

Ch-6: Phân tích hệ thống liên tục dùng biến đổi Laplace

Lecture-12

6.4. Ứng dụng trong hồi tiếp và điều khiển

6.4. Ứng dụng trong hồi tiếp và điều khiển

6.4.1. Vài ứng dụng của hệ thống hồi tiếp

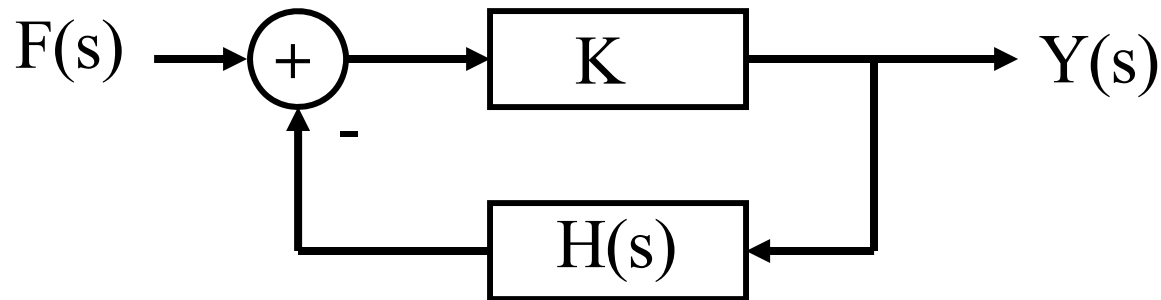
6.4.2. Cơ bản về hệ thống điều khiển tự động

6.4.1. Vài ứng dụng của hệ thống hồi tiếp

- a) Thực hiện hệ thống nghịch đảo của hệ thống LTI
- b) Giảm ảnh hưởng của sự thay đổi thông số hệ thống
- c) Tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến
- d) Ổn định cho hệ thống LTI không ổn định

a) Thực hiện hệ thống nghịch đảo của hệ thống LTI

□ Xét hệ thống hồi tiếp như hình vẽ



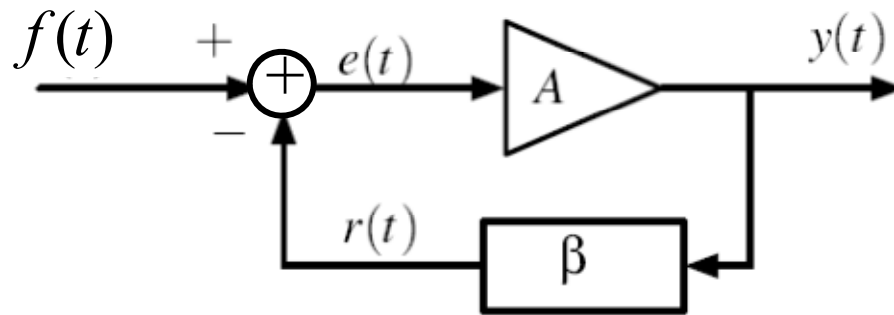
$$\Rightarrow T(s) = \frac{K}{1 + KH(s)}$$

□ Nếu chọn K sao cho $KH(s) \gg 1$

$$\Rightarrow T(s) \simeq \frac{1}{H(s)} \quad [\text{Hệ thống nghịch đảo của HT LTI } H(s)]$$

b) Giảm ảnh hưởng của sự thay đổi thông số hệ thống

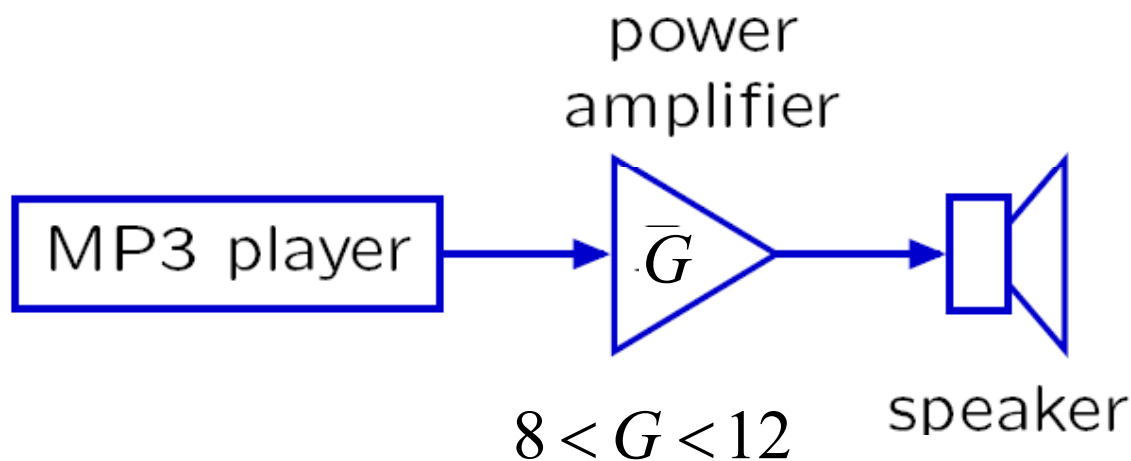
□ Xét hệ thống hồi tiếp sau:



$$\Rightarrow T(s) = \frac{A}{1 + \beta A}$$

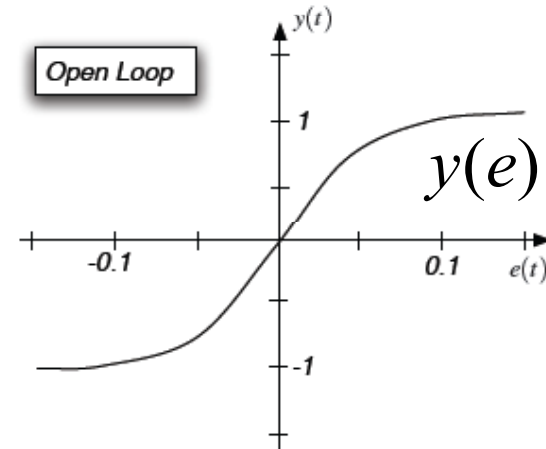
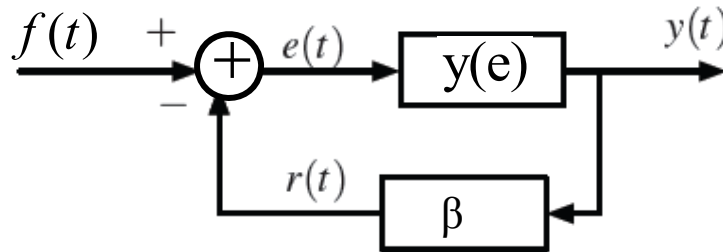
$$\Rightarrow T(s) \approx \frac{1}{\beta}; \beta A \gg 1$$

□ Ví dụ: làm thế nào để giảm ảnh hưởng do sự thay đổi của độ lợi G



c) Tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

□ Xét hệ thống hồi tiếp sau:



Quan hệ vào ra: $y(f)=y(e)$; với: $e(t)=f(t)-\beta y(t)$

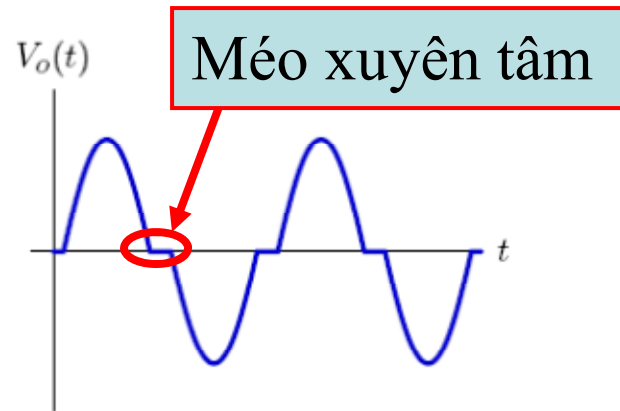
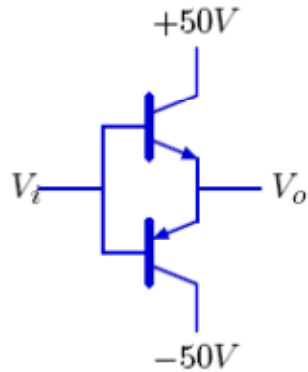
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dy}{df} = \frac{dy}{de} \frac{de}{df} \\ \frac{de}{df} = 1 - \beta \frac{dy}{df} \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{df} = \frac{dy}{de} \left[1 - \beta \frac{dy}{df} \right] \Rightarrow \frac{dy}{df} = \frac{dy/de}{1 + \beta dy/de}$$

Nếu có $\beta dy/de \gg 1$ thì: $\frac{dy}{df} \approx \frac{1}{\beta}$ $\rightarrow$ $y(f)$: tuyến tính

c) Tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

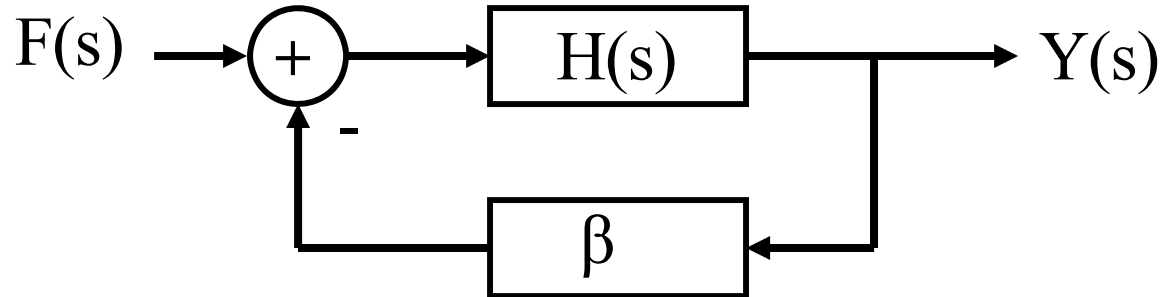
□ Ví dụ:

xét bộ khuếch đại công suất lớp B như dưới đây, **làm thế nào để khắc phục méo?**



d) Ổn định cho hệ thống LTI không ổn định

Xét hệ thống hồi tiếp sau:



Giả sử hàm truyền vòng hở : $H(s) = \frac{b}{s-a}$; $a > 0 \rightarrow$ không ổn định!!!

Hàm truyền vòng kín: $T(s) = \frac{H(s)}{1 + \beta H(s)} \Rightarrow T(s) = \frac{b}{s-a+\beta b}$

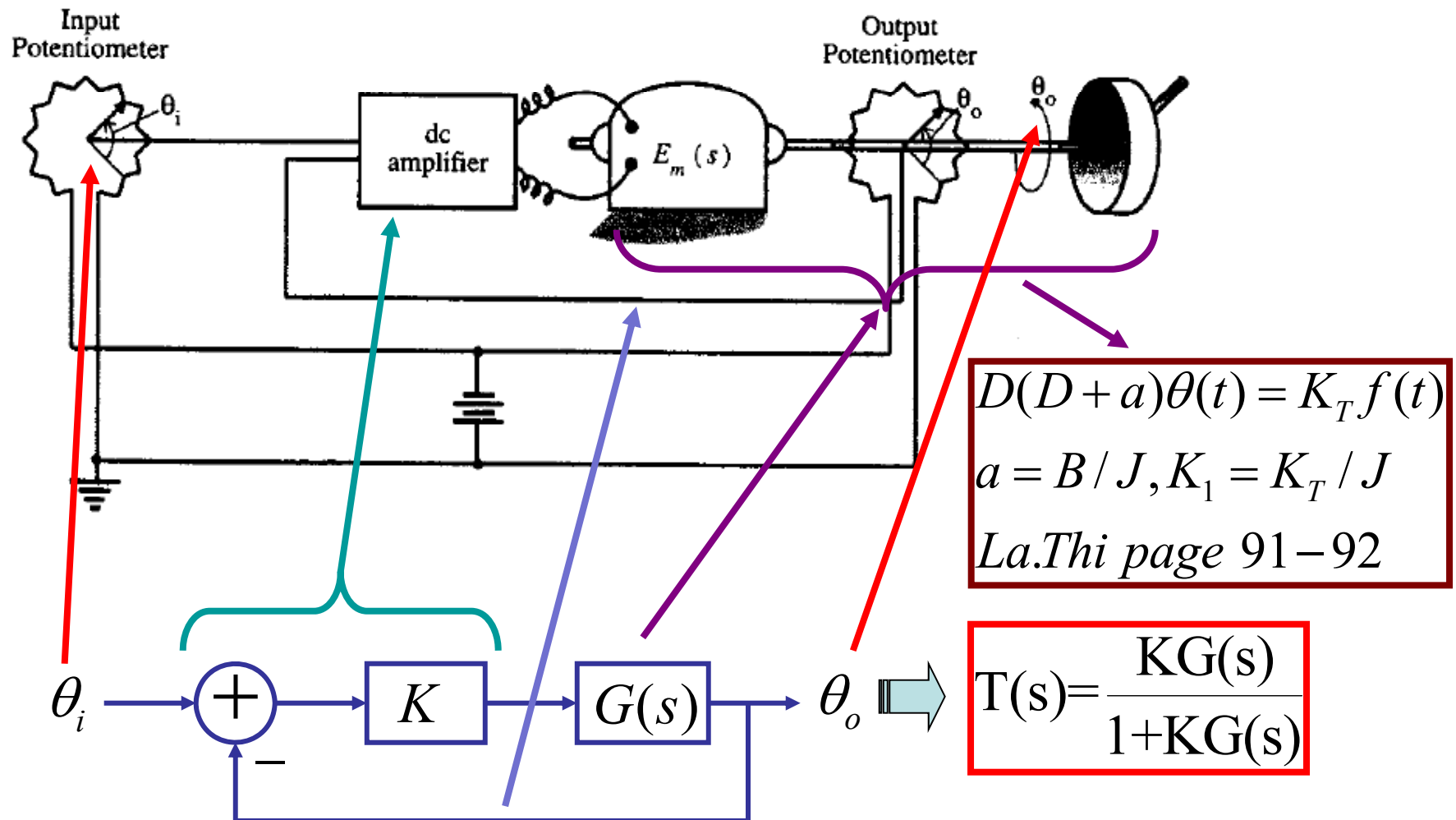
Vậy $T(s)$ ổn định khi chọn: $\beta > \frac{a}{b}$

6.4.2. Cơ bản về hệ thống điều khiển tự động

- a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản
- b) Phân tích quá độ hệ thống bậc 2
- c) Quỹ đạo nghiệm số
- d) Hiệu chỉnh hệ thống dùng quỹ đạo nghiệm số

a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản

□ Xét hệ thống điều khiển đơn giản



a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản

$$\text{Giả sử: } G(s) = \frac{1}{s(s+8)} \Rightarrow T(s) = \frac{K}{s^2+8s+K} \Rightarrow \theta_o(s) = \frac{K}{s^2+8s+K} \theta_i(s)$$

□ Phân tích quá độ: đáp ứng với $u(t)$

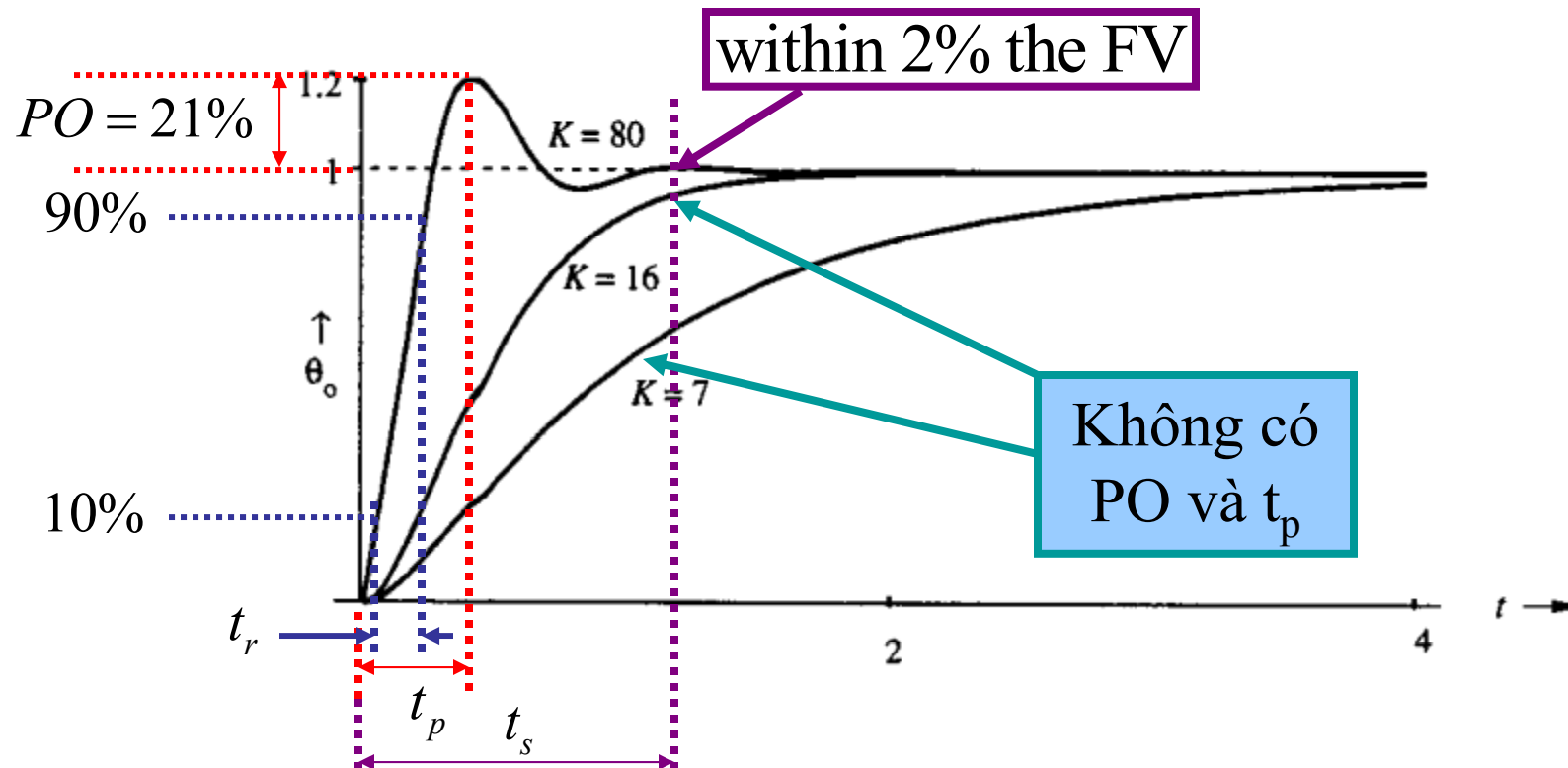
$$\Rightarrow \theta_i(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow \theta_o(s) = \frac{K}{s(s^2+8s+K)}$$

- $K=7$: $\theta_o(s) = \frac{7}{s(s^2+8s+7)} \Rightarrow \theta_o(t) = (1 - \frac{7}{6}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-7t})u(t)$

- $K=80$: $\theta_o(s) = \frac{80}{s(s^2+8s+80)} \Rightarrow \theta_o(t) = [1 - \frac{\sqrt{5}}{2}e^{-4t}\cos(8t+153^\circ)]u(t)$

- $K=16$: $\theta_o(s) = \frac{16}{s(s^2+8s+16)} \Rightarrow \theta_o(t) = [1 - (4t+1)e^{-4t}]u(t)$

a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản



- PO: percentage-overshoot
- t_r : rise time
- t_p : peak time
- t_s : settling time

Nhiệm vụ: Tìm giá trị của K để đạt yêu cầu mong muốn

a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản

□ Phân tích xác lập: sai số xác lập

$$e(t) = \theta_i(t) - \theta_o(t) \implies E(s) = \theta_i(s) - \theta_o(s) = \theta_i(s)[1 - T(s)] = \theta_i(s) \frac{1}{1 + KG(s)}$$

$$\implies e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \implies e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\theta_i(s)}{1 + KG(s)}$$

■ Với $\theta_i(t) = u(t)$: đặt $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} [KG(s)]$ (hằng số sai số vị trí)

$$\implies e_{ss} = e_s = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s}{1 + KG(s)} = \frac{1}{1 + K_p}$$

■ Với $\theta_i(t) = tu(t)$: đặt $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s[KG(s)]$ (hằng số sai số vận tốc)

$$\implies e_{ss} = e_r = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s^2}{1 + KG(s)} = \frac{1}{K_v}$$

a) Phân tích một hệ thống điều khiển đơn giản

- Với $\theta_i(t)=0.5t^2u(t)$: đặt $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2[KG(s)]$ (hằng số sai số gia tốc)

$$\Rightarrow e_{ss} = e_p = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s^3}{1+KG(s)} = \frac{1}{K_a}$$

- Cụ thể cho hệ thống đang xét: $G(s)=1/s(s+8)$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} [KG(s)] = \infty \quad \Rightarrow \quad e_s = 0$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s[KG(s)] = K/8 \quad \Rightarrow \quad e_r = 8/K$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2[KG(s)] = 0 \quad \Rightarrow \quad e_p = \infty$$

Hệ thống này còn gọi là hệ thống điều khiển vị trí, có thể dùng để điều khiển vận tốc, không thể dùng để điều khiển gia tốc!!!

Nhiệm vụ: Tìm giá trị của K và các khâu hiệu chỉnh để hệ thống trên có thể điều khiển cả 3 loại!!! + bảo đảm yêu cầu quá độ!!!

b) Phân tích tích quá độ hệ thống bậc 2

- ❑ Mục đích: xác định nhanh chóng các thông số (PO , t_r , t_s) của hệ thống bậc 2 với $T(s)$ không có điểm zero dựa vào vị trí của các poles của nó.

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

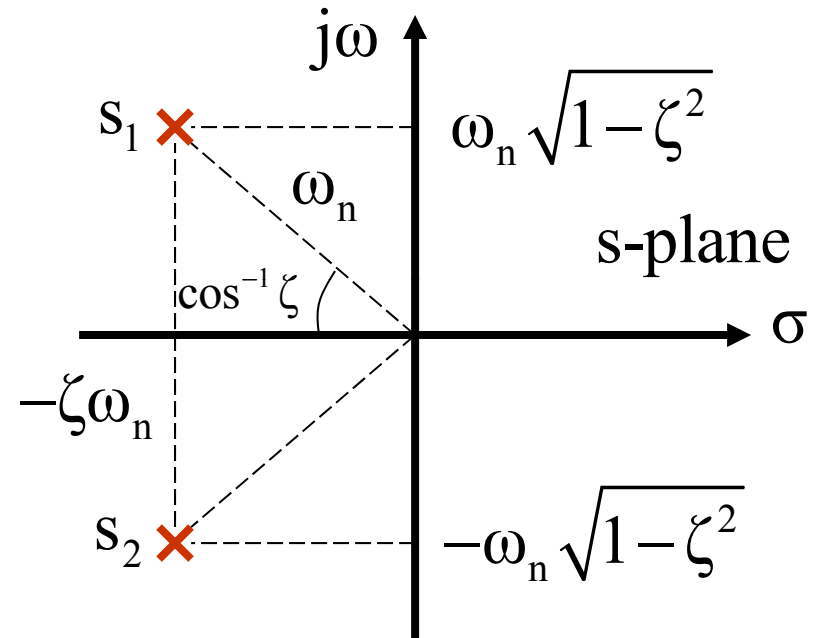
- ❑ Tại sao chỉ xét cho hệ thống bậc 2 này: cơ sở cho các hệ thống bậc cao hơn nếu thỏa một số nguyên tắc:
 - Bố trí các poles khác ở rất xa trục ảo ($j\omega$) so với cực của hệ thống bậc 2 chứa trong hàm truyền vòng kín $T(s)$ của hệ thống bậc cao này.
 - Bố trí các cặp pole-zero ở rất gần nhau

Khi đó đáp ứng quá độ của hệ thống bậc cao gần giống như của hệ thống bậc 2 có trong hàm truyền vòng kín $T(s)$ của nó

b) Phân tích tích quá độ hệ thống bậc 2

□ Vị trí các poles của hệ thống bậc 2: $T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

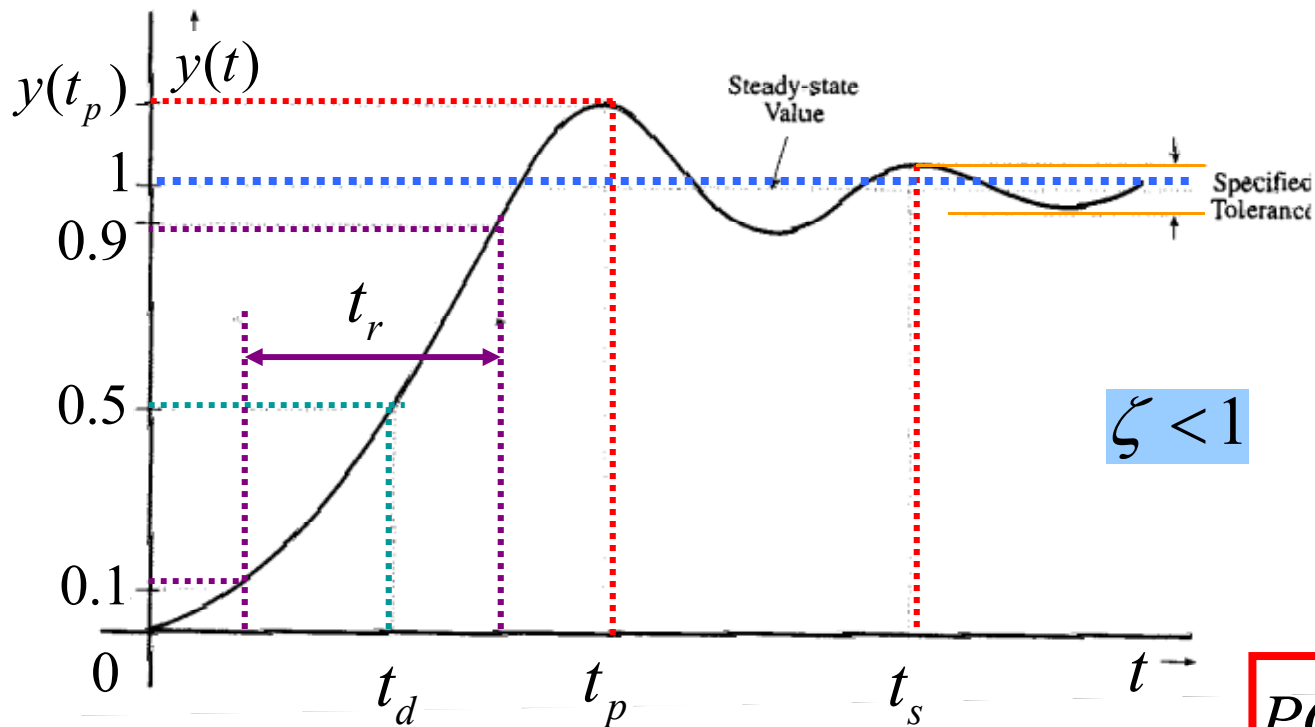


□ Đáp ứng quá độ: $Y(s) = \frac{1}{s} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$$\Rightarrow y(t) = \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1}\zeta) \right] u(t)$$

b) Phân tích tích quá độ hệ thống bậc 2

$$y(t) = \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1}\zeta) \right] u(t)$$



$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

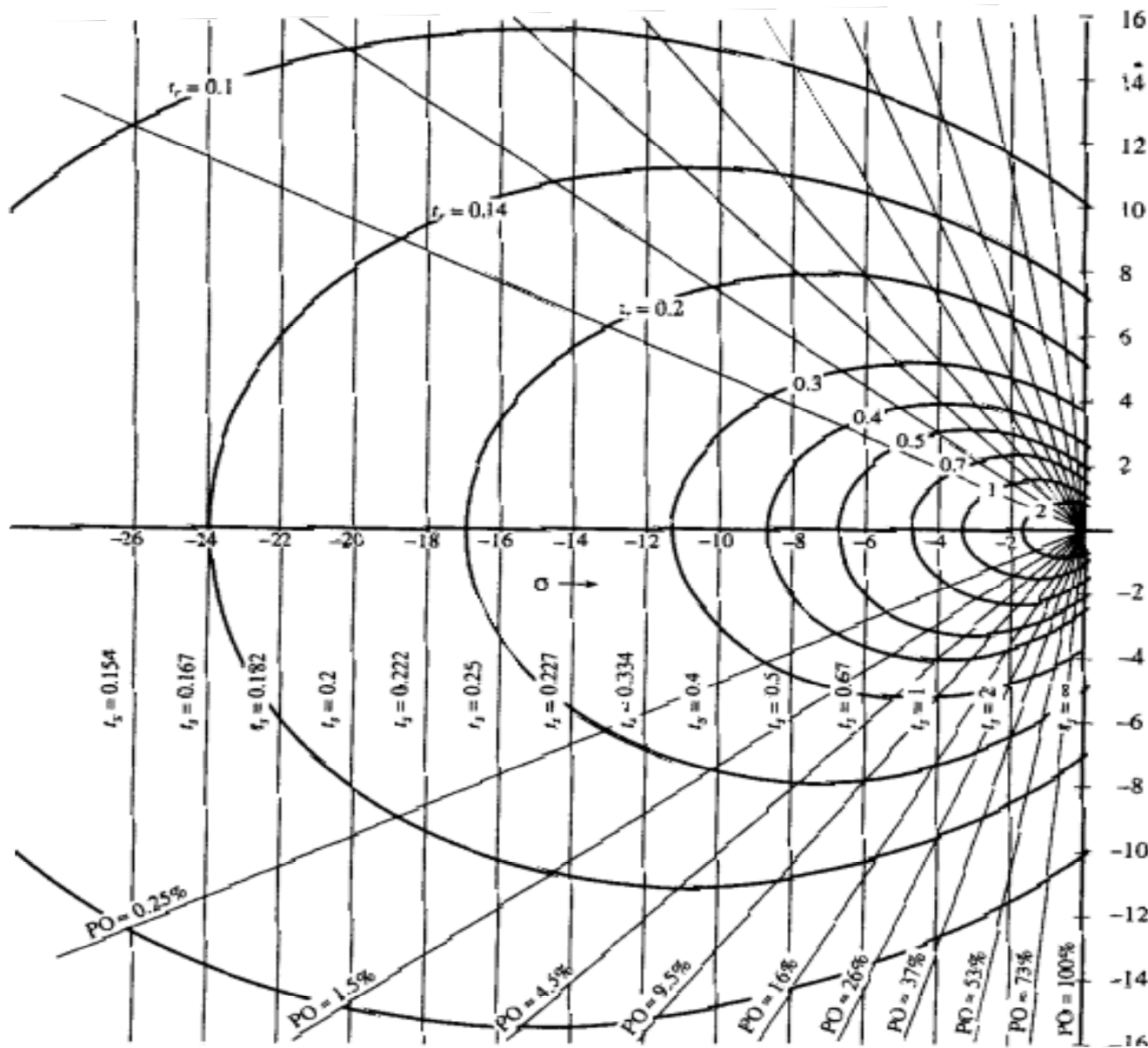
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$PO = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$t_r \approx \frac{1 - 0.4167\zeta + 2.917\zeta^2}{\omega_n}$$

$$t_d \approx \frac{1.1 + 0.125\zeta + 0.469\zeta^2}{\omega_n}$$

b) Phân tích tích quá độ hệ thống bậc 2



$$PO = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$t_r \approx \frac{1 - 0.4167\zeta + 2.917\zeta^2}{\omega_n}$$

b) Phân tích tích quá độ hệ thống bậc 2

□ Ví dụ: $T(s) = \frac{KG(s)}{[1 + KG(s)]} = \frac{K}{s^2 + 8s + K}$

Yêu cầu thiết kế: chọn K sao cho $PO \leq 16\%$, $t_r \leq 0.5s$, $t_s \leq 2s$?

- Xác định miền cho phép của các poles

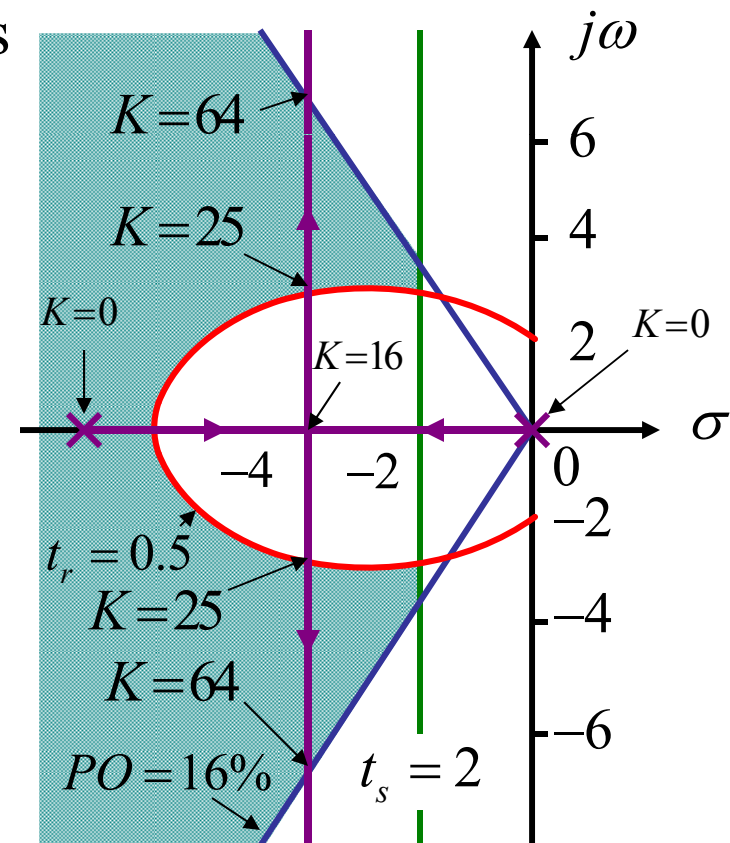
$$PO \leq 16\%; t_r \leq 0.5; t_s \leq 2$$

- Xác định quỹ tích các poles khi K thay đổi (**quỹ đạo nghiệm số**)

$$s^2 + 8s + K = 0$$
$$\Rightarrow s_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16 - K}$$

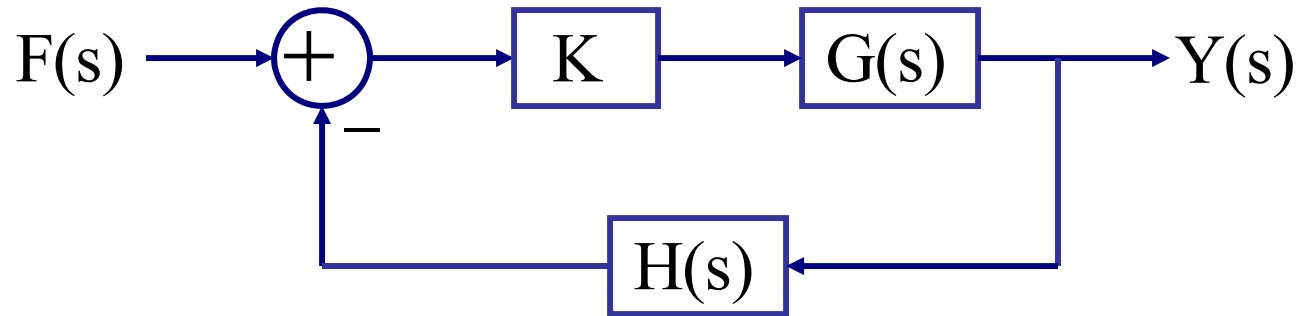
- Xác định giá trị của K

$$25 \leq K \leq 64$$



c) Quỹ đạo nghiệm số

□ Xét hệ thống với hệ số khuếch đại K thay đổi như sau:



Hàm truyền vòng kín của hệ thống: $T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)H(s)}$

Phương trình đặc trưng của hệ thống: $1+KG(s)H(s)=0$

Chúng ta sẽ khảo sát quỹ đạo của nghiệm phương trình đặc trưng (**poles của hệ thống**) khi K thay đổi từ 0 đến $\infty \rightarrow$ **Quỹ đạo nghiệm số**.

c) Quỹ đạo nghiệm số

Giá trị của s trong mp- s làm cho hàm truyền vòng hở $KG(s)H(s)$ bằng -1 chính là các poles của hàm truyền vòng kín

$$1 + KG(s)H(s) = 0 \Leftrightarrow KG(s)H(s) = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |KG(s)H(s)| = 1 \\ \angle KG(s)H(s) = \pm 180^\circ (2l + 1) \\ l = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |G(s)H(s)| = 1/K \\ \angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ (2l + 1) \quad l = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

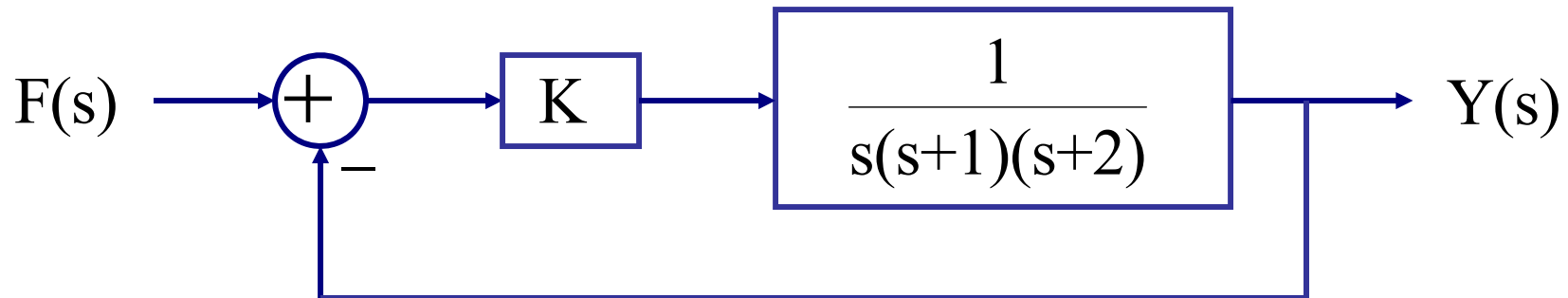
 Independent of K

c) Quỹ đạo nghiệm số

□ Quỹ đạo nghiệm số được phác họa tuân theo các quy luật sau:

Áp dụng các quy luật dùng ví dụ sau:

Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống sau khi K thay đổi



c) Quỹ đạo nghiệm số

Luật #1

Giả sử $G(s)H(s)$ có n poles và m zeros:

**n nhánh của quỹ đạo nghiệm bắt đầu ($K=0$) tại n poles.
 m trong n nhánh kết thúc ($K=\infty$) tại m zeros
 $n-m$ nhánh còn lại kết thúc ở vô cùng theo các đường tiệm cận.**

Bước 1: Vẽ n poles và m zeros của $G(s)H(s)$ dùng ký hiệu
x và **o**

c) Quỹ đạo nghiệm số

Áp dụng bước #1

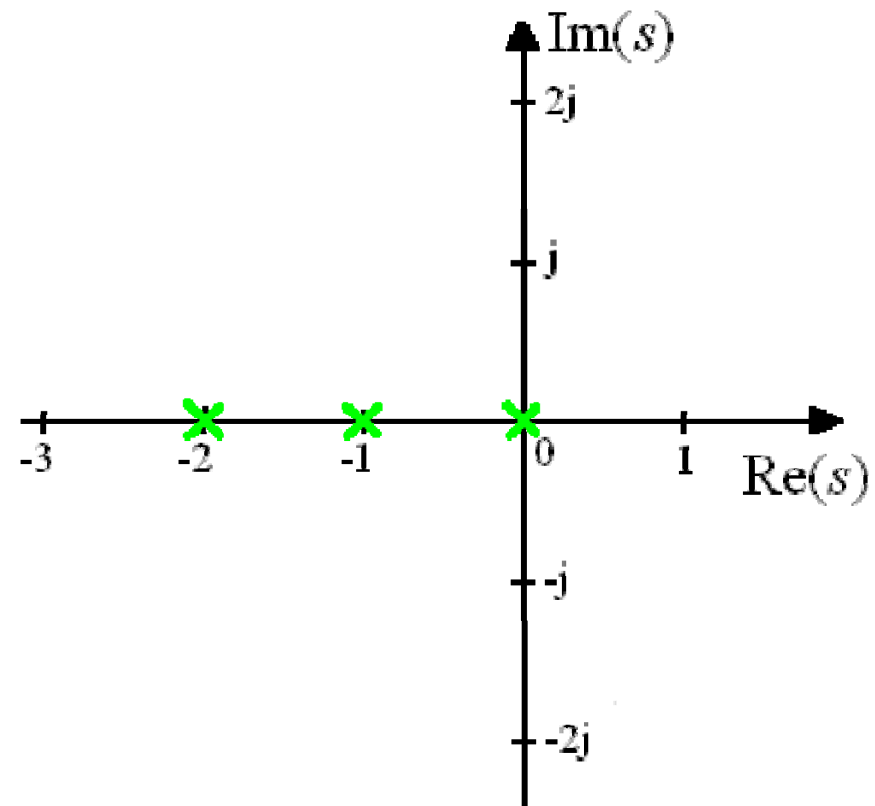
Vẽ n poles và m zeros của $G(s)H(s)$ dùng ký hiệu **x** và **o**

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

- Có 3 poles:

$$s = 0, s = -1, s = -2$$

- Không có zero



c) Quỹ đạo nghiệm số

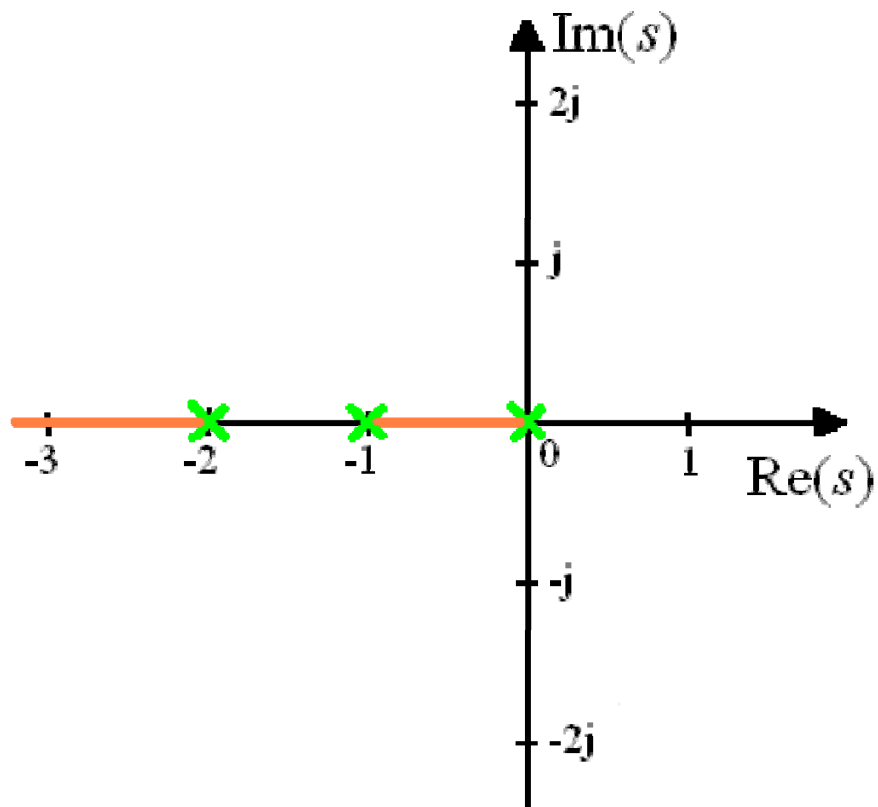
Luật #2

Các điểm trên trục thực thuộc quỹ đạo nghiệm khi bên phải nó có tổng số poles thực và zeros thực của $G(s)H(s)$ là một số lẻ

Bước #2: Xác định các nghiệm trên trục thực. Chọn điểm kiểm tra tùy ý. Nếu tổng số của cả poles thực và zeros thực bên phải của điểm này là lẻ thì điểm đó thuộc quỹ đạo nghiệm số.

c) Quỹ đạo nghiệm số

Áp dụng bước #2



c) Quỹ đạo nghiệm số

Luật #3

Giả sử $G(s)H(s)$ có n poles và m zeros:

Các nghiệm **s có giá trị lớn** phải **tiệm cận** theo đường thẳng **bắt đầu tại điểm trên trục thực:**

$$s = \sigma_0 = \frac{\sum_n p_i - \sum_m z_i}{n - m}$$

theo hướng của góc:

$$\phi_\ell = \frac{\pm 180^\circ (2\ell + 1)}{n - m}$$

Bước #3: Xác định $n - m$ tiệm cận của các nghiệm. Tại $s = \sigma_0$ trên trục thực. Tính và vẽ các đường tiệm cận theo góc ϕ_ℓ

c) Quỹ đạo nghiệm số

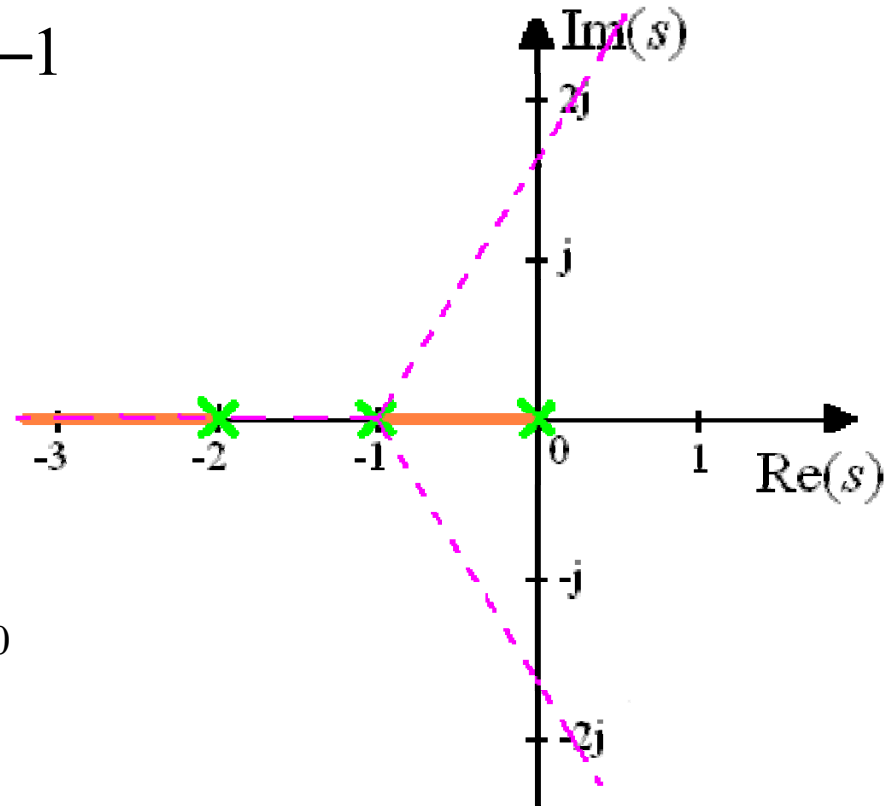
Áp dụng bước #3

$$s = \sigma_0 = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3 - 0} = \frac{0 - 1 - 2}{3} = -1$$

$$\phi_\ell = \frac{\pm 180 (2\ell + 1)}{n - m}$$

$$\ell = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = \frac{\pm 180^0 (2 \times 0 + 1)}{3 - 0} = \pm 60^0 \\ \phi_1 = \frac{\pm 180^0 (2 \times 1 + 1)}{3 - 0} = \pm 180^0 \end{cases}$$



c) Quỹ đạo nghiệm số

Luật #4

Phương trình đặc trưng của hệ thống có thể viết là: $KG(s)H(s) = -1$

Điểm tách phải thỏa điều kiện sau:

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

Bước #4: xác định điểm tách. Biểu diễn K dưới dạng:

$$K = \frac{-1}{G(s)H(s)}.$$

Tính và giải $dK/ds=0$ để tìm pole là điểm tách

c) Quỹ đạo nghiệm số

Áp dụng bước #4

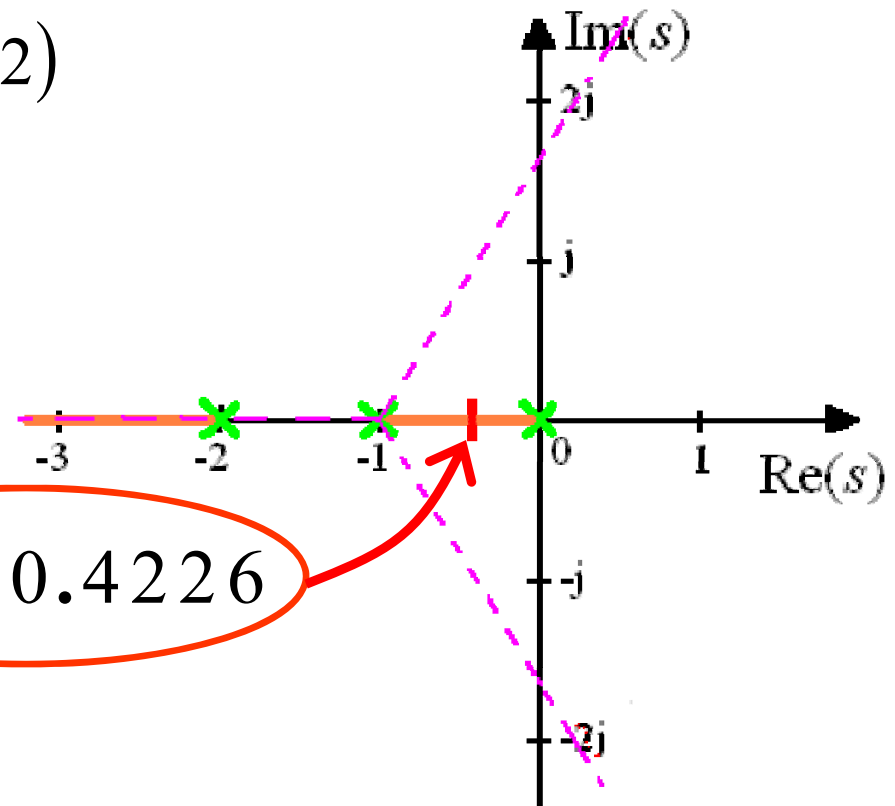
$$K = \frac{-1}{G(s)H(s)} = -s(s+1)(s+2)$$

$$K = -s^3 - 3s^2 - 2s$$

$$dK / ds = -s^3 - 3s^2 - 2s$$

$$\Rightarrow -3s^2 - 6s - 2 = 0$$

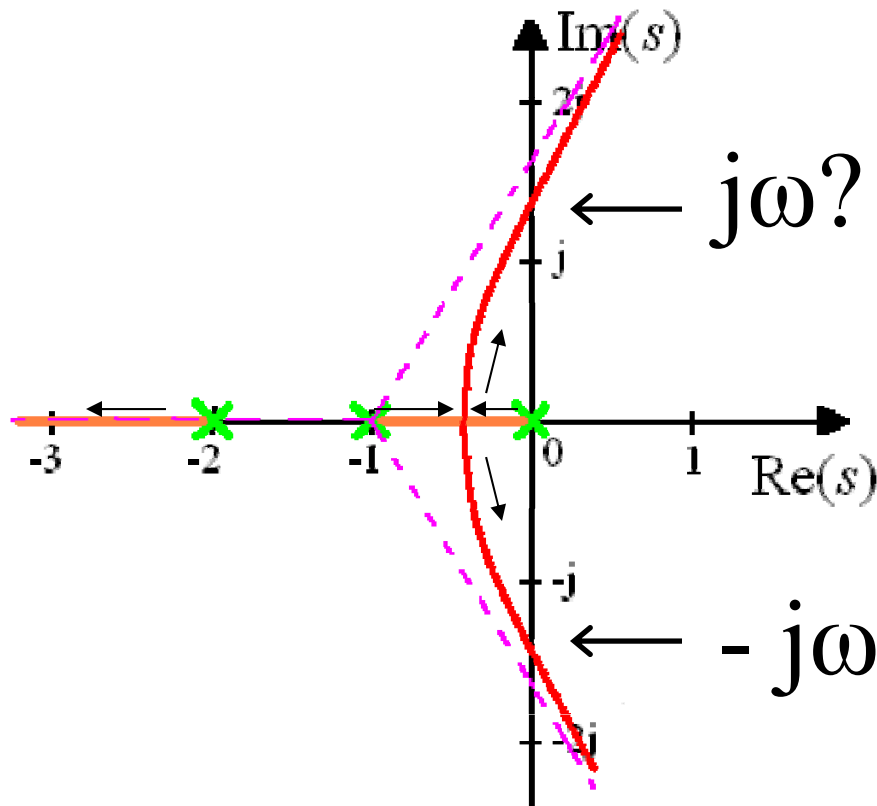
$$s_1 = -1.5774, \quad s_2 = -0.4226$$



c) Quỹ đạo nghiệm số

Bước #5

Vẽ n-m nhánh kết thúc ở vô cùng dọc theo các đường tiệm cận



Cho: $s = j\omega$

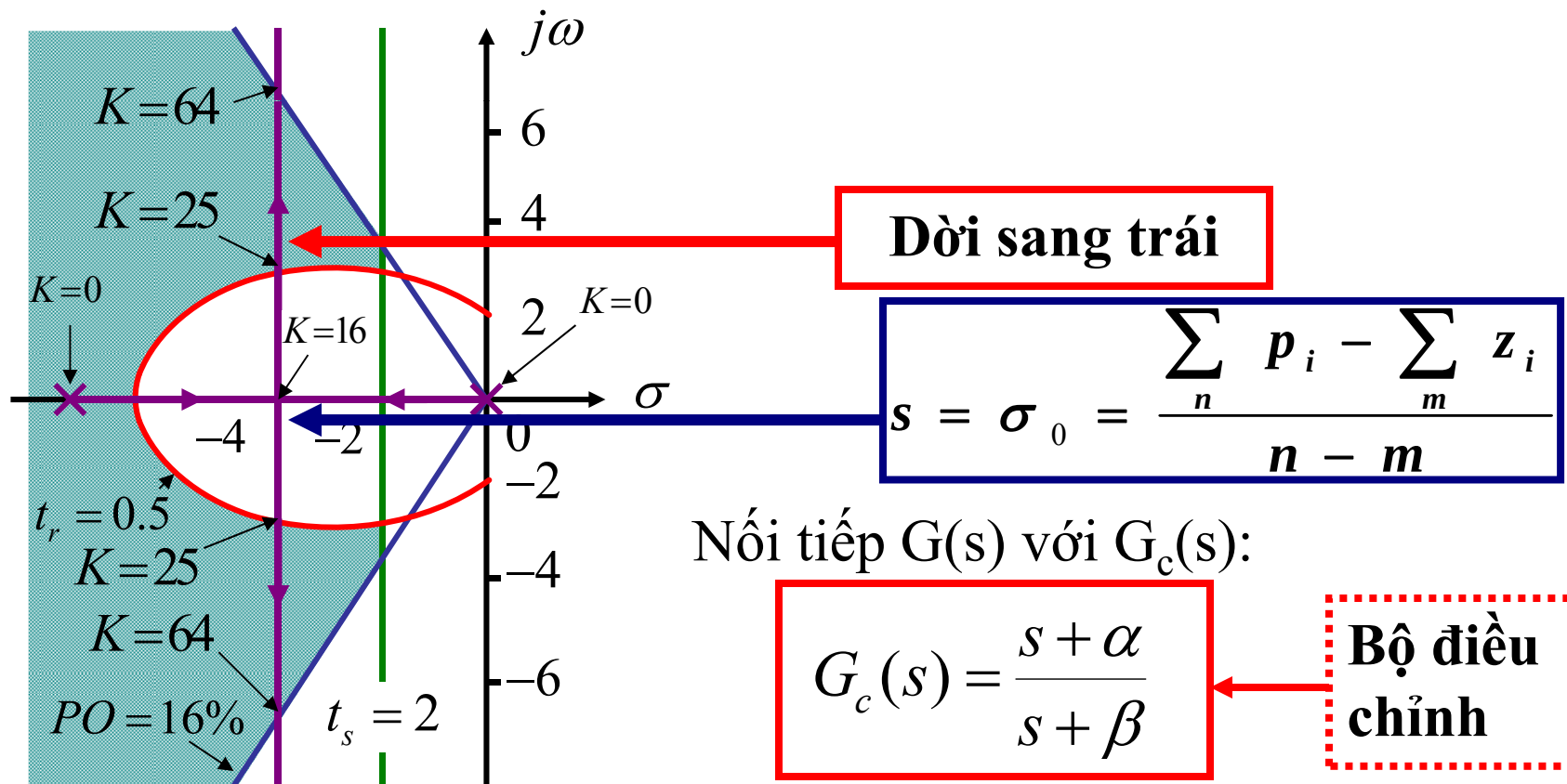
Thế vào: $1 + KG(s)H(s) = 0$

$$\Rightarrow \omega = 0 \text{ or } \omega = \pm\sqrt{2}$$

d) Hiệu chỉnh hệ thống dùng quỹ đạo nghiệm số

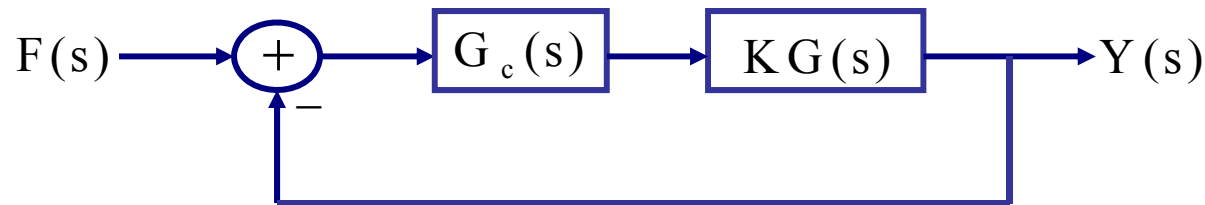
- Trong ví dụ phần 6.4.2a ta thấy: $e_s=0$; $e_r=8/K$; $e_p=\infty$
- Trong ví dụ phần 6.4.2b ta thấy để đạt được các yêu cầu:
 $PO \leq 16\%$, $t_r \leq 0.5s$, $t_s \leq 2s$ thì $25 \leq K \leq 64$

Nếu yêu cầu thiết kế là $e_r < 0.125$?



d) Hiệu chỉnh hệ thống dùng quỹ đạo nghiệm số

□ Hệ thống có bộ điều chỉnh:



Ví dụ:

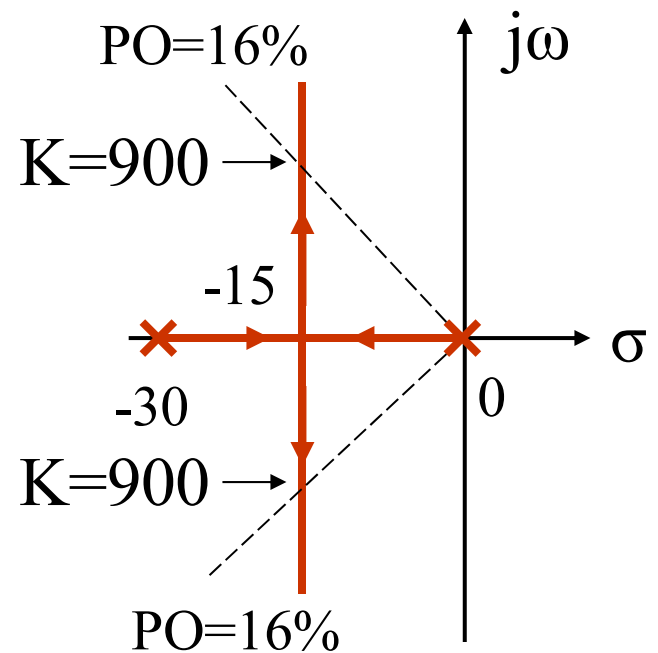
$$G(s) = \frac{1}{s(s+8)}; \text{PO} \leq 16\%; t_r \leq 0.5; t_s \leq 2; e_s = 0; e_r \leq 0.05$$

$$e_r = 8/K \leq 0.05 \Rightarrow K \geq 160$$

Giả sử chọn:

$$G_c(s) = \frac{s+8}{s+30} \Rightarrow KG_c(s)G(s) = \frac{K}{s(s+30)}$$

$$\text{Và chọn } K=600 \Rightarrow T(s) = \frac{600}{s^2 + 30s + 600}$$



d) Hiệu chỉnh hệ thống dùng quỹ đạo nghiệm số

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{600} ; \zeta \omega_n = 15 \Rightarrow \zeta = 0.61$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = 4/15 = 0.266 < 2 \\ PO = 8.9\% < 16\% \\ t_r = 0.0747 < 0.5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_s = 0 \\ e_r = 0.05 \end{array} \right.$$

Đạt được mọi yêu cầu thiết kế!!!

d) Hiệu chỉnh hệ thống dùng quỹ đạo nghiệm số

- $G_c(s)=1/s$ (bố trí pole tại 0) sẽ bảo đảm cải thiện chất lượng xác lập. Tuy nhiên lại làm giảm chất lượng quá độ, và tính ổn định của hệ thống!!! Để dung hòa người ta chọn $G_c(s)$ như sau:

$$G_c(s) = \frac{s + \alpha}{s + \beta} \quad \alpha \text{ và } \beta \text{ chọn rất nhỏ và tỷ số } \alpha/\beta \text{ rất lớn}$$

$$\Rightarrow s = \sigma_0 = \frac{\sum_n p_i - \sum_m z_i}{n - m} \quad \text{hầu như không thay đổi}$$

$$(K_p)_c = K_p \cdot G_c(0) = (\alpha/\beta) K_p \quad \Rightarrow (e_s)_c = \frac{1}{1 + (K_p)_c} < e_s = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$(K_v)_c = K_v \cdot G_c(0) = (\alpha/\beta) K_v \quad \Rightarrow (e_r)_c = 1/(K_v)_c < e_r = 1/K_v$$

$$(K_a)_c = K_a \cdot G_c(0) = (\alpha/\beta) K_a \quad \Rightarrow (e_p)_c = 1/(K_a)_c < e_p = 1/K_a$$