơn ở trường A hay không.
b. Tìm xác suất mắc sai lầm lại 2 nếu tỷ lệ học sinh bỏ học ở hai trường thật sự chênh lệch nhau là 2%.

Bài 18: Kiểm tra chất lượng sản phẩm ở hai xí nghiệp cùng loại ta có kết quả sau:

Xí nghiệp	Số sản phẩm được kiểm tra	Số phế phẩm
I	1800	54
II	1200	30

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ có thể coi tỷ lệ phế phẩm ở hai xí nghiệp như nhau hay không?

Bài 19: Một nhà sản xuất bóng đèn tuýp cho rằng chất lượng bóng đèn sẽ được coi là đồng đều nếu tuổi thọ các bóng đèn có độ lệch chuẩn bằng 1000 giờ hoặc ít hơn. Lấy ngẫu nhiên 10 bóng để kiểm tra thì tìm được độ lệch chuẩn của mẫu s=1150. Vậy với mức ý nghĩa 0,05 có thể coi chất lượng bóng đèn do công ty đó sản xuất là đồng đều hay không? Biết tuổi thọ bóng đèn phân phối chuẩn.

Bài 20: Kiểm tra ngẫu nhiên 16 viên thuốc từ một lô thuốc mới nhập về tìm được độ phân tán của thành phần chính trong mỗi viên thuốc là $s^2 = 0,0775$ gr^2. Giả sử độ phân tán của thành phần chính trong mỗi viên thuốc theo quy định không được vượt quá 0,05 thì với mức ý nghĩa 0,01 có thể chấp nhận lô thuốc mới nhập về hay không?

Biết trọng lượng thành phần chính trong mỗi viên thuốc phân phối chuẩn.

Bài 21: Nếu máy móc hoạt động bình thường thì trọng lượng sản phẩm tuân theo quy luật chuẩn với độ lệch chuẩn 1 kg. Có thể coi máy móc hoạt động tốt hay không nếu cân thử 30 sản phẩm ta thấy độ lệch chuẩn mẫu tăng lên tới 1,1 (kg). Yêu cầu kết luận với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$.

Kiểm định 2 phương sai

Bài 22: Hai máy cùng gia công 1 loại chi tiết. Người ta muốn kiểm tra xem hai máy này có độ chính xác như nhau hay không. Để làm điều đó người ta lấy ngẫu nhiên 7 chi tiết từ mỗi máy, đem đo và thu được kết quả sau:

Máy A: 135 138 136 140 138 135 139

Máy B: 140 135 140 138 135 138 140

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng 2 máy có độ chính xác như nhau hay không. Biết kích thước chi tiết phân phối chuẩn.

Bài 23: Để so sánh độ phân tán về trọng lượng đóng gói của 2 máy đóng bao người ta lấy từ 2 máy đó 2 mẫu và thu được kết quả sau:

Máy A	Máy B
$n_1 = 12$	$n_2 = 15$
$\bar{x}_1 = 1,5$	$\bar{x}_2 = 2,0$
$\sum_{i=1}^{12} X_{i1}^2 = 49$	$\sum_{i=1}^{15} X_{i2}^2 = 158$

Với mức ý nghĩa 0,05, kiểm định xem độ phân tán về trọng lượng đóng bao của 2 máy có như nhau hay không. Biết trọng lượng đóng bao là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 24: Một số nhà kinh tế cho rằng độ phân tán thị phần trong các công ty hoạt động có cạnh tranh về giá cả cao hơn trong các công ty độc quyền. Để kết luận về điều đó người ta điều tra thị phần của một công ty có cạnh tranh về giá cả trong 4 năm và tìm ra được phương sai mẫu là 85,576. Đồng thời điều tra thị phần của một công ty độc quyền trong 7 năm tìm được phương sai mẫu là 13,78. Với mức ý nghĩa 0,05 hãy kết luận về ý kiến trên. Giả thiết thị phần của các công ty là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Bài 25: Độ rủi ro trong đầu tư thường được đo bằng phương sai của tỉ lệ thu hồi vốn. Để quyết định xem nên đầu tư vào ngành nào một người đã thu thập số liệu về hai ngành kinh tế và thu được kết quả sau

Ngành A	Ngành B
Số dự án điều tra:10	Số dự án điều tra:15
Tốc độ hoàn vốn trung bình:10,48	Tốc độ hoàn vốn trung bình:11
Phương sai:1,44	Phương sai:16

Vậy với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng rủi ro đầu tư ở ngành B cao hơn ngành A hay không. Giả thiết tỉ lệ thu hồi vốn là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1: Đo chiều cao của 100 thanh niên từ 18 tuổi đến 22 tuổi ở tỉnh A, ta thu được bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Số TN	10	14	26	28	12	8	2

a) Hãy xác định chiều cao trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu nói trên.
b) Tìm tỷ lệ các thanh niên trong mẫu có chiều cao không vượt quá 170 cm.
c) Chỉ tiêu chung về chiều cao trung bình của thanh niên độ tuổi 18-22 là 160 cm (nam là 165 cm, nữ là 155 cm). Hãy tìm tỷ lệ mẫu đạt chỉ tiêu đề ra?

Bài 2: Chứng minh rằng:
a) Trung bình mẫu $\overline{X}$ là ước lượng không chệch, hiệu quả nhất của kỳ vọng toán μ của biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.
b) Tần suất mẫu f là ước lượng không chệch, hiệu quả nhất của xác suất p của biến ngẫu nhiên phân phối A(p).
c) Tính E(MS). Độ lệch bình phương trung bình MS có phải là ước lượng không chệch của phương sai σ^2 không?
d) S^2, S^{*2} là ước lượng không chệch của σ^2.

Bài 3: Để tìm hiểu tình hình tiêu thụ hiện nay của một loại sản phẩm trong một tuần tại các đại lý ở tỉnh A, người ta thu thập ngẫu nhiên doanh thu bán hàng ở 101 đại lý và có kết quả:

Doanh thu (triệu đồng)	25	26	27	28	29	30
Số đại lý	10	18	30	22	15	6

Giả sử toàn tỉnh A có 10000 đại lý và doanh thu bán hàng của đại lý là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.
1) Biết rằng doanh thu bán hàng trung bình trước đây là 25,5 triệu đồng. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết về hiệu quả của bán hàng ở tỉnh A hiện nay so với trước đây.
2) Thống kê doanh thu của 101 đại lý được chọn ngẫu nhiên ở tỉnh B, người ta tính được $\sum_{i=1}^{101} x_{Bi} = 2525; \sum_{i=1}^{101} x_{Bi}^2 = 63425$. Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng:
i- doanh thu trung bình của các đại lý kinh doanh ở hai tỉnh đều như nhau không.
ii- doanh thu của các đại lý ở tỉnh A ổn định hơn ở tỉnh B không.
3) Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng:
   i- tối đa có bao nhiêu đại lý ở Tỉnh A có doanh thu/tuần vượt 28 triệu đồng.
   ii- doanh thu trung bình của toàn tỉnh A về sản phẩm đã cho trong tuần.
   iii- độ phân tán của doanh thu hiện nay của các đại lý tại vùng A.
4) Nếu muốn ước lượng doanh thu trung bình của mỗi đại lý vùng A đạt độ tin cậy 95% và độ chính xác 0,1 thì phải khảo sát thêm ít nhất bao nhiêu đại lý nữa?
5) Nếu sử dụng mẫu đã điều tra để ước lượng doanh thu trung bình của mỗi đại lý vùng A đạt độ tin cậy 90% thì đạt độ chính xác là bao nhiêu?

6) Nếu trước đây tỷ lệ các đại lý ở tỉnh A có doanh thu/tuần vượt 28 triệu là 20% thì với mức ý nghĩa 5% có thể kết luận hiện nay tỷ lệ này đã tăng lên hay không?

7) Trong 101 đại lý kinh doanh ở tỉnh B được chọn trên, người ta thấy có 25 đại lý có doanh thu/tuần vượt 28 triệu. Với mức ý nghĩa 5%, có thể kết luận tỷ lệ các đại lý thuộc loại này ở hai tỉnh thật sự khác nhau không?

8) Nếu doanh thu của các đại lý tỉnh B có độ phân tán là 1,5 triệu/tuần thì với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng doanh thu của các đại lý ở tỉnh B ổn định hơn ở tỉnh A không?

9) Với mức ý nghĩa 5%, bạn có cho rằng tỷ lệ các đại lý ở tỉnh A doanh thu/tuần không vượt quá 28 triệu/tuần nhiều hơn tỷ lệ các đại lý ở tỉnh A doanh thu/tuần vượt quá 28 triệu/tuần.

Bài 4: Điều tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm của một lô hàng thì thấy có 90 chính phẩm. Một lô hàng đủ điều kiện xuất khẩu nếu có tỷ lệ chính phẩm đạt từ 95% trở lên.

a) Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết lô hàng có xuất khẩu được không?

b) Nếu khẳng định tỷ lệ chính phẩm của lô hàng là 95%, với xác suất 0,9 cho biết khi kiểm tra một mẫu 169 sản phẩm thì có ít nhất bao nhiêu phế phẩm.

Bài 5: Một lô hàng đủ điều kiện xuất khẩu nếu tỷ lệ phế phẩm không vượt quá 5%. Vậy nếu kiểm tra 100 sản phẩm thì với tỷ lệ phế phẩm thực tế kiểm tra tối đa là bao nhiêu thì có thể cho phép xuất khẩu lô hàng mà khả năng không mắc sai lầm là 95%.

Bài 6: Chiều cao thanh niên vùng M là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với μ=165 cm, $\sigma^2=10^2$ cm^2. Người ta đo ngẫu nhiên chiều cao của 100 thanh niên vùng đó.

a) Xác suất để chiều cao trung bình của 100 thanh niên đó sẽ sai lệch so với chiều cao trung bình của thanh niên vùng M không vượt quá 2 cm là bao nhiêu?

b) Khả năng chiều cao trung bình của số thanh niên trên vượt quá 168 cm là bao nhiêu?

c) Nếu muốn chiều cao trung bình đo được sai lệch so với chiều cao trung bình của tổng thể (của tất cả các thanh niên vùng M) không vượt quá 1 cm với xác suất 0,99 thì phải tiến hành đo chiều cao của bao nhiêu thanh niên.

d) với kích thước mẫu là 100 thì độ lệch tiêu chuẩn mẫu sẽ lớn hơn giá trị thật của nó ít nhất bao nhiêu lần với xác suất 0,05.

Bài 7: Năng suất của hai giống lúa X, Y là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn, độc lập với $\mu_X = 70$ tạ/ha, $\mu_Y = 60$ tạ/ha; $\sigma_X^2 = 100$, $\sigma_Y^2 = 64$. Gặt thử mỗi giống lúa 25 thửa. Tìm xá suất năng suất trung bình mẫu khi gặt thử của giống lúa X lớn hơn năng suất trung bình mẫ khi gặt thử của giống lúa Y ít nhất 5 tạ/ha.

Bài 8: Điều tra ngẫu nhiên 200 sinh viên của một trường đại học thấy có 110 sinh viên nữ 90 nam. Trong số sinh viên nữ, có 20 người đi làm thêm ngoài giờ học, trong số sinh v nam có 19 người đi làm thêm ngoài giờ học. Với mức ý nghĩa 5% hãy cho kết luận về đ nghi ngờ sau:

a) Tỷ lệ giới trong sinh viên của trường đại học này là như nhau.

b) Tỷ lệ sinh viên nam đi làm ngoài giờ lớn hơn tỷ lệ nữ đi làm ngoài giờ.

Bài 9: Để ước lượng số tờ bạc giả của một loại giấy bạc, người ta đánh dấu 200 tờ bạc giả loại giấy bạc này rồi tung vào lưu thông. Sau một thời gian ngắn kiểm tra 600 tờ bạc giả loại này có 15 tờ được đánh dấu. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng số tờ bạc giả loại này.

Bài 10: Một trạm tiêm phòng A của một Tỉnh đã tiêm phòng viêm gan B cho 6000 người của Tỉnh đó. Kiểm tra ngẫu nhiên 2000 dân của tỉnh đó thấy có 600 người đã tiêm phòng trong đó có 400 người tiêm phòng ở trạm A.
a) Ước lượng tối đa số người trong Tỉnh đã được tiêm phòng với độ tin cậy 0,95.
b) Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng 35% số người của Tỉnh đã được tiêm phòng.

Bài 11: Một trường muốn kiểm tra tỷ lệ sinh viên tốt nghiệp ra trường công tác có đúng chuyên ngành hay không. Phòng đào tạo trường đó cho điều tra 100 sinh viên đã tốt nghiệp có 40 sinh viên công tác đúng chuyên ngành. Với độ tin cậy 95% để đảm bảo sai số không vượt quá 0,05 thì cần phải kiểm tra thêm bao nhiêu sinh viên nữa?

Bài 12: Năng suất một giống lúa tại vùng A là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Gặt ngẫu nhiên 81 ha lúa tại vùng A thu được các số liệu:

Năng suất (tạ/ha)	25	26	27	28	29	30	31	32
Số ha	4	8	15	19	16	12	5	2

a) Hãy ước lượng năng suất lúa trung bình tối thiểu tại vùng A với độ tin cậy 95%.
b) Hãy ước lượng tỷ lệ tối đa ha có năng suất tối thiểu 29 tạ/ha với độ tin cậy 98%.
c) Gặt ngẫu nhiên 61 ha lúa tại vùng B, tính được năng suất trung bình $\overline{x}_B = 28,5$ (tạ/ha) và $\sum_{i=1}^{61}(x_{iB} - 28,5)^2 = 230$. Với mức ý nghĩa 10% có thể cho rằng năng suất lúa tại hai vùng A, B ổn định như nhau không? Biết rằng năng suất lúa vùng B là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Bài 13: Trên một địa bàn các hộ chỉ dùng gas của hai cửa hàng A và B. Điều tra ngẫu nhiên 100 hộ thấy có 60 hộ dùng gas, trong đó 36 hộ dùng gas của cửa hàng A, số còn lại dùng gas của cửa hàng B.
a) Với mức ý nghĩa 5% có thể kết luận cửa hàng A thu hút khách trên địa bàn hơn cửa hàng B được không?
b) Khu dân cư này có 5000 hộ, hỏi với độ tin cậy 95% còn tối thiểu bao nhiêu hộ chưa dùng gas?

Bài 14 Điều tra mức tiêu hao nhiên liệu của một loại xe ôtô cho kết quả như sau:

Lượng tiêu hao (l/100 km)	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
Số chuyến xe	14	20	36	22	8

a) Hãy ước lượng mức tiêu hao nhiên liệu trung bình của loại xe với độ tin cậy 95%.
b) Nếu xe có mức tiêu hao nhiên liệu trên 5,5 lít/100km thì c
đưa kiểm tra kỹ thuật. Hãy ước lượng tỷ lệ xe cần đưa kiểm tra
thuật tối thiểu với độ tin cậy 96%