

BÀI TẬP XÁC SUẤT 1 (tháng 3/2015)

BT có lời giải

BT 1 . Ba vận động viên (vđv) a,b,c mỗi người bắn một viên đạn vào mục tiêu. Ký hiệu :

A là biến cố vđv a bắn trúng tâm(vòng 10),

B là biến cố vđv b bắn trúng tâm,

C là biến cố vđv c bắn trúng tâm,

a) Hãy mô tả bằng lời các biến cố sau: ABC ; $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$; $A \cup B \cup C$

b) Sử dụng các biến cố A,B,C để biểu diễn các biến cố sau:

D: có ít nhất 2 vđv bắn trúng tâm

E: nhiều nhất một vđv bắn trúng tâm

F: chỉ có một vđv bắn trúng tâm

G: chỉ có vđv b bắn trúng tâm

H: Cả ba đều không bắn trúng tâm

I: Không phải cả ba đều bắn trúng tâm

BT 2 . Gieo 1 đồng xu cân đối đồng chất lần lượt 4 lần liên tiếp.

a. Biểu diễn Ω .

b. Liệt kê các biến cố có đúng k lần xuất hiện mặt S. với $k = 0, 1, \dots, 4$

Lời giải BT2.

a) $\Omega = (SSSS, SSSN, SSNS, SNSS, NSSS, SSNN, SNSN, SNNS, NSSN, NSNS, NNSS, SNNN, NSNN, NNSN, NNNS, NNN)$

b) $k = 0 : \{NNNN\}$

$k = 1 : \{SNNN, NSNN, NNSN, NNNS\}$

$k = 2 : \{SSNN, SNSN, SNNS, NSSN, NSNS, NNSS\}$

$k = 3 : \{SSSN, SSNS, SNSS, NSSS\}$

$k = 4 : \{SSSS\}$

BT 3 . Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối đồng chất, phân biệt được.

a. Biểu diễn không gian các biến cố sơ cấp

b. Tính xác suất để tổng số nốt xuất hiện trên hai con là 9

c. Gọi X là tổng số nốt xuất hiện trên hai con xúc sắc. Ký hiệu $(X = k)$ là biến cố tổng số nốt xh trên hai con bằng k. Tìm biến cố $(X = k)$ có xác suất lớn nhất.

- d. Gọi Y là sai khác số nốt xuất hiện trên hai con xúc xắc. Ký hiệu ($Y = k$) là biến cố sai khác số nốt xuất hiện trên hai con bằng k. Tìm k mà biến cố ($Y = k$) có xác suất lớn nhất.

Lời giải BT 3.

- a) $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (2,6), \dots, (6,1), (6,2), \dots, (6,6)\}$
 b) Ký hiệu X là tổng số nốt xuất hiện trên 2 con xúc xắc. Xác suất của biến cố tổng số nốt xuất hiện bằng 9 là: $P(X=9) = P\{(6,3), (5,4), (4,5), (3,6)\} = 4/36$.
 c)

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Xác suất $P(X = 7) = 6/36 = 1/6$ là lớn nhất

- d) $k = 1$, với $P(Y=1) = 10/36$

BT 4. Gieo một đồng xu và một con xúc xắc, hãy biểu diễn không gian các biến cố sơ cấp.

Lời giải BT4.

$$\Omega = \{(S, 1), (S, 2), \dots, (S, 6), (N, 1), (N, 2), \dots, (N, 6)\}$$

BT 5. Gieo một đồng xu nếu xuất hiện mặt sấp thì gieo tiếp một con xúc xắc 1 lần, nếu xuất hiện mặt ngửa thì gieo tiếp 1 con xúc xắc 2 lần. Biểu diễn không gian mẫu.

Lời giải BT 5.

$$\Omega = \left\{ (S, 1), \dots, (S, 6), (N, 1, 1), \dots, (N, 1, 6), (N, 2, 1), \dots, (N, 2, 6), \dots, (N, 6, 1), \dots, (N, 6, 6) \right\}$$

XÁC SUẤT CỖ ĐIỀN

BT 6. Một cái hộp chứa 6 hòn bi trắng, 4 bi đỏ 2 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 6 bi. Tìm XS để chọn được 3 bi trắng, 2 đỏ và 1 xanh.

Lời giải BT 6.

Số kết cục của phép thử bằng tổ hợp chập 6 của 12 phần tử. Số kết cục thuận lợi cho

Biến cố cần tìm bằng tích của số cách chọn 3 bi trắng với số cách chọn 2 bi đỏ và số cách chọn 1 Bi xanh:

$$\frac{C_6^3 C_4^2 C_2^1}{C_{12}^6}$$

BT 7. Một bài thi trắc nghiệm gồm 12 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 5 câu đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Giả sử mỗi đáp án đúng được 4 điểm, và mỗi đáp án sai bị trừ 1 điểm. Một học sinh kém làm bài bằng cách chọn hù họa một trong 5 đáp án cho mỗi câu hỏi. Tính xác suất để:

- Anh ta được 13 điểm
- Anh ta bị điểm âm.

Lời giải BT 7.

- Giả sử thí sinh trả lời được x câu đúng khi đó để đạt 13 điểm thì x thỏa mãn phương trình:

$$4x - (12 - x) = 13 \text{ suy ra } x = 5. \text{ Xác suất cần tìm là } C_{12}^5 \left(\frac{1}{5}\right)^5 \left(\frac{4}{5}\right)^7$$

- Thí sinh đạt điểm âm khi x thỏa mãn bất phương trình :

$$4x - (12 - x) < 0, \text{ suy ra } 5x < 12 \text{ hay } x < \frac{12}{5} = 2,4 \text{ như vậy } x \text{ có thể nhận các giá trị : } 0, 1, 2. \text{ Xác suất để thí sinh đạt điểm âm là :}$$

$$C_{12}^0 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{12} + C_{12}^1 \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^{11} + C_{12}^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^{10}$$

BT 8. Một đoàn tàu có 4 toa đỗ ở một sân ga. Có 6 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người chọn ngẫu nhiên một toa độc lập với những người khác. Tính xác suất để một toa có 5 người, 1 toa có 1 người, và hai toa còn lại không có ai trong số họ, giả thiết toa nào cũng còn ít nhất 6 chỗ

Lời giải BT 8. Gọi A là biến cố ta cần tính xác suất.

$$\text{Xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{k}{n} = \frac{C_4^2 \times 6 \times 2}{4^6}$$

$$\text{Số kết cục có thể của phép thử là } n = 4^6$$

Vì Có tất cả $n = 4^6$ cách để 6 người lên 4 toa tàu một cách độc lập với nhau.

Ta tìm k là số các kết cục thuận lợi cho biến cố A : như sau : Có C_4^2 cách chọn ra 2 toa không có người lên. Với mỗi cách chọn ra 2 toa như vậy, có 6 cách chọn ra 1 người từ 6 người để xếp vào toa đầu trước trong 2 toa có người lên, 5 người còn lại hiển nhiên lên toa còn lại. và đảo lại 1 người vào toa đầu sau trong 2 toa có người lên còn 5 người vào toa đầu trước

BT 9. Có 8 đôi giày cỡ 39, và 6 đôi cỡ 40 để lẫn lộn trong một cái hộp. Chọn ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để được

- 2 đôi giày cỡ 39 (gọi là biến cố A)
- 1 đôi cỡ 39 và 1 đôi cỡ 40 (gọi là biến cố B)

Lời giải BT 9.

$$\begin{aligned} \text{a. } P(A) &= 2 \times \frac{C_8^2 \cdot C_8^2}{C_{28}^4} \\ \text{b. } P(B) &= \frac{C_8^1 \times C_8^1 \times C_6^1 \times C_6^1}{C_{28}^4} \end{aligned}$$

BT 10. Một nhóm sinh viên gồm k người

- Tính xác suất để k người ($2 \leq k \leq 12$) sinh vào các tháng khác nhau;
- Cần tối thiểu bao nhiêu người để xác suất trong đó có ít nhất 2 người sinh cùng tháng lớn hơn 0,6?

CÔNG THỨC CỘNG,

BT 11. Một đoàn tàu có 3 toa đỗ ở một sân ga, mỗi toa còn ít nhất 5 chỗ trống. Có 5 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người lên ngẫu nhiên một toa, độc lập với những người khác. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 người trong số họ.

BT 12. Hai khẩu pháo cùng bắn vào mục tiêu một cách độc lập nhau. Xác suất trúng đích của khẩu A là 0,8 của khẩu B là 0,7. Tìm xác suất xảy ra các tình huống sau:

- Ít nhất có một khẩu bắn trúng khi mỗi khẩu bắn một phát
- Khẩu A bắn trúng mục tiêu ngay trong 3 phát đầu.
- Khẩu B bắn trúng ngay từ phát thứ 3.
- Hai khẩu cùng bắn trúng khi mỗi khẩu bắn 1 phát.
- Hai khẩu cùng bắn trượt khi mỗi khẩu bắn 1 phát.

(ĐHH25)

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BT 13. Một chiếc ô tô phải chạy qua 3 ngã tư có đèn giao thông. Biết xác suất để xe gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ nhất là 0,05, và nếu gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ nhất thì xác suất để xe gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ 2 là 0,55; ngoài ra xác suất để gặp đồng thời cả 3 đèn đỏ là 0,02.

- Tính xác suất để gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ 3 nếu đã gặp đèn đỏ ở cả 2 ngã tư trước (biến cố A)
- Tính xác suất để xe gặp ít nhất 1 đèn không phải là đèn đỏ (biến cố B)
- Nếu biết thêm rằng xác suất gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ 1 và thứ 3 là 0,04; ở ngã tư thứ 2 và thứ 3 là 0,02. Tính xác suất để xe gặp ít nhất 2 đèn đỏ (biến cố C).

Lời giải BT13: Ký hiệu D_1, D_2, D_3 là biến cố xe gặp đèn đỏ ở ngã tư thứ 1, thứ 2 và thứ 3.

$$\text{a) } P(D_3/D_1D_2) = \frac{P(D_1D_2D_3)}{P(D_1D_2)} = \frac{0,02}{P(D_1)P(D_2)} = \frac{0,02}{0,05 \times 0,55} = 0,7272$$

$$\text{b) } P(B) = 1 - P(D_1D_2D_3) = 1 - 0,02 = 0,98$$

$$\begin{aligned}
c) \quad P(C) &= P(D_1 D_2 \bar{D}_3) + P(D_1 \bar{D}_2 D_3) + P(\bar{D}_1 D_2 D_3) + P(D_1 D_2 D_3) \\
P(D_1 D_2 \bar{D}_3) &= P(D_1 D_2) - P(D_1 D_2 D_3) = 0,0275 - 0,02 = 0,0075 \\
P(D_1 \bar{D}_2 D_3) &= P(D_1 D_3) - P(D_1 D_2 D_3) = 0,04 - 0,02 = 0,02 \\
P(\bar{D}_1 D_2 D_3) &= P(D_2 D_3) - P(D_1 D_2 D_3) = 0,02 - 0,02 = 0
\end{aligned}$$

Vậy $P(C) = 0,0075 + 0,02 + 0,02 = 0,0475$

BT 14. Gieo ba con xúc xắc cđđc một cách độc lập. Tính xác suất để:

- Tổng số nốt xuất hiện là 8 biết rằng ít nhất có một con ra nốt 1
- Có ít nhất một con ra lục nếu biết rằng số nốt trên 3 con là khác nhau

BT 15. Một hộp có 5 thẻ cào trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Khách hàng thứ nhất rút ngẫu nhiên 1 thẻ tiếp theo khách hàng thứ hai rút ngẫu nhiên một thẻ.

- Tính xác suất để khách hàng thứ hai trúng thưởng
- Tính xác suất để khách hàng thứ hai trúng thưởng biết rằng người thứ nhất đã trúng thưởng.

CÔNG THỨC NHÂN

BT16. Một thí nghiệm có xác suất thành công là 0,3. Một nghiên cứu sinh được làm thí nghiệm cho đến khi có thành công đầu tiên thì thôi ngừng. Các lần thử là độc lập với nhau. Tìm xác suất để phải làm đến thí nghiệm thứ tư thì ngừng.

BT 17. Một thủ kho mới nhận được một hộp có 9 chìa khóa cùng loại giống nhau, trong đó có 2 chìa mở được cửa kho 1. Người đó chọn ngẫu nhiên từng chìa thử mở kho 1, không mở được thì bỏ ra ngoài hộp rồi lấy tiếp chìa khác để thử. (Cách lấy chìa thế này gọi là “lấy mẫu không hoàn lại”- các lần thử không độc lập)

- Tính xác suất để lần đầu tiên người đó mở được cửa kho 1 là ở lần thử thứ 4
- Hãy thay đổi điều kiện của bài toán để có lời giải có cùng công thức như ở bài tập 23

BT 18. Một nhóm sinh viên tình nguyện 10 người cần có một nhóm trưởng, một phó. Cả nhóm quyết định chọn theo cách sau. Họ làm 10 cái thẻ trong đó có 2 cái trúng cử. Mọi người lần lượt rút ngẫu nhiên mỗi người một thẻ, rút ra xem ngay, người rút được thẻ trúng cử đầu tiên là nhóm trưởng, người rút được vé trúng cử thứ hai là nhóm phó. Tìm xác suất để người rút thứ 3 trúng cử nhóm trưởng.

BT 19 Một bệnh nhân điều trị qua ba giai đoạn, khả năng khỏi bệnh sau giai đoạn I là 50%.

Nếu chưa khỏi thì khả năng khỏi bệnh sau giai đoạn II là 75%. Tương tự, sau giai đoạn III là 95%.

- Tìm xác suất để bệnh nhân chữa khỏi bệnh sau hai giai đoạn đầu;
- Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần điều trị không khỏi bệnh. Lập bảng phân phối xác suất của X

TÍNH ĐỘC LẬP

BT 20. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối đồng chất ký hiệu là 1 và 2. Gọi A là biến cố con xúc xắc 1 xuất hiện mặt 6, B là biến cố con xúc xắc 2 xuất hiện 5. Chứng tỏ rằng A và B độc lập

BT 21. Hai học sinh chơi trò sau: Họ thay nhau rút mỗi người một viên bi trong một cái hũ kín chứa 1 bi trắng và 4 bi đỏ, không bỏ trả lại. Ai rút được bi trắng trước thì thắng cuộc.

- Tìm xác suất thắng cuộc của người rút sau .
- Nếu thay đổi cách chơi bằng cách viên bi rút ra xem màu xong lại bỏ lại hũ. Tìm xác suất thắng cuộc của người rút sau.

BT 22. Một hộp chứa 5 bi đỏ 4 bi xanh, hộp thứ hai chứa 3 bi đỏ 6 bi xanh. Rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên bi gọi A là biến cố bi rút từ hộp thứ nhất ra màu xanh, B là biến cố bi rút từ hộp thứ hai ra màu đỏ hãy chứng tỏ A và B độc lập bằng việc tính xác suất của tích hai biến cố.

BT 23. Một xã có 3 học sinh a,b,c đi thi đại học. Kết quả thi của các em độc lập nhau. xác suất thi đỗ của a,b,c tương ứng là 0,6; 0,7; 0,8

Tính xác suất để

- Cả 3 đều đỗ.
- Ít nhất một người đỗ.
- Có đúng 2 người đỗ.

BT 24. Một hộp chứa 1 bi đỏ, 1 bi xanh, 1 bi vàng và 1 bi sơn cả 3 màu đỏ, xanh, vàng. Lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp trên. Ký hiệu Đ,X,V lần lượt là biến cố bi lấy ra có màu đỏ, xanh, vàng. Chứng minh rằng nhóm biến cố Đ,X,V độc lập từng đôi nhưng không độc lập trong tập hợp.

DẪY PHÉP THỬ BERNOULLI ĐỘC LẬP. PHÂN PHỐI NHỊ THỨC.

BT 25 Một nguồn phát 3 lần độc lập tín hiệu thông tin và trạm thu có thể thu được tín hiệu ở mỗi lần phát với xác suất là 0,4.

- Tìm xác suất trạm thu nhận được tín hiệu.
- Để trạm thu nhận được tín hiệu với xác suất $\geq 0,9$ cần phát ít nhất mấy lần?

Lời giải BT25 : Gọi X là số lần trạm thu nhận được tín hiệu thì X là biến ngẫu nhiên nhị thức tham số $n = 3; p = 0,4$ tức là: $X \sim B(3; 0,4)$

- Cách 1: xác suất 1 lần trạm thu không nhận được tín hiệu là 0,6 vậy xác suất cả ba lần đều không nhận được tín hiệu= bc trạm không nhận được tín hiệu) là :

$$0,6 \times 0,6 \times 0,6 = 0,6^3$$

Biến cố trạm thu nhận được tín hiệu là biến cố đối của biến cố cả 3 lần đều không nhận được tín hiệu, có xác suất bằng:

$$1 - 0,6^3 = 0,784$$

$$\text{Cách 2 : } 1 - P(X = 0) = 1 - C_3^0(0,4)^0(0,6)^3 = 1 - 0,6^3 = 0,784$$

b) Nếu nguồn phát n lần, xác suất thu được tín hiệu là:

$$1 - P(X = 0) = 1 - 0,6^n$$

Ta cần tìm n để:

$$1 - 0,6^n \geq 0,9$$

$$1 - 0,9 \geq 0,6^n$$

$$n \ln(0,6) \leq \ln(0,1)$$

$$n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,6)} = 4,5$$

Để trạm thu nhận được tín hiệu với xác suất $\geq 0,9$ cần phát ít nhất 5 lần.

BT26. Hai cầu thủ bóng rổ ném bóng vào rổ kết quả độc lập nhau. Xác suất trúng rổ của cầu thủ thứ nhất là 0,75 và của cầu thủ thứ hai là 0,85.

a) Cầu thủ thứ nhất ném 4 quả .

1) Tính xác suất ít nhất một quả trúng

2) Tính xác suất có đúng 2 quả trúng

b) Cầu thủ thứ nhất ném 2 quả, cầu thủ thứ hai ném 1 quả. Tìm xác suất có 1 quả trúng.

BT 27 Một nguồn thu nhận độc lập 3 lần phát của một tín hiệu thông tin với xác suất thu được của mỗi lần là 0,6.

a) Tìm xác suất để nguồn thu nhận được thông tin?

b) Nếu xác suất thu được thông tin không nhỏ hơn 0,9 thì cần phải phát tín hiệu ít nhất mấy lần?

c) Nếu biết rằng nguồn thu nhận được thông tin, tính xác suất để nguồn thu nhận được thông tin sau 2 lần phát đầu tiên?