

## Ch-4: Biểu diễn tín hiệu dùng biến đổi Fourier

### Lecture-8

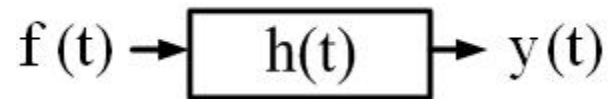
4.4. Biến đổi Fourier và hệ thống LTI

4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

4.6. Ứng dụng trong thông tin: điều chế liên tục

## 4.4. Biến đổi Fourier và hệ thống LTI

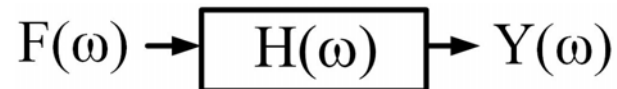
- Xét hệ thống LTI với đáp ứng xung là  $h(t)$



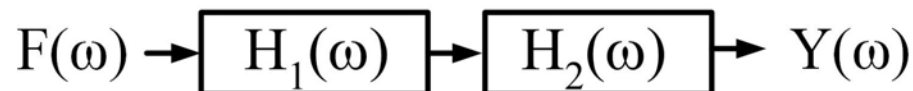
Ta có:  $y(t)=f(t) * h(t) \implies Y(\omega)=F(\omega)H(\omega)$

$$\implies H(\omega)=\frac{Y(\omega)}{F(\omega)}=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt \quad (\text{Đáp ứng tần số của HT LTI})$$

- Biểu diễn hệ thống trong miền tần số:



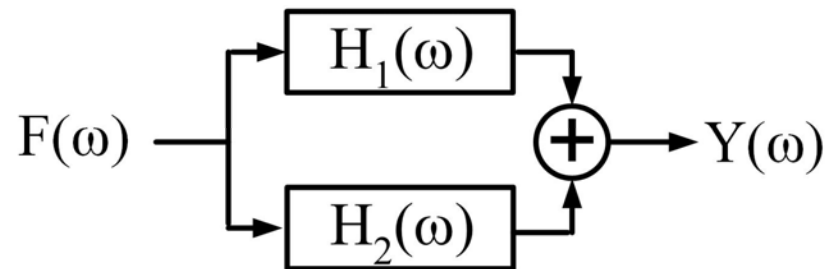
- Hệ thống ghép liên tầng:



$$Y(\omega)=F(\omega)H_1(\omega)H_2(\omega) \implies H(\omega)=H_1(\omega)H_2(\omega)$$

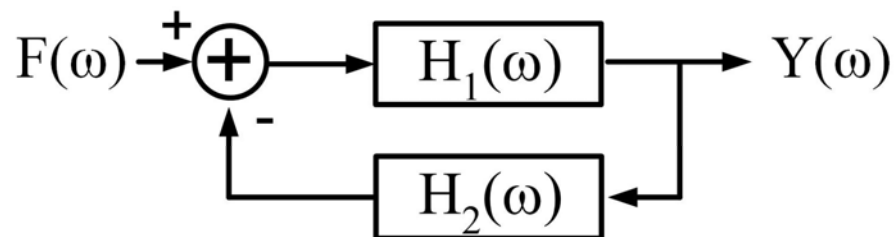
## 4.4. Biến đổi Fourier và hệ thống LTI

□ Hệ thống ghép song song:



$$Y(\omega) = F(\omega)[H_1(\omega) + H_2(\omega)] \quad \Rightarrow \quad H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega)$$

□ Hệ thống ghép hồi tiếp:



$$Y(\omega) = F(\omega) \frac{H_1(\omega)}{1 + H_1(\omega)H_2(\omega)} \quad \Rightarrow \quad H(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{1 + H_1(\omega)H_2(\omega)}$$

## 4.4. Biến đổi Fourier và hệ thống LTI

□ Hệ thống LTI nhân quả ổn định mô tả bởi phương trình vi phân:

$$\left. \begin{array}{l} Q(D)y(t)=P(D)f(t) \\ D^k y(t) \leftrightarrow (j\omega)^k Y(\omega) \\ D^k f(t) \leftrightarrow (j\omega)^k F(\omega) \end{array} \right\} \Rightarrow Q(j\omega)Y(\omega)=P(j\omega)F(\omega)$$

$$\Rightarrow H(\omega)=\frac{Y(\omega)}{F(\omega)}=\frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$$

**Ví dụ:** xác định đáp ứng xung của hệ thống mô tả bởi PTVP:

$$(D+3)y(t)=Df(t)$$

$$\text{Có: } H(\omega)=\frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}=\frac{j\omega}{j\omega+3}=1-\frac{3}{j\omega+3} \Rightarrow h(t)=\delta(t)-3e^{-3t}u(t)$$

## 4.4. Biến đổi Fourier và hệ thống LTI

□ Ảnh hưởng của đáp ứng tần số của hệ thống lên tín hiệu:

$$Y(\omega) = F(\omega)H(\omega) \Rightarrow \begin{cases} |Y(\omega)| = |F(\omega)||H(\omega)| \\ \angle Y(\omega) = \angle F(\omega) + \angle H(\omega) \end{cases}$$

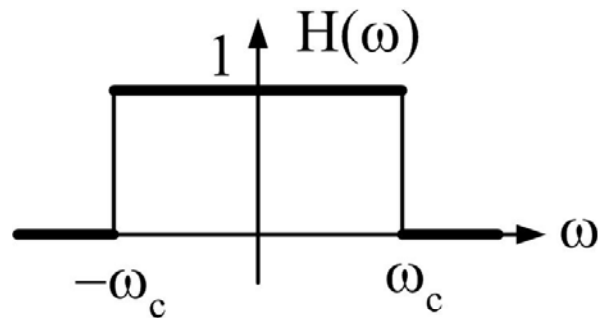
Hệ thống LTI làm thay đổi biên độ & pha của tín hiệu vào để tạo tín hiệu ra. Các thành phần tần số khác nhau sẽ thay đổi khác nhau

⇒ Hệ thống LTI là một bộ chọn lọc tần số - Filter

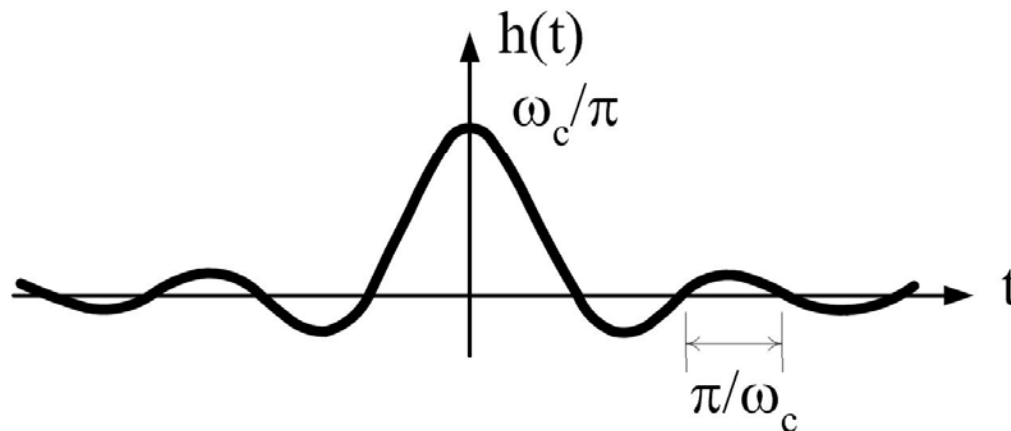
- Bộ lọc thông thấp (Low pass Filter – LPF)
- Bộ lọc thông cao (High pass Filter – HPF)
- Bộ lọc thông dải (Band pass Filter – BPF)
- Bộ lọc chắn dải (Band Stop Filter – BSF)

## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

□ Bộ lọc thông thấp lý tưởng:

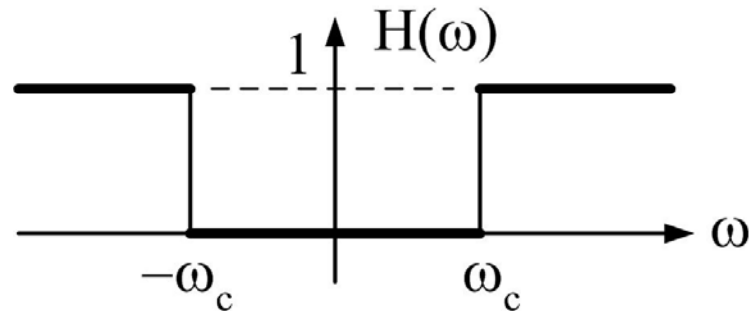


$$H(\omega) = \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right) \Rightarrow h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c t)$$

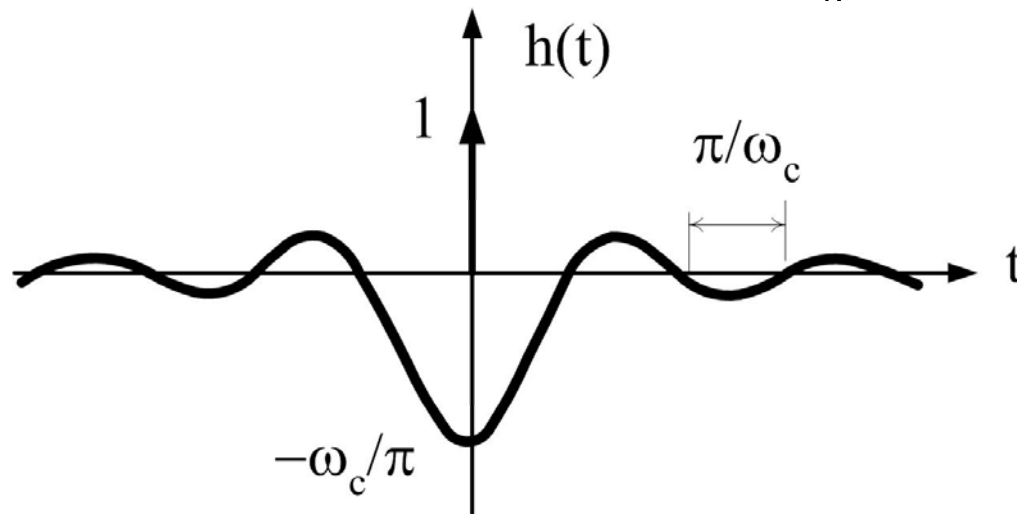


## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

□ Bộ lọc thông cao lý tưởng:

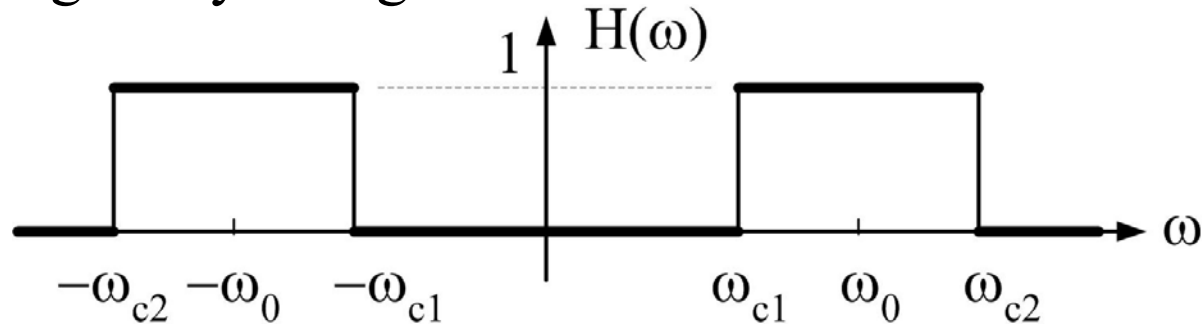


$$H(\omega) = 1 - \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right) \Rightarrow h(t) = \delta(t) - \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c t)$$



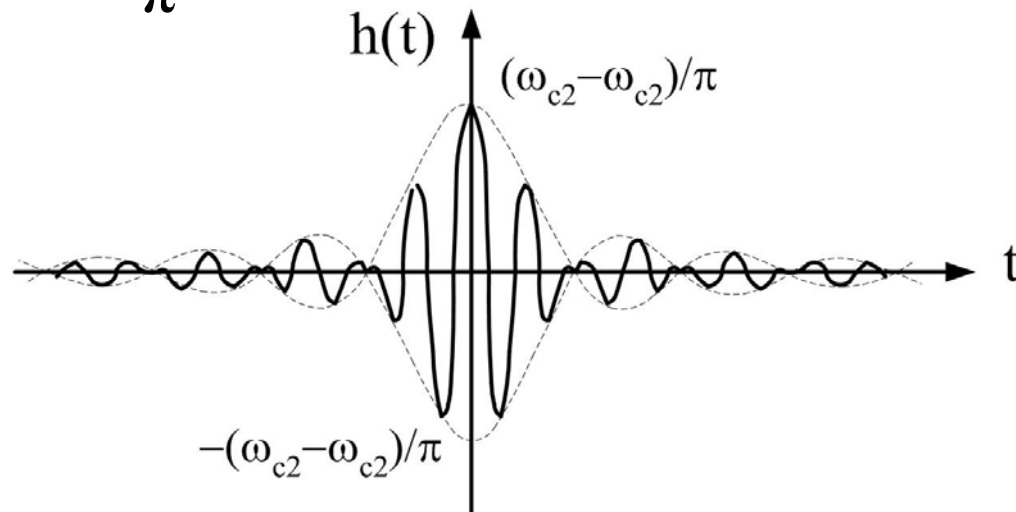
## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

□ Bộ lọc thông dải lý tưởng:



$$H(\omega) = \text{rect}\left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}\right) + \text{rect}\left(\frac{\omega + \omega_0}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}\right)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi} \text{sinc}\left[\frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{2} t\right] \cos \omega_0 t$$



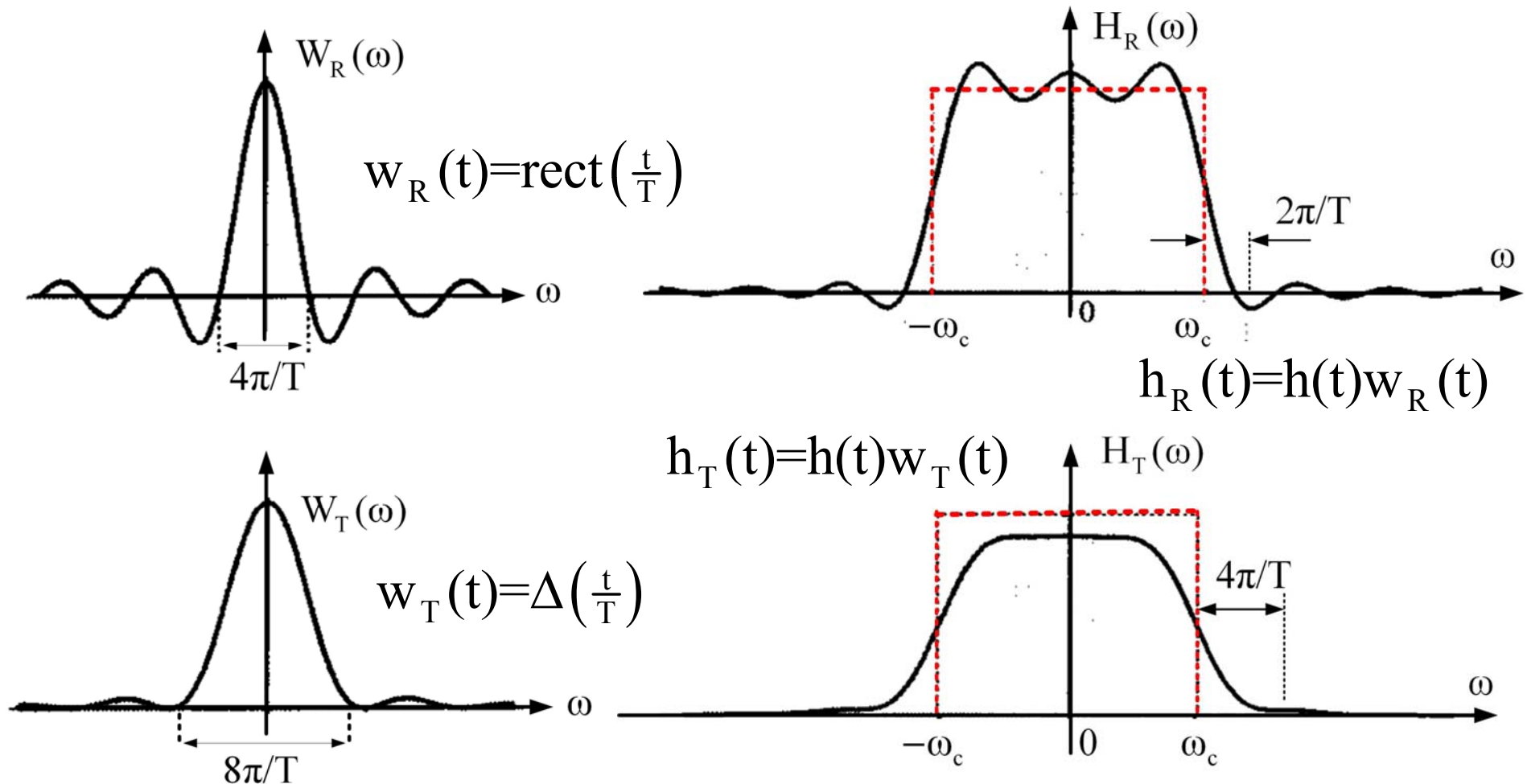


## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

- ❑ Nhận xét: các bộ lọc lý tưởng đều là hệ thống không nhân quả → không thể thực hiện được trên thực tế
- ❑ Bộ lọc thực tế phải là hệ thống nhân quả và được thực hiện theo các phương án sau:
  - Thực hiện bằng hệ thống liên tục (bộ lọc tương tự), đáp ứng tần số thay đổi liên tục tiến gần tới đáp ứng lý tưởng (sẽ trình bày chi tiết hơn trong chương 7 về thiết kế bộ lọc tương tự)
  - Thực hiện bằng hệ thống rời rạc (bộ lọc số - sẽ học trong môn xử lý TH số), sử dụng đáp ứng xung  $h(t)$  của bộ lọc lý tưởng cắt bỏ phần đuôi của  $h(t)$  và trễ đi phù hợp để  $h(t)$  mới là nhân quả

## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

- Việc cắt bỏ  $h(t)$  được thực hiện bằng các hàm cửa sổ. Tùy vào loại hàm cửa sổ mà đáp ứng tần số của hệ thống sẽ có sự thay đổi khác nhau so với đáp ứng lý tưởng



## 4.5. Bộ lọc lý tưởng và thực tế

Một số hàm cửa sổ và đặc tính của chúng

| Window $w(t)$                                                                                             | Mainlobe Width | Rolloff Rate dB/oct | Peak Sidelobe Level dB        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------|-------------------------------|
| 1. Rectangular: $\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$                                                     | $4\pi/T$       | -6                  | -13.3                         |
| 2. Bartlett: $\Delta\left(\frac{t}{T}\right)$                                                             | $8\pi/T$       | -12                 | -26.5                         |
| 3. Hanning: $0.5[1 + \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)]$                                                  | $8\pi/T$       | -18                 | -31.5                         |
| 4. Hamming: $0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$                                                | $8\pi/T$       | -6                  | -42.7                         |
| 5. Blackman: $0.42 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)$        | $12\pi/T$      | -18                 | -58.1                         |
| 6. Kaiser: $\frac{I_0[\alpha\sqrt{1 - 4\left(\frac{t}{T}\right)^2}]}{I_0(\alpha)}; 1 \leq \alpha \leq 10$ | $11.2\pi/T$    | -6                  | -59.9<br>( $\alpha = 8.168$ ) |

## 4.6. Ứng dụng trong thông tin: điều chế liên tục

4.6.1. Giới thiệu

4.6.2. Điều chế biên độ (AM)

4.6.3. Điều chế góc (PM, FM)

### 4.6.1. Giới thiệu

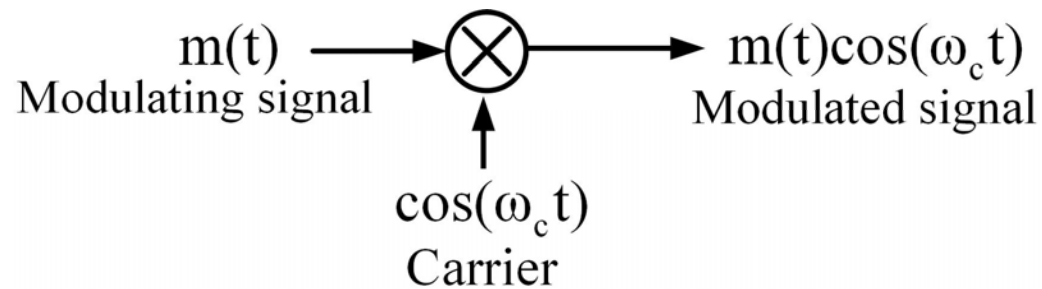
- ❑ Điều chế : dịch phổ tần số của tín hiệu tin tức lên tần số cao hơn
- ❑ Mục đích:
  - Thỏa mãn nguyên lý bức xạ điện từ khi truyền vô tuyến
  - Ghép kênh theo tần số
- ❑ Thành phần trong tín hiệu điều chế:
  - Tín hiệu sóng mang
  - Tín hiệu băng gốc (tín hiệu mang thông tin)
- ❑ Các loại điều chế:
  - Điều chế biên độ (AM)
  - Điều chế góc: FM, PM

## 4.6.2. Điều chế biên độ (AM)

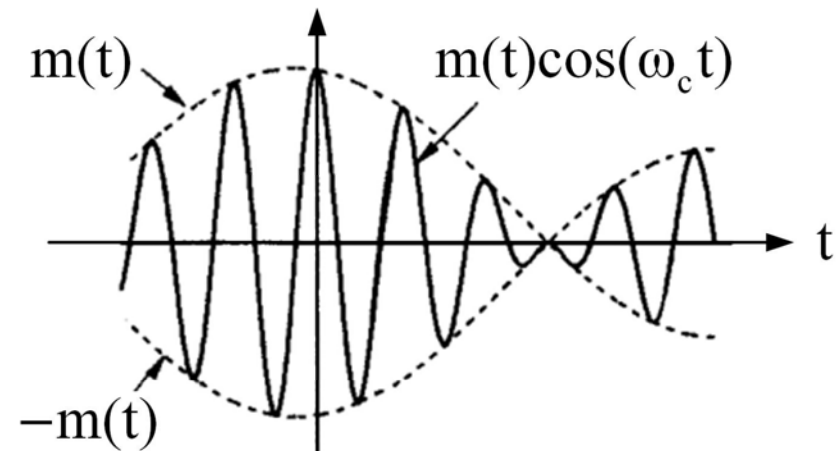
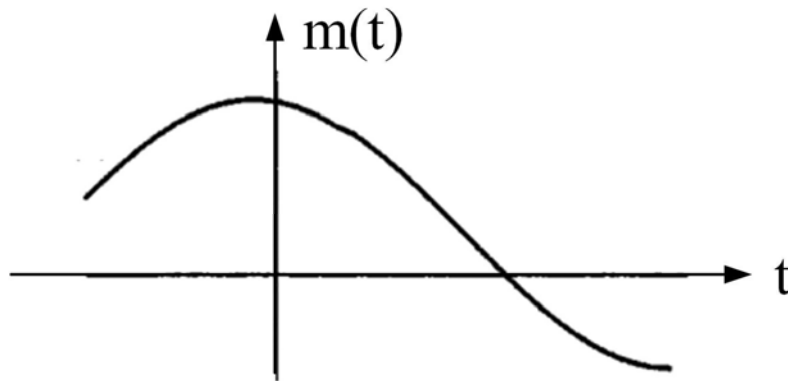
- a) Điều chế/giải điều chế AM-DSB-SC
- b) Giải điều chế/giải điều chế AM
- c) Ghép kênh/phân kênh theo tần số (FDM)
- d) Điều chế/giải điều chế AM-SSB

## a) Điều chế/giải điều chế AM-DSB-SC

□ Sơ đồ hệ thống điều chế:

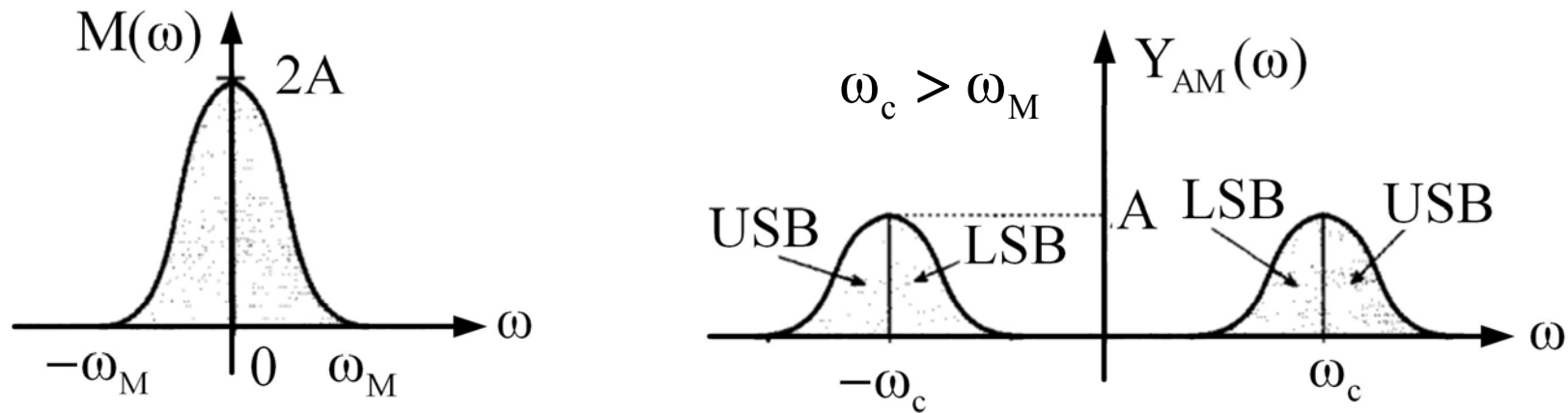


□ Tín hiệu điều chế:  $y_{AM}(t) = m(t)\cos\omega_c t$



## a) Điều chế/giải điều chế AM-DSB-SC

□ Phổ của tín hiệu điều chế:  $Y_{AM}(\omega) = \frac{1}{2}M(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2}M(\omega + \omega_c)$

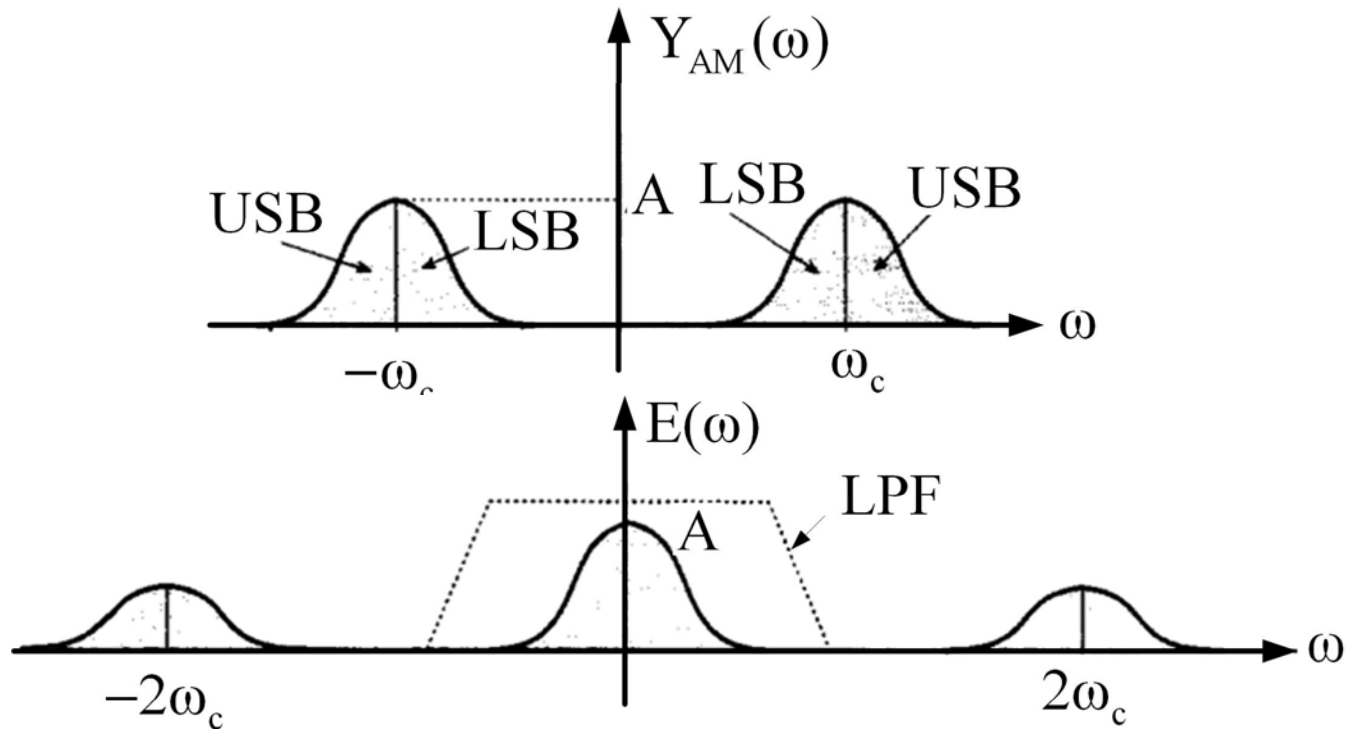
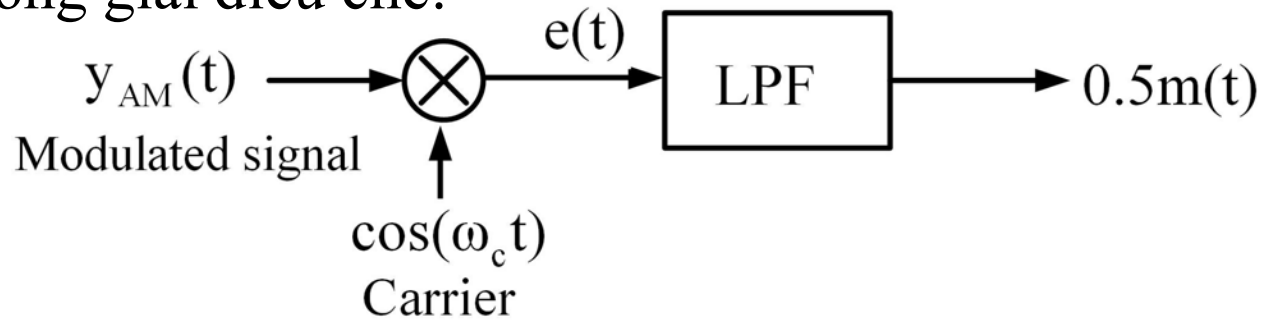


Phổ của tín hiệu điều chế chứa cả 2 dải bên LSB & USB và không chứa thành phần sóng mang nên được gọi là điều biên 2 dải bên triệt sóng mang (AM-DSB-SC)



## a) Điều chế/giải điều chế AM-DSB-SC

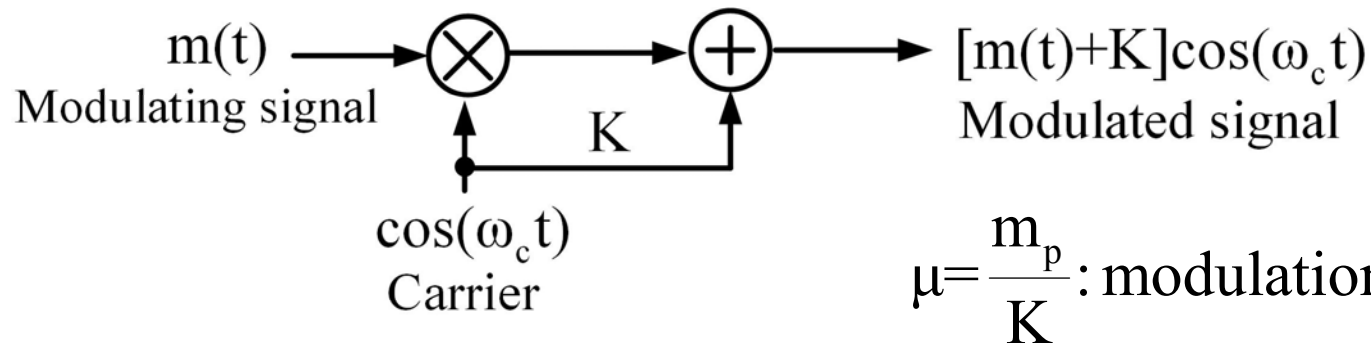
□ Hệ thống giải điều chế:



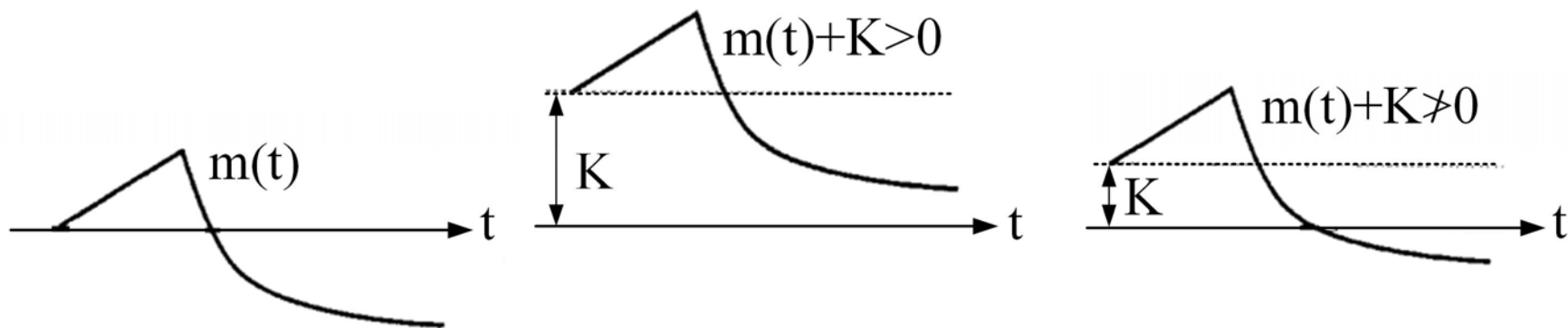
Yêu cầu: đồng bộ sóng mang máy phát và máy thu  $\rightarrow$  T/sóng đồng bộ

## b) Điều chế/giải điều chế AM

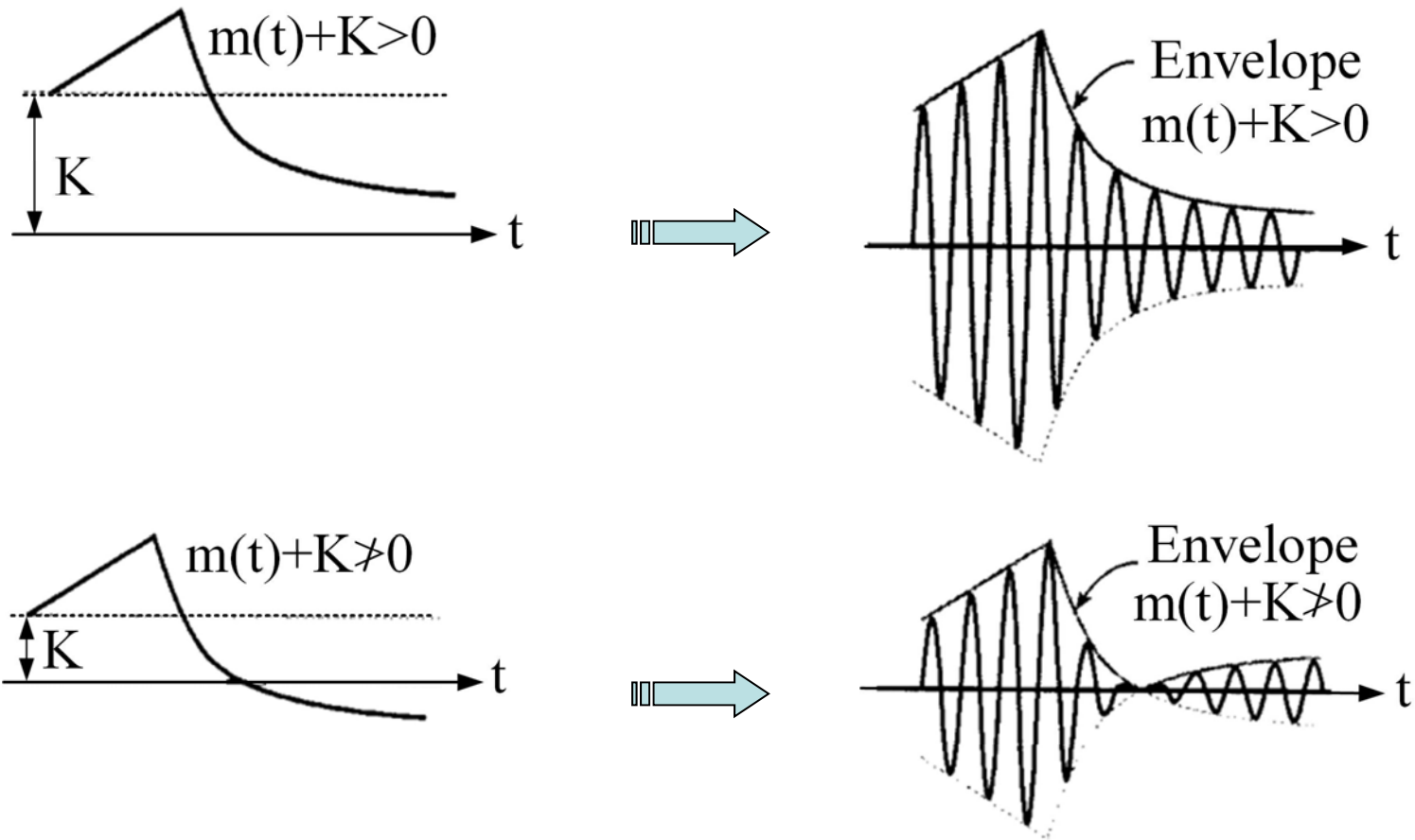
- Hệ thống điều chế: như AM-DSB-SC nhưng cộng thêm sóng mang



- Tín hiệu điều chế:



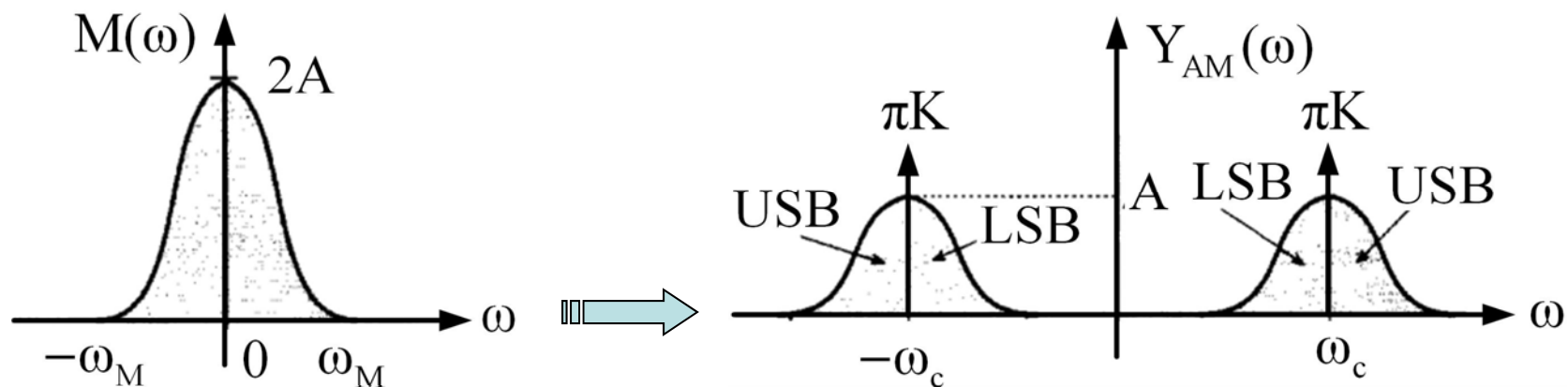
## b) Điều chế/giải điều chế AM



## b) Điều chế/giải điều chế AM

□ Phổ của tín hiệu điều chế:

$$Y_{AM}(\omega) = \pi K \delta(\omega - \omega_c) + \pi K \delta(\omega + \omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega + \omega_c)$$



Giống phổ tín hiệu AM-DSB-SC nhưng có thêm sóng mang nên có hiệu suất thấp hơn về mặt công suất.

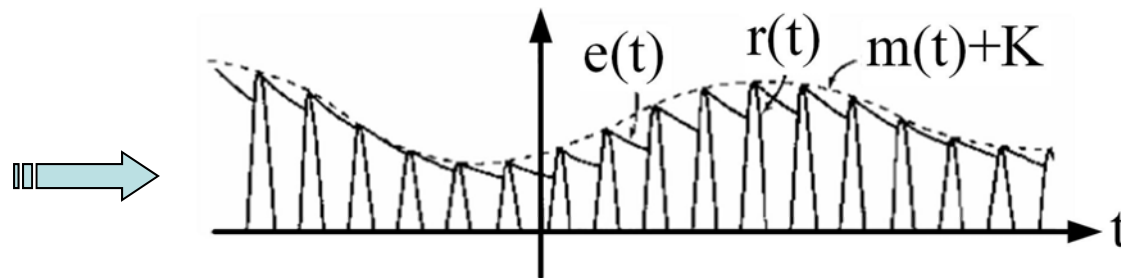
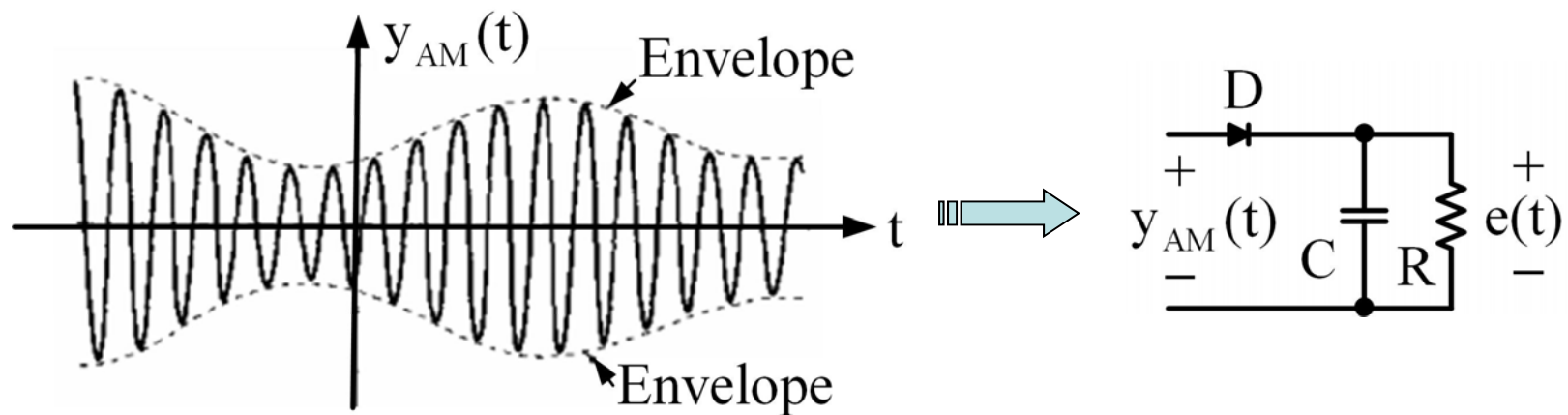
□ Hệ thống giải điều chế:

- Tách sóng đồng bộ: tương tự như AM-DSB-SC
- Tách sóng không đồng bộ hoặc tách sóng đường bao

## b) Điều chế/giải điều chế AM

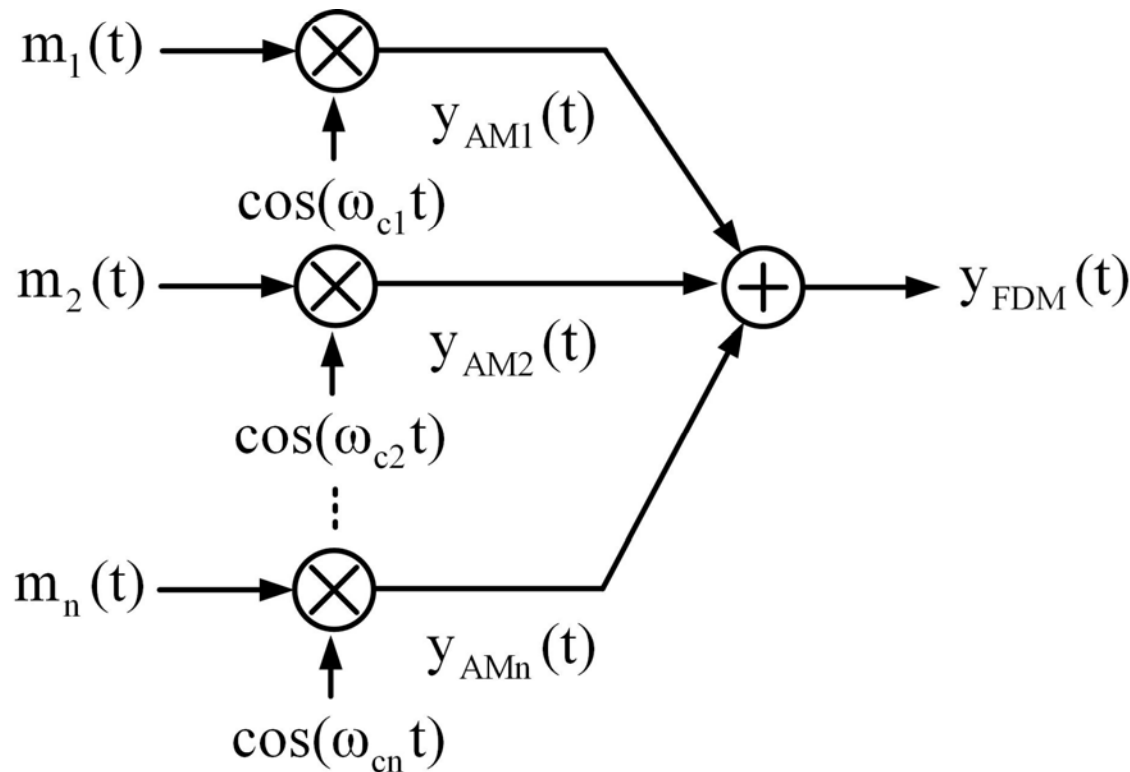
□ Tách sóng không đồng bộ:

- $\mu \leq 1$
- $\omega_c \gg \omega_M$ : luôn thỏa trên thực tế (500KHz-2MHz)



### c) Ghép kênh/phân kênh theo tần số (FDM)

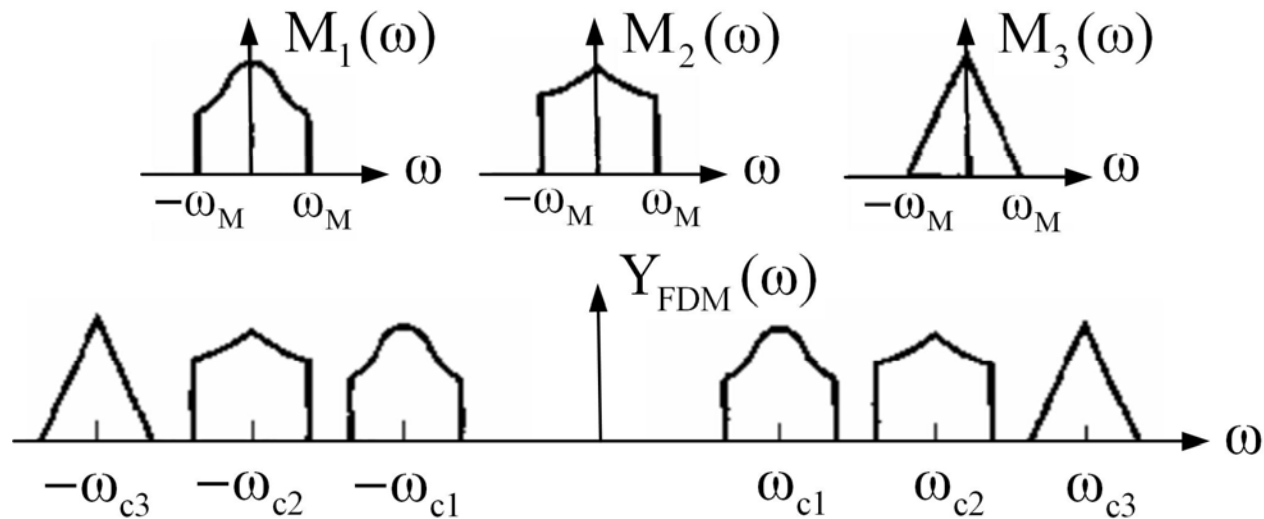
- Ghép kênh: các tín hiệu mang tin (các kênh) có cùng băng thông, khi truyền trên một kênh chung sẽ phân biệt bởi tần số sóng mang



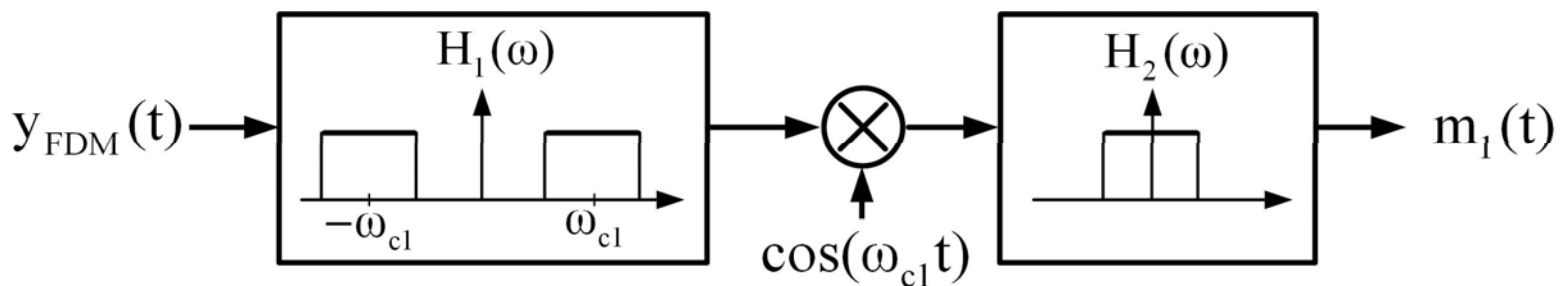
Frequency-Division Multiplexing (FDM)

## c) Ghép kênh/phân kênh theo tần số (FDM)

□ Phổ của tín hiệu FDM:



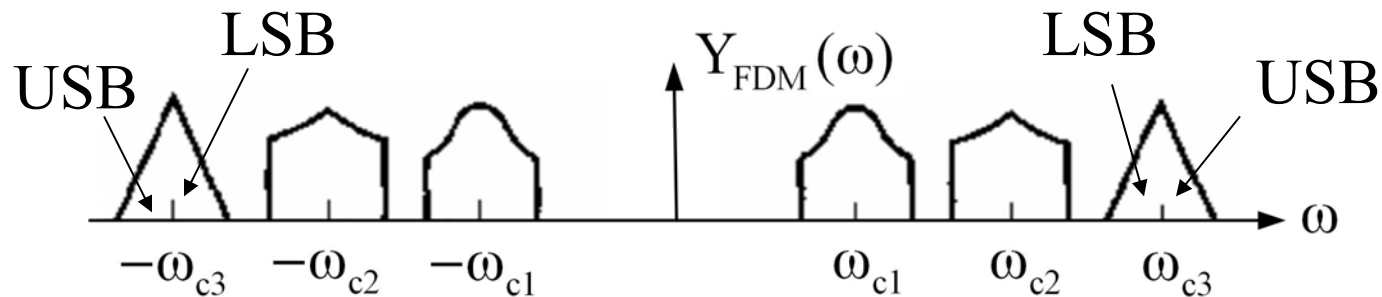
□ Phân kênh theo tần số:



Thực tế người ta dùng phương pháp đổi tần để phân kênh và giải điều chế tại cùng 1 tần số (thường gọi là trung tần)

## d) Điều chế/giải điều chế AM-SSB

□ Xét tín hiệu FDM:

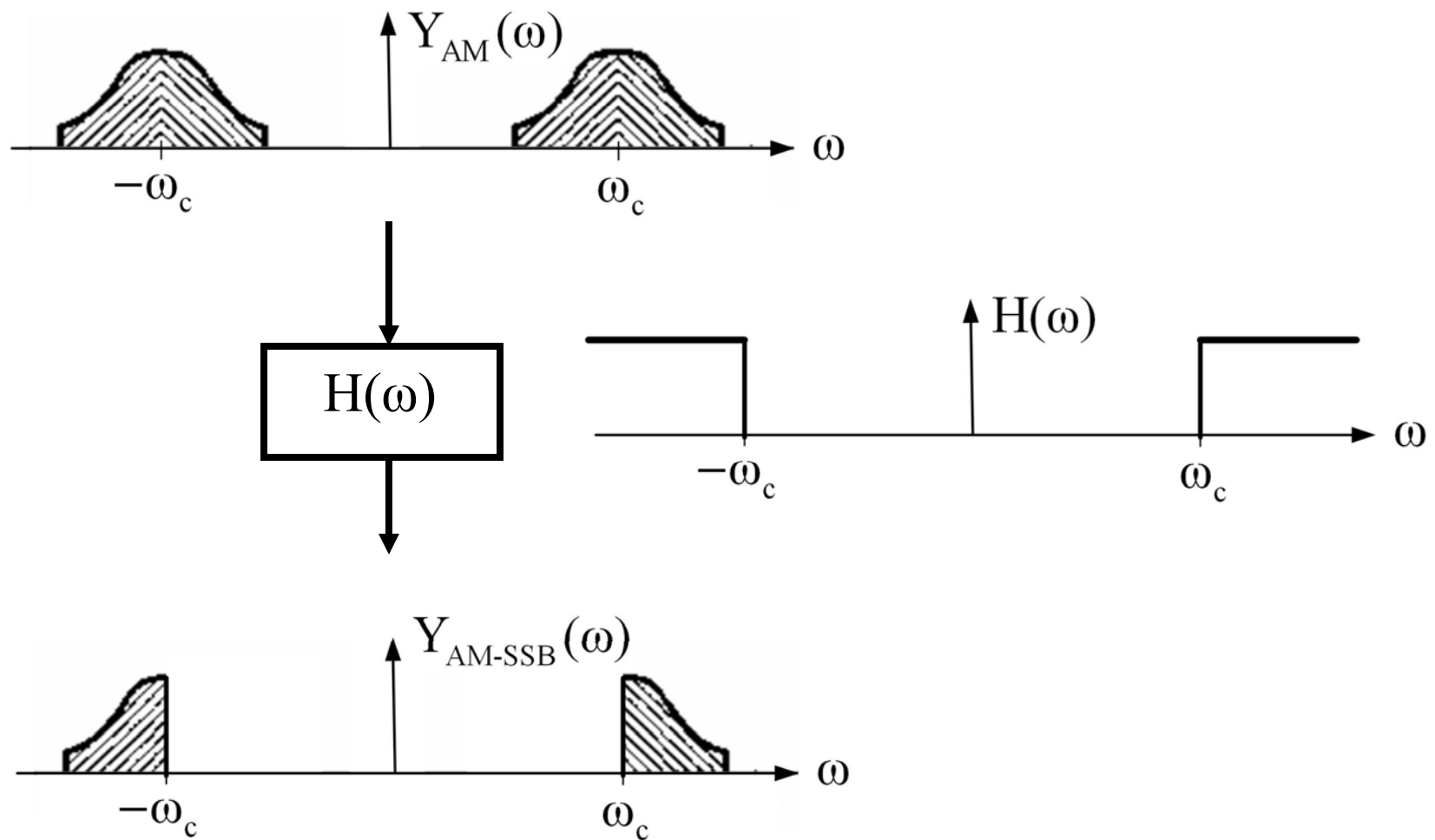


- Mỗi kênh đều có 2 dải bên nên chiếm dụng băng thông kênh truyền gấp đôi băng thông của tín hiệu.
- Với cách giải điều chế đã khảo sát ta thấy rằng chỉ cần truyền đi dải cao USB hoặc LSB thì vẫn có thể giải điều chế được
- Nếu truyền đi một dải bên của tín hiệu người ta gọi đó là điều biên AM một dải bên. Mục đích: tiết kiệm băng thông của kênh truyền



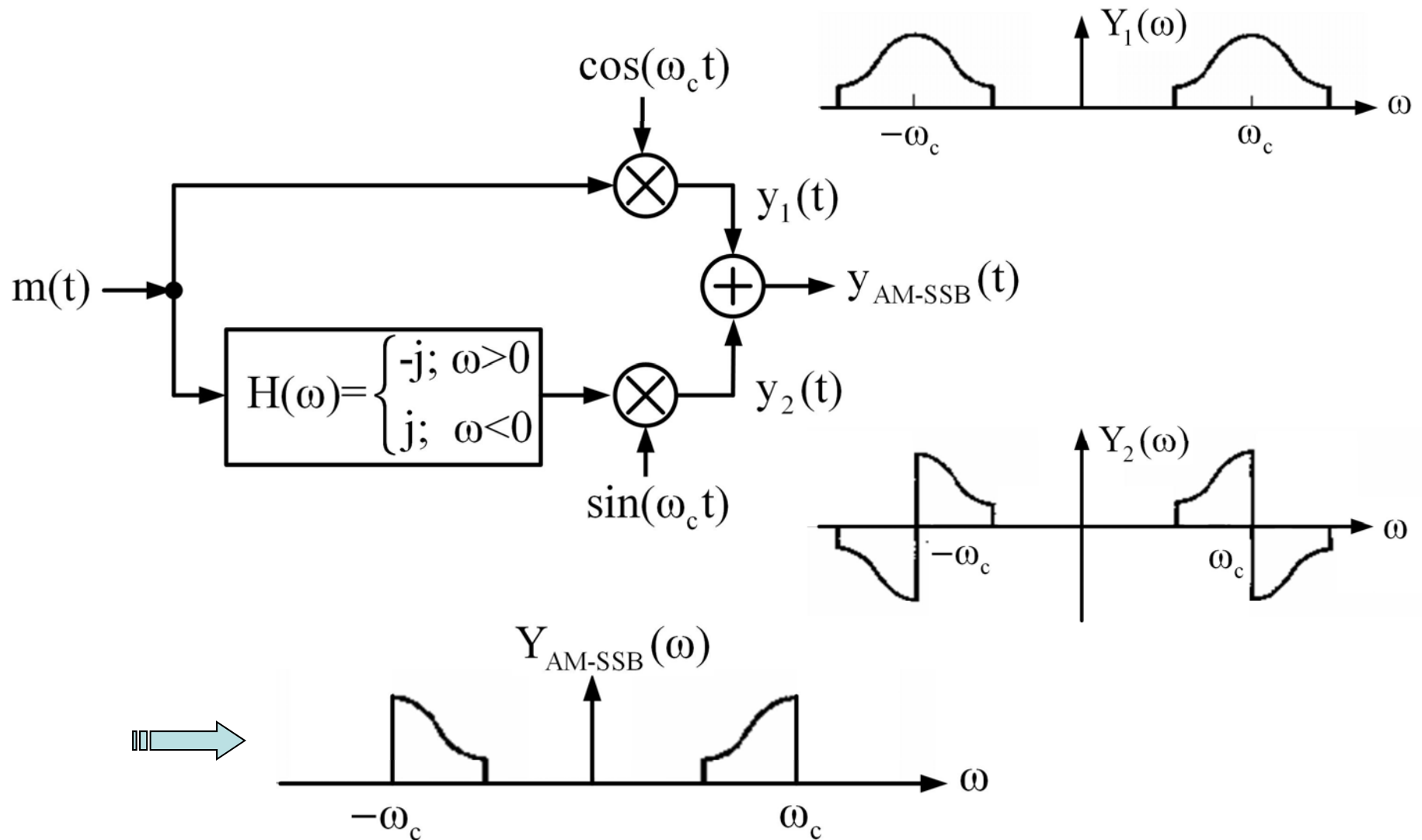
## d) Điều chế/giải điều chế AM-SSB

- Phương pháp điều chế 1: điều chế AM-DSB + Filter



## d) Điều chế/giải điều chế AM-SSB

□ Phương pháp điều chế 2:  $90^\circ$  phase-shift network



### 4.6.3 Điều chế góc (PM, FM)

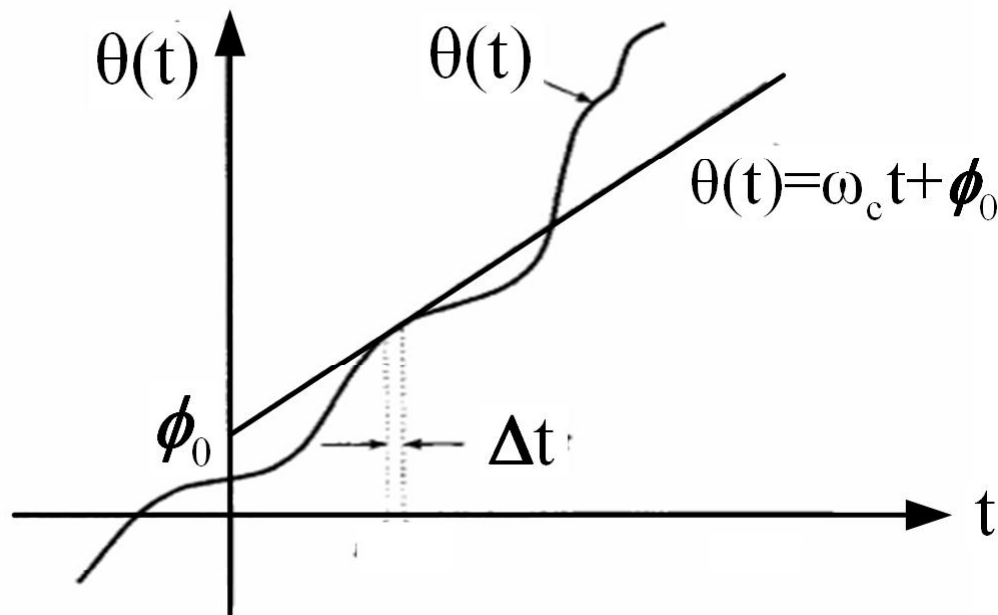
- a) Nguyên tắc điều chế góc
- b) Bảng thông của tín hiệu điều chế góc
- c) Phương pháp điều chế/giải điều chế góc

## a) Nguyên tắc điều chế góc

□ Nguyên tắc: gán tín hiệu tin tức  $m(t)$  vào góc pha  $\theta(t)$  của sóng mang

$$y_{\theta}(t) = A \cos[\theta(t)] \quad \text{với} \quad \theta(t) = \theta[m(t)]$$

□ Tần số tức thời:  $\omega_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta(t)}{\Delta t} = \frac{d\theta(t)}{dt}$



## a) Nguyên tắc điều chế góc

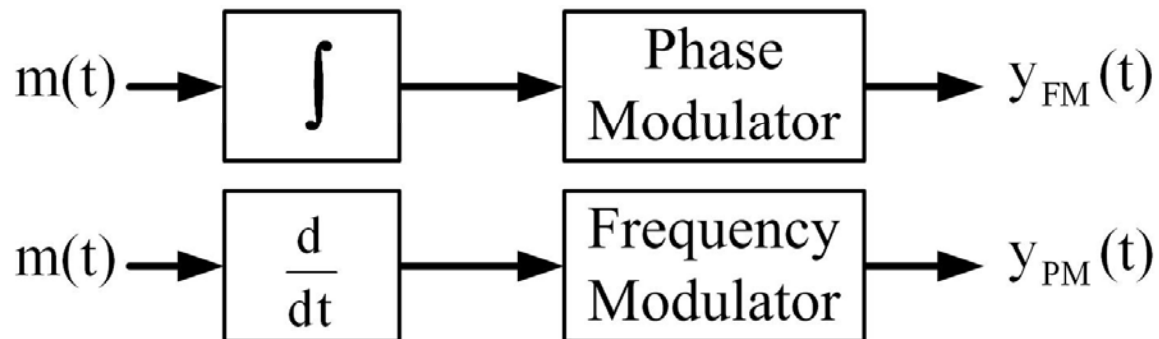
- Điều chế PM: pha tức thời tỷ lệ tuyến tính theo  $m(t)$

$$\theta(t) = \omega_c t + k_p m(t) \implies \omega_i = \omega_c + k_p \frac{dm(t)}{dt}$$

- Điều chế FM: tần số tức thời tỷ lệ tuyến tính theo  $m(t)$

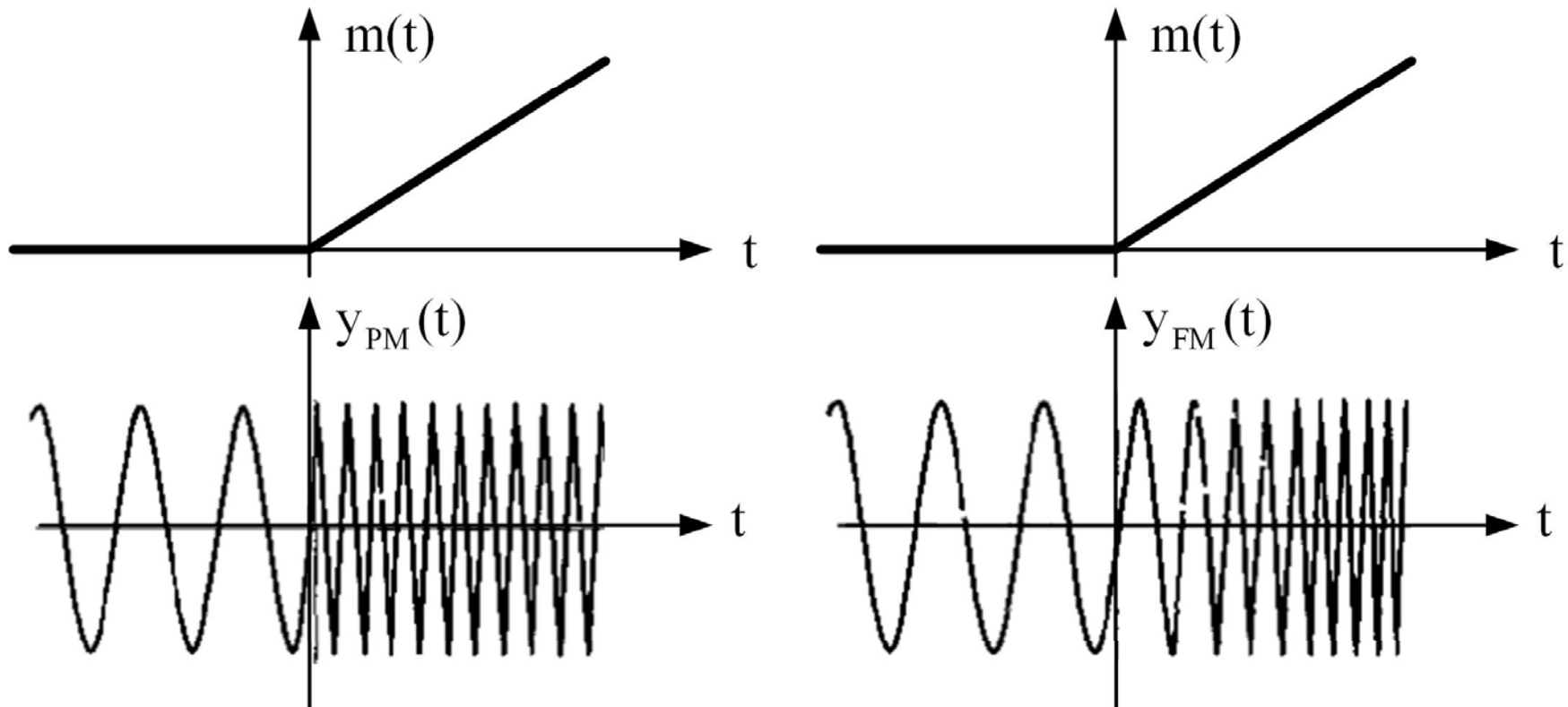
$$\omega_i = \omega_c + k_f m(t) \implies \theta(t) = \omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

- Quan hệ giữa FM & PM:



## a) Nguyên tắc điều chế góc

□ Ví dụ về tín hiệu điều chế PM & FM



## b) Bảng thông của tín hiệu điều chế góc

- Quan hệ phổ tín hiệu điều chế với tín hiệu tin tức không đơn giản

⇒ không xét chi tiết ở đây!!!

- Ước lượng bảng thông của tín hiệu điều chế:

- Xét tín hiệu điều chế ở dạng:  $y_{\theta}(t) = A \cos[\omega_c t + k\varphi(t)]$

$$\text{PM: } \begin{cases} k = k_p \\ \varphi(t) = m(t) \end{cases} \quad \text{PM: } \begin{cases} k = k_f \\ \varphi(t) = \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \end{cases}$$

- Xét trường hợp đặc biệt  $k \ll 1$  ( $k \rightarrow 0$ ):

$$y_{\theta}(t) = A \cos(\omega_c t) \cos[k\varphi(t)] - A \sin(\omega_c t) \sin[k\varphi(t)]$$

⇒  $y_{\theta}(t) \approx A \cos(\omega_c t) - kA\varphi(t) \sin(\omega_c t)$

⇒ nếu  $m(t)$  có băng thông hữu hạn  $\omega_M \rightarrow y_{\theta}(t)$  là  $2\omega_M$

## b) Bảng thông của tín hiệu điều chế góc

□ Ước lượng băng thông của tín hiệu điều chế:

- Xét trường hợp tổng quát: tần số tín hiệu điều chế thay đổi quanh tần số sóng mang  $\omega_c$ . Giả sử là  $\omega_c - \Delta\omega$  đến  $\omega_c + \Delta\omega \rightarrow$  Bảng thông của  $y_\theta(t)$  là  $2\Delta\omega!!!?$

- Tìm  $\Delta\omega$ :  $\omega_i = \omega_c + k \frac{d\phi(t)}{dt} \implies \Delta\omega = k\phi'_p; \phi'_p = \max \left| \frac{d\phi(t)}{dt} \right|$

$\implies$  Nếu chọn  $k \rightarrow 0$  thì  $\Delta\omega = 0 \rightarrow y_\theta(t)$  có băng thông bằng 0!!!?

- Bảng thông của  $y_\theta(t)$  có dạng:  $2\Delta\omega + X \implies X = 2\omega_M$

$\implies$  Kết quả băng thông của  $y_\theta(t)$  là:  $2[\Delta\omega + \omega_M]$

$$\implies \begin{cases} \text{FM: } 2[k_f m_p + \omega_M]; m_p = \max |m(t)| \\ \text{PM: } 2[k_p m'_p + \omega_M]; m'_p = \max |m'(t)| \end{cases}$$



## b) Băng thông của tín hiệu điều chế góc

□ So sánh với AM:

- Băng thông luôn lớn hơn hoặc bằng AM
- Băng thông có thể điều chỉnh được bằng cách thay đổi  $k_p$ ,  $k_f$
- Lợi điểm: tính chống nhiễu tốt

## c) Phương pháp điều chế/giải điều chế góc

□ Điều chế dải hẹp ( $k \rightarrow 0$ ):  $y_\theta(t) \approx A \cos(\omega_c t) - kA\varphi(t) \sin(\omega_c t)$

⇒ Tương tự như AM

□ Điều chế dải rộng (tổng quát):

$$y(t) = A \cos[\omega_c t + k_1 \varphi(t)] \approx A \cos(\omega_c t) - k_1 A \varphi(t) \sin(\omega_c t); k_1 \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow y^2(t) = A^2 \cos^2[\omega_c t + k_1 \varphi(t)] = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} \cos[2\omega_c t + 2k_1 \varphi(t)]$$

$$\Rightarrow y^2(t) \rightarrow \text{BBF: } 2, \omega_M \rightarrow y_\theta(t) = A \cos[2\omega_c t + 2k_1 \varphi(t)]$$

□ Điều chế trực tiếp dùng VCO

□ Giải điều chế:  $\frac{dy_\theta(t)}{dt} = -A[\omega_c + k\varphi'(t)] \sin[\omega_c t + k\varphi(t)]$

⇒ Tách sóng đường bao

□ Giải điều chế dùng PLL