

Ch-6: Phân tích hệ thống liên tục dùng biến đổi Laplace

Lecture-11

6.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

6.3. Sơ đồ khối và thực hiện hệ thống

6.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

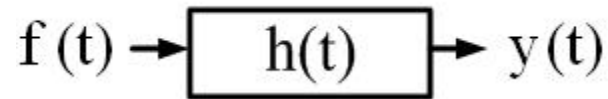
6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

6.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI

6.2.3. Tính ổn định của hệ thống LTI mô tả bởi PTVP

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

- Hàm truyền của hệ thống LTI: xét HT LTI có đáp ứng xung $h(t)$:



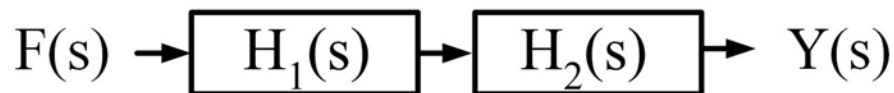
Ta có: $y(t)=f(t) * h(t) \implies Y(s)=F(s)H(s) \implies H(s)=Y(s)/F(s)$

Với $H(s)$ là biến đổi Laplace của $h(t)$ còn được gọi là hàm truyền của hệ thống

- Biểu diễn hệ thống LTI bằng hàm truyền



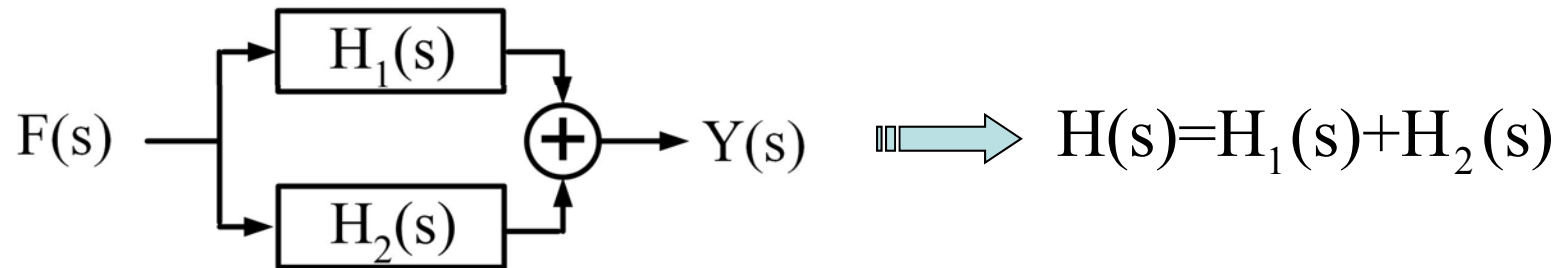
- Hàm truyền của hệ thống LTI ghép liên tầng:



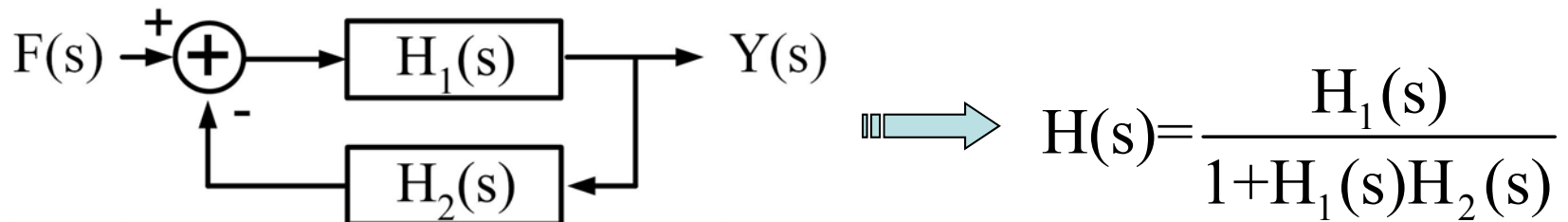
$$\implies H(s)=H_1(s)H_2(s)$$

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

□ Hàm truyền của hệ thống LTI ghép song song:



□ Hàm truyền của hệ thống LTI ghép hồi tiếp:



6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

- Hàm truyền của HT LTI nhân quả mô tả bởi phương trình vi phân

$$\left. \begin{array}{l} Q(D)y(t)=P(D)f(t) \\ D^k y(t) \leftrightarrow s^k Y(s) \\ D^k f(t) \leftrightarrow s^k F(s) \end{array} \right\} \Rightarrow Q(s)Y(s)=P(s)F(s)$$

$$\Rightarrow H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{P(s)}{Q(s)}$$

Ví dụ: xác định hàm truyền của HT LTI mô tả bởi PTVP

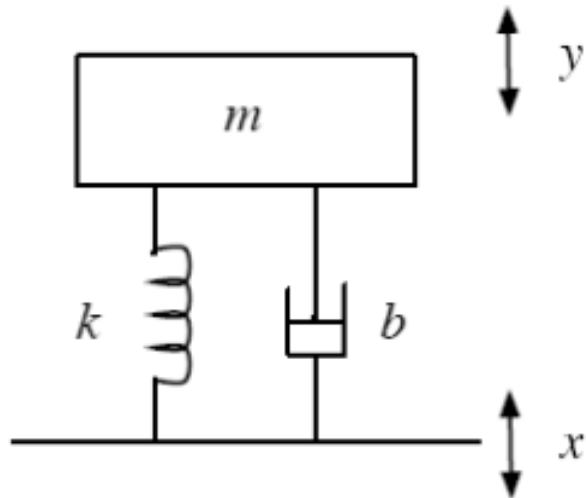
$$(D^2+2D+3)y(t)=Df(t)$$

$$\Rightarrow H(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{s}{s^2+2s+3}$$

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

□ Ví dụ về xác định hàm truyền của hệ thống

▪ Ví dụ 1: Hệ thống cơ học



x : chiều cao mặt đường, y : chiều cao xe

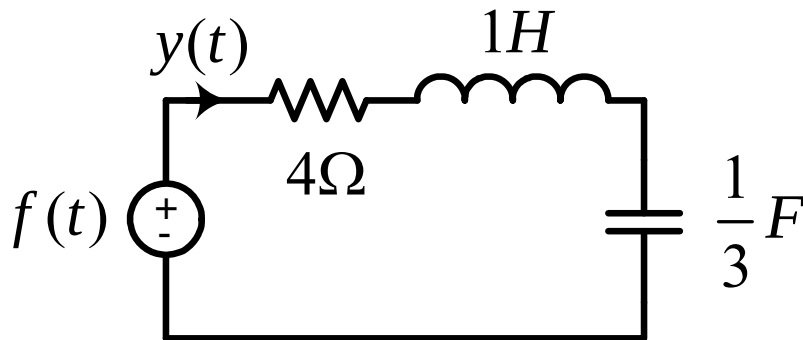
$$\therefore m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + k y(t) = b \frac{dx(t)}{dt} + k x(t)$$

$$\Rightarrow \left(D^2 + \frac{b}{m} D + \frac{k}{m} \right) y(t) = \left(\frac{b}{m} D + \frac{k}{m} \right) x(t)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{(b/m)s + (k/m)}{s^2 + (b/m)s + (k/m)} \Rightarrow X(s) \rightarrow \boxed{\frac{(b/m)s + (k/m)}{s^2 + (b/m)s + (k/m)}} \rightarrow Y(s)$$

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

- Ví dụ 2: mạch điện



$$\therefore (D^2 + 4D + 3)y(t) = Df(t)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 3}$$

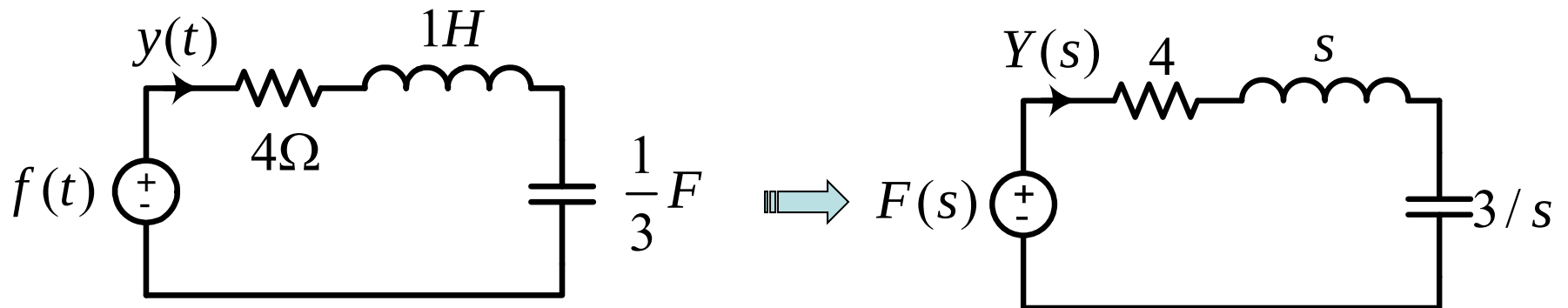
- Với hệ thống là mạch điện ta có thể đưa biến đổi Laplace vào mạch và giải mạch trực tiếp như là mạch thuần trở. Dưới đây là mô tả cho hệ thống là mạch điện thuộc hệ thống LTI nhân quả

- Trở R: $v_R(t) = Ri_R(t) \Rightarrow V_R(s) = RI_R(s)$
- Điện dung C: $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \Rightarrow I_C(s) = CsV_C(s) \Rightarrow V_C(s) = \frac{1}{Cs} I_C(s)$
- Điện cảm L: $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow V_L(s) = LsI_L(s)$

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

- KCL: $\sum_{j=1}^n i_j(t)=0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n I_j(s)=0$
- KVL: $\sum_{j=1}^n v_j(t)=0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n V_j(s)=0$

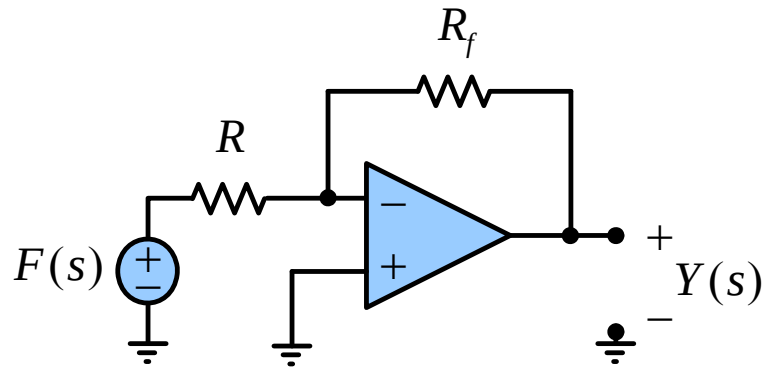
■ Ví dụ 3:



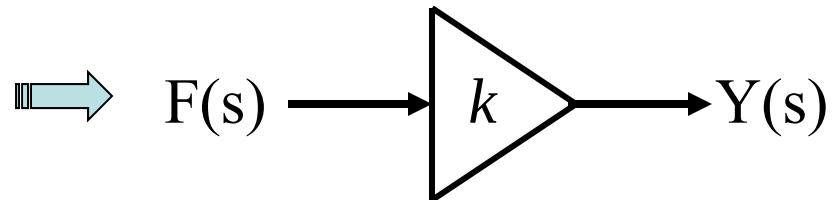
$$\therefore H(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 3} \Rightarrow F(s) \rightarrow \boxed{\frac{s}{s^2 + 4s + 3}} \rightarrow Y(s)$$

6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

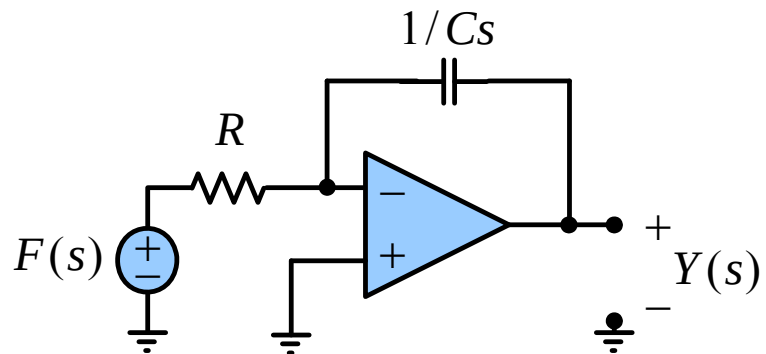
■ Ví dụ 4: Bộ khuếch đại



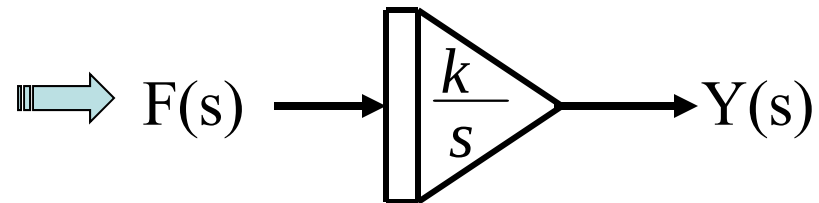
$$\therefore H(s) = -\frac{R_f}{R} = k$$



■ Ví dụ 5: Bộ tích phân

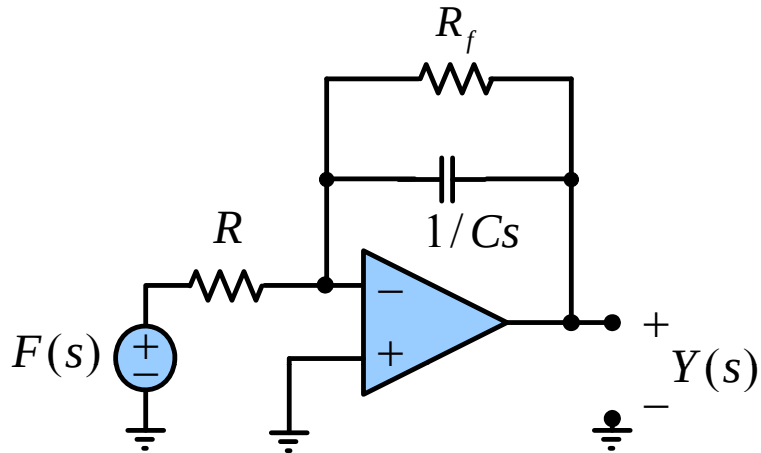


$$\therefore H(s) = -\frac{1}{RCs} = \frac{-1/RC}{s} = \frac{k}{s}$$

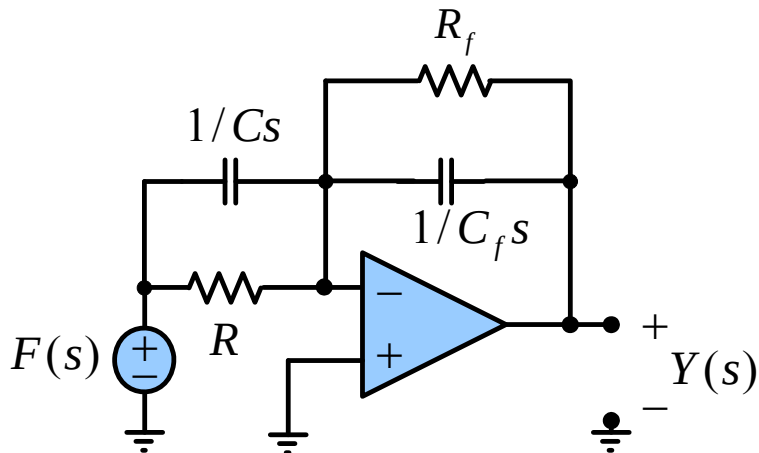


6.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

■ Ví dụ 6: Hệ thống bậc 1



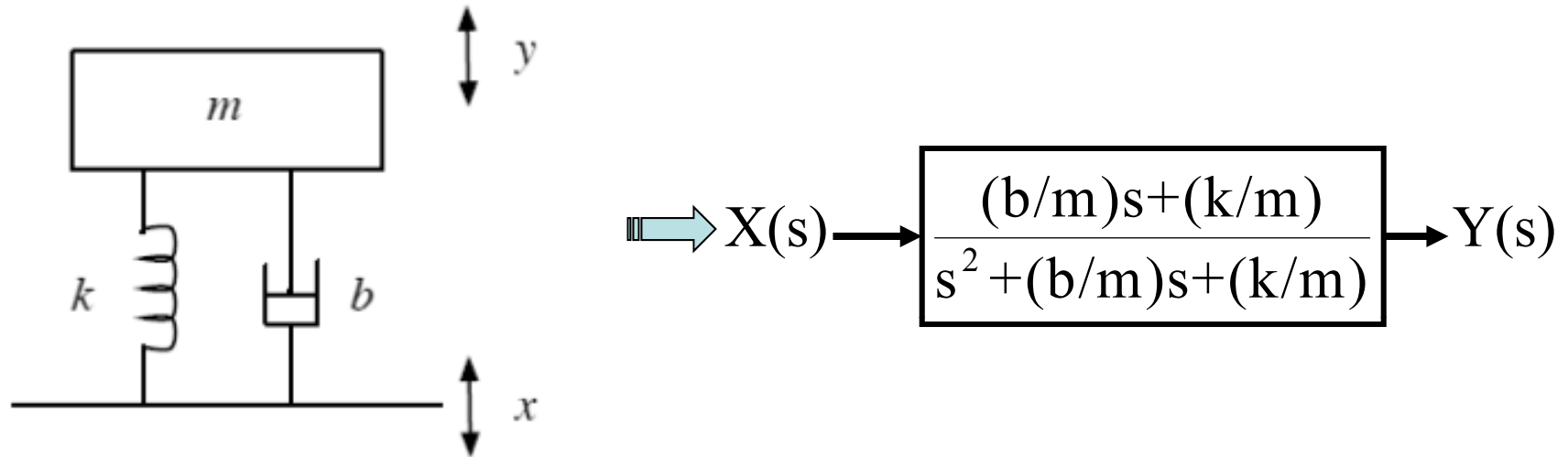
$$\Rightarrow F(s) \rightarrow \boxed{\frac{ka}{s+a}} \rightarrow Y(s)$$
$$k = -\frac{R_f}{R}; a = \frac{1}{R_f C}$$



$$\Rightarrow F(s) \rightarrow \boxed{\frac{k(s+a)}{(s+b)}} \rightarrow Y(s)$$
$$k = -\frac{C}{C_f}; a = \frac{1}{R_f C_f}; b = \frac{1}{RC}$$

6.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI

□ Ví dụ: Xét hệ thống cơ học sau

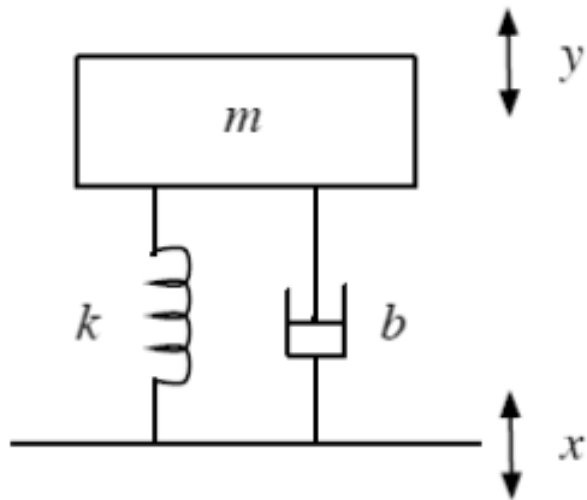


Giả sử chọn $m=1$, $k=2$, $b=3 \rightarrow H(s) = \frac{3s+2}{s^2+3s+2}$

Giả sử $x(t)=u(t) \rightarrow X(s) = \frac{1}{s}$

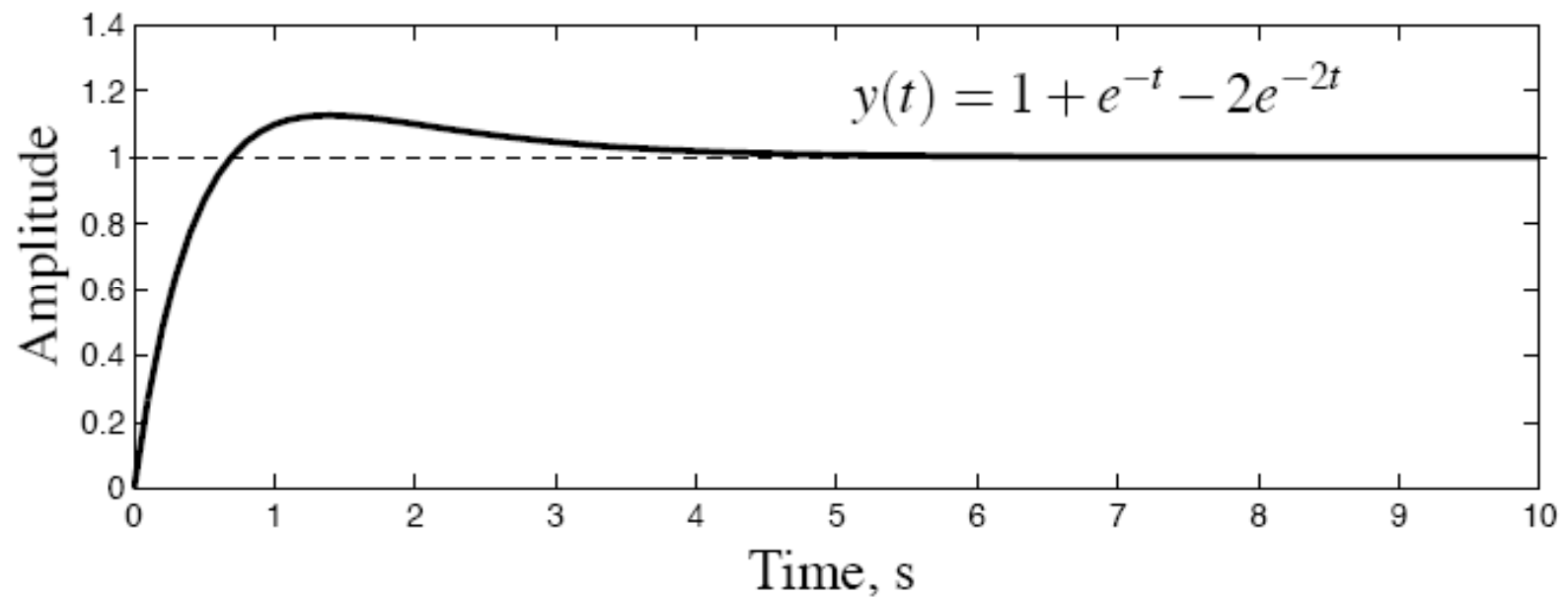
$\Rightarrow Y(s) = H(s)X(s) = \frac{3s+2}{s(s^2+3s+2)}$

6.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI



$$\Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

$$\Rightarrow y(t) = (1 + e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)$$

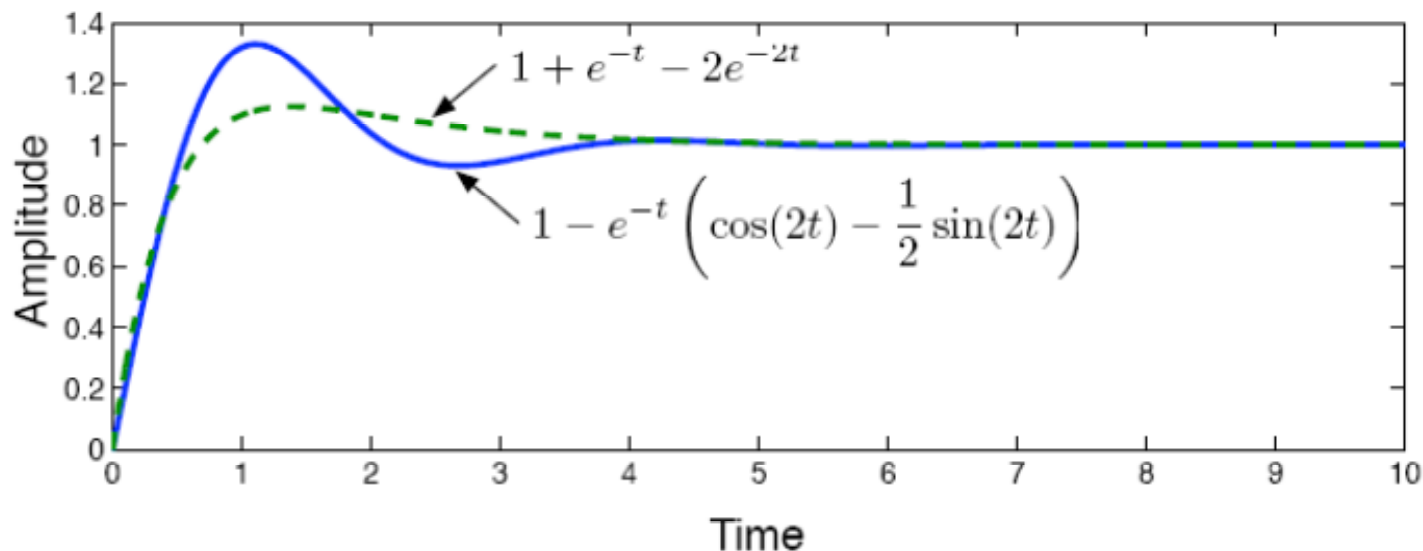


6.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI

Nếu chọn $m=1$, $k=5$, $b=2 \rightarrow H(s) = \frac{2s+5}{s^2+2s+5}$

$\Rightarrow Y(s) = X(s)H(s) = \left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{2s+5}{s^2+2s+5}\right)$

$\Rightarrow y(t) = \left[1 - e^{-t}(\cos 2t - \frac{1}{2}\sin 2t)\right] u(t)$



6.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI

- Xác định giá bắt đầu và giá trị xác lập của đáp ứng

$$y(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s Y(s)]$$

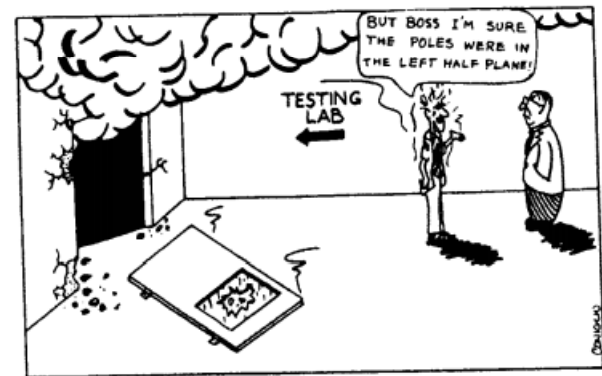
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s Y(s)]$$

Ví dụ: $Y(s) = \frac{3s + 2}{s(s^2 + 3s + 2)}$

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{3s + 2}{s(s^2 + 3s + 2)} = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{3s + 2}{s(s^2 + 3s + 2)} = 1 \end{array} \right.$$

6.2.3. Tính ổn định của hệ thống LTI mô tả bởi PTVP

- ❑ Các poles của hàm truyền $H(s)$ chính là nghiệm của PTĐT (xem lại chương 2) nên tính ổn định của hệ thống tùy thuộc vào vị trí của các poles trong mặt phẳng phức
- ❑ Hệ thống ổn định tiệm cận nếu: tất cả các poles nằm ở LHP
- ❑ Hệ thống ổn định biên nếu: không có pole nào ở RHP và có poles đơn trên trục ảo
- ❑ Hệ thống không ổn định nếu có một trong 2 ĐK: có pole ở RHP hoặc có pole lặp trên trục ảo.



6.3. Sơ đồ khối và thực hiện hệ thống

6.3.1. Thực hiện hệ thống ở mức sơ đồ khối

6.3.2. Thực hiện hệ thống bằng mạch điện Op-amp

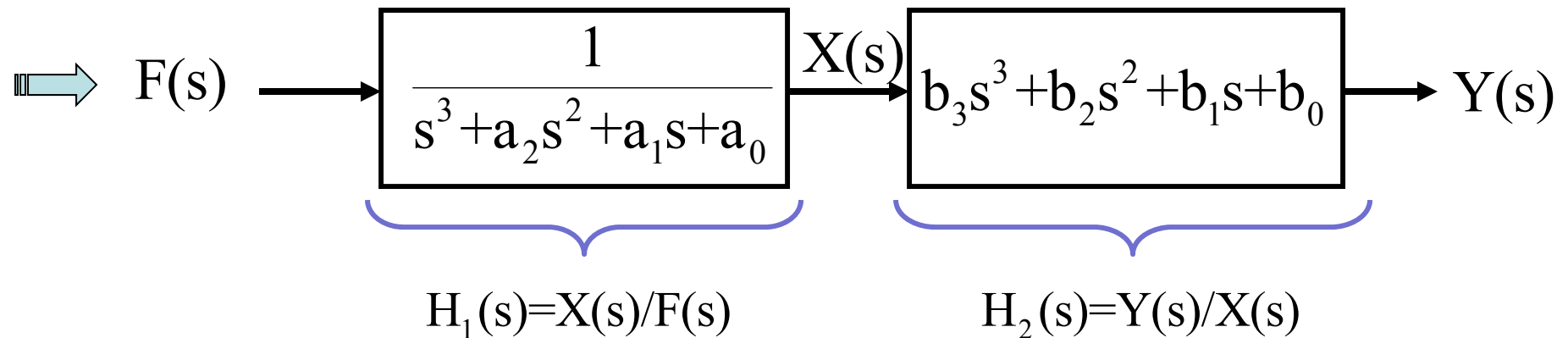
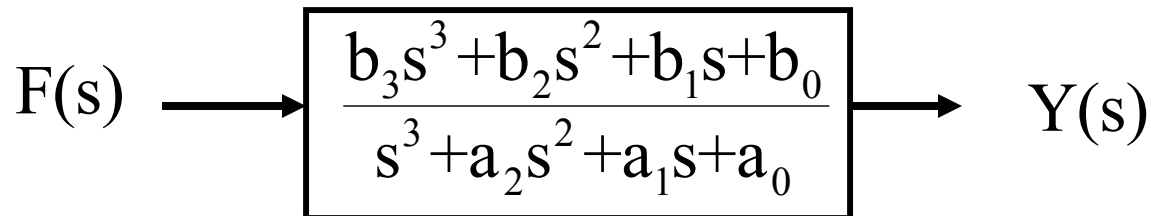
6.3.1. Thực hiện hệ thống ở mức sơ đồ khối

- ❑ Xét hệ thống với hàm truyền:
$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$
- ❑ Ta có thể thực hiện hệ thống theo 3 cách khác nhau:
 - a) Dạng trực tiếp
 - b) Dạng ghép liên tầng
 - c) Dạng ghép song song
- Dựa trên cơ sở bộ tích phân hoặc vi phân + khuếch đại & bộ cộng
- Thực tế không dùng bộ vi phân $\rightarrow$ không ổn định!!!
- ❑ Nếu $m > n \rightarrow H(s)$ là bộ vi phân bậc $m-n \rightarrow$ không xét trên thực tế!!!
- ❑ Bài toán tổng quát trên thực tế $m \leq n$ – tổng quát $m=n$:

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

a) Dạng trực tiếp (dạng chính tắc)

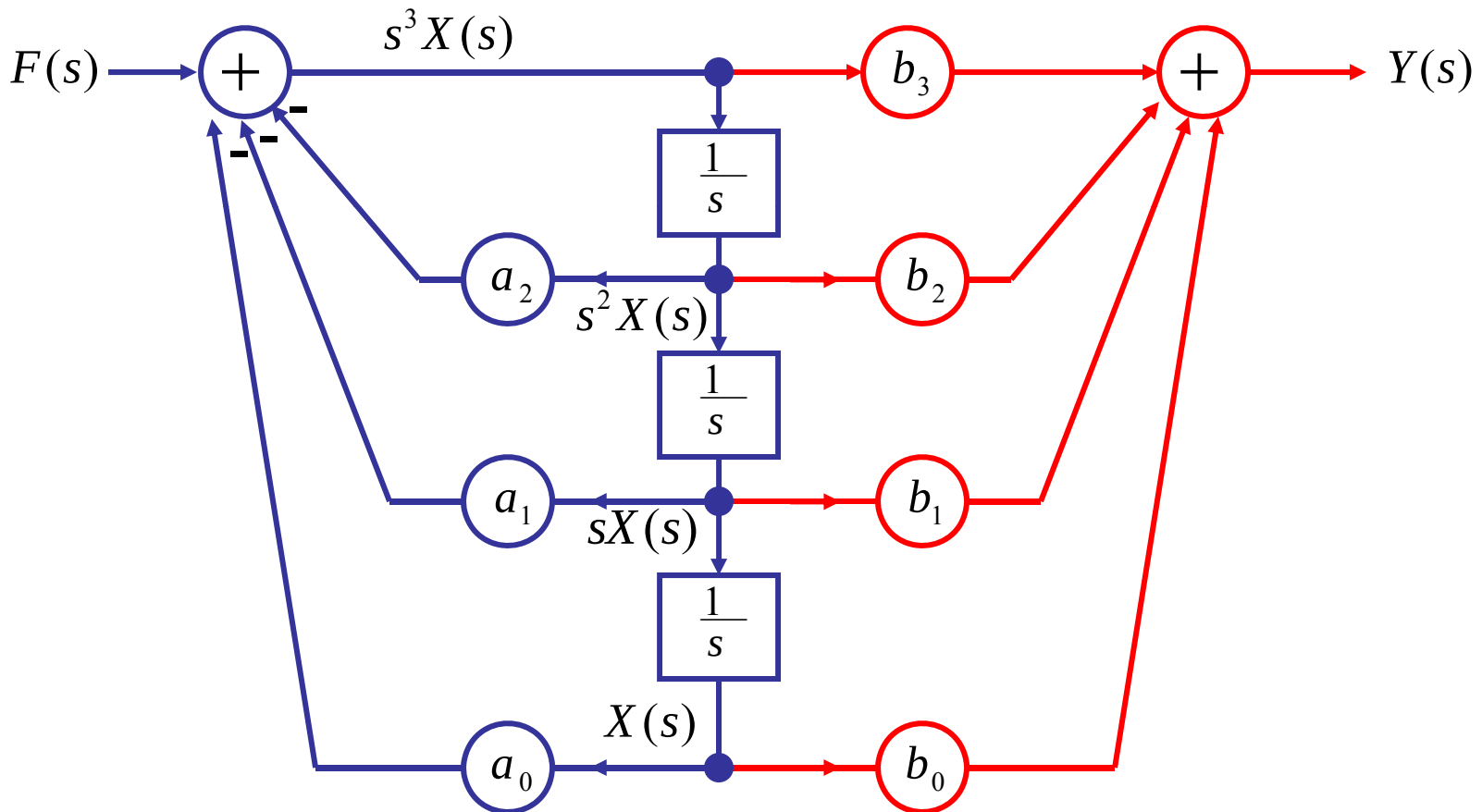
□ Xét hàm truyền bậc 3: $H(s) = \frac{b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$



a) Dạng trực tiếp (dạng chính tắc)

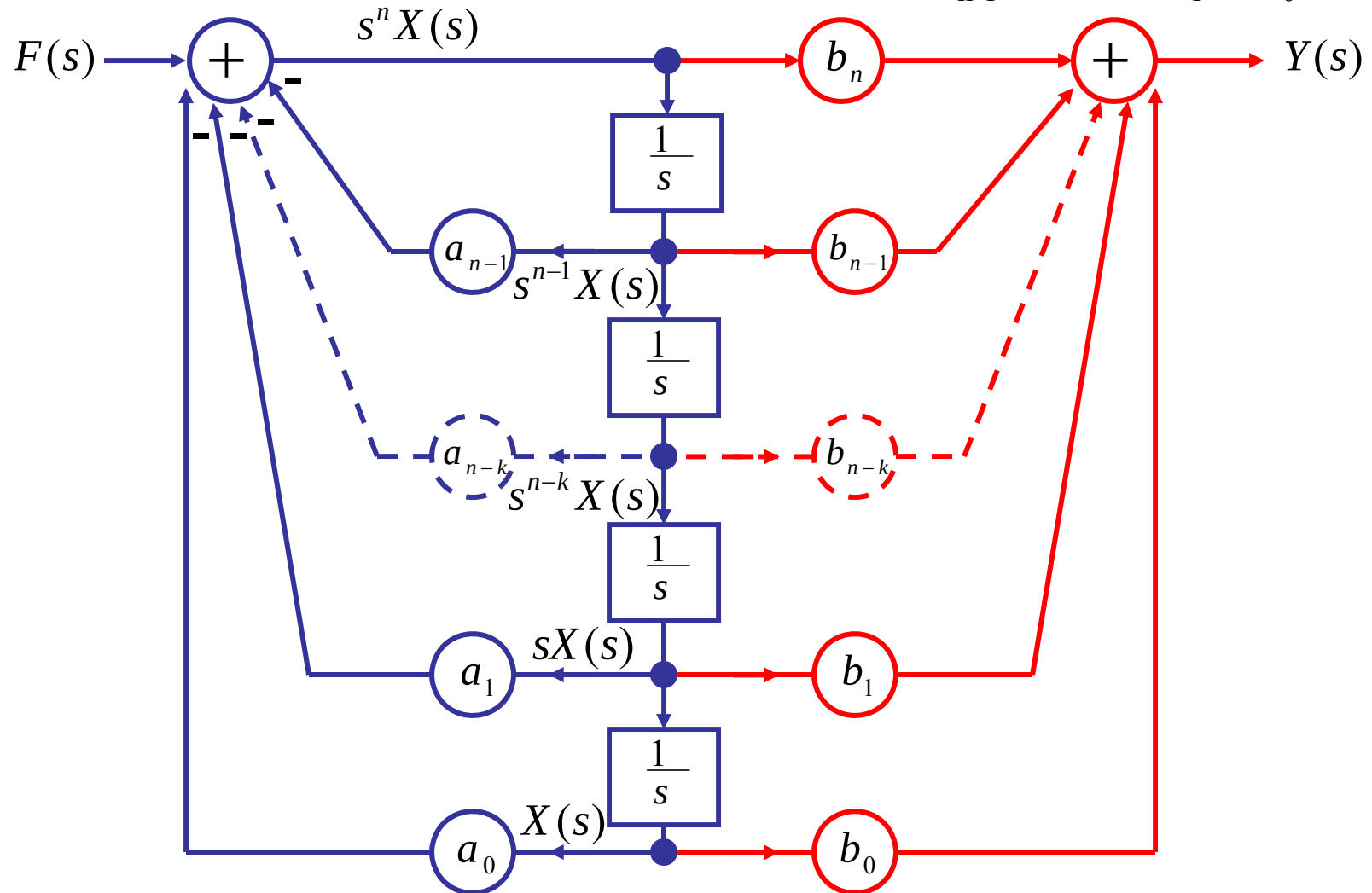
$$H_1(s) = \frac{1}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{X(s)}{F(s)}$$

$$H_2(s) = b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0 = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



a) Dạng trực tiếp (dạng chính tắc)

□ Tổng quát cho hàm truyền bậc n: $H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$



a) Dạng trực tiếp (dạng chính tắc)

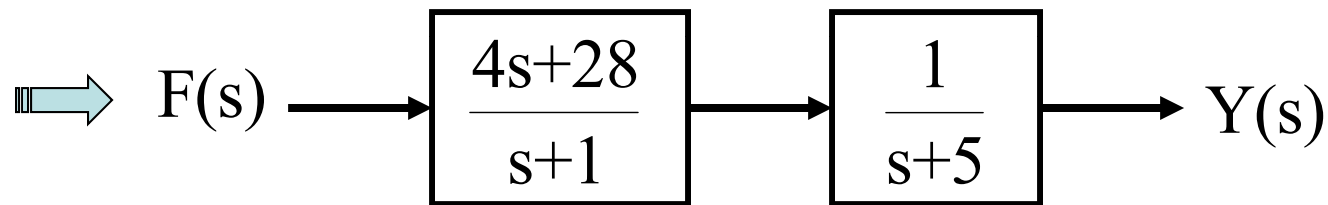
□ Ví dụ: Vẽ sơ đồ khối thực hiện hệ thống sau

$$\text{a) } \frac{5}{s+2} \quad ; \quad \text{b) } \frac{s+5}{s+7} \quad ; \quad \text{c) } \frac{s}{s+7} \quad ; \quad \text{d) } \frac{4s+28}{s^2+6s+5}$$

b) Dạng ghép liên tầng

□ Ví dụ 1: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{4s+28}{s^2+6s+5}$

⇒ $H(s) = \left(\frac{4s+28}{s+1} \right) \left(\frac{1}{s+5} \right)$



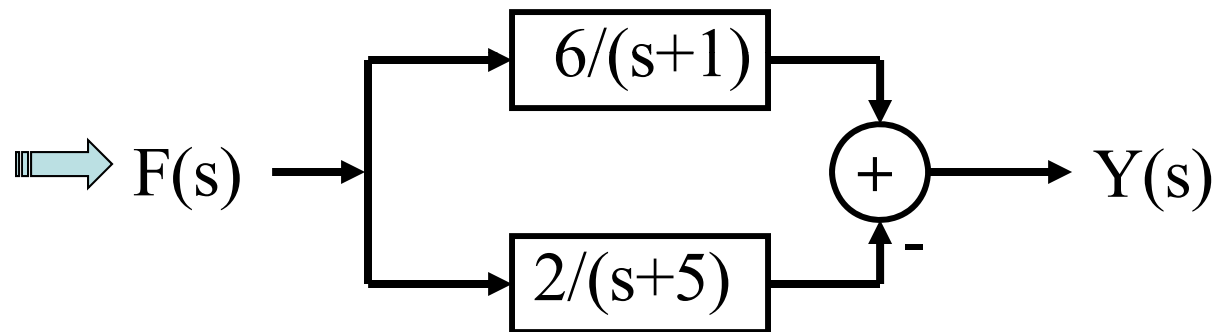
□ Ví dụ 2: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{7s^2+37s+51}{(s+2)(s+3)^2}$

⇒ Thực hiện như thế nào?

c) Dạng ghép song song

□ Ví dụ 1: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{4s+28}{s^2+6s+5}$

⇒ $H(s) = \frac{6}{s+1} - \frac{2}{s+5}$



□ Ví dụ 2: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{7s^2+37s+51}{(s+2)(s+3)^2}$

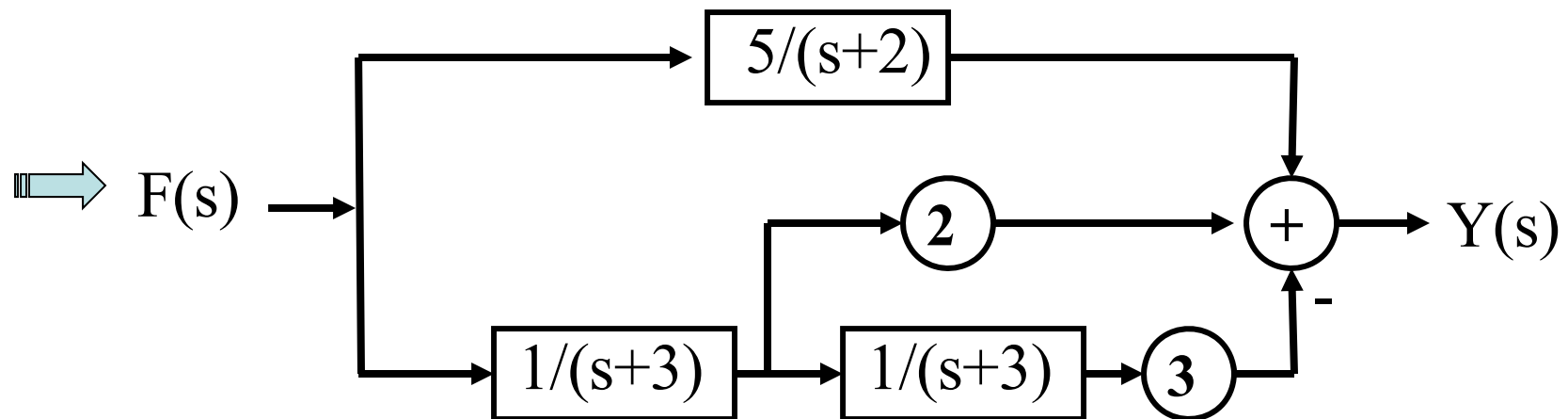
⇒ Thực hiện như thế nào?

d) Kết hợp liên tầng và song song

□ Thực hiện $H(s)$ có nghiệm lặp lại:

Ví dụ: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{7s^2 + 37s + 51}{(s+2)(s+3)^2}$

⇒ $H(s) = \frac{5}{s+2} + \frac{2}{s+3} - \frac{3}{(s+3)^2}$



d) Kết hợp liên tầng và song song

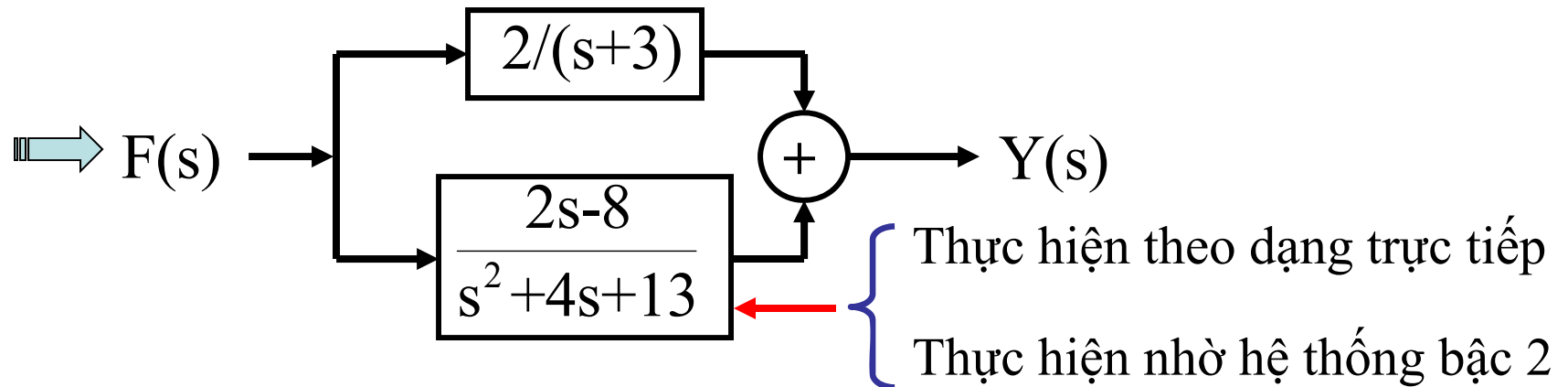
❑ Thực hiện $H(s)$ có các cực liên hiệp phức:

Ví dụ: xét hệ thống sau: $H(s) = \frac{10s+50}{(s+3)(s^2+4s+13)}$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{2}{s+3} - \frac{1+j2}{s+2-j3} - \frac{1-j2}{s+2+j3}$$

Không
thực
hiện
được

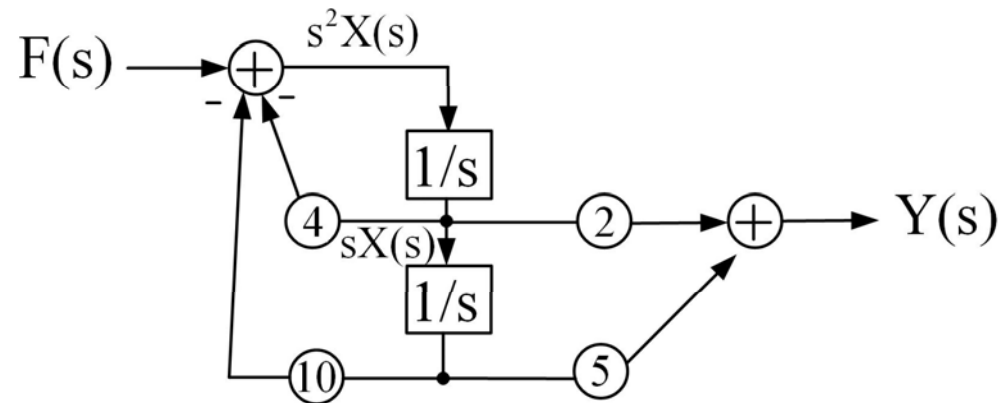
$$\Rightarrow H(s) = \frac{2}{s+3} - \frac{2s-8}{s^2+4s+13}$$



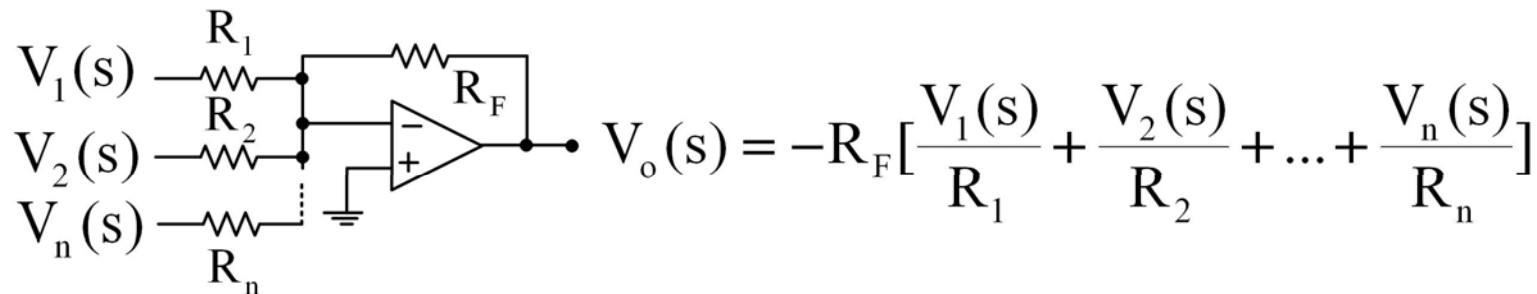
6.3.2. Thực hiện hệ thống bằng mạch điện Op-amp

Ví dụ: thực hiện hệ thống có hàm truyền $H(s) = \frac{2s+5}{s^2+4s+10}$ bằng mạch điện Op-amp

□ Bước 1: Vẽ sơ đồ khối dạng trực tiếp (chính tắc)

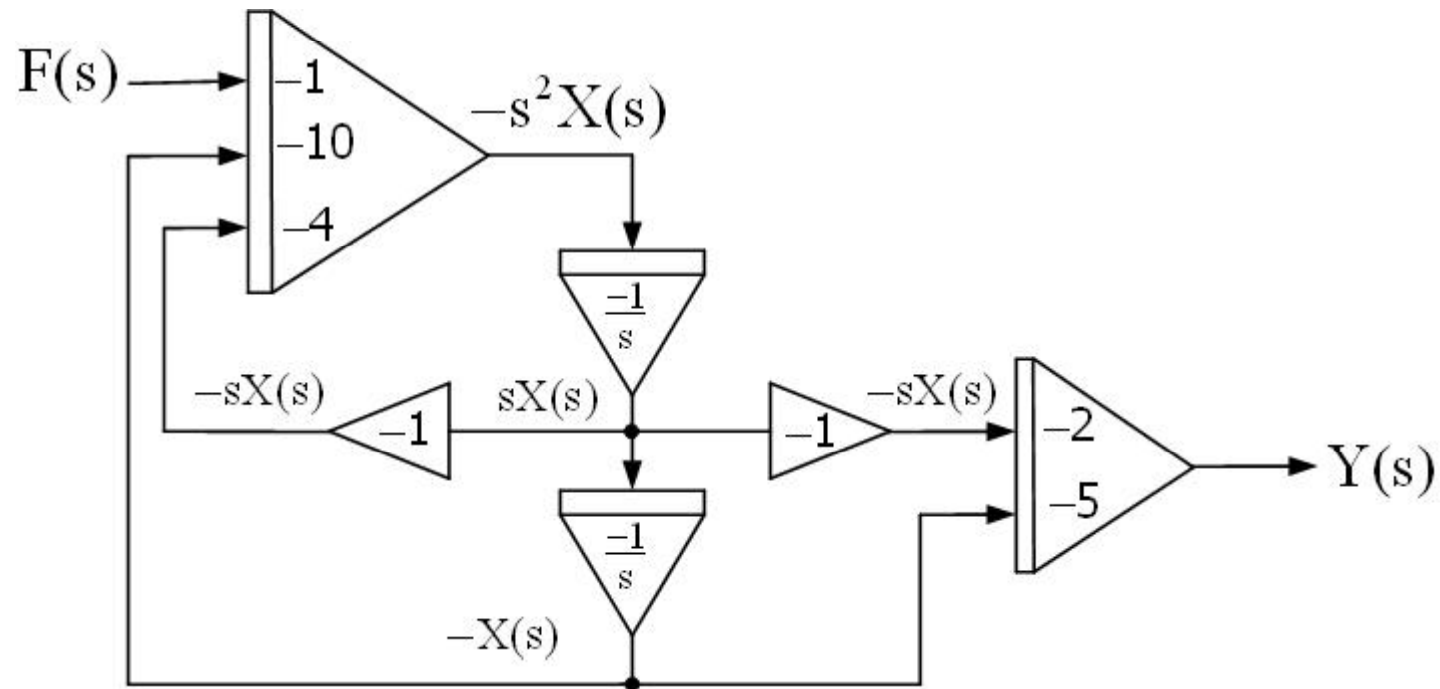


Lưu ý: mạch cộng dùng Op-amp thực hiện như sau:



6.3.2. Thực hiện hệ thống bằng mạch điện Op-amp

□ Bước 2: Thay đổi sơ đồ khối để có thể dùng mạch Op-amp



6.3.2. Thực hiện hệ thống bằng mạch điện Op-amp

□ Bước 3: Vẽ mạch thực hiện

