



CHƯƠNG 1: SAI SỐ

TS. Lê Thanh Long
lthlong@hcmut.edu.vn



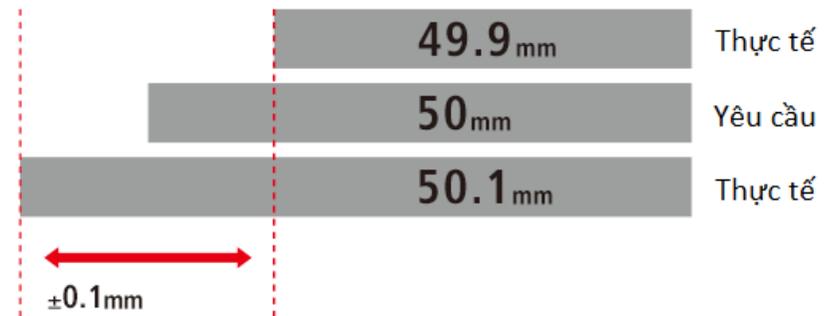
Nội dung

- 1.1. Khái niệm về sai số.
- 1.2. Các loại sai số.
- 1.3. Quy tắc làm tròn.

1.1. Khái niệm về sai số

- Là sự chênh lệch về giá trị của một đại lượng nào đó so với giá trị chính xác, thực tế hay tính toán thông qua quá trình đo đạc, thu thập dữ liệu.

VD1.1: Người thợ đặt mua một thanh kim loại hình trụ có đường kính 8mm, dài 50mm. Nhưng khi nhận được sản phẩm, ông kiểm tra thấy kích thước thực tế là 50.1mm, 49.9mm.



→ Sự khác biệt giữa kích thước thực tế 50.1mm, 49.9mm và 50mm như yêu cầu chính là sai số.

1.2. Các loại sai số

1.2.1 Sai số thực:

- **Sai số thực** Δ là giá trị chênh lệch của phép đo thực tế so với giá trị đúng của bài toán.

$$\Delta = |A - a^*|$$

Trong đó:

- A: Giá trị **đúng** của bài toán.
- a^* : Giá trị đo **thực tế** và đúng một cách **tuyệt đối**.

Chú ý: Thực tế, chỉ có phép đo về số lượng (1,2..., cái, quả,...) mới cho giá trị đo đúng tuyệt đối, đối với các phép đo khác, giá trị Δ chỉ mang ý nghĩa về mặt lý thuyết. Giá trị đo được đều mang mang kết quả gần đúng.

1.2. Các loại sai số

1.2.2 Sai số tuyệt đối:

(Sai số tuyệt đối giới hạn)

- Sai số tuyệt đối Δ_a là giá trị giới hạn mức độ sai lệch của giá trị thực tế so với tính toán.

$$\exists \Delta_a: |A - a| \leq \Delta_a$$

Trong đó:

- A: Giá trị **đúng** của bài toán.
- a: Giá trị **gần đúng** của nó.

Như vậy, tất cả các giá trị đo được có mức độ sai lệch nhỏ hơn sai số tuyệt đối Δ_a .

→ Δ_a càng bé càng tốt, kết quả càng gần với giá trị đúng.

1.2. Các loại sai số

1.2.3 Sai số tương đối:

- Sai số tương đối δ_a là giá trị sai số tuyệt đối Δ_a được thể hiện ở tỉ lệ % so với giá trị đo được.

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} ;$$

1.2.4 Sai số quy tròn:

- Là giá trị chênh lệch giữa giá trị trước và sau khi làm tròn của giá trị đo.

$$\theta_{a^*} = |a - a^*| ;$$

Như vậy, sau khi quy tròn một giá trị đo “**a**” thành “**a***”, ta có sai số tổng quát là:

$$\Delta_{a^*} = \Delta_a + \theta_{a^*} ;$$

1.2 Các loại sai số

VD 1.2: Một kỹ sư Cơ khí dùng dụng cụ đo chiều dài một cây cầu và một đỉnh tán với kích thước lần lượt là 9999 cm và 9 cm. Hãy tính sai số thực và sai số tương đối của việc đo chiều dài cây cầu và đỉnh tán nếu giá trị đúng của chiều dài cây cầu và đỉnh tán lần lượt là 10000 cm và 10 cm.

Giải:

(a) Sai số thực của việc đo chiều dài cây cầu và đỉnh tán:

$$\Delta_1 = 10000 - 9999 = 1 \text{ cm}$$

$$\Delta_2 = 10 - 9 = 1 \text{ cm}$$

(b) Sai số tương đối của việc đo chiều dài cây cầu và đỉnh tán:

$$\delta_{a1} = \frac{1}{10000} 100\% = 0,01\%$$

$$\delta_{a2} = \frac{1}{10} 100\% = 10\%$$

1.2. Các loại sai số

1.2.5 Sai số của hàm số:

Hàm số $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ là hàm n biến với các biến có sai số riêng là $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$.

$$\Delta f = \sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_k} \right| \cdot \Delta x_k$$

VD 1.3: Cho hàm số: $f(x, y, z) = 5x^2 + 4y + z$, sai số tại $f(1, 2, 3)$ là:

$$\Delta f_x = (5x^2 + 4y + z)'_x \cdot \Delta x = 10x \cdot \Delta x$$

$$\Delta f_y = (5x^2 + 4y + z)'_y \cdot \Delta y = 4 \cdot \Delta y$$

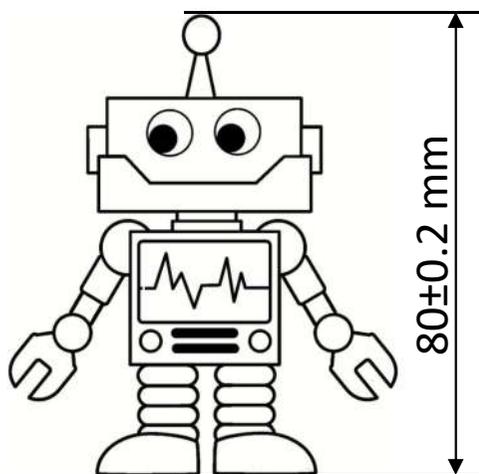
$$\Delta f_z = (5x^2 + 4y + z)'_z \cdot \Delta z = 1 \cdot \Delta z$$

$$\rightarrow \Delta f = 10x \cdot \Delta x + 4\Delta y + 1\Delta z$$

Ta thay $f(1, 2, 3)$ vào: $\rightarrow \Delta f = 10\Delta x + 4\Delta y + \Delta z$

EXERCISE

BT 1. Trong một nhà máy sản xuất các mô hình Robot, một nhân viên QC (Quality Control) được đảm nhận công việc kiểm tra kích thước sản phẩm hoàn thành. Trong đó, mẫu A001 cần phải kiểm tra kích thước chiều cao thỏa mãn $80 \pm 0.2 \text{ mm}$ như ảnh bên dưới.



Mẫu A001

Nhân viên QC này tiến hành đo 1 loạt 5 mẫu và thu được kết quả như bảng bên dưới:

Mẫu	1	2	3	4	5
Kết quả đo	80.01	80.12	79.99	79.92	80.21
Làm tròn	80.00	80.10	80.00	79.90	80.20

Tính toán và liệt kê tất cả sai số đã được học bên trên. Kết quả không đạt khi 1 loạt có ít nhất 1 sản phẩm không đủ tiêu chuẩn, loạt trên có đạt yêu cầu hay không?

Giải:

Mẫu	1	2	3	4	5
Kết quả đo	80.01	80.12	79.99	79.92	80.21
Làm tròn	80.00	80.10	80.00	79.90	80.20
Sai số tuyệt đối	0.01	0.12	0.01	0.08	0.21
Sai số tương đối	0.012%	0.150%	0.013%	0.100%	0.263%
Sai số quy tròn	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01

Mẫu 2:

Sai số tuyệt đối: $\Delta_a = |A - a| = |80.12 - 80| = 0.12mm$

Sai số tương đối: $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} = \frac{0.12}{80.12} = 0.012\%$

Sai số quy tròn: $\theta_{a^*} = |a - a^*| = |80.12 - 80.10| = 0.02 mm$

Tương tự với các mẫu khác.

→ Mẫu 5 có sai số tuyệt đối lớn hơn yêu cầu đặt ra → Không đạt

EXERCISE

BT 2. An dùng 3 dụng cụ chứa A, B, C nước bao gồm:

- A: 1 bình thủy tinh dạng lập phương, An đo có kích thước 12x12x12mm (phép đo có sai số $\Delta_1=0.2\text{mm}$ bằng nhau với ở các chiều đo).
- B: 1 bình hình trụ có chia vạch với sai số $\Delta_2=0.1\text{ml}$.

An đổ đầy bình A và đổ vào bình B ở mực nước 500ml. Tất cả được đổ chung vào bình C. Hỏi lúc này bình C sẽ chứa bao nhiêu ml nước? Sai số là bao nhiêu?



Giải:

Thể tích nước bên trong bình C là:

$$V(x, h) = x^3 + h = 2228 \text{ ml}$$

Trong đó x là các cạnh hình lập phương và h là thể tích bình đong.

Sai số thể tích cuối cùng là:

$$\Delta V = 3x^2 \Delta x + \Delta h = 3 \times 12^2 \times 0.2 + 0.1 = 86.5 \text{ ml}$$

Vậy, thể tích thu được ở bình C là:

$$V = 2228 \pm 86.5 \text{ ml}$$

1.3. Quy tắc làm tròn

1.3.1 Quy tắc quá bán:

- Là làm tròn số dựa trên chữ số đứng bên phải theo nguyên tắc:

$$Vd: \pi = 3.1415926 \rightarrow 3.142$$

Làm tròn chữ số
hàng phần **ngàn**

Nếu ≥ 5 : Làm tròn lên
Nếu < 5 : Làm tròn xuống

$$Vd: \pi = 3.1415926 \rightarrow 3.14$$

1.3. Quy tắc làm tròn

1.3.2 Làm tròn trong bất đẳng thức:

VD: Cho bất đẳng thức x thỏa mãn điều kiện:

$$-2,316 \leq x \leq 1,106$$

Ứng với

$$a \leq x \leq b$$

Theo nguyên tắc làm tròn trong bất đẳng thức sao cho bất đẳng thức luôn đúng là:

- **a** luôn làm tròn xuống.
- **b** luôn làm tròn lên.

Như vậy, với làm tròn quá bán hàng phần trăm, ta được:

$$-2,32 \leq x \leq 1,11$$

1.3. Quy tắc làm tròn

1.3.3 Chữ số có nghĩa:

Chữ số có nghĩa của một số là tất cả những chữ số bắt đầu từ một chữ số khác “0” kể từ trái sang.

VD: 0.00**21456** → 5 chữ số có nghĩa

VD: 0.00**21456000** → 8 chữ số có nghĩa (3 chữ số “0” cuối là số làm tròn chứ không phải thừa)

VD: **21456.12** → 7 chữ số có nghĩa

1.3. Quy tắc làm tròn

1.3.4 Chữ số đáng tin:

- **Chữ số đáng tin** của một số hay còn gọi là **số chắc chắn** là chữ số không bị ảnh hưởng bởi sai số.

- Một số a với sai số Δa có:

$$\Delta a \leq 0.5 \times 10^{-k}$$

Thì kể từ chữ số thứ k sau dấu phẩy sáng trái là đáng tin.

Vd: số $a = 1.023567$; với $\Delta a = 0.0008 \leq 0.5 \times 10^{-2}$

Vậy, chữ số thứ 2 sau dấu phẩy là đáng tin, bao gồm: 1, 0, 2

EXERCISE

BT 3. Cho bảng số liệu sau:

Mẫu	1	2	3	4
Giá trị đo	14.0123	0.08143	1648.2	2318
Sai số	0.013	0.0002	0.1	0.5

- Làm tròn hàng phân chục của các giá trị đo theo quy tắc bán phần.
- Xác định số chữ số có nghĩa, chữ số đáng tin.

BT 4*. Xác định và làm tròn điều kiện của x theo hàng phân chục để biểu thức thỏa mãn điều kiện:

$$a) y = \sqrt{(1.01275 - x)(x - 3.1752)}$$

$$b) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4.25x + 4.515625}}$$

BT3. Giải:

- a) Hàng phân chục là chữ số đầu tiên bên phải sau dấu phẩy, ta tiến hành làm tròn dựa trên chữ số bên cạnh phía bên phải nó.
- b) Ví dụ với mẫu 1: $0.013 \leq 0.5 \times 10^{-1}$ vậy hệ số mũ của 10 là -1, k=1. Như vậy, các số đáng tin là 1, 4 và 0. Số chữ số có nghĩa là **14.0123**

Tương tự, ta được:

Mẫu	1	2	3	4
Giá trị đo	14.0123	0.08143	1648.2	2318
Sai số	0.013	0.0002	0.1	0.5
Làm tròn	14.0	0.1	1648.2	2318
Chữ số đáng tin	1,4,0	0,0,8,1	1,6,4,8	2,3,1,8
Chữ số có nghĩa	14.0123	0.0 8143	1648.2	2318

BT 4*. Giải:

a) Để biểu thức có nghĩa, x phải thỏa mãn điều kiện:

$$1.01275 \leq x \leq 3.1752$$

Làm tròn điều kiện theo hàng phần chục, ta được:

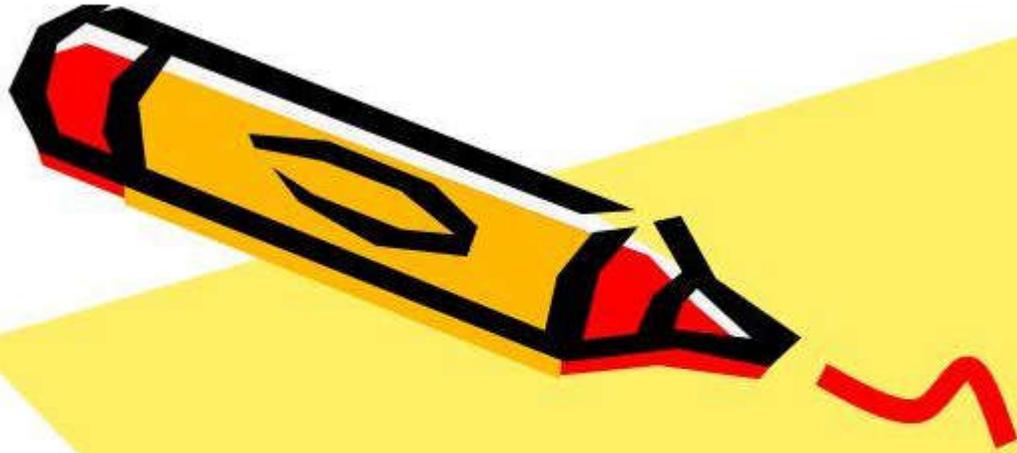
$$1.1 \leq x \leq 3.1$$

Ta thấy rằng, nếu làm tròn theo đẳng thức thì sẽ là:

$$1.0 \leq x \leq 3.2$$

Rõ ràng, với $x=1$ thì biểu thức không có nghĩa. Như vậy, việc làm tròn với dạng có bất đẳng thức sẽ phụ thuộc vào giá trị làm tròn lên hay xuống phải nằm trong vùng có nghĩa của biểu thức.

b) Tự giải



Thanks
for your attention!

Have a nice day 😊

