

404001 - Tín hiệu và hệ thống

Chương 1. Cơ bản về tín hiệu và hệ thống

Chương 2. Phân tích HT tuyến tính bất biến (LTI) trong miền thời gian

Chương 3. Biểu diễn tín hiệu tuần hoàn dùng chuỗi Fourier

Chương 4. Biểu diễn tín hiệu dùng biến đổi Fourier

Chương 5. Lấy mẫu

Chương 6. Phân tích hệ thống liên tục dùng biến đổi Laplace

Chương 7. Đáp ứng tần số của hệ thống LTI và thiết kế bộ lọc tương tự

Ch-1: Cơ bản về tín hiệu và hệ thống

Lecture-1

1.1. Cơ bản về tín hiệu

1.1. Cơ bản về tín hiệu

1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

1.1.2. Phân loại tín hiệu

1.1.3. Năng lượng và công suất tín hiệu

1.1.4. Các phép biến đổi thời gian

1.1.5. Các dạng tín hiệu thông dụng

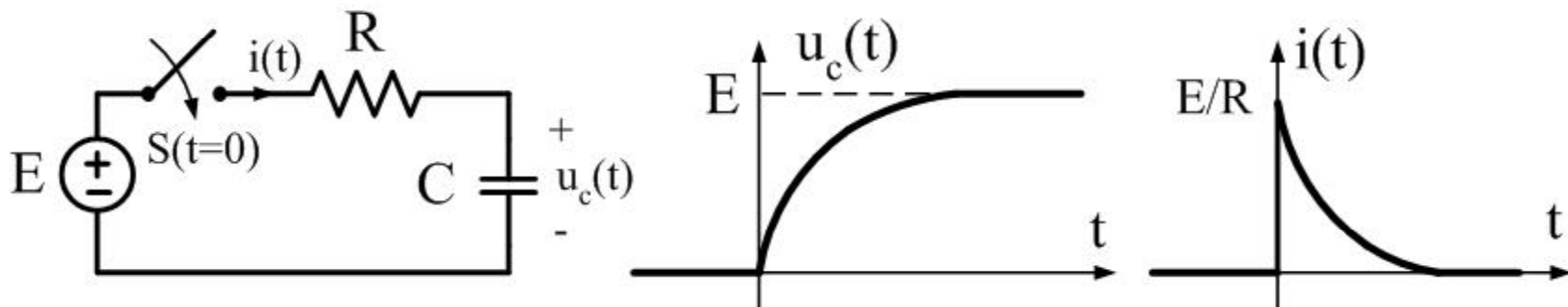
1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

□ Định nghĩa:

Tín hiệu là hàm của một hoặc nhiều biến độc lập (thời gian, không gian,...) mang thông tin về hành vi hoặc bản chất của các hiện tượng (vật lý, kinh tế, xã hội,...)

□ Tín hiệu là hàm theo 1 biến thời gian

- *Ví dụ 1*: tín hiệu điện áp $u_c(t)$ và dòng điện $i(t)$ trong mạch RC

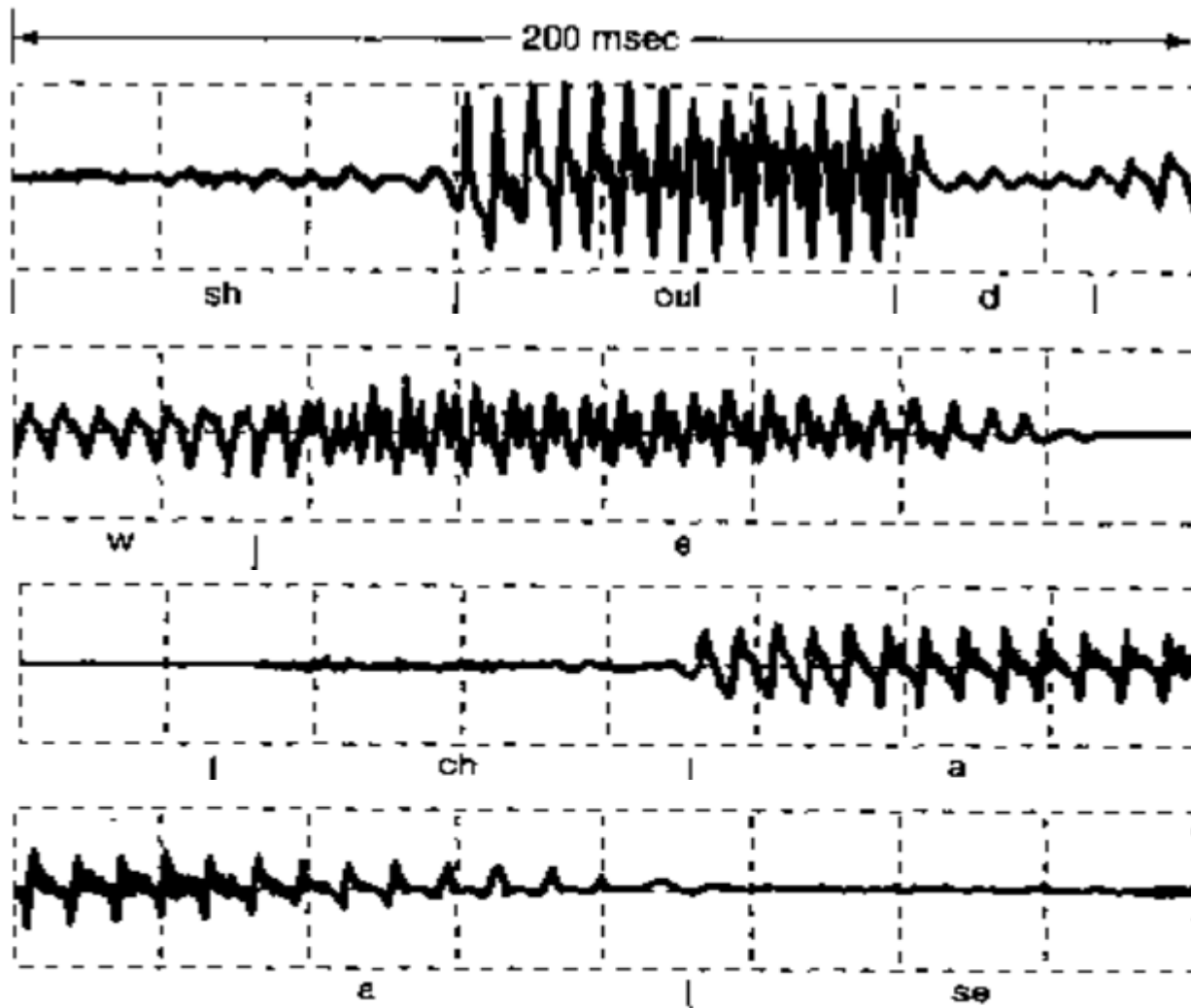


$$u_c(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ E(1 - e^{-t/RC}); & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ (E/R)e^{-t/RC}; & t \geq 0 \end{cases}$$

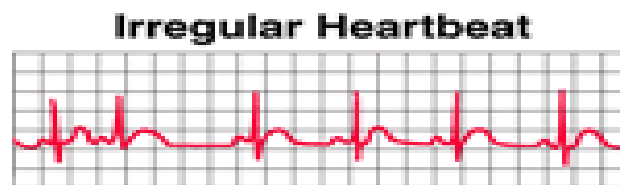
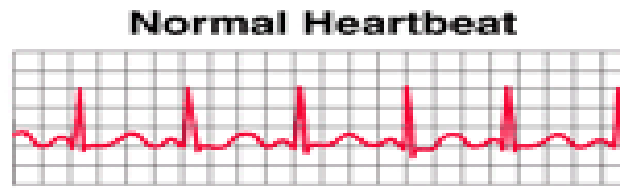
1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

- *Ví dụ 2*: Tín hiệu thoại ghi lại dưới dạng điện áp $u(t)$



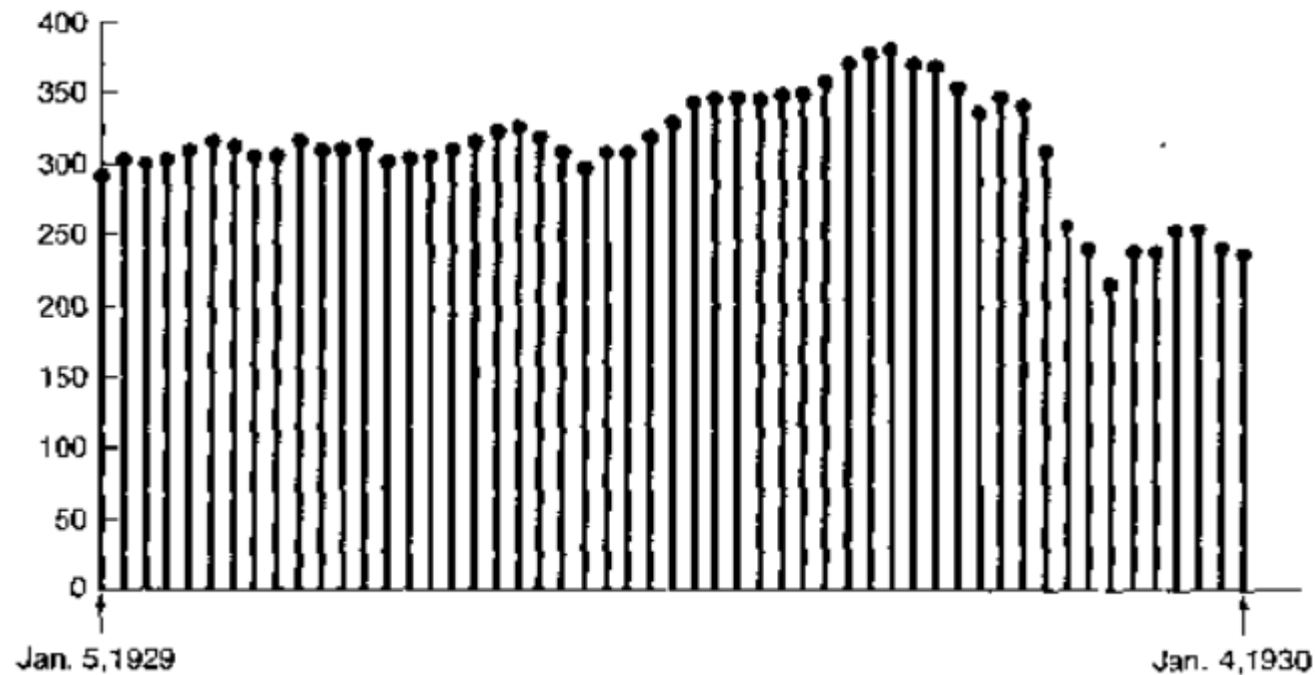
1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

- *Ví dụ 3*: Tín hiệu điện tim ghi lại dưới dạng điện áp $u(t)$



1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

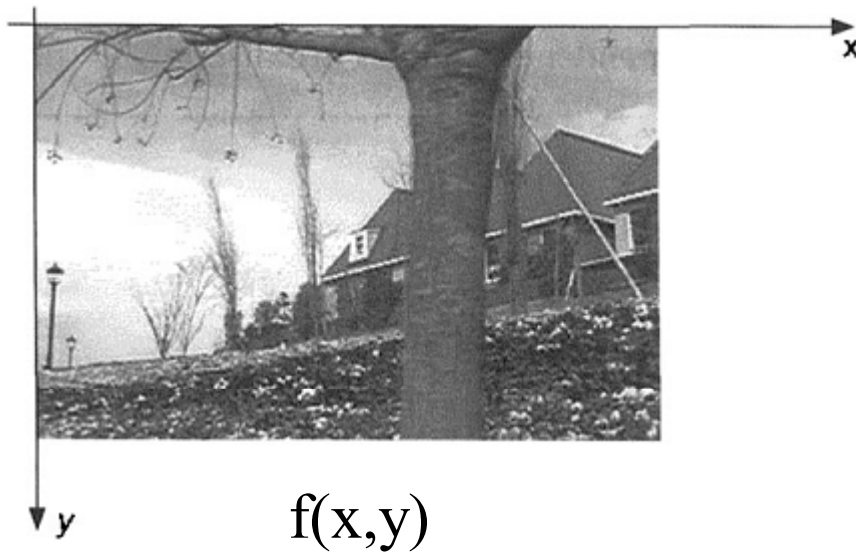
- *Ví dụ 4*: The weekly Dow-Jones stock market index



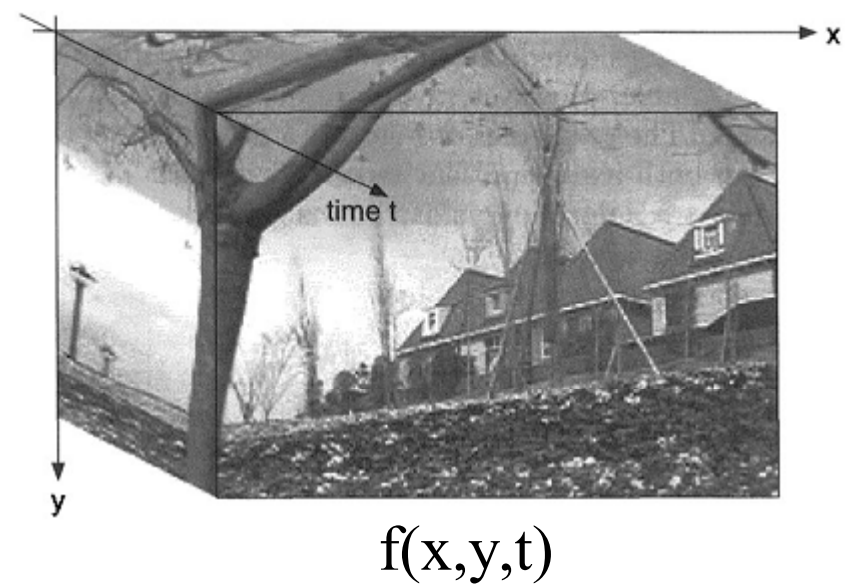
1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

□ Tín hiệu là hàm nhiều biến:

Ảnh tĩnh

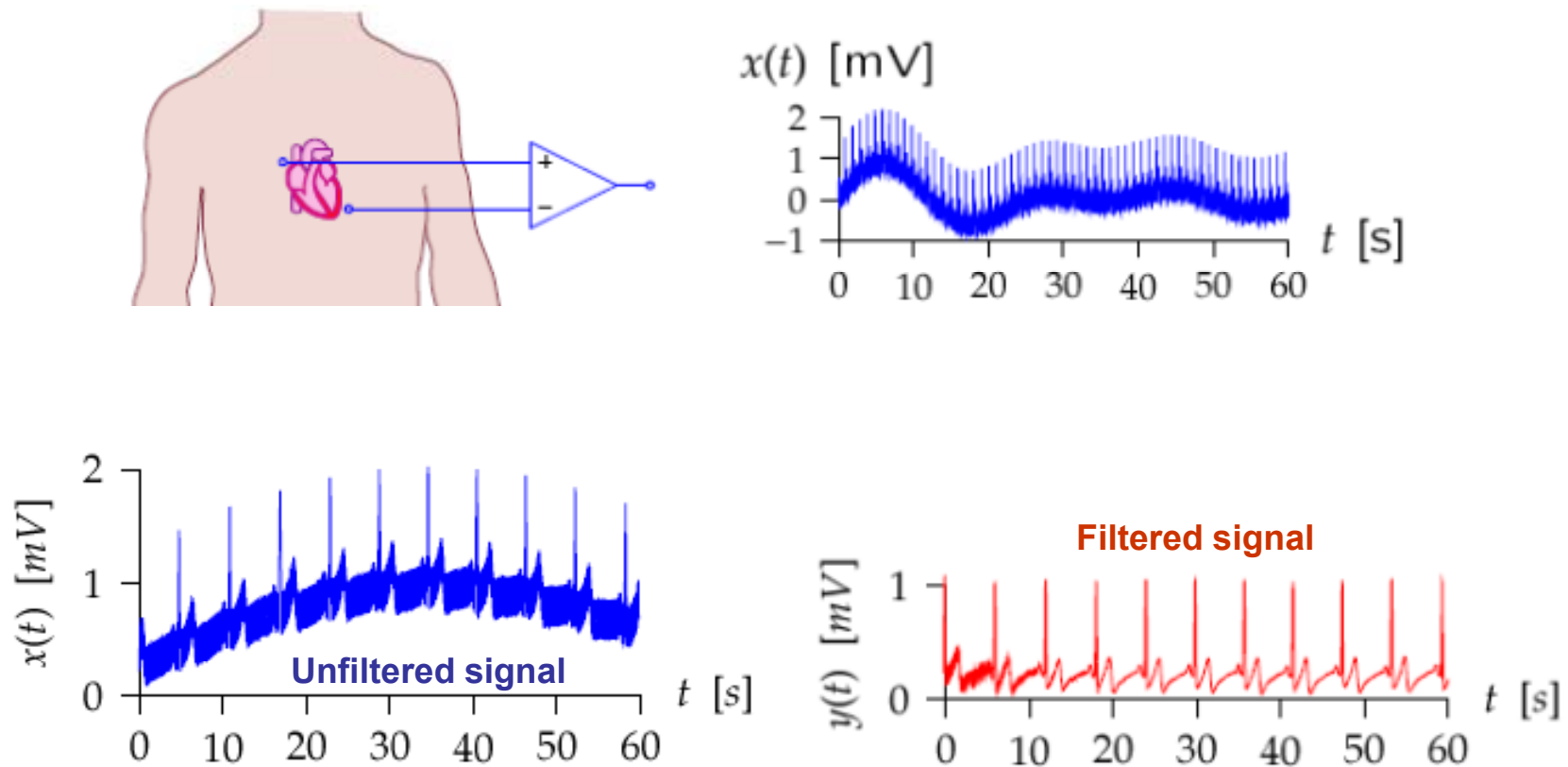


Ảnh động



1.1.1. Tín hiệu và ví dụ về tín hiệu

□ **Xử lý tín hiệu:** xử lý tương tự & xử lý số $\rightarrow$ tập trung XL tương tự



1.1.2. Phân loại tín hiệu

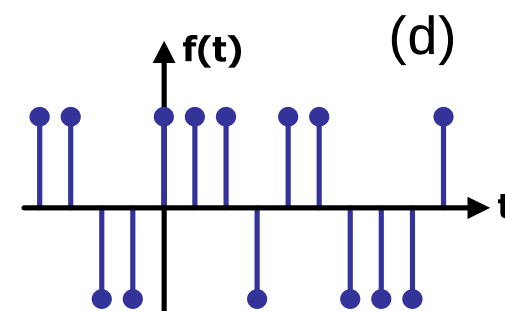
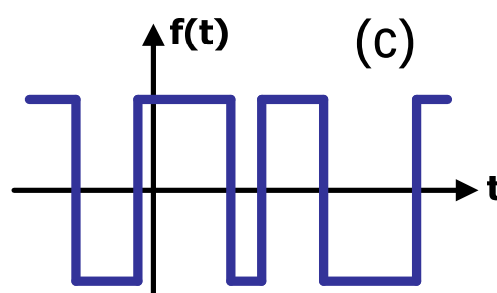
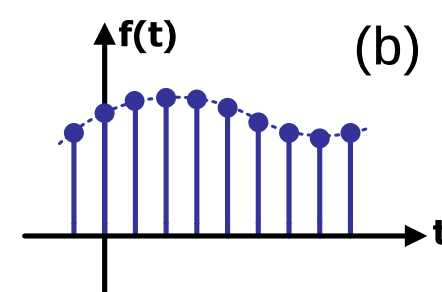
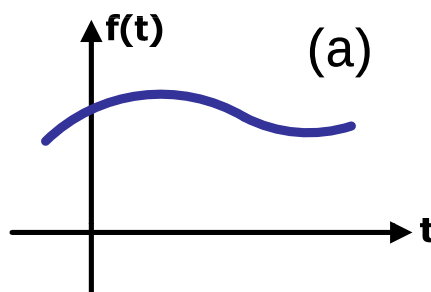
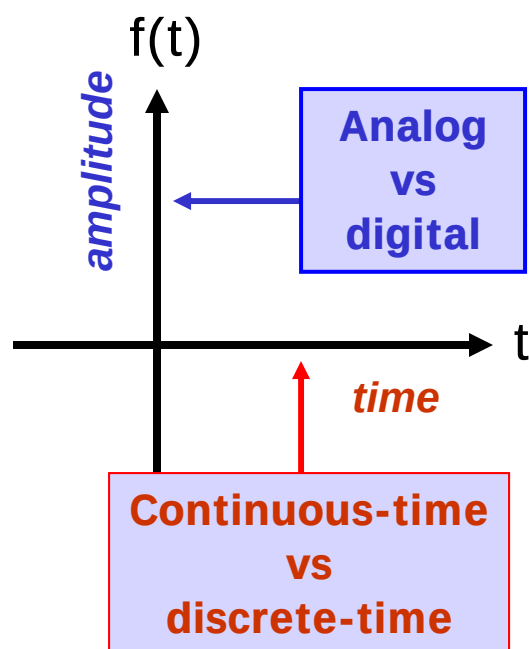
□ Có nhiều tiêu chí để phân loại tín hiệu:

Tín hiệu liên tục	- Tín hiệu rời rạc
Tín hiệu tương tự	- Tín hiệu số
Tín hiệu tuần hoàn	- Tín hiệu không tuần hoàn
Tín hiệu năng lượng	- Tín hiệu công suất
Tín hiệu xác định	- Tín hiệu ngẫu nhiên
Tín hiệu nhân quả	- Tín hiệu không nhân quả
Tín hiệu thực	- Tín hiệu phức

□ Trong đó, cách phân loại tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc là thông dụng nhất (trong môn học này ta chỉ khảo sát tín hiệu liên tục)

1.1.2. Phân loại tín hiệu

□ **Ví dụ:** phân loại tín hiệu liên tục & rời rạc, tương tự & số



1.1.3. Năng lượng và công suất tín hiệu

□ Xét tín hiệu dòng điện $i(t)$ qua điện trở R :

- Công suất tức thời trên R : $p(t)=u(t)i(t)=Ri^2(t)$
- Năng lượng tổn hao trong khoảng thời gian $[t_1 \rightarrow t_2]$:

$$\int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t)dt$$

- Công suất tổn hao trung bình trong khoảng thời gian $[t_1 \rightarrow t_2]$:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t)dt$$

□ Năng lượng & công suất trên điện trở $R=1\Omega$ được gọi là năng lượng và công suất của tín hiệu dòng điện $i(t)$

- Năng lượng tín hiệu trong khoảng $[t_1 \rightarrow t_2]$: $E_i = \int_{t_1}^{t_2} i^2(t)dt$
- Công suất tín hiệu khoảng thời gian $[t_1 \rightarrow t_2]$: $P_i = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} i^2(t)dt$

1.1.3. Năng lượng và công suất tín hiệu

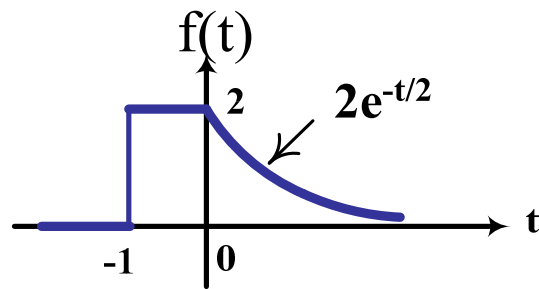
- ❑ Như vậy năng lượng tín hiệu và công suất tín hiệu không phải là năng lượng và công suất về mặt vật lý $\rightarrow$ thông số đánh giá độ lớn của tín hiệu
- ❑ Trên thực tế để xác định độ lớn tín hiệu ta thường xem tổng quát là tín hiệu phức tồn tại trên toàn thang thời gian. Khi đó năng lượng và công suất của tín hiệu $f(t)$ được viết lại ở dạng tổng quát như sau:

- Năng lượng: $E_f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$

- Công suất: $P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \right)$

1.1.3. Năng lượng và công suất tín hiệu

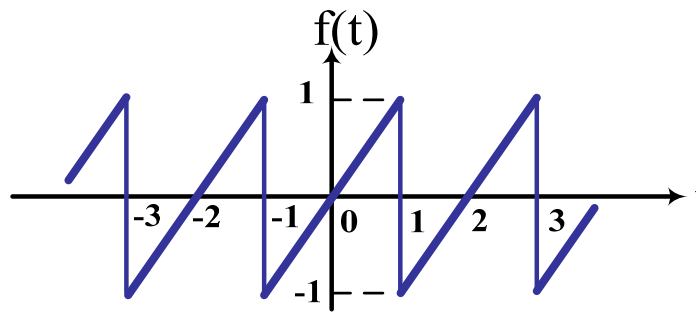
□ Ví dụ:



$$E_f = \int_{-1}^0 4 dt + \int_0^{\infty} 4e^{-t} dt = 8$$

$$P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_f}{T} = 0$$

Tín hiệu
năng lượng



$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \infty$$

$$P_f = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 t^2 dt = \frac{1}{3}$$

Tín hiệu
công suất

1.1.4. Các phép biến đổi thời gian

- a) Phép dịch thời gian
- b) Phép đảo thời gian
- c) Phép tỷ lệ thời gian
- d) Kết hợp các phép biến đổi

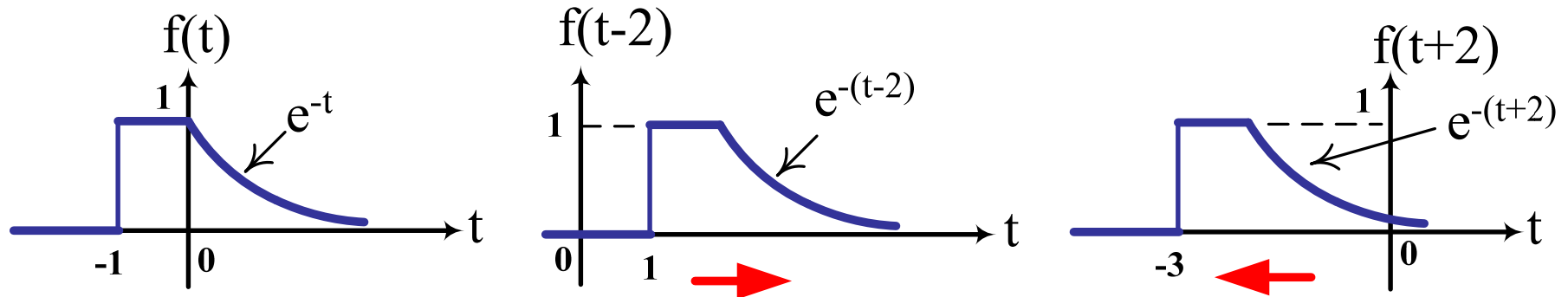
a) Phép dịch thời gian

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(t - T)$$

□ $T > 0 \rightarrow$ dịch sang **phải** (trễ) T giây

□ $T < 0 \rightarrow$ dịch sang **trái** (sớm) T giây

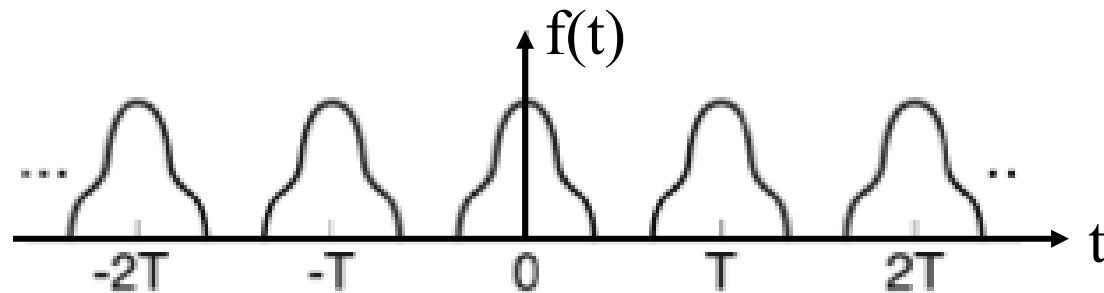
□ Ví dụ 1:



a) Phép dịch thời gian

□ Ví dụ 2: tín hiệu tuần hoàn & tín hiệu không tuần hoàn

- $f(t)$ là tuần hoàn nếu với $T > 0 \rightarrow \mathbf{f(t) = f(t+T)}$ với mọi t

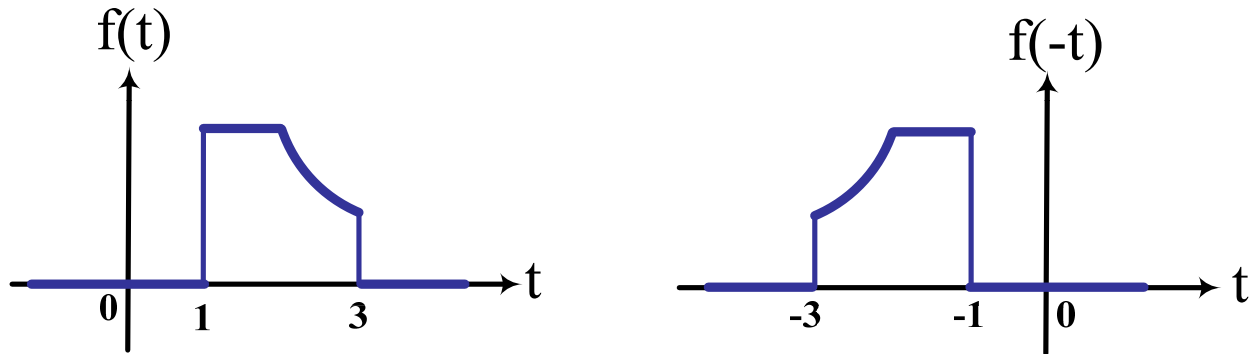


- Giá trị nhỏ nhất của T được gọi là chu kỳ của $f(t)$
- $f(t)$ là tín hiệu không tuần hoàn nếu không tồn tại giá trị của T thỏa tính chất trên

b) Phép đảo thời gian

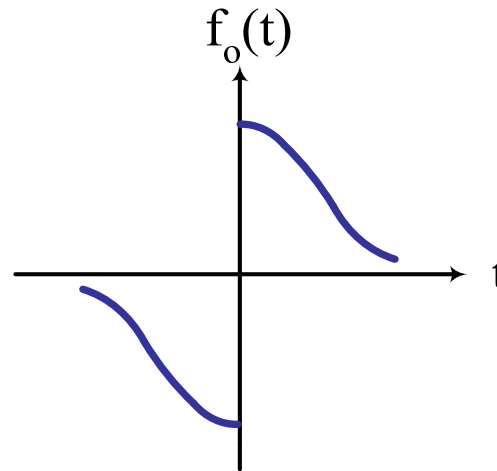
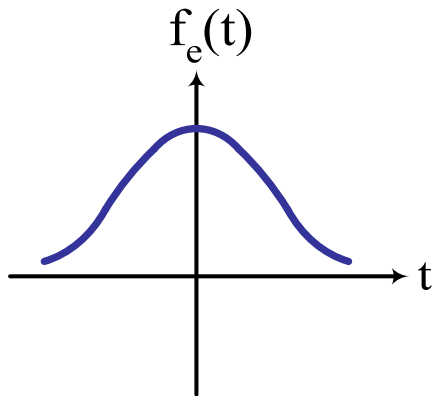
$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(-t)$$

- Đối xứng $f(t)$ qua trục tung
- Ví dụ 1:



- Ví dụ 2: Tín hiệu chẵn và lẻ
 - Hàm chẵn: $f_e(-t) = f_e(t)$; đối xứng qua trục tung
 - Hàm lẻ: $f_o(-t) = -f_o(t)$; đối xứng ngược qua trục tung

b) Phép đảo thời gian



□ Phân tích tín hiệu thành thành phần chẵn và lẻ

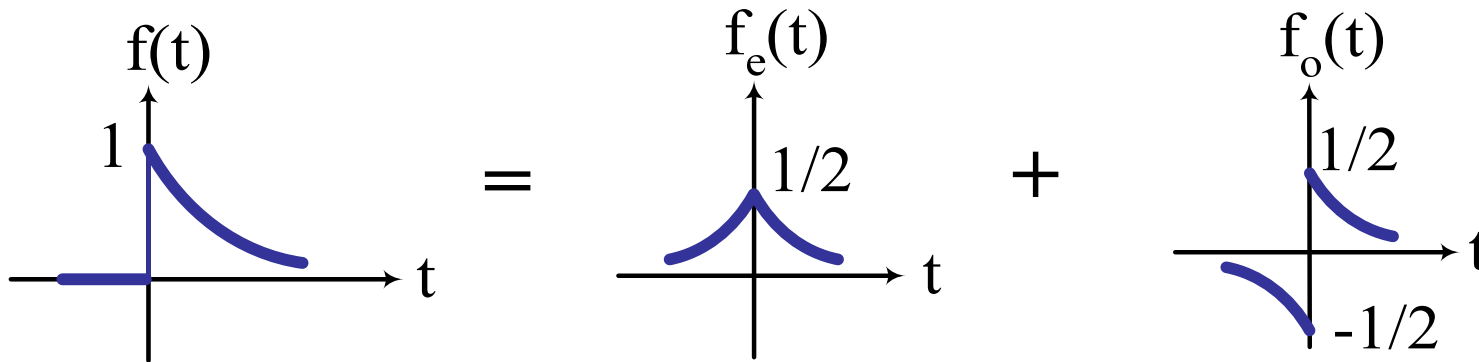
$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] & \longrightarrow \text{Thành phần chẵn} \\ f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)] & \longrightarrow \text{Thành phần lẻ} \end{cases}$$

b) Phép đảo thời gian

□ Ví dụ 3: $f(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ e^{-at}; & t \geq 0 \end{cases} \quad (a > 0) = f_e(t) + f_o(t)$

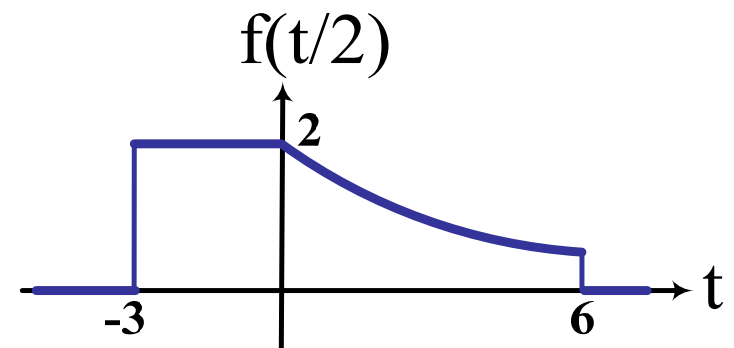
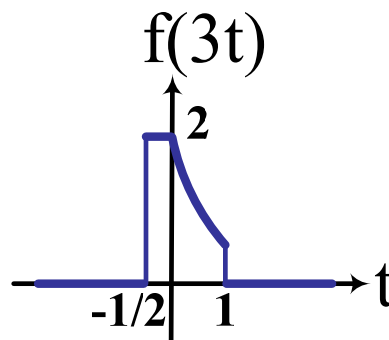
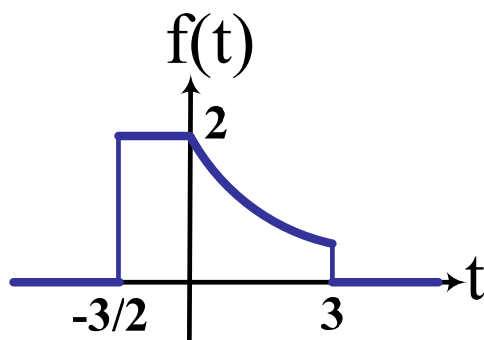
Với:
$$\begin{cases} f_e(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{at}; & t < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-at}; & t > 0 \end{cases} \\ f_o(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}e^{at}; & t < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-at}; & t > 0 \end{cases} \end{cases}$$



c) Phép tỷ lệ thời gian

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at); \quad a > 0$$

- $a > 1$: co thời gian a lần
- $0 < a < 1$: giãn thời gian $1/a$ lần
- Ví dụ:



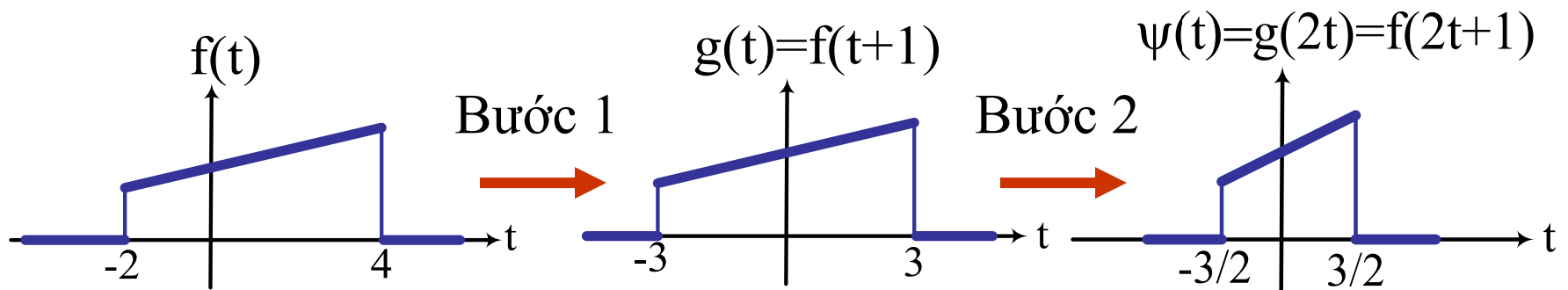
d) Kết hợp các phép biến đổi

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

□ Trường hợp $a > 0$:

■ Phương pháp 1:

- Bước 1: Phép dịch thời gian $g(t) = f(t - b)$
- Bước 2: Phép tỷ lệ $\varphi(t) = g(at)$
- Ví dụ: $\varphi(t) = f(2t + 1)$



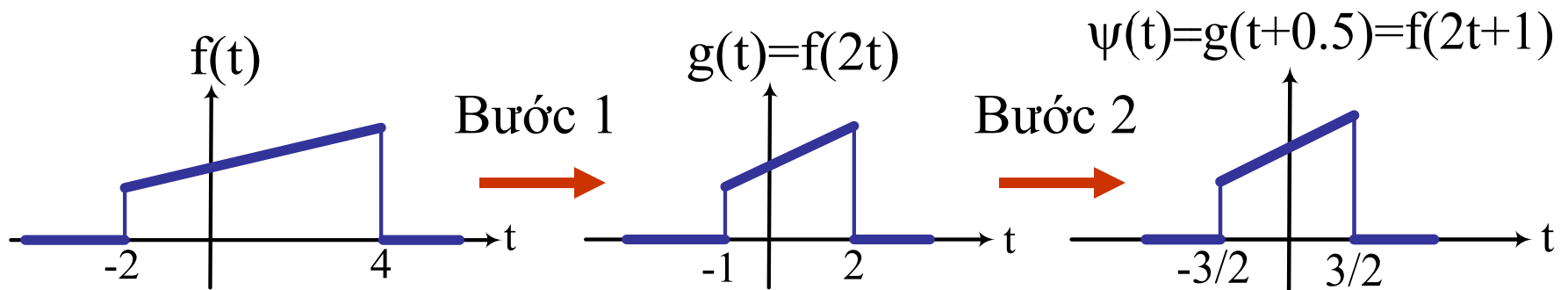
d) Kết hợp các phép biến đổi

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

□ Trường hợp $a > 0$:

■ Phương pháp 2:

- Bước 1: Phép tỷ lệ $g(t) = f(at)$
- Bước 2: Phép dịch thời gian $\varphi(t) = g(t - b/a)$
- Ví dụ: $\varphi(t) = f(2t + 1)$

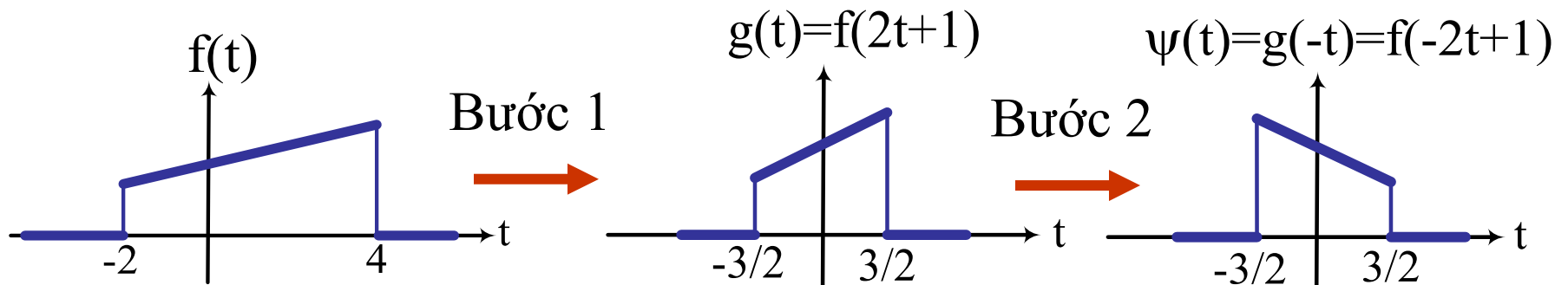


d) Kết hợp các phép biến đổi

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

□ Trường hợp $a < 0$:

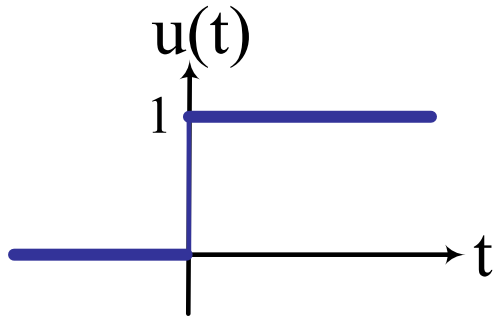
- Bước 1: Xác định $g(t) = f(|a|t - b)$
- Bước 2: Dùng phép đảo thời gian $\varphi(t) = g(-t)$
- Ví dụ: $\varphi(t) = f(-2t + 1)$



1.1.5. Các tín hiệu thông dụng

- a) Hàm bước đơn vị $u(t)$
- b) Xung đơn vị $\delta(t)$
- c) Hàm mũ

a) Hàm bước đơn vị $u(t)$

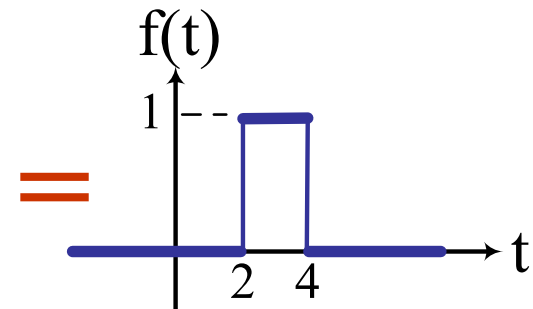
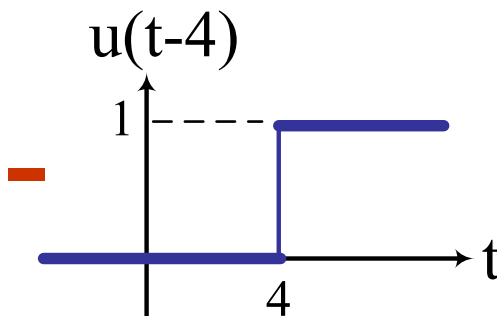
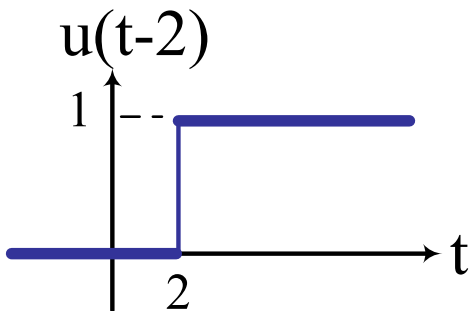


$$u(t) = \begin{cases} 1; & t > 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}$$

□ $u(t)$ thông dụng trong việc mô tả một tín hiệu với nhiều mô tả khác nhau trong các khoảng thời gian khác nhau

□ Ví dụ 1:

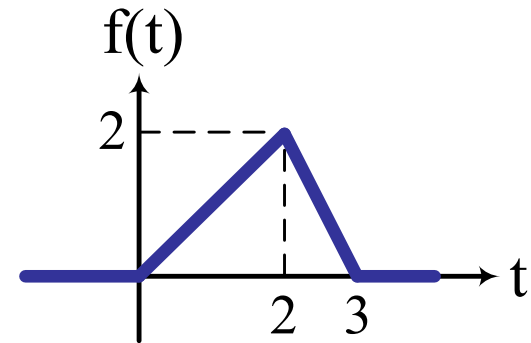
$$f(t) = \begin{cases} 1; & 2 < t < 4 \\ 0; & t < 2 \text{ or } t > 4 \end{cases} \Rightarrow f(t) = u(t-2) - u(t-4)$$



a) Hàm bước đơn vị $u(t)$

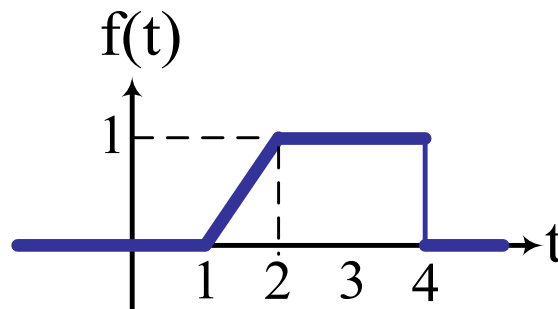
□ Ví dụ 2:

$$f(t) = \begin{cases} t; & 0 < t < 2 \\ -2(t - 3); & 2 < t < 3 \\ 0; & t < 0 \text{ or } t > 3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow f(t) = t[u(t) - u(t - 2)] - 2(t - 3)[u(t - 2) - u(t - 3)]$$

□ Ví dụ 3:



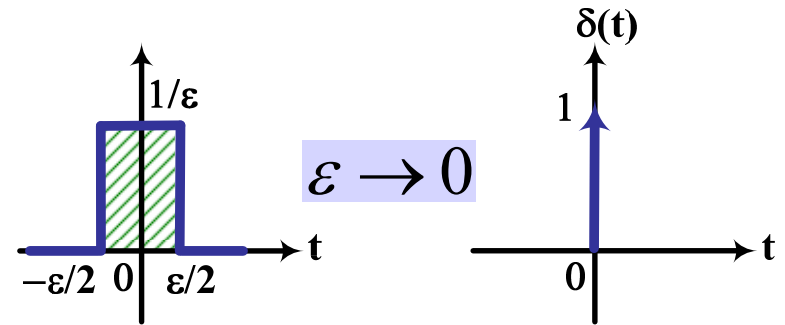
$$\Rightarrow f(t) = (t - 1)[u(t - 1) - u(t - 2)] + [u(t - 2) - u(t - 4)]$$

$$\Leftrightarrow f(t) = (t - 1)u(t - 1) - (t - 2)u(t - 2) - u(t - 4)$$

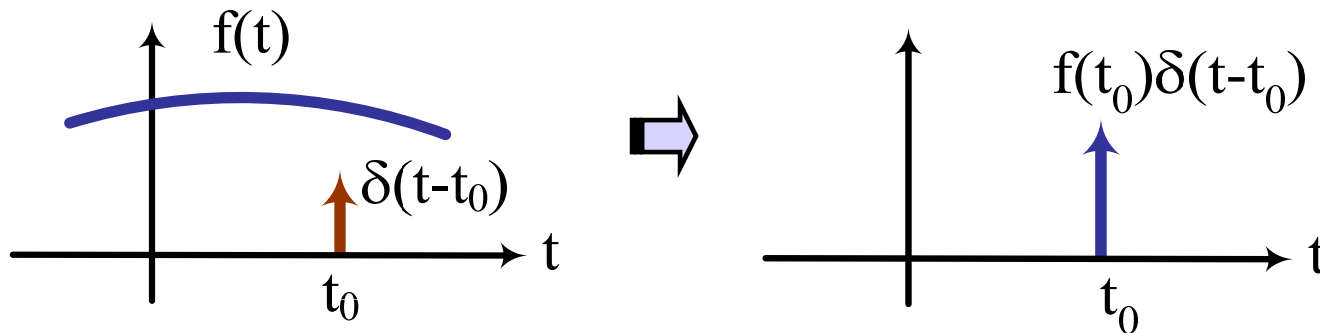
b) Xung đơn vị $\delta(t)$

□ Định nghĩa :

$$\begin{cases} \delta(t) = 0; t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$



□ Tính chất 1: Nếu $f(t)$ liên tục tại t_0 thì: $f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$



Ví dụ: $\frac{\omega^2 + 1}{\omega^2 + 9} \delta(\omega - 1) = \frac{1}{5} \delta(\omega - 1)$

b) Xung đơn vị $\delta(t)$

□ Tính chất 2: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$

Ví dụ: $\int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)\delta(t - 2)dt = \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)\Big|_{t=2} = 1$

□ Tính chất 3:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du(t)}{dt} f(t) dt &= u(t)f(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} u(t)f'(t)dt \\ &= f(\infty) - \int_0^{\infty} f'(t)dt = f(\infty) - f(t)\Big|_0^{\infty} = f(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}} \Rightarrow \boxed{\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)}$$

c) Hàm mũ

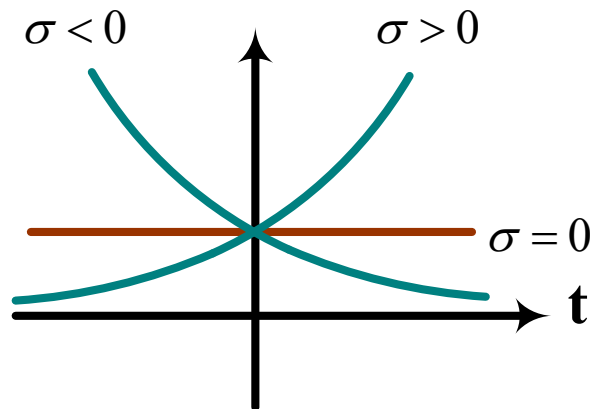
□ $s = \sigma + j\omega$: Tần số phức

$$e^{st} = e^{\sigma t} (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

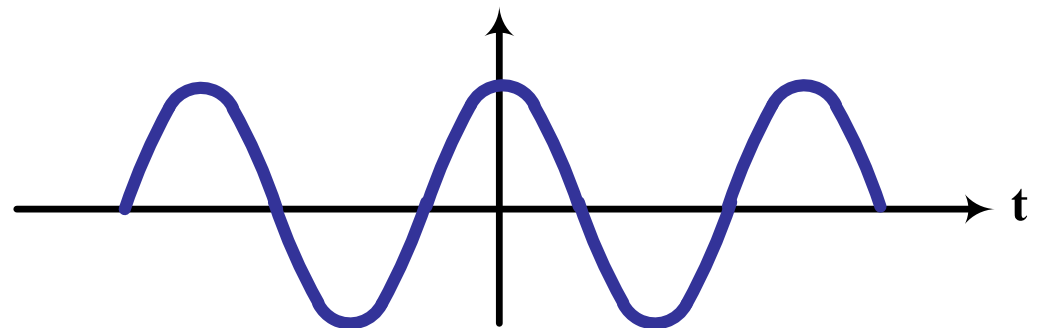
$$e^{s^*t} = e^{\sigma t} (\cos \omega t - j \sin \omega t)$$

□ Ví dụ: $\text{Re}\{e^{st}\} = e^{\sigma t} \cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{st} + e^{s^*t})$

a) $\omega = 0$

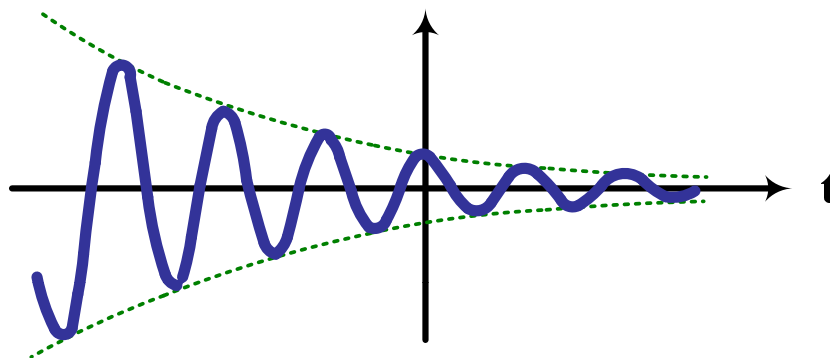


b) $\sigma = 0$

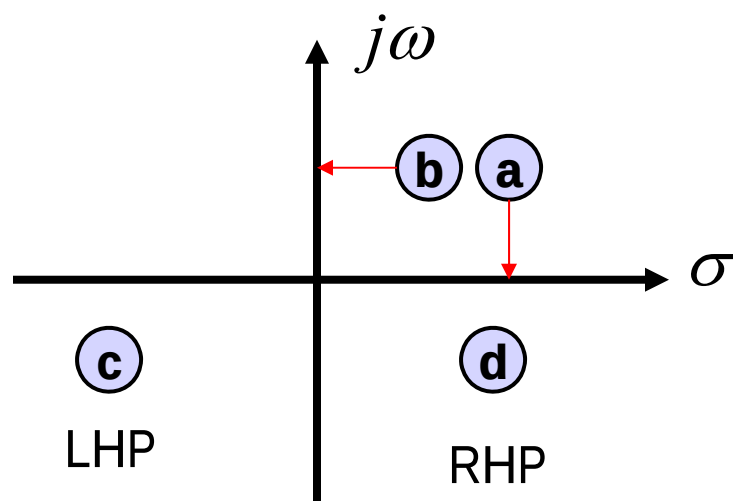
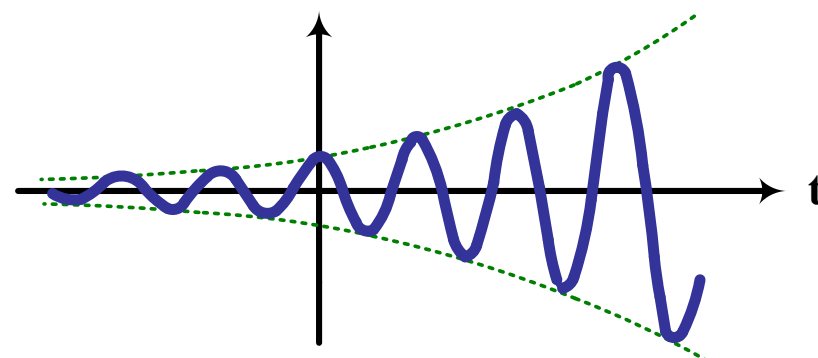


c) Hàm mũ

c) $\sigma < 0; \omega \neq 0$



d) $\sigma > 0; \omega \neq 0$



Vị trí của biến phức $s = \sigma + j\omega$ trong các ví dụ a, b, c, và d