

Chương 4:

Nghiên cứu thống kê các
mức độ của hiện tượng
kinh tế - xã hội

Cấu trúc chương 4

1. Số tuyệt đối trong thống kê
 - Khái niệm, ý nghĩa
 - Đặc điểm, đơn vị tính
 - Các loại số tuyệt đối
2. Số tương đối trong thống kê
 - Khái niệm, ý nghĩa
 - Đặc điểm, và hình thức biểu hiện
 - Các loại số tương đối
 - Vận dụng
3. Số bình quân trong thống kê
 - Khái niệm, ý nghĩa
 - Các loại số bình quân
 - Một (Mode)
 - Trung vị (Median)
 - Điều kiện vận dụng
4. Các chỉ tiêu đo độ biến thiên tiêu thức
 - Ý nghĩa
 - Các chỉ tiêu đo độ biến thiên tiêu thức

1. Số tuyệt đối trong thống kê

- Số tuyệt đối (còn gọi là mức độ tuyệt đối) là mức độ phản ánh quy mô, khối lượng của hiện tượng nghiên cứu trong điều kiện thời gian và địa điểm cụ thể.
- Số tuyệt đối cho biết:
 - Số lượng đơn vị của hiện tượng nghiên cứu trong điều kiện thời gian và địa điểm cụ thể.
 - Ví dụ 1: Tổng số lao động của doanh nghiệp A tại thời điểm 1/7/2009 là 200 người.
 - Tổng lượng biến tiêu thức.
 - Ví dụ 2: Tổng doanh thu của doanh nghiệp A năm 2008 là 50 tỷ đồng.

Đặc điểm, đơn vị tính

- Số tuyệt đối trong thống kê bao hàm nội dung KT-XH trong những điều kiện thời gian và địa điểm cụ thể.
- Phần lớn các số tuyệt đối trong thống kê là do kết quả của điều tra và tổng hợp tài liệu mà có.
- Có đơn vị tính cụ thể.

Các loại số tuyệt đối trong thống kê

- Số tuyệt đối thời kỳ: phản ánh quy mô, khối lượng của hiện tượng trong một khoảng thời gian nhất định.
 - Số tuyệt đối thời kỳ được hình thành thông qua sự tích lũy về lượng trong suốt thời gian nghiên cứu.
 - Khoảng thời gian có thể là giờ, ngày, tháng, năm... tùy thuộc vào đặc điểm, tính chất diễn tiến của hiện tượng.
 - Có thể cộng các số tuyệt đối thời kỳ của cùng một chỉ tiêu ở các thời gian liên nhau để có số tuyệt đối của thời kỳ dài hơn.
- Số tuyệt đối thời điểm: phản ánh quy mô, khối lượng của hiện tượng tại một thời điểm nhất định.
 - Thời điểm là một mốc thời gian cụ thể nào đó khi hiện tượng được phản ánh.
 - Đặc điểm cơ bản của số thời điểm là không có sự tích lũy về lượng nên không cộng lại được.

2. Số tương đối trong thống kê

- Số tương đối (còn gọi là mức độ tương đối) là mức độ phản ánh quan hệ so sánh giữa hai mức độ của hiện tượng nghiên cứu.
- *Quan hệ so sánh* là sự khác biệt cơ bản giữa số tuyệt đối và số tương đối trong thống kê.
- *Hai mức độ* của hiện tượng nghiên cứu có thể là:
 - 2 mức độ cùng loại nhưng khác nhau về thời gian hoặc về không gian, thực tế với kế hoạch, bộ phận với tổng thể.
 - 2 mức độ khác loại nhưng có mối liên hệ với nhau. Để có thể tính được số tương đối này thì 2 mức độ so sánh phải có cùng thời gian và không gian.

Đặc điểm số tương đối

- Số tương đối là kết quả so sánh 2 số đã có (thường là 2 số tuyệt đối), không trực tiếp thu thập được qua điều tra.
- Tùy thuộc vào mức độ nghiên cứu cụ thể mà gốc so sánh khác nhau. Khi gốc so sánh khác nhau thì ý nghĩa của số tương đối khác nhau.
- Đơn vị tính: lần, %, đơn vị kép tùy thuộc loại số tương đối.

$$t = \frac{y_1}{y_0}$$

Các loại số tương đối

- Số tương đối động thái (tốc độ phát triển): phản ánh sự biến động của hiện tượng qua thời gian.
- Công thức: $t = \frac{y_1}{y_0}$ (lần, %)
- Trong đó:
- t: số tương đối động thái
- y_1, y_0 : mức độ của hiện tượng kỳ nghiên cứu và kỳ gốc
- Chú ý: phải đảm bảo tính chất có thể so sánh được giữa tử số và mẫu số, nghĩa là y_1, y_0 phải cùng phạm vi, phương pháp tính và đơn vị tính.

Số tương đối kế hoạch

Có 2 loại:

- *Số tương đối nhiệm vụ kế hoạch*: là tỷ lệ so sánh giữa mức độ cần đạt tới của chỉ tiêu nào đó với mức độ thực tế ở kỳ gốc, được dùng để lập kế hoạch.

- Công thức:
$$K_n = \frac{y_k}{y_0} \quad (\text{lần, \%})$$

- *Trong đó*:

- y_k : mức độ kế hoạch
- y_0 : mức độ thực tế ở kỳ gốc

Số tương đối kế hoạch

- *Số tương đối thực hiện kế hoạch*: là tỷ lệ so sánh giữa mức độ đạt được trong kỳ với mức kế hoạch của 1 chỉ tiêu nào đó. Dùng để kiểm tra tình hình thực hiện kế hoạch.

- Công thức:
$$K_t = \frac{y_1}{y_k} \quad (\text{lần, \%})$$

- Trong đó:

- y_1 : mức độ thực tế; y_k : mức độ kế hoạch

- Mối liên hệ:
$$\frac{y_1}{y_0} = \frac{y_1}{y_k} \times \frac{y_k}{y_0}$$

- Số tương đối động thái = số tương đối nhiệm vụ kế hoạch * số tương đối thực hiện kế hoạch

Ví dụ

- Tổng doanh thu của doanh nghiệp A năm 2008 là 50 tỷ đồng, năm 2007 là 30 tỷ đồng. Kế hoạch đề ra cho năm 2008, doanh thu của doanh nghiệp A là 45 tỷ đồng.
- Tính số tương đối động thái, số tương đối nhiệm vụ kế hoạch và số tương đối thực hiện kế hoạch

Số tương đối kết cấu

- Nói lên tỷ trọng của từng bộ phận chiếm trong toàn bộ hiện tượng.
- Dùng để phân tích đặc điểm cấu thành, bản chất của hiện tượng. Sự thay đổi của số tương đối kết cấu cho thấy xu hướng phát triển của hiện tượng qua thời gian.
- Đặc điểm: Tổng các số tương đối kết cấu của tất cả các bộ phận là 1 hoặc 100%.
- Ví dụ: Doanh nghiệp có 200 lao động, trong đó nam: 120 lao động và nữ: 80 lao động. Tính số tương đối kết cấu nam, nữ?

Số tương đối (tiếp)

- Số tương đối không gian: sử dụng trong 2 trường hợp:
 - So sánh giữa 2 mức độ cùng loại nhưng khác nhau về không gian.
 - Ví dụ: so sánh giá vàng ở Hà Nội và TPHCM.
 - So sánh giữa hai bộ phận trong 1 tổng thể: 2 không gian khác nhau cùng tồn tại trong 1 tổng thể.
 - Ví dụ: Tỷ lệ lao động nam/nữ của doanh nghiệp nói trên.
- Số tương đối cường độ: nói lên trình độ phổ biến của hiện tượng trong điều kiện lịch sử nhất định, là kết quả so sánh 2 mức độ khác loại nhưng có mối liên hệ với nhau.
 - Ví dụ: GDP bình quân đầu người (đồng/người), mật độ dân số (người/km²)...
 - Số tương đối cường độ có đơn vị kép: là đơn vị của 2 chỉ tiêu đem ra so sánh ghép lại với nhau.

Điều kiện vận dụng số tuyệt đối, số tương đối

- Phải căn cứ vào tính chất và đặc điểm của hiện tượng nghiên cứu để rút ra kết luận cho chính xác.
 - Ví dụ: Cùng là tỷ lệ phế phẩm 5%. Với các sản phẩm bình thường, đây là tỷ lệ chấp nhận được. Còn với những sản phẩm thuốc tiêm độc hại, tỷ lệ này lại là quá cao vì hậu quả sẽ rất nghiêm trọng.
 - Đưa thêm ví dụ khác?
- Phải vận dụng kết hợp các số tương đối và số tuyệt đối. Vì sao?

Điều kiện vận dụng (tiếp)

- Phải vận dụng kết hợp các số tương đối và số tuyệt đối vì:
 - Về phương diện tính toán: số tương đối được tính ra từ số tuyệt đối, số tương đối là sự kết hợp khác nhau giữa các số tuyệt đối.
 - Về phương diện nhận thức hiện tượng nghiên cứu: số tuyệt đối cho ta nhận thức cụ thể về quy mô, khối lượng của hiện tượng còn số tương đối cho ta nhận thức về tính chất so sánh được, sâu về bản chất của hiện tượng.

Ví dụ

- Tiền lương tăng từ 200 USD lên 800 USD → tăng thêm 600 USD hay tăng 300%. Như vậy, 1% tăng tương đương với 2 USD.
- Cũng như vậy, nhưng nói ngược lại, tiền lương giảm từ 800 USD xuống còn 200 USD → giảm 600 USD hay giảm 75%. Khi đó, 1% giảm tương đương với 8 USD.
- → gốc so sánh là quan trọng vì cùng thay đổi 600 USD nhưng tỷ lệ % tương ứng lại khác hẳn nhau.

Ví dụ

- Năm 2007, tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam là 8,5%, trong khi tốc độ tăng trưởng GDP của Mỹ chỉ có 2,2%.
- *Nhìn vào 2 con số này có thể đưa ra nhận định gì?*

- Xem xét các số tuyệt đối,
 - Qui mô GDP của Việt Nam năm 2007 là 71,216 tỷ USD,
 - Qui mô GDP của Mỹ là 13811,2 tỷ USD.
 - Như vậy, 1% tăng trưởng của Mỹ đã gần gấp đôi cả nền kinh tế của Việt Nam.

3. Số bình quân trong thống kê

- *Khái niệm: Số bình quân biểu hiện mức độ đại biểu cho tất cả các lượng biến theo một tiêu thức nào đó của các đơn vị cùng loại. Hai vấn đề*
- *Theo một tiêu thức: số bình quân chỉ đại biểu theo một tiêu thức chứ không theo nhiều tiêu thức của toàn bộ tổng thể.*
 - *Ví dụ: Tiền lương bình quân của công nhân trong doanh nghiệp A là 2,5 triệu đồng/người/tháng → 2,5 triệu đồng là biểu hiện mức độ đại biểu theo tiêu thức tiền lương.*
- *Các đơn vị cùng loại: số bình quân được tính ra từ tổng thể bao gồm một số lớn các đơn vị và phải là tổng thể đồng chất.*

Đặc điểm, tác dụng của số bình quân

- Số bình quân san bằng mọi sự chênh lệch về lượng biến của tiêu thức để có một con số duy nhất đại diện cho tất cả lượng biến của tiêu thức nghiên cứu.
- Chịu ảnh hưởng của lượng biến đột xuất trong dãy số, đây cũng là một nhược điểm của số bình quân.
- Tác dụng
 - Dùng để biểu hiện mức độ đại biểu, nêu lên đặc điểm chung nhất của hiện tượng.
 - Dùng để so sánh các hiện tượng không cùng quy mô.
 - Thông qua sự biến động của số bình quân để thấy được xu hướng phát triển của hiện tượng.
 - Dùng để lập kế hoạch, phân tích thống kê.

Điều kiện vận dụng số bình quân

- **Số bình quân phải được tính từ tổng thể đồng chất.** Trong tổng thể đồng chất có sự khác nhau về trị số nên có thể san bằng, về mặt lượng. Tổng thể không đồng chất có sự khác nhau về bản chất nên không thể san bằng được.
- **Số bình quân chung che lấp sự chênh lệch lượng biến của các bộ phận cấu thành tổng thể.** Do đó, cần vận dụng kết hợp với số bình quân tổ và dãy số phân phối để có thể giải thích sâu sắc từng khía cạnh, từng bộ phận của hiện tượng.

Các loại số bình quân

■ Số bình quân cộng

- Số bình quân cộng thực chất là số bình quân được tính theo phương pháp trung bình cộng trong toán học.
- Số bình quân cộng được áp dụng trong trường hợp có sẵn tài liệu về lượng biến tiêu thức nghiên cứu x_i và số lượng đơn vị tương ứng mỗi lượng biến, tức là tần số f_i .
- Vì số bình quân mang tính chất đại diện cho tổng thể, nên để số bình quân có tính đại biểu cao thì cần đảm bảo sao cho số đơn vị tổng thể dùng để tính số bình quân phải đủ lớn

■ Công thức tổng quát:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Các trường hợp vận dụng cụ thể

a. Trường hợp các đơn vị không được phân tổ $\rightarrow$ sử dụng công thức tổng quát

■ CT số bình quân cộng giản đơn:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

b. Trường hợp dãy số đã được phân tổ

- Dãy số đã được phân tổ không có khoảng cách tổ; bao gồm các thành phần: lượng biến, tần số và/hoặc tần suất tương ứng
- Ví dụ: thu nhập của tổ CN T2/04 (*triệu VND*)

1.5	1.5	1.0	1.5	1.0	2.0	1.0	2.0
1.5	2.5	1.0	0.6	1.5	1.5	1.5	1.0
2.0	1.5	1.5	2.0	0.6	1.0	2.0	1.5
1.0	1.0	0.6	1.5	2.5	1.0	0.6	1.0
0.6	1.0	1.0	1.0	1.5	1.0	1.0	2.0

Ví dụ

- Dãy số sau khi phân tổ (5 tổ)

Mức thu nhập (tr\$)	0,6	1,0	1,5	2,0	2,5
Số lượng công nhân (người)	5	15	12	6	2

Nhận xét

- Lượng biến $x_1 = 0,6$ (tr) có tần số $f_1 = 5$ có nghĩa là số lần xuất hiện của nó trong tổng thể là 5 lần
- Do vậy tổng giá trị của các lượng biến x_1 không phải là 0,6 (tr\$) mà phải là $0,6 * 5 = 3,0$ (tr\$)

x_i (tr\$)	0,6	1,0	1,5	2,0	2,5
f_i (ng- ời)	5	15	12	6	2
Σx_i (tr\$)	3,0	15,0	18,0	12,0	5,0

➤ Dãy số đã được phân tổ không có khoảng cách tổ

■ Thu nhập bình quân:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum x_i}{n} = \frac{3 + 15 + 18 + 12 + 5}{6 + 15 + 12 + 6 + 2} = \frac{53}{40} = 1,325 \text{ (tr \$)}$$

■ Công thức tổng quát:

■ (CT bình quân gia quyền với f_i là quyền số)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Suy luận thêm

- f_i được gọi là tần số, đóng vai trò là quyền số (đại lượng có mặt ở cả tử số và mẫu số), nói lên tầm quan trọng của từng lượng biến trong tính số bình quân.
- Số bình quân chịu ảnh hưởng bởi lượng biến có tần số lớn nhất. Do vậy, số bình quân ở gần lượng biến có tần số lớn nhất.
- Với trường hợp bình quân cộng giản đơn, f_i đều bằng nhau và bằng 1, không có sự khác biệt giữa các lượng biến đối với trị số của số bình quân.

Các biến thể của CT bình quân gia quyền

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \sum x_i \cdot d_i$$

- Khi quyền số là tần suất d_i (%)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i d_i}{100}$$

Tại sao?

$$\sum d_i = 100$$

- Khi quyền số là tần suất d_i (lần)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i d_i$$

Tại sao?

$$\sum d_i = 1$$

Ví dụ: Hãy tính giá thành sản xuất bình quân

	Giá thành sản xuất (\$/sp)	Tỷ lệ (%)
Tháng 4/03	155	58
Tháng 5/03	156	32
Tháng 6/03	158	10

Tính giá thành sản xuất bình quân

$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i d_i}{100}$$

$$\bar{z} = \frac{155 * 58 + 156 * 32 + 158 * 10}{100} = 155,62 (\$ / sp)$$

c. Dãy số lượng biến có khoảng cách tổ

- Xét ví dụ: Tài liệu thống kê khối lượng lương thực bình quân đầu người tại 1 địa phương năm 1995

Khối lượng lương thực bình quân (kg/người)	Số người
400 – 500	100
500 – 600	300
600 – 700	450
700 – 800	800
800 – 900	300
900 – 1000	50

Các bước tiến hành

- Bước 1: tính trị số giữa của từng tổ theo công thức

$$X_i = \frac{X_{i \min} + X_{i \max}}{2}$$

$x_i \min \div x_i \max$	x_i
400 ÷ 500	450
500 ÷ 600	550
600 ÷ 700	650
700 ÷ 800	750
800 ÷ 900	850
900 ÷ 1000	950

Các bước tiến hành

- Bước 2: xác định giá trị của số bình quân bằng công thức bình quân gia quyền

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

x_i	f_i	$x_i f_i$
450	100	45000
550	300	165000
650	450	292500
750	800	600000
850	300	255000
950	50	47500

Xác định số bình quân cộng cho VD trên

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{450 * 100 + 550 * 300 + 650 * 450 + 750 * 800 + 850 * 300 + 950 * 50}{100 + 300 + 450 + 800 + 300 + 50}$$

$$\bar{x} = \frac{1405000}{2000} = 702,5 (kg / ng)$$

Bài tập: Có tài liệu về NSLĐ của doanh nghiệp A như sau

NSLĐ (Triệu đồng)	Số công nhân (Người)
10-15	10
15-20	30
20-25	45
25-30	80
30-35	30
35-40	5
Chung	200

- Tính Năng suất lao động bình quân toàn doanh nghiệp?

Kết quả

NSLĐ (Triệu đồng)	Số công nhân (Người)	x_i	$x_i f_i$
10-15	10	12,5	125,0
15-20	30	17,5	525,0
20-25	45	22,5	1012,5
25-30	80	27,5	2200,0
30-35	30	32,5	975,0
35-40	5	37,5	187,5
Chung	200		5025,0

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum x_i} = \frac{5025}{200} = 25,125$$

Chú ý

- Đối với những dãy số có khoảng cách tổ MỎ, chúng ta phải căn cứ vào khoảng cách tổ cũng như trị số giữa của tổ sát cạnh đó để tính.

x_i min – x_i max (kg)	D-ới 500	500 - 600	600 - 700	700 - 800	800 - 900	900 trở lên
f_i (ng)	100	300	450	800	300	100
x_i	450	550	650	750	850	950

d. Biết x_i và tổng các lượng biến $M_i (= x_i f_i)$

Ví dụ:

X N	Sản l-ợng (sp)	NSLĐ bình quân (sp/CN)
A	21250	425
B	32400	432
C	32550	434

- Cách xác định NSLĐ bình quân
- **Cách 1:** trước tiên xác định f_i qua M_i và x_i
- Sau đó sử dụng CT bình quân gia quyền
- **Cách 2:** tính trực tiếp, sử dụng CT bình quân cộng điều hoà

■ Công thức bình quân điều hoà:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum \frac{x_i \cdot f}{x_i}} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}}$$

■ Ví dụ:

$$\bar{x} = \frac{21250 + 32400 + 32550}{\frac{21250}{425} + \frac{32400}{432} + \frac{32550}{434}}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{86200}{50 + 75 + 75} = 431 \text{ (sp / CN)}$$

Bài tập áp dụng công thức bình quân điều hòa

- Hai CN cùng sản xuất 1 loại sp:
- CN1: làm 2 phút được 1 sp
- CN2: làm 6 phút được 1 sp
- Tính thời gian bình quân làm ra 1 sp của 2 CN trên trong các điều kiện sau:
 - a) Cả 2 CN cùng làm việc trong 8 giờ
 - b) CN1 làm 40%, CN2 làm 60% tổng số TG LĐ

Thời gian làm ra 1 sp: x_i

Số sp mỗi CN sản xuất được: f_i

Thời gian sản xuất: $M_i = x_i f_i$

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}}$$

a) $M_1 = 8 \times 60; x_1 = 2$

$M_2 = 8 \times 60; x_2 = 6$

$$\bar{x} = \frac{\frac{60 \times 8}{2} + \frac{60 \times 8}{6}}{\frac{60 \times 8}{2} + \frac{60 \times 8}{6}} = 3 (ph / sp)$$

b) Gọi tổng thời gian sản xuất là T

$\rightarrow M_1 = T \times 40\%$

$M_2 = T \times 60\%$

$$\bar{x} = \frac{\frac{T \times 60\%}{2} + \frac{T \times 40\%}{6}}{\frac{T \times 60\%}{2} + \frac{T \times 40\%}{6}} = 3,33 (ph/sp)$$

Xác định giá, lượng và tỷ giá bình quân

Có tài liệu về tình hình XNK của CT X tháng 8/03

Đợt	1	2	3
Giá xuất khẩu (USD/t)	180	186	185
Lượng xuất khẩu (t)	2200	1800	2000
Tỷ giá USD/VND	15530	15520	15540

Công thức nào sẽ được sử dụng?

$\bar{p}$

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{\sum_{i=1}^n q_i}$$

$\bar{q}$

$$\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{n}$$

$\bar{r}$

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i p_i q_i}{\sum_{i=1}^n p_i q_i}$$

Tình hình xuất khẩu của công ty X

Giá xuất khẩu bình quân tháng (USD/t)	183.467
Khối l- ượng xuất khẩu bình quân mỗi đợt hàng trong tháng (t)	2000
Tỷ giá xuất khẩu bình quân tháng (USD/VND)	15530,32

2.2 Số bình quân nhân

- Số bình quân nhân là số bình quân được tính theo phương pháp trung bình nhân trong toán học.
- Số bình quân nhân vận dụng khi các lượng biến trong dãy số có quan hệ tích, thông thường để tính tốc độ phát triển bình quân
- VD: Thu nhập của ông B bằng 1,5 lần thu nhập của ông A, còn thu nhập của ông C bằng 1,1 lần thu nhập của ông B $\rightarrow$ thu nhập của ông C bằng $1,1 \times 1,5$ thu nhập của ông A

Có tài liệu về tình hình doanh thu của
Công ty A qua các năm (đv: %)

DT 99' so với DT 98'	DT 00' so với DT 99'	DT 01' so với DT 00'	DT 02' so với DT 01'
100	105	115	110

- Các lượng biến liên nhau có quan hệ tích với nhau

Tình hình doanh thu của Công ty A

$$t_1 = \frac{DT_{99}}{DT_{98}} = 100 \%$$

$$t_2 = \frac{DT_{00}}{DT_{99}} = 105 \%$$

$$t_3 = \frac{DT_{01}}{DT_{00}} = 115 \%$$

$$t_4 = \frac{DT_{02}}{DT_{01}} = 110 \%$$

Quan hệ tích giữa các lượng biến

$$t_1 \times t_2 = \frac{DT_{99}}{DT_{98}} \times \frac{DT_{00}}{DT_{99}} = \frac{DT_{00}}{DT_{98}} = 100 \% \times 105 \%$$

$$t_1 \times t_2 \times t_3 = \frac{DT_{99}}{DT_{98}} \times \frac{DT_{00}}{DT_{99}} \times \frac{DT_{01}}{DT_{00}} = \frac{DT_{01}}{DT_{98}}$$

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times t_4 = \frac{DT_{99}}{DT_{98}} \times \frac{DT_{00}}{DT_{99}} \times \frac{DT_{01}}{DT_{00}} \times \frac{DT_{02}}{DT_{01}} = \frac{DT_{02}}{DT_{98}}$$

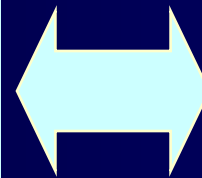
Tình hình doanh thu của Công ty A

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times t_4 = \frac{DT_{99}}{DT_{98}} \times \frac{DT_{00}}{DT_{99}} \times \frac{DT_{01}}{DT_{00}} \times \frac{DT_{02}}{DT_{01}} = \frac{DT_{02}}{DT_{98}}$$

- Tốc độ phát triển DT trong cả giai đoạn 1998 – 2002 là $T = \prod t_i$
- Tốc độ phát triển bình quân về DT trong giai đoạn đó chính là số bình quân nhân

Công thức số bình quân nhân giản đơn

$$\bar{t} = \sqrt[n]{t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n}$$



$$\bar{t} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n t_i}$$

Tốc độ phát triển DT bình quân của CT X
trong giai đoạn 1998 – 2002:

$$\bar{t} = \sqrt[4]{100 \times 105 \times 115 \times 110} = 107,35 (\%)$$

- Trong trường hợp dãy số lượng biến đã phân tổ và xuất hiện tần số $\neq 1$, ta có thể áp dụng CT bình quân nhân gia quyền

Có tài liệu theo dõi về tốc độ phát triển DT của 1 doanh nghiệp qua 10 năm ('93 ÷ '03)

Năm	1994	1995	1996	1997	1998
t (%)	110	125	115	110	110
Năm	1999	2000	2001	2002	2003
t (%)	110	110	115	125	115

Nếu tính số bình quân nhân theo CT giản đơn:

$$\bar{t} = \sqrt[10]{110 \times 125 \times 115 \times 110 \times 110 \times 110 \times 110 \times 115 \times 125 \times 115}$$

Cách này quá dài dòng và phức tạp khi số lượng biến nhiều

Nên phân tổ số liệu

Tốc độ phát triển DT (%)	110	115	125	x_i
Số năm có tốc độ tương ứng	5	3	2	f_i

■ Sử dụng CT bình quân nhân gia quyền

$$\bar{t} = \sum f_i \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n t_i^{f_i}}$$

■ Áp dụng cho ví dụ trên

$$\bar{t} = 5^+ 3^+ 2^+ \sqrt[10]{110^5 \times 115^3 \times 125^2}$$

$$\bar{t} = \sqrt[10]{3.827163119 \times 10^{20}} = 114 \text{ (\%)}$$

Thực hành: Bài tập 1 trang 195

4. Mốt (Mode - Mo)

- *Mốt là biểu hiện của một tiêu thức phổ biến nhất hay được gặp nhiều nhất trong tổng thể hay trong 1 dãy số phân phối.*
- Với dãy số không có khoảng cách tổ, Mo là lượng biến hoặc biểu hiện có tần số lớn nhất
- Với dãy số có khoảng cách tổ, Mo là lượng biến có mật độ phân phối lớn nhất (xung quanh đó tập trung nhiều đơn vị tổng thể nhất)

Tác dụng của Mo

- Một không san bằng hay bù trừ chênh lệch giữa các lượng biến (khác) $\rightarrow$ có thể bổ sung hay thay thế cho số trung bình cộng trong trường hợp việc tính số trung bình gặp khó khăn.
- Một bảo đảm ý nghĩa kinh tế hơn các tính toán khác khi có lượng biến đột xuất vì nó không chịu ảnh hưởng của lượng biến đột xuất.
- Một là một trong những tham số nêu lên đặc trưng phân phối của dãy số.
- Một sử dụng trong bài toán lý thuyết phục vụ đám đông: trong kinh doanh, chọn loại nào, màu sắc, kiểu cỡ nào phù hợp nhất và vừa ý nhất với số đông để sản xuất nhiều, đáp ứng nhu cầu khách hàng.

Ưu, nhược điểm của Mo

Ưu điểm:

- Một không thay đổi đối với những lượng biến đột xuất.
- Một có thể được tính ra từ cả tiêu thức thuộc tính và tiêu thức số lượng.

Nhược điểm:

- Một kém nhạy bén với sự biến thiên của tiêu thức: chỉ quan tâm tới lượng biến có tần số lớn nhất mà không quan tâm tới các lượng biến khác.
- Đối với 1 dãy số phân phối có thể có nhiều Một, có thể không có Một. Không nên tính Một trong trường hợp dãy số phân phối có nhiều lượng biến có tần số lớn xấp xỉ nhau (trường hợp có nhiều Một).

■ Phương pháp tính Mo

- TH1: Dãy số phân tử không có khoảng cách tử: Lượng biến có tần số lớn nhất chính là Mo
- TH2: Dãy số phân tử có khoảng cách tử:
- Xác định vị trí của Mo
- Xác định giá trị gần đúng của Mo

↪ Xác định vị trí của Mo

- Các tổ có khoảng cách tổ đều nhau
→ Tổ có tần số (tần suất) lớn nhất là tổ chứa Mo
- Các tổ có khoảng cách tổ không đều nhau
→ Tổ có mật độ phân phối lớn nhất là tổ chứa Mo

⇒ Xác định giá trị gần đúng của M_o

$$M_o = x_{M_o \min} + h_{M_o} \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

$$M_o = x_{M_o \min} + h_{M_o} \frac{D_{M_o} - D_{M_o-1}}{(D_{M_o} - D_{M_o-1}) + (D_{M_o} - D_{M_o+1})}$$

Với:

- $x_{M_o \min}$: giới hạn dưới của tổ chứa M_o
- h_{M_o} : khoảng cách tổ của tổ chứa M_o
- $f_{M_o} (D_{M_o})$: tần số (mật độ) của tổ chứa M_o
- $f_{M_o-1} (D_{M_o-1})$: tần số (mật độ) của tổ liền trước tổ chứa M_o
- $f_{M_o+1} (D_{M_o+1})$: tần số (mật độ) của tổ liền sau tổ chứa M_o

Nhận xét tình hình lương thực tại địa phương

Khối lượng lương thực bình quân (kg/người)	Số người (người)
400 – 500	10
500 – 600	30
600 – 700	45
700 – 800	80
800 – 900	30
900 – 1000	5

Xác định Mo?

Áp dụng CT1 tính giá trị gần đúng của M_o

$$x_{M_o} \min = 700$$

$$h_{M_o} = 100$$

$$f_{M_o} = 80$$

$$f_{M_o-1} = 45$$

$$f_{M_o+1} = 30$$

$$M_o = 700 + 100 \times \frac{80 - 45}{(80 - 45) + (80 - 30)} = 741,2 (kg / ng)$$

5. Trung vị – Me (Median)

- *Trung vị là lượng biến của đơn vị đứng ở vị trí chính giữa trong dãy số lượng biến*

Tính chất

- Trung vị phân chia dãy số lượng biến thành hai phần có số lượng đơn vị tổng thể bằng nhau.
- Tổng các độ chênh lệch tuyệt đối giữa các lượng biến với trung vị là một trị số nhỏ nhất (so với số bình quân hay Mo)
- Trước khi tính trung vị, ta phải sắp xếp các lượng biến theo thứ tự (từ lượng biến nhỏ nhất $x_{\min}$ tới lượng biến lớn nhất $x_{\max}$ hay ngược lại)

Trung vị – Me (Median)

Tác dụng

- Trung vị không san bằng, bù trừ chênh lệch giữa các lượng biến → dùng trung vị để bổ sung hoặc thay thế số bình quân cộng
- Tính chất 2 được ứng dụng trong nhiều công tác kỹ thuật và phục vụ công cộng

Phương pháp xác định trung vị

- **Bước 1: Xác định vị trí chính giữa (vị trí của đơn vị đứng ở vị trí chính giữa).**
 - Vị trí trung vị là đơn vị thứ $(n+1)/2$
- **Bước 2: Xác định trung vị:**
- Đối với dãy số lượng biến không có khoảng cách tổ
 - Nếu số đơn vị là lẻ ($n = 2m+1$) thì $Me = x_{m+1}$
 - Nếu số đơn vị là chẵn thì

$$Me = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}$$

Ví dụ: Theo dõi DT của 10 cửa hàng thuộc công ty tm trong tháng 2/03 (đv: tỷ VND)

0,5	1,6	0,8	1,1	0,3
0,9	2,1	1,2	1,3	1,4

Dãy số sắp xếp

0,3	0,5	0,8	0,9	1,1
1,2	1,3	1,4	1,6	2,1

Trung vị – Me (Median)

Đối với dãy số lượng biến có khoảng cách tổ

- Xác định tổ chứa trung vị: tổ chứa đơn vị đứng ở vị trí chính giữa.
- Xác định GT gần đúng của trung vị theo CT

$$Me = x_{Me \min} + h_{Me} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

Nhận xét tình hình lương thực tại địa phương

Khối lượng lương thực bình quân (kg/người)	Số người (người)
400 – 500	10
500 – 600	30
600 – 700	45
700 – 800	80
800 – 900	30
900 – 1000	5

Xác định Me?

Nhận xét

- Vị trí của Me:
- x_{100} và x_{101}
- Tổ chứa Me là tổ thứ 4

Khối lượng lượng thực bình quân (kg/người)	Số người (người)	S_i
400 – 500	10	10
500 – 600	30	40
600 – 700	45	85
700 – 800	80	165
800 – 900	30	195
900 – 1000	5	200

Áp dụng CT tính giá trị gần đúng của Me

$$x_{Me\min} = 700$$

$$h_{Me} = 100$$

$$f_{Me} = 80$$

$$S_{Me-1} = 85$$

$$Me = 700 + 100 \times \frac{\frac{200}{2} - 85}{80} = 718,75 \text{ (kg / ng)}$$

4. Các chỉ tiêu đo độ biến thiên tiêu thức

Ý nghĩa của độ biến thiên tiêu thức

- Đánh giá trình độ đại biểu của số bình quân
- Phản ánh đặc trưng của dãy số như đặc trưng về phân phối, về kết cấu, về tính chất đồng đều của tổng thể.
- Phản ánh chất lượng công tác và nhịp điệu hoàn thành kế hoạch chung của tổng thể cũng như của từng bộ phận
- Độ biến thiên tiêu thức còn được dùng trong nhiều trường hợp nghiên cứu thống kê khác

Các tham số đo độ biến thiên tiêu thức

1. Khoảng biến thiên
2. Độ trải giữa
3. Độ lệch tuyệt đối
4. Phương sai
5. Độ lệch tiêu chuẩn²
6. Hệ số biến thiên

Khoảng biến thiên - R^*

- Khoảng biến thiên là độ lệch giữa lượng biến lớn nhất và lượng biến nhỏ nhất trong dãy số lượng biến
- $R^* = X_{\max} - X_{\min}$

Xét ví dụ: NSLD của 2 tổ CN (5 người/tổ) (đv:sp/h)

Tổ 1	40	50	60	70	80	$\bar{x}_1 = 60$	$R^* = 40$
Tổ 2	58	59	60	61	62	$\bar{x}_2 = 60$	$R^* = 4$

Ưu, nhược điểm của khoảng biến thiên R^*

■ Ưu điểm

- Dễ tính toán, xác định

■ Nhược điểm

- Chỉ liên quan đến $X_{\max}$ và $X_{\min}$ mà không tính tới các lượng biến khác trong DS → không toàn diện, dễ dẫn đến sai số

Độ lệch tuyệt đối bình quân

- Độ lệch tuyệt đối trung bình là số bình quân cộng của các độ lệch tuyệt đối giữa lượng biến với số bình quân của các lượng biến đó

$$\bar{d}_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$\bar{d}_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Phương sai- σ^2

- Phương sai là số bình quân cộng của bình phương các độ lệch giữa lượng biến với số bình quân của các lượng biến đó.
- Công thức 1 (trường hợp DS không phân tổ)

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

- Công thức 2 (trường hợp DS đã phân tổ
– mỗi lượng biến x_i có tần số xuất hiện là f_i)

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{x}^2$$

Ví dụ:

Tổ 1	40	50	60	70	80	$\bar{x}_1 = 60$	
Tổ 2	58	59	60	61	62	$\bar{x}_2 = 60$	

$$\sigma_{x_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} = \frac{19000}{5} - 3600 = 200$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} = \frac{18010}{5} - 3600 = 2$$

Xác định phương sai:

Khối lượng thực bình quân (kg/người)	Số người (người)
400 – 500	10
500 – 600	30
600 – 700	45
700 – 800	80
800 – 900	30
900 – 1000	5

Nhận xét về ưu, nhược điểm của σ^2

■ Ưu điểm

- Trong công thức tính toán đã bao gồm tất cả các đơn vị tổng thể $\rightarrow$ toàn diện hơn R^*

■ Nhược điểm

- Khuếch đại sai số
- Đơn vị tính toán không đồng nhất

2.5 Độ lệch tiêu chuẩn - σ

■ Độ lệch tiêu chuẩn là khai phương của phương sai.

■ Công thức:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \times f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{x}^2}$$

Ví dụ

Tổ 1	40	50	60	70	80	$\bar{x}_1 = 60$	$\sigma^2 = 200$
Tổ 2	58	59	60	61	62	$\bar{x}_2 = 60$	$\sigma^2 = 2$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{200} = 14,142 \text{ (sp / h)}$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{2} = 1,4142 \text{ (sp / h)}$$

Nhận xét về ưu, nhược điểm của σ

■ Ưu điểm

- Trong công thức tính toán đã bao gồm tất cả các đơn vị tổng thể $\rightarrow$ toàn diện hơn R^*
- Không khuếch đại sai số, tốt hơn σ^2
- $\rightarrow$ Độ lệch tiêu chuẩn là chỉ tiêu đo độ biến thiên khá toàn diện

■ Nhược điểm:

- Không so sánh được độ biến thiên giữa 2 đại lượng khác loại
- Khó tính

- Cả 4 chỉ tiêu trên đều chỉ dùng để so sánh biến thiên của các hiện tượng cùng loại hoặc các hiện tượng cùng loại và số trung bình bằng nhau.

Hệ số biến thiên

- Hệ số biến thiên được sử dụng khi giá trị bình quân của hai tổng thể so sánh khác nhau nhiều hoặc so sánh hai hiện tượng khác nhau
- Công thức:

$$V_x = \frac{\sigma}{x} \times 100 \%$$

$$V_x = \frac{\sigma}{Mo} \times 100 \%$$

$$V_x = \frac{\sigma}{Me} \times 100 \%$$

Ví dụ

	SV Nam	SV nữ
Chiều cao bình quân (cm)	167	156
Trọng lượng bình quân (kg)	57	44
σ_{CC} (cm)	10	11
σ_{TL} (kg)	9	5
V_{CC} (%)	5,98	7,05
V_{TL} (%)	15,79	11,36