

BÀI TẬP MÔ HÌNH TOÁN

Cân đối liên ngành

Bài 1. Cho ma trận hệ số chi phí trực tiếp (về sản phẩm trung gian) dạng giá trị của 3 ngành năm t:

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,0 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \text{Hệ số lương} \quad (0,2 \quad 0,2 \quad 0,1)$$

- a) Hãy cho biết trong năm t, ngành thứ nhất đã cung cấp cho mỗi ngành bao nhiêu giá trị sản phẩm, biết giá trị sản lượng các ngành năm t là (300, 450, 600)
- b) Nếu mọi hệ số năm t+1 không thay đổi so với năm t, biết ma trận hệ số chi phí toàn bộ năm t+1 là:

$$C(t+1) = \begin{pmatrix} 1,191 & 0,359 & 0,491 \\ 0,302 & 1,361 & 0,284 \\ 0,038 & 0,170 & 1,285 \end{pmatrix}$$

Lập bảng CĐLN năm t+1 biết giá trị SPCC năm t+1 là (150 100 100)

Bài 2. Cho ma trận hệ số chi phí toàn bộ dạng giá trị năm t:

$$C = \begin{pmatrix} 1,31 & 0,18 & 0,16 \\ 0,40 & 1,22 & 0,12 \\ 0,49 & 0,38 & 1,25 \end{pmatrix}$$

- a) Nếu giá trị SPCC các ngành năm t là (100, 100, 100), tính giá trị tổng sản lượng các ngành năm t.
- b) Giải thích ý nghĩa phần tử c_{12} , c_{33} .
- c) Có ý kiến cho rằng nếu nhu cầu SPCC ngành 2 tăng 10 tỷ thì giá trị tổng sản lượng ngành 2 cũng tăng 10 tỷ, nhận xét này đúng không?
- d) Nếu năm t+1 hệ số chi phí trực tiếp dạng giá trị các ngành đều không đổi so với năm t nhưng nhu cầu SPCC các ngành đều tăng 10% thì chỉ tiêu về tổng sản lượng các ngành sẽ thay đổi như thế nào (theo tỷ lệ %)

Bài 3. Cho bảng CĐLN dạng giá trị năm t:

X	x_{ij}			x
300	60	50	80	
250	60	50		60
400	90		160	65
V	30	50	40	TỷVND
M				Năm t

a) Hãy điền các số thích hợp vào ô trống trong bảng CĐLN trên.

b) Tìm ma trận hệ số chi phí trực tiếp về sản phẩm trung gian giữa các ngành.

c) Nếu năm t+1, hệ số chi phí trực tiếp về sản phẩm trung gian giữa các ngành không đổi với năm t, giá trị TSL ngành 3 tăng 5%, các ngành khác không đổi so với năm t thì giá trị SPCC các ngành sẽ thay đổi như thế nào?

Bài 4. Cho ma trận hệ số chi phí trực tiếp (về sản phẩm trung gian) dạng giá trị của 3 ngành năm t:

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \text{ ma trận hệ số chi phí toàn bộ: } C = \begin{pmatrix} 1,95 & 0,54 & 0,62 \\ 0,70 & 1,79 & 0,62 \\ 0,50 & 0,74 & 1,56 \end{pmatrix}$$

a) Cho $x(t) = (120, 150, 100)$, tính giá trị TSL các ngành.

b) Nếu năm t+1, ma trận $A(t+1) = A(t)$ chỉ tiêu về SPCC ngành 1 tăng gấp đôi, các ngành khác không đổi so với năm t, tính giá trị TSL các ngành năm t+1

c) Tính giá trị khối lượng sản phẩm ngành 2 mà các ngành khác sử dụng năm t+1.

Bài 5. Cho bảng CDLN dạng giá trị năm t :

X	x_{ij}			x
450	45		80	287
380		38	32	287,5
320	45	38	64	173
V				TỷVND
M				Năm t

a) Cho hệ số lương các ngành là: (0,1 0,2 0,1), hãy điền các số thích hợp vào ô trống trong bảng CDLN trên.

b) Tìm ma trận hệ số chi phí trực tiếp về sản phẩm trung gian giữa các ngành.

c) Nếu năm $t+1$, hệ số chi phí trực tiếp về sản phẩm trung gian giữa các ngành không đổi với năm t , giá trị TSL ngành 3 tăng 5%, các ngành khác không đổi so với năm t thì ở năm t :

-Giá trị sản phẩm cuối cùng các ngành là bao nhiêu?

-Tổng giá trị sản phẩm ngành 1 và 2 chiếm tỷ lệ bao nhiêu trong tổng giá trị sản phẩm ngành 3

Bài 6. Cho bảng CDLN dạng giá trị năm t:

X	x_{ij}			x
300	50	90	90	70
450	90	180	30	150
300	100	45	105	50
V	50	90	30	Tỷ VND
M	10	45	45	Năm t

Năm t+1 mọi hệ số chi phí cũng như năm t, giá trị TSL các ngành năm t+1 là (200, 400, 600)

- Tính giá trị sản phẩm ngành thứ hai cung cấp cho mỗi ngành và giá trị sản phẩm cuối cùng ngành đó.
- Tính quỹ lương các ngành

Bài 7. Cho ma trận hệ số chi phí trực tiếp (về sản phẩm trung gian) dạng giá trị của 3 ngành năm t:

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \text{Đơn vị tỷ VND.}$$

- Cho giá trị TSL các ngành năm t: (400 600 500), tính giá trị khối lượng sản phẩm các ngành khác mà ngành 2 sử dụng.
- Năm t+1, hệ số chi phí trực tiếp dạng giá trị về sản phẩm của ngành 2 trong tất cả các ngành đều tăng 50% so với năm t, các hệ số khác không đổi, chỉ tiêu về giá trị TSL các ngành là: 500, 800, 1000 thì giá trị SPCC ngành 2 thay đổi như thế nào?

Bài 8. Cho ma trận hệ số chi phí trực tiếp (về sản phẩm trung gian) dạng giá trị của 3 ngành năm t:

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \text{Đơn vị tỷ VND}$$

a) Cho giá trị TSL $X(t) = (500 \ 400 \ 500)$

Tính tỷ lệ đóng góp của ngành 2 và 3 trong cơ cấu giá trị TSL của ngành 1.

b) Năm $t+1$, hệ số chi phí trực tiếp dạng giá trị về sản phẩm của ngành 2 trong tất cả các ngành đều giảm 10% so với năm t , các hệ số khác không đổi, chỉ tiêu về giá trị TSL các ngành không đổi thì tỷ lệ được xác định ở câu a) biến đổi như thế nào?

Bài 9. Cho ma trận hệ số chi phí trực tiếp (về sản phẩm trung gian) dạng giá trị của 3 ngành năm t:

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \text{Đơn vị tỷ VND}$$

a) Cho giá trị TSL các ngành năm t : $X(t) = (120 \ 180 \ 200)$. Tính giá trị khối lượng sản phẩm ngành 2 mà các ngành khác sử dụng.

b) Năm $t+1$, hệ số chi phí trực tiếp dạng giá trị về sản phẩm của ngành 2 trong tất cả các ngành đều giảm 5%, viết hệ phương trình phân bổ sản phẩm của các ngành.

Bài 10. Cho các ma trận hệ số chi phí dạng hiện vật của 3 ngành:

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} 2,0 & 0,6 & 0,7 \\ 0,25 & 1,2 & 0,15 \\ 0,5 & 0,4 & 1,3 \end{bmatrix}$$

$$\beta = (0,2 \ 0,1 \ 0,2)$$

1. Nêu ý nghĩa của α_{12} , θ_{12} , giải thích sự khác nhau của chúng?

2. Biết nhu cầu Sản phẩm cuối cùng 3 ngành: 200, 200, 400 đơn vị. Hãy tính sản lượng và số lao động phải sử dụng cho mỗi ngành.

3. Cho tiền công (w) của 3 ngành lần lượt là: 10, 20 và 30 đơn vị.

a) Tính giá của sản phẩm.

b) Tính a_{12} và giải thích ý nghĩa.

c) Nếu thuế thu nhập (từ tổng số tiền công) là 10%, tính số thuế của từng ngành.

d) Nếu tiền công (w) của 3 ngành tăng 10% thì giá sản phẩm thay đổi là bao nhiêu?

Bài 11. Cho các hệ số chi phí dạng hiện vật của 3 ngành:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} 2,0 & 1,0 & 1,0 \\ 0,56 & 1,88 & 0,68 \\ 0,96 & 1,08 & 1,88 \end{pmatrix} \quad \beta = (0,2 \ 0,1 \ 0,2)$$

a) Giải thích ý nghĩa của $\theta_{11} + \theta_{12} + \theta_{13}$

b) Biết nhu cầu SPCC của 3 ngành là: 400, 300, 500 đơn vị. Tính sản lượng và số lượng lao động phải sử dụng của mỗi ngành.

c) Cho tiền công w của 3 ngành lần lượt là 20, 15, 25 (\$/sản phẩm)

- Tính giá trị của sản phẩm.

- Tính a_{11} và giải thích ý nghĩa.

- Nếu ngành 3 xuất khẩu 10% sản phẩm cuối cùng và hệ số nhập khẩu là 12% thì ngành 3 có tự cân đối được xuất nhập khẩu không?

Bài 12. Cho các hệ số chi phí dạng hiện vật của 3 ngành:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} 2,0 & 1,0 & 1,0 \\ 0,56 & 1,88 & 0,68 \\ 0,96 & 1,08 & 1,88 \end{pmatrix}$$

$$\beta = (0,2 \ 0,1 \ 0,2)$$

a) Nêu ý nghĩa của α_{31} , θ_{31} , giải thích sự khác nhau của chúng?

- b) Biết nhu cầu SPCC của 3 ngành là: 400, 200, 200 đơn vị. Tính sản lượng và số lượng lao động phải sử dụng của mỗi ngành.
- c) Cho tiền công (w) của 3 ngành lần lượt là: 40, 20 và 20 (\$/sản phẩm).
- i) Tính giá của sản phẩm.
- ii) Tính a_{31} và giải thích ý nghĩa.
- iii) Nếu thuế thu nhập (từ tổng số tiền công) là 8%, tính số thuế của từng ngành.
- iv) Nếu tiền công (w) của 3 ngành tăng 14% thì giá sản phẩm thay đổi là bao nhiêu?

Toán học trong lý thuyết hăng

- 1) Một doanh nghiệp có hàm cầu: $Q = 90 - 0,5P$ và hàm chi phí trung bình: $AC = 8Q^2 - 14Q - 108 + 250/Q$, trong đó P là giá sản phẩm, Q là sản lượng.
 - a) Xác định hàm doanh thu và doanh thu cận biên
 - b) Xác định hệ số co giãn của cầu theo giá tại mức giá $P = 6$.
 - c) Xác định hàm chi phí cận biên.
 - d) Xác định mức sản lượng cho lợi nhuận tối đa.
- 2) Một doanh nghiệp có hàm sản xuất: $Q = 6L^{1/3}K^{1/3}$ bán sản phẩm trên thị trường cạnh tranh hoàn hảo với mức giá $P = 18$.
 - a) Quá trình công nghệ thể hiện bằng hàm số trên có tuân theo quy luật hiệu quả giảm dần không? Giải thích.
 - b) Nếu giá mua 2 yếu tố đầu vào L và K tương ứng là 8 và 27, doanh nghiệp cần sử dụng bao nhiêu đơn vị lao động và vốn để lợi nhuận lớn nhất.
- 3) Một cty độc quyền có hàm cầu ngược: $P = 460 - 2Q$ với P : giá, Q : sản lượng
 $TC = 20 + 0,5Q^2$.
 - a) Tìm hàm chi phí biến đổi MVC và doanh thu biên.
 - b) Xác định mức sản lượng và mức giá để tối đa hoá lợi nhuận.
- 4) Một doanh nghiệp độc quyền bán 2 loại hàng: Hàm cầu của thị trường về hàng hoá của doanh nghiệp có dạng sau: $Q_1 = 52 - 2P_1 - P_2$; $Q_2 = 44 - P_1 - P_2$.

Doanh nghiệp có hàm tổng chi phí: $TC = Q_1^2 + Q_2^2 + 12$.

1. Hai loại hàng hoá trên là thông thường hay cấp thấp?
2. Hai loại hàng hoá trên có thể thay thế hay bổ sung cho nhau?
3. Tìm số cung mà doanh nghiệp lựa chọn để lợi nhuận tối đa? Lợi nhuận tối đa là bao nhiêu? Giá của 2 loại hàng là bao nhiêu?

5) Một hộ gia đình lựa chọn gói hàng (x_1, x_2) , hàm dụng ích của hộ:

$$U(x_1, x_2) = 0,5\ln x_1 + 0,7\ln x_2.$$

Giá hàng một 5\$, hàng hai: 8,75\$; ngân sách tiêu dùng của hộ: 600 \$. Hãy tìm gói hàng có dụng ích tối đa. Nếu giá hàng và ngân sách tiêu dùng cùng tăng 10% thì lựa chọn của hộ gia đình có thay đổi không? Tại sao? Giải thích ý nghĩa kinh tế?

6) Chi phí biên của một loại hàng: $MC = 3Q^2 - 2Q + 5$. Chi phí cố định $FC = 30$.

a) Tính và giải thích ý nghĩa của biểu thức: dAC/dQ , d^2AC/dQ^2 trong đó AC là chi phí bình quân.

b) Cho hàm doanh thu trung bình: $AR = 15 - Q$. Tìm sản lượng Q sao cho lợi nhuận tối đa.

7) Một cty cạnh tranh hoàn hảo có hàm tổng chi phí:

$$TC = 2Q^3 - 110Q^2 + 50Q + 250$$

Q là mức sản lượng của cty cho thị trường.

a) Tìm hàm chi phí biên và chi phí trung bình.

b) Nếu giá bán sản phẩm là p , hãy viết hàm lợi nhuận $\pi(Q)$, hãy viết biểu thức của hàm lợi nhuận theo giá.

8) Hàm doanh thu biên của một hãng có dạng: $MR = 100 - 0,2Q$.

a) Tìm hàm doanh thu trung bình.

b) Xác định mức sản lượng làm tối đa hoá doanh thu. Tính độ co giãn của doanh thu theo sản lượng tại mức này.

9) Một nhà sản xuất độc quyền bán sản phẩm trên thị trường có hàm cầu:

$$Q=750-0,5P$$

P: Giá sản phẩm, Q: lượng cầu.

- Tính độ co giãn của cầu theo giá tại mức giá $p=160$ và $p=1100$, các con số đó phản ánh điều gì?
- Căn cứ theo hàm cầu để bán được Q đơn vị sản phẩm thì nhà sản xuất phải đặt giá tương ứng như thế nào? Tính doanh thu cận biên của nhà sản xuất ở mức sản lượng $Q=280$ và giải thích ý nghĩa.

10) Một doanh nghiệp sản xuất kết hợp 2 loại sản phẩm. Tổng lợi nhuận (π) của doanh nghiệp thu được từ việc sản xuất x đơn vị hàng hoá thứ nhất và y đơn vị hàng hoá thứ hai được xác định bởi hàm số :

$$\pi = 6xy - 2x^2 - 10y^2 + 144x + 48y + 820$$

Hãy cho biết doanh nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để lợi nhuận tối đa.

11) Cho hàm sản xuất $Y = 0,3K^{0,5}L^{0,5}$, Y: sản lượng, K: vốn, L: lao động

- Tính sản phẩm biên của vốn và lao động tại $K=4$, $L=9$.
- Quá trình công nghệ thể hiện bằng hàm số trên có năng suất cận biên giảm dần không? Hãy giải thích.
- Nếu K tăng 8%, L không đổi, Y tăng bao nhiêu %?

12) Một cty độc quyền có hàm cầu ngược: $P = 460 - 2Q$ với P: giá, Q: sản lượng

$$TC = 20 + 0,5Q^2.$$

- Tìm hàm chi phí biến đổi MVC và doanh thu biên.
- Xác định mức sản lượng và mức giá để tối đa hoá lợi nhuận

13) DN có hàm SX $Q = K^{0,6}L^{0,4}$ (K: vốn, L: lao động)

- Nếu DN tăng quy mô thì hiệu quả tăng hay giảm?

Giải thích ý nghĩa các đạo hàm riêng cấp 2? Nhận xét ý kiến: tăng lao động 3%, giảm vốn 2% thì sản lượng không đổi.

b) Với giá 2 yếu tố $P_K=5$, $P_L=2$ và ngân sách cho yếu tố là 2000 tìm K và L để DN có SL tối đa. Với giá sản phẩm là 600.000, Hãy tính doanh thu và lợi nhuận.

14) Một hộ gia đình lựa chọn gói hàng (x_1, x_2) , hàm dụng ích của hộ:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,6}.$$

- Nếu tăng hàng 1 lên 1%, và giảm hàng hai 2% thì mức dụng ích thay đổi bao nhiêu? Hãy giải thích ý nghĩa kinh tế của các đạo hàm riêng cấp 1 và cấp 2?
- Giá hàng một 50\$, hàng hai: 10 \$; ngân sách tiêu dùng của hộ: 7500\$. Hãy tìm gói hàng có dụng ích tối đa x_1, x_2 . Nếu giá hàng và ngân sách tiêu dùng cùng tăng 10% thì lựa chọn của hộ gia đình có thay đổi không? Tại sao? Giải thích ý nghĩa kinh tế?

Mô hình thu nhập

1) Cho mô hình TNQD: $Y = C + I_0 + G_0$

$$C = 500 + 0,5(Y - T)$$

$$T = 200 + 0,1Y$$

a) Tính TNQD cân bằng với $I_0 = 50$ và $G_0 = 100$.

b) Nếu thuế suất tăng 10% thì chính phủ phải tăng chi tiêu lên bao nhiêu % để mức cân bằng TNQD không đổi

2) Cho mô hình cân bằng thu nhập quốc dân:

$$Y = G_0 + I_0 + C, C = aY + b \quad (0 < a < 1, b > 0)$$

Trong đó: Y: thu nhập, G_0 : chi tiêu của chính phủ, I_0 : đầu tư của chính phủ, C: tiêu dùng.

- Dùng phương pháp định thức, tìm Y và C ở trạng thái cân bằng.
 - Với $G_0 = 500$, $I_0 = 300$, $a = 0,8$ sử dụng đạo hàm riêng cho biết nếu chi tiêu chính phủ tăng 1%, các yếu tố khác không đổi thì thu nhập cân bằng thay đổi bao nhiêu %?
- 3)** Mối liên hệ giữa thu nhập quốc dân Y, tiêu dùng C và chi cho đầu tư I của một quốc gia như sau: $Y = C + I$, $C = 0,75 Y$

- a) Với mức chi cho đầu tư là 25 tỷ, thì mức thu nhập quốc dân là bao nhiêu?
- b) Có ý kiến cho rằng nếu mức chi cho tiêu dùng không đổi thì khi tăng mức chi cho đầu tư, thu nhập quốc dân sẽ tăng và tăng cùng tỷ lệ. Nhận xét ý kiến này.

Lý thuyết giá cả

- 1) Hàm tiêu dùng về 1 loại hàng A của một nhóm dân cư là

$$D = 10 + 0,4M - 0,02M^2 - 0,02P$$

M: Thu nhập nhóm dân cư, P: giá hàng A. Hãy xác định số% thay đổi của D khi M tăng 1% và P giảm 1% tại mức $M=100$, $P = 10$, giải thích ý nghĩa kinh tế.

- 2) Cho các mô hình: $Q_d = -aP + b$, $Q_s = P - c$

- a) Với $a = 2$, $b = 100$, $c=25$ hãy xác định giá cân bằng và lượng cân bằng. Tính hệ số co giãn của mức cầu theo giá tại giá cân bằng.
- b) Nếu b tăng còn các tham số khác không đổi thì giá cân bằng biến động như thế nào?

- 3) Mức cầu về một loại hàng do nhà độc quyền kinh doanh có dạng:

$$D = 1,2P^{-0,05}, P \text{ là giá hàng hoá}$$

- a) Nếu nhà nước tăng giá 10% thì mức cầu sẽ biến động như thế nào? Doanh thu của nhà nước sẽ biến động như thế nào?
- b) Xác định biểu thức doanh thu biên, hãy phân tích tác động của giá P tới chỉ tiêu này.

- 4) Một hãng có hàm sản xuất như sau: $Q = 20X^{0,6}Y^{0,2}Z^{0,3}$, Q là sản lượng, X,Y,Z là mức sử dụng 3 yếu tố đầu vào.

- a) Các yếu tố đầu vào có thay thế cho nhau được không? Vì sao?
- b) Tính độ co giãn của Q theo X, cho biết ý nghĩa của nó.

c) Có ý kiến cho rằng công nghệ hàng đang sử dụng thuộc loại tăng quy mô không hiệu quả, hãy nhận xét ý kiến này.

5) Độ hữu dụng U của người tiêu dùng khi tiêu thụ 2 loại hàng A và B như sau: $U = A^{0.3}B^{0.2}$ (A, B là mức tiêu thụ 2 loại hàng).

a) Xác định độ hữu dụng biên 2 loại hàng và cho biết ý nghĩa.

b) Độ hữu dụng sẽ thay đổi như thế nào nếu người tiêu dùng tăng mức tiêu thụ 2 loại hàng 5%

c) Có ý kiến cho rằng 2 loại hàng hoá trên có thể thay thế cho nhau với tỷ lệ 1:1. Nhận xét ý kiến này.

6) Mức cầu D về cà phê của một nước có liên quan đến giá cà phê trên thị trường quốc tế, thu nhập M của người tiêu dùng, chi phí quảng cáo A , giá chè P_t và có dạng: $D = P_c^{-0.3} M^{0.01} A^{0.10} P_t^{0.2}$

a) Nếu các yếu tố liên quan tới mức cầu về cà phê đều tăng 1% thì mức cầu về cà phê biến động thế nào? Cà phê có phải là hàng hoá bình thường không?

b) Nếu thu nhập của người tiêu dùng, giá cà phê trên thị trường quốc tế không đổi, muốn tăng mức tiêu thụ cà phê cần có biện pháp nào?

10) Cho hàm sản xuất: $Q = 0,1 K^\alpha L^\beta$ ($0 < \alpha, 0 < \beta$)

$\varepsilon_{QK} + \varepsilon_{QL} = 3\alpha$ với $\alpha = 1/5$ trong trường hợp này tăng quy mô thì hiệu quả như thế nào?