

Chương 1: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1.1 Các khái niệm cơ bản:

- Chất điểm là 1 vật có khối lượng, có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách và kích thước của vật khác.
- Hệ chất điểm: là tập hợp nhiều chất điểm rời rạc.
- Vật rắn: là tập hợp nhiều chất điểm phân bố liên tục và có mối liên kết rắn (khoảng cách giữa các chất điểm là không thay đổi).

Vd: Đồng cát không phải là vật rắn do khoảng cách thay đổi.

Cục gạch: vật rắn.

- Chuyển động: là sự thay đổi vị trí của chất điểm trong suốt quá trình chuyển động.
- Hệ quy chiếu: là hệ vật quy ước đứng yên để khảo sát các vật khác chuyển động đối với nó. Thường người ta gắn hệ trục tọa độ vào hệ quy chiếu.

1.2 Phương trình chuyển động của chất điểm:

- Vectơ vị trí của chất điểm:

$$\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$$

x, y, z là hàm theo thời gian t .

$$\text{Tọa độ điểm M: } \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$$

- Phương trình chuyển động của chất điểm M: .

* vectơ vị trí

* tọa độ điểm M

- Quỹ đạo của chất điểm M: $f(x, y, z) = 0$: là tập hợp các vị trí của chất điểm trong suốt quá trình chuyển động.

- Muốn tìm phương trình quỹ đạo của chất điểm, ta khử t ở phương trình chuyển động chất điểm: 2 dạng

+ Dạng 1: phương pháp thế

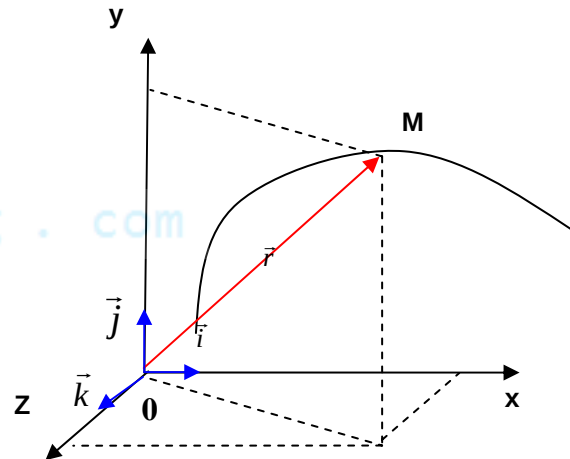
+ Dạng 2: sin & cos theo t : áp dụng $\sin^2 + \cos^2 = 1$

Vd:
$$\vec{r} = \frac{t}{2}\vec{i} + (t^2 - 2)\vec{j}$$

$$\text{M} \begin{cases} x = \frac{t}{2} \\ y = t^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2x \geq 0 \\ y = (2x)^2 - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 4x^2 - 2 = 0$$

Giới hạn quỹ đạo: $t > 0 \rightarrow 2x > 0 \rightarrow x > 0$



$$\vec{r} = (A \cos \omega t) \vec{i} + (A \sin \omega t) \vec{j}$$

$$\Rightarrow M \begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \omega t = \frac{x}{A} \\ \sin \omega t = \frac{y}{A} \end{cases}$$

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1$$

Trường hợp này không còn giới hạn quỹ đạo

1.3 Vectơ vận tốc:

1/ Vectơ vận tốc trung bình: $\vec{g}$

$$t_1 \rightarrow M_1 \rightarrow \vec{r}_1$$

$$t_2 \rightarrow M_2 \rightarrow \vec{r}_2$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

2/ Vectơ vận tốc tức thời: $\vec{g}$

$$\vec{g} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{g} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{g} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

Vd:

$$\vec{r} = (t+1)\vec{i} + t^2\vec{j}$$

$$\vec{g} = \vec{i} + 2t\vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{g}| = \sqrt{1 + 4t^2}$$

1.4 Vectơ gia tốc:

1/ Vectơ gia tốc trung bình: $\vec{a}$

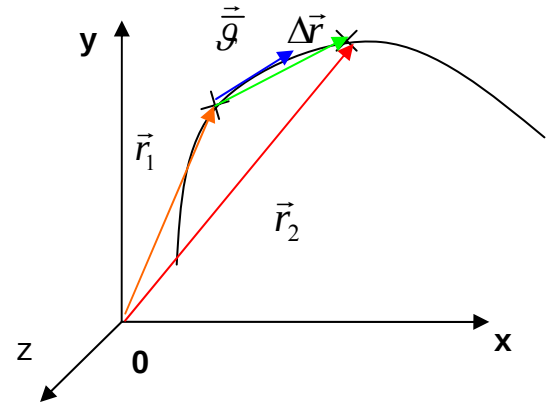
$$t_1 \rightarrow M_1 \rightarrow \vec{g}_1$$

$$t_2 \rightarrow M_2 \rightarrow \vec{g}_2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{g}_2 - \vec{g}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t}$$

$$\text{Tính tiến } \vec{g}_2 \text{ về } \vec{g}_1 \Rightarrow \Delta \vec{g} \rightarrow \vec{a} = \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t}$$

2/ Vectơ gia tốc tức thời: $\vec{a}$

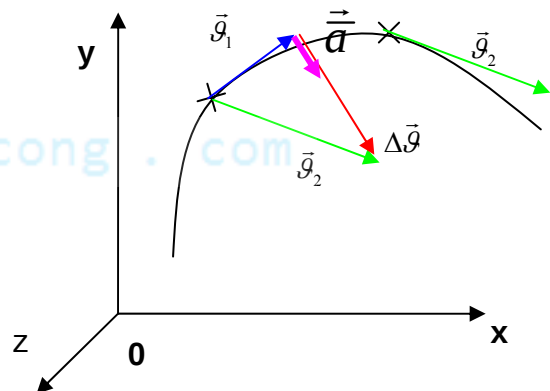


Điểm đặt: điểm đang xét

Phương: tiếp tuyến với quỹ đạo tại M

Chiều: cùng chiều chuyển động

Độ lớn: $|\vec{g}| = g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}$



$$\begin{aligned}\vec{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{g}}{dt} \\ \vec{a} &= a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{g}}{dt} = \frac{d g_x}{dt} \vec{i} + \frac{d g_y}{dt} \vec{j} + \frac{d g_z}{dt} \vec{k} \\ |\vec{a}| &= \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2}\end{aligned}$$

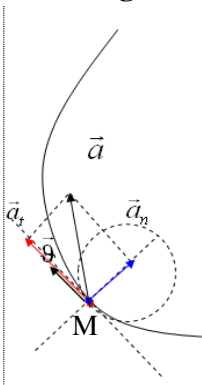
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: điểm đang xét M} \\ \text{Phương: đường thẳng đi qua M} \\ \text{Chiều: hướng về bề lõm của quỹ đạo} \\ \text{Độ lớn:} \\ |\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{d g_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d g_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d g_z}{dt}\right)^2} \end{array} \right.$$

Vd:

$$\vec{g} = \vec{i} + 2t\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{g}}{dt} = 0\vec{i} + 2\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$$

Vectơ gia tốc tức thời được chiếu lên phương tiếp tuyến và pháp tuyến, ta có **vectơ gia tốc tiếp tuyến** $\vec{a}_t$ và **vectơ gia tốc pháp tuyến** $\vec{a}_n$.

Vectơ gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: điểm đang xét} \\ \text{Phương: tiếp tuyến với quỹ đạo tại M (cùng phương } \vec{g} \text{)} \\ \text{Chiều: } d g > 0, g_2 > g_1: \text{chuyển động nhanh dần} \Rightarrow \vec{a}_t \uparrow \uparrow \vec{g} \\ d g < 0, g_2 < g_1: \text{chuyển động chậm dần} \Rightarrow \vec{a}_t \uparrow \downarrow \vec{g} \\ \text{Độ lớn: } |\vec{a}_t| = a_t = \frac{d g}{dt} \end{array} \right.$$

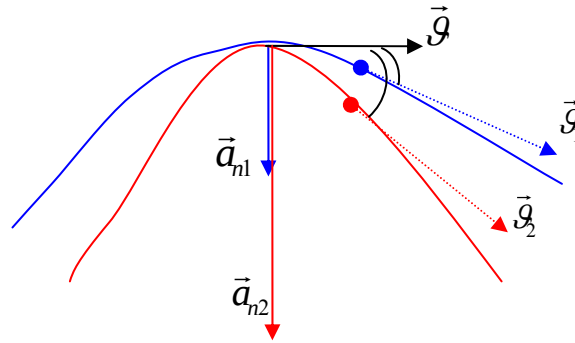
Vectơ gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ đặc trưng cho sự biến đổi về độ lớn của vectơ vận tốc. Chiều đặc trưng: chậm dần, nhanh dần.

$$\vec{a}_n \left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: điểm đang xét} \\ \text{Phương: } \vec{a}_n \perp \text{ tiếp tuyến với quỹ đạo tại M} \\ \text{Chiều: hướng vào tâm của vòng tròn quỹ đạo tại M} \\ \text{Độ lớn: } a_n = \frac{g^2}{R} \quad (R: \text{bán kính quỹ đạo tại M}) \end{array} \right.$$

Do đó để tìm bán kính cong: phải có độ lớn $\vec{g}$ và $\vec{a}_n$.

Vectơ gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$ đặc trưng cho sự thay đổi về phương của vectơ vận tốc.

$$|\vec{a}_n| \text{ nhỏ} \Rightarrow R \text{ lớn}$$



$|\vec{a}_n|$ lớn $\Rightarrow R$ nhỏ

Vectơ vận tốc tức thời:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$\vec{a}$ đặc trưng cho sự thay đổi về độ lớn và phương của vectơ vận tốc.

1.5 Chuyển động thẳng:

Quỹ đạo là đường thẳng: $\rightarrow R = \infty \rightarrow a_n = 0$ (vì $a_n = \frac{g^2}{R}$; $R = \infty \rightarrow a_n = 0$)

Nên đưa chuyển động thẳng về 1 trục $\rightarrow$ chỉ cần 1 thành phần để biểu diễn.

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} \rightarrow x$$

$$\vec{g} = g_x \cdot \vec{i} \rightarrow g \sim g_x = \frac{dx}{dt}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} \rightarrow a \sim a_x = \frac{dg_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

1/ Chuyển động thẳng đều: ($\vec{g} = \overline{const}$)

$$g = \frac{dx}{dt} = const \Rightarrow dx = g dt \Leftrightarrow \int_{x_0}^x dx = g \int_0^t dt \Leftrightarrow x = gt + x_0$$

2/ Chuyển động thẳng thay đổi đều: ($\vec{a} = const$)

$$\vec{a}_n = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_t = \overline{const}$$

$$a = \frac{dg}{dt} \rightarrow \int_{g_0}^g dg = a \int_0^t dt \Rightarrow g = at + g_0 = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t (at + g_0) dt \Leftrightarrow x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + g_0t$$

Hay:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + g_0t + x_0$$

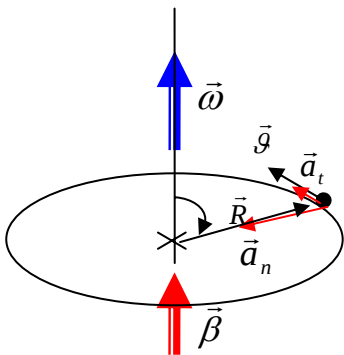
$$g^2 - g_0^2 = 2a(x - x_0)$$

$\vec{a}$ cùng chiều $\vec{g} \rightarrow$ chuyển động nhanh dần đều

$\vec{a}$ ngược chiều $\vec{g} \rightarrow$ chuyển động chậm dần đều

1.6 Chuyển động tròn: quỹ đạo là đường tròn $\Rightarrow R = \text{const}$

1/ Vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$:



$$\vec{\omega} \left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: } \forall \text{ điểm} \in \text{trục vòng tròn quỹ đạo (vectơ trục)} \\ \text{Phương: trục của vòng tròn quỹ đạo} \\ \text{Chiều: theo quy tắc vặn nút chai} \\ \text{Độ lớn: } |\vec{\omega}| = \omega = \frac{d}{dt} = \frac{d\left(\frac{S}{R}\right)}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{\vartheta}{R} \end{array} \right.$$

Liên hệ giữa $\vec{g}, \vec{\omega}, \vec{R}$: $\vec{g} = \vec{\omega} \times \vec{R}$

2/ Vectơ gia tốc góc: $\vec{\beta}$

$$\vec{\beta} \left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: } \forall \text{ điểm} \in \text{trục vòng tròn quỹ đạo (vectơ trục)}. \\ \text{Phương: trục của vòng tròn quỹ đạo}. \\ \text{Chiều: } d\omega > 0 \rightarrow \vec{\beta} \text{ cùng chiều } \vec{\omega} \text{ (chuyển động nhanh dần)} \\ \quad \quad \quad d\omega < 0 \rightarrow \vec{\beta} \text{ ngược chiều } \vec{\omega} \text{ (chuyển động chậm dần)} \\ \text{Độ lớn: } |\vec{\beta}| = \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\left(\frac{\vartheta}{R}\right)}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{a_t}{R} \end{array} \right.$$

cuu duong than cong . com

Liên hệ giữa $\vec{a}_t, \vec{\beta}, \vec{R}$: $\vec{a}_t = \vec{\beta} \times \vec{R}$ ($\vec{a}_t$ cùng chiều $\vec{g}$: nhanh dần)

$$a_t = \beta \cdot R$$

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = R\sqrt{\omega^4 + \beta^2}$$

3/ Chuyển động tròn đều:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{g}| = \text{const} \\ R = \text{const} \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = \text{const}$$

$$\vec{a}_t = 0 \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$$

$$\vec{\omega} = \text{const}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \omega \int_0^t dt \Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$$

4/ Chuyển động tròn thay đổi đều:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\beta} = \text{const} \\ R = \text{const} \end{array} \right\}, a_t = \beta.R \Rightarrow a_t = \text{const}$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \beta \int_0^t dt \Rightarrow \omega = \beta t + \omega_0$$

$$\text{Mà: } \omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t (\beta t + \omega_0) dt \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \beta t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$$

1.7 Chuyển động trong gia tốc $\vec{g}$: (chuyển động parabol)

$$\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{g}}{dt} \Rightarrow d\vec{g} = -g\vec{j}.dt$$

$$\Leftrightarrow \int_{\vec{g}_0}^{\vec{g}} d\vec{g} = \int_0^t -g\vec{j}.dt$$

$$\Leftrightarrow \vec{g} \Big|_{\vec{g}_0}^{\vec{g}} = -gt.\vec{j} \Big|_0^t \Rightarrow \vec{g} - \vec{g}_0 = -gt.\vec{j}$$

$$\text{Mà: } \vec{g}_0 = (g_0 \cos \alpha)\vec{i} + (g_0 \sin \alpha)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{g} = \underbrace{(g_0 \cos \alpha)}_{g_x} \vec{i} + \underbrace{(-gt + g_0 \sin \alpha)}_{g_y} \vec{j} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t [(g_0 \cos \alpha)\vec{i} + (-gt + g_0 \sin \alpha)\vec{j}] dt$$

$$\text{mà: } |\vec{g}| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = (g_0 \cos \alpha t)\vec{i} + \left\{ -\frac{1}{2}gt^2\vec{j} + (g_0 \sin \alpha t)\vec{j} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = g_0 (\cos \alpha)t\vec{i} + \left[-\frac{1}{2}gt^2 + g_0 (\sin \alpha)t \right] \vec{j}$$

mà:

$$\vec{r}_0 = h\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \underbrace{[g_0 (\cos \alpha)t]}_x \vec{i} + \underbrace{\left[-\frac{1}{2}gt^2 + g_0 (\sin \alpha)t + h \right]}_y \vec{j}$$

=> phương trình quỹ đạo:

$$\text{M} \begin{cases} x = (g_0 \cos \alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{g_0 \cos \alpha} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + g_0 \sin \alpha t + h \end{cases} \quad (3)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{g}{2g_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (tg \alpha).x + h \quad (4)$$

Các vấn đề thường gặp:

- Ở độ cao cực đại: (B): tiếp tuyến nằm ngang $\rightarrow \vartheta_y = 0$; $a_{nB} = g$
 $\vartheta_{By} = 0 \Rightarrow \vartheta_{Bx} = \vartheta_0 \cos \alpha = \vartheta_B \Rightarrow t_B = \frac{\vartheta_0 \sin \alpha}{g}$

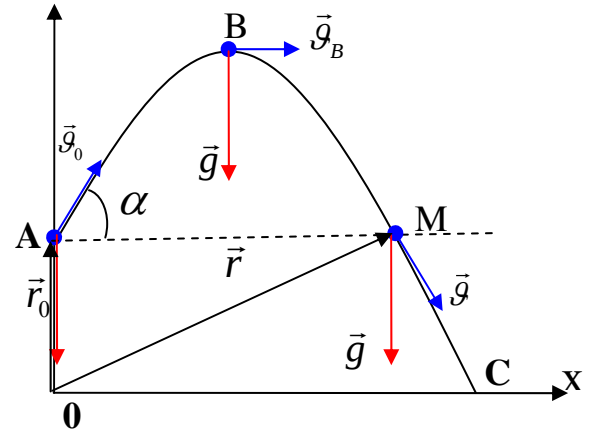
Ta có: $a_n = \frac{g^2}{R} \Rightarrow R_B = \frac{\vartheta_B^2}{g} = \frac{\vartheta_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$
 (Vì $\vec{a} \downarrow \downarrow \vec{g} \Rightarrow a_{t_B} = 0, a_{n_B} = g$)

- Độ cao max: thế t_B vào (1)

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + (\vartheta_0 \sin \alpha)t + h$$

$$\Rightarrow y_B = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \vartheta_0 \sin \alpha \cdot \frac{\vartheta_0 \sin \alpha}{g} + h$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{g} + h$$



- Tại điểm chạm đất (C):

* Thời gian chạm đất; $y_c = -\frac{1}{2}gt_c^2 + \vartheta_0 \sin \alpha t_c + h = 0 \Rightarrow t_c > 0$

* Điểm chạm đất cách chân điểm ném: $y_c = -\frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2 \alpha} x_c^2 + (tg\alpha) \cdot x_c + h = 0 \Rightarrow x_c > 0$

- Khi ném tại mặt đất (h=0)** $t_c = \frac{2\vartheta_0 \sin \alpha}{g}$

* **Tầm xa**: $x_C = \frac{2\vartheta_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \text{Để } x_C \text{ max } \alpha = 45^\circ$

* **Độ cao cực đại**: $y_B = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$

* **Bán kính cong của quỹ đạo tại C**: ($a_t = g \sin \alpha$; $a_n = g \cos \alpha$; $\vartheta_c = \vartheta_0$)

$$R_C = \frac{\vartheta_c^2}{a_n} = \frac{\vartheta_0^2}{g \cos \alpha}$$

@Hỏi góc α ? : ϑ_0, x_C cho trước

$$\sin \beta = \frac{x_C \cdot g}{\vartheta_0^2} = \sin 2\alpha \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = \beta \\ 2\alpha = \pi - \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta/2 \\ \alpha_2 = \pi/2 - \beta/2 \end{cases}$$

1.8 Phép biến đổi vận tốc – gia tốc:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_o \\ \vec{g} = \vec{g}' + \vec{g}_o \\ \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_o \end{cases} \quad \vec{g}_{t/b} = \vec{g}'_{t/n} + \vec{g}_{n/b}$$

- Quan niệm cơ học cổ điển:

Thời gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc vào hệ quy chiếu. Trong khi vị trí, không gian có tính tương đối, phụ thuộc vào hệ quy chiếu.

Xét 2 hệ quy chiếu O, O' ; và O' chuyển động tịnh tiến so với O . khi đó chuyển động điểm M đ/v O và O' :

$$O: \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$O': \vec{r}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M}$$

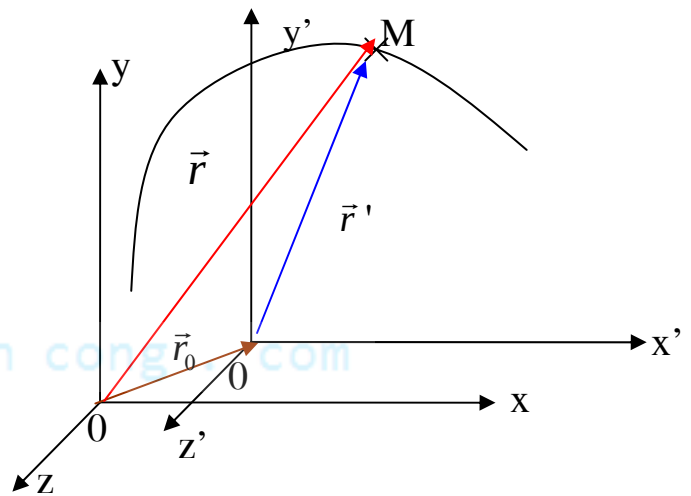
hay:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_o$$

$$\vec{g} = \vec{g}' + \vec{g}_o$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_o$$

$$\begin{cases} \vec{g}: \text{Vận tốc điểm } M \text{ so với } O \\ \vec{g}': \text{Vận tốc điểm } M \text{ so với } O' \\ \vec{g}_o: \text{Vận tốc của } O' \text{ so với } O \\ \vec{a}: \text{Gia tốc điểm } M \text{ so với } O \\ \vec{a}': \text{Gia tốc điểm } M \text{ so với } O' \\ \vec{a}_o: \text{Gia tốc của } O' \text{ so với } O \end{cases}$$



cuu duong than cong . com

Chương II: ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

II.1 Khái niệm cơ bản

- ❖ Lực: là 1 đại lượng vật lý (N) đặc trưng cho sự tương tác.
 - Ngoại lực: là các lực từ phía bên ngoài tác động lên vật.
 - Nội lực: là lực tương tác giữa các phần tử bên trong.Khi vật không bị biến dạng: $\sum \text{nội lực} = 0$.
- ❖ Khối lượng m: là 1 đại lượng vật lý (Kg) đặc trưng cho tính quán tính.

II.2 Ba định luật Newton

1/ Định luật 1: (Định luật quán tính)

- a. **Phát biểu:** 1 vật cô lập (không chịu tác dụng của ngoại lực) nếu vật đang đứng yên sẽ đứng yên mãi mãi, còn nếu đang chuyển động thì sẽ chuyển động thẳng đều.

$$\begin{cases} \vec{g} = 0 \Rightarrow \vec{g} = 0 \\ \vec{g} = hs \Rightarrow \vec{g} = hs \end{cases}$$

- b. **Hệ quy chiếu quán tính:** là hệ quy chiếu nhìn vật cô lập thấy nó đứng yên hay chuyển động thẳng đều.

K là hệ quy chiếu quán tính thì K' đứng yên hay chuyển động thẳng đều so với $K \rightarrow K'$: là hệ quy chiếu quán tính.

Ví dụ: Mặt đất được coi là hệ quy chiếu quán tính (tương đối).

2/ Định luật 2: (Định luật cơ bản của vật chuyển động có gia tốc)

- a. **Phát biểu:** Một vật có khối lượng m, dưới tác dụng của tổng ngoại lực thì vật đó chuyển động có gia tốc:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

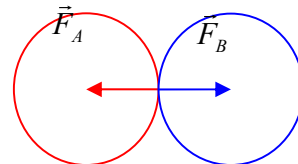
- b. **Phương trình động lực học cơ bản:** $\sum \vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$

3/ Định luật 3: (Định luật tương tác giữa 2 vật)

- a. **Phát biểu:** 2 vật A và B tương tác với nhau:

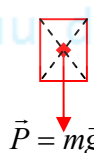
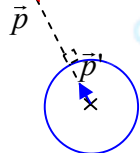
Vật A tác dụng lên vật B một lực $\vec{F}_B$

thì vật B tác dụng lên vật A một lực $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$



- b. **Các cặp lực liên kết:**

- **Trọng lực:** Khi vật có khối lượng m chuyển động trong trái đất thì ta có: $\vec{P}, \vec{P}'$



- Điểm đặt: khối tâm G
- Phương: đường thẳng đứng (coi mặt đất ngang)
- Chiều: hướng xuống.
- Độ lớn: $P = mg$

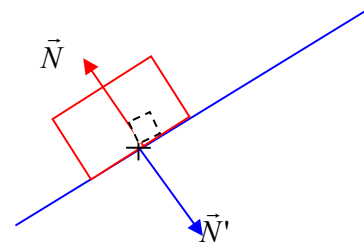
- **Phản lực: vuông góc**, khi 2 vật A, B tiếp xúc chùng:

Điểm đặt: tại điểm tiếp xúc.

Phương: vuông góc mặt tiếp xúc.

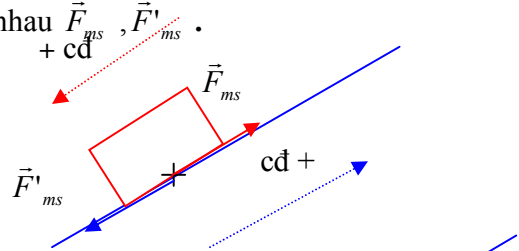
Chiều: từ điểm tiếp xúc hướng đến vật đang xét.

Độ lớn: $N = N'$ (giải phương trình tìm N, N')



- **Lực ma sát trượt:** khi 2 vật A, B trượt lên nhau $\vec{F}_{ms}, \vec{F}'_{ms}$.

{ Điểm đặt: tại điểm tiếp xúc.
 Phương: theo phương chuyển động.
 Chiều: ngược chiều chuyển động.
 Độ lớn: $F_{ms} = F'_{ms} = kN$



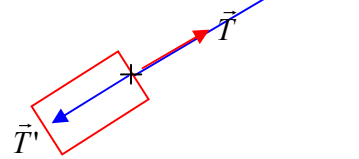
- **Sức căng dây:** $\vec{T}, \vec{T}'$

Xuất hiện khi vật tiếp xúc treo với sợi dây:

B: là sợi dây treo vật A.

$\vec{T}$: ngoại lực của A do sợi dây tác dụng.

{ Điểm đặt: tại điểm tiếp xúc.
 Phương: phương sợi dây.
 Chiều: từ điểm tiếp xúc hướng ra ngoài vật đang xét.
 Độ lớn: $T = T'$ (giải phương trình tìm T, T')

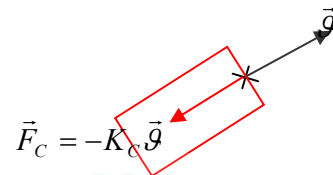


- **Lực cản môi trường:** $\vec{F}_C = -K_C \cdot \vec{g}$

K_C : hệ số cản của môi trường.

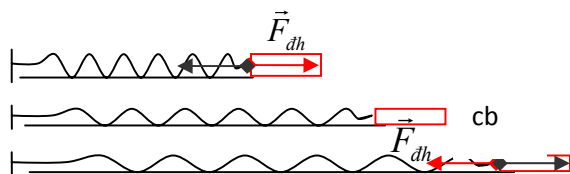
$\vec{F}_C$: cùng phương, ngược chiều $\vec{g}$.

{ Điểm đặt: tại điểm tiếp xúc.
 Phương: cùng phương $\vec{g}$ (phương tiếp tuyến).
 Chiều: ngược chiều $\vec{g}$.
 Độ lớn: $F_C = K_C \cdot g$



- **Lực đàn hồi lò xo:** $\vec{F}_{dh} = -K \cdot \vec{x}$

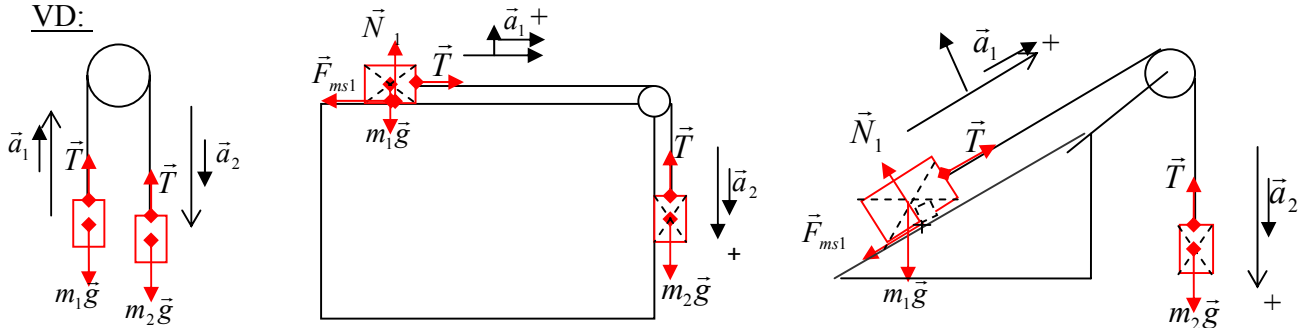
{ Điểm đặt: tại điểm tiếp xúc.
 Phương: phương chuyển động.
 Chiều: ngược chiều với li độ Ox.
 Độ lớn: $F_{dh} = K \cdot x$.



❖ Giải bài toán bằng phương pháp động lực học:

- ❖ **Bước 1:** Phân tích lực đối với các vật người ta cho khối lượng.
- ❖ **Bước 2:** Viết phương trình lực: dùng định luật 2 Newton: $\sum \vec{F}_i = m_i \cdot \vec{a}_i$
- ❖ **Bước 3:** Chiếu phương trình lực lên 2 phương:
 - Phương vuông góc chuyển động $\rightarrow$ tìm phản lực $N \rightarrow$ lực ma sát $F_{ms} = k \cdot N$.
 - Phương chuyển động: chọn chiều dương là chiều chuyển động, gia tốc $\vec{a}_i$ theo chiều dương.
- ❖ **Bước 4:** Giải hệ phương trình theo phương chuyển động $\rightarrow$ kết quả.

VD:



- ❖ Dây không giãn $\rightarrow$ vận tốc tại mọi điểm trên dây như nhau $\rightarrow a_1 = a_2$ (độ lớn)
- ❖ Trên mọi điểm của sợi dây không có vật gì có khối lượng thì sức căng như nhau $\rightarrow T_1 = T_2 = T$

II.3 Hệ quy chiếu bất quán tính – Lực quán tính

1. Hệ quy chiếu bất quán tính

Là hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ so với hệ quy chiếu quán tính.

K là hệ quy chiếu quán tính, thì $\forall K'$ chuyển động có gia tốc đối với K đều là hệ quy chiếu bất quán tính.

2. Lực quán tính: $\vec{F}_{qt} = -m \cdot \vec{a}_0$

- $\vec{F}_{qt}$ {
- Điểm đặt: tại khối tâm G.
 - Phương: cùng phương $\vec{a}_0$.
 - Chiều: Ngược chiều $\vec{a}_0$.
 - Độ lớn: $|\vec{F}_{qt}| = m \cdot |\vec{a}_0|$.

Ghi chú: lực quán tính chỉ xuất hiện ở hệ quy chiếu bất quán tính.

VD1: Treo hệ ròng rọc trong thang máy:

- Chọn mặt đất là hệ quy chiếu quán tính K.

Hệ phương trình lực tương ứng:

$$\begin{cases} m_1 : m_1 \vec{g} + \vec{T} = m_1 \vec{a}_1 = m_1 (\vec{a}'_1 + \vec{a}_0) \\ m_2 : m_2 \vec{g} + \vec{T} = m_2 \vec{a}_2 = m_2 (\vec{a}'_2 + \vec{a}_0) \end{cases}$$

$\vec{a}_1 \neq \vec{a}_2$ vì vật 1 đi lên cùng chiều 2 đi xuống ngược chiều.

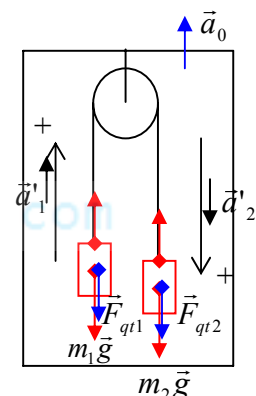
- Chọn sàn thang máy: hệ quy chiếu bất quán tính.

$$\begin{cases} m_1 : m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{qt1} = m_1 \vec{a}'_1 \\ m_2 : m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{qt2} = m_2 \vec{a}'_2 \end{cases}$$

$$F_{qt1} = m_1 \cdot a_0 ; F_{qt2} = m_2 \cdot a_0$$

$\vec{a}'_1$: gia tốc vật 1 đối với sàn thang máy $\neq \vec{a}_1$ đối với đất: $\vec{a}_1 = \vec{a}'_1 + \vec{a}_0$

$$a_1' = a_2' = a'$$



Giảng viên chính ĐHBKTPHCM: Th.S: NGUYỄN – MINH – CHÂU

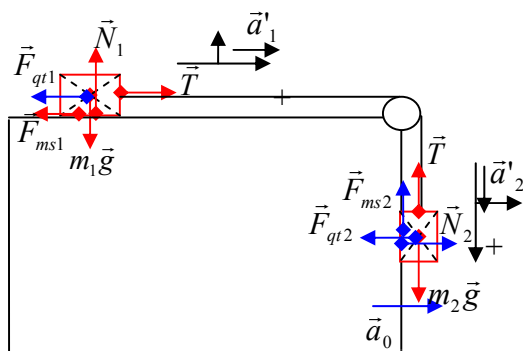
$$\Rightarrow a' = \frac{(m_2 - m_1).(g + a_0)}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1).(g')}{m_1 + m_2}$$

Chú ý: chiều $\vec{a}_0$:

Thang máy đi xuống chậm dần: $\vec{a}_0 \uparrow$

Thang máy đi lên chậm dần: $\vec{a}_0 \downarrow$

VD2:



Mặt bàn đứng yên: m_2 trượt trên cạnh bàn $\vec{N}_2 = 0$.

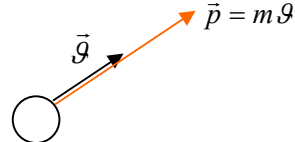
Mặt bàn chuyển động: m_2 bị lực quán tính $\vec{F}_{qt1}$ đè vào bàn $\rightarrow \vec{N}_2 \neq 0$, có thêm lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$

II.4 Động lượng – Xung lượng

1/ Định nghĩa động lượng $\vec{p}$: 1 vật có khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}$. Thì $\vec{p} = m\vec{v}$.

2/ Định lý về động lượng:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \sum \vec{F}$$



Phát biểu: Đạo hàm vectơ động lượng theo thời gian = Σ ngoại lực tác dụng lên vật.

3/ Định luật bảo toàn động lượng:

a. Bảo toàn toàn phương:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = m\vec{v} = hs \Rightarrow \vec{v} = hs \rightarrow \text{vật chuyển động thẳng đều.}$$

b. Bảo toàn 1 phương:

$$\sum \vec{F} \neq 0 \quad F_x = 0 \Rightarrow p_x = m v_x = hs \Rightarrow v_x = hs \rightarrow \text{vật chuyển động theo phương x đều.}$$

Hình chiếu Σ ngoại lực theo 1 phương = 0 thì động lượng theo phương đó sẽ bảo toàn.

4/ Xung lượng:

$$\int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$$

Xung lượng hay là xung của 1 lực $\vec{F}$ trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ bằng độ biến thiên động lượng: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$.

Nếu dùng lực trung bình $\vec{F}$ trong khoảng thời gian Δt : $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}.\Delta t$

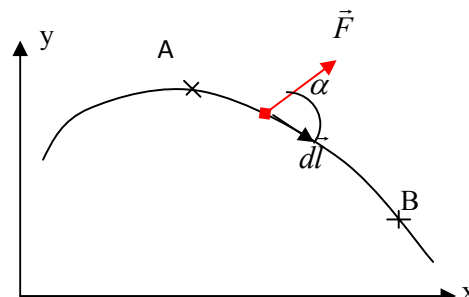
II.5 Cơ năng của chất điểm

1/ Công của lực $\vec{F}$:

a. Công nguyên tố:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

α : góc hợp bởi $\vec{F}$ và $d\vec{l}$.



Nếu α nhọn: $dA > 0$ công phát động, lực làm cho vật di chuyển

α tù: $dA < 0$ công cản, lực làm cản vật chuyển động.

$\alpha = 90^\circ$: $dA = 0$: lực không tạo công.

b. Công của lực $\vec{F}$ khi vật di chuyển $A \rightarrow B$: $A_{\vec{F}(AB)} = \int_A^B dA = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Chúng ta sử dụng công thức này khi lực $\vec{F}$ không đổi, góc α không đổi.

❖ Công của lực ma sát:

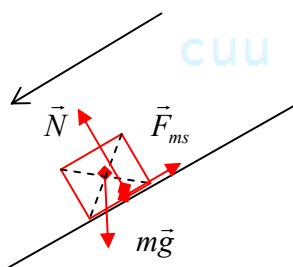
$$A_{\vec{F}_{ms}(AB)} = -kmg \cos \alpha \cdot AB$$

❖ Công của trọng lực:

$$A_{m\vec{g}(AB)} = mg \sin \alpha \cdot AB$$

❖ Công của phản lực:

$$A_{\vec{N}} = 0 \quad \vec{N} \perp d\vec{l}$$



2/ **Động năng**: là năng lượng thể hiện sự chuyển động của vật

$$Wd = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow dA_{\vec{F}} = dWd$$

CM: $dA = \vec{F} \cdot d\vec{l}$

$$\text{Mà } \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$d\vec{l} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

$$\Rightarrow \Rightarrow dA = F_x dx + F_y dy + \dots = m a_x dx + m a_y dy + \dots \quad \text{mà } a_x = \frac{dv_x}{dt} \dots \text{ và } v_x = \frac{dx}{dt} \dots$$

$$\Rightarrow \Rightarrow dA = m v_x dv_x + m v_y dv_y + m v_z dv_z = d\left[\frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right] = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

❖ Tính công bằng động năng:

CHÚ Ý: $\vec{F}$ là tổng các ngoại lực tác dụng Vd: $\vec{F}$ là tổng của 3 lực: $\vec{N}$, $\vec{P}$, $\vec{F}_{ms}$.

$$\text{Khi đó: } A_{\vec{F}(AB)} = \int_A^B dA = \int_{W_{dA}}^{W_{dB}} dW_d = W_d - W_{dA} = \Delta W_d$$

Kết luận: Công của tổng ngoại lực di chuyển vật thì bằng độ biến thiên động năng.

3/ Thế năng: W_t : là năng lượng thể hiện vị trí của vật.

- a. **Lực thế:** $\vec{F}$ là lực thế $\Leftrightarrow \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = f(\vec{r}_A, \vec{r}_B)$ Công di chuyển chất điểm không phụ thuộc vào đường đi mà chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối.

$\vec{F}$ là lực thế $\Leftrightarrow \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$: Công di chuyển trong đường cong kín = 0.

- b. **Trường lực thế:** Là khoảng không gian chỉ chịu tác dụng của lực thế.

VD: $\vec{F}_{hd}$: lực hấp dẫn $\rightarrow$ Trường hấp dẫn.

$\vec{P}$ Trọng lực $\rightarrow$ Trường trọng lực.

$\vec{F}_{dh} = -k\vec{x}$: lực đàn hồi $\rightarrow$ Trường đàn hồi.

- c. **Thế năng:** $W_t = f(\vec{r}) = f(x, y, z)$

Trong trường lực thế luôn luôn tồn tại 1 hàm W_t phụ thuộc vào vị trí gọi là thế năng. sao cho công nguyên tố bằng độ giảm thế năng nguyên tố.: $dA_{\vec{F}} = -dW_t$

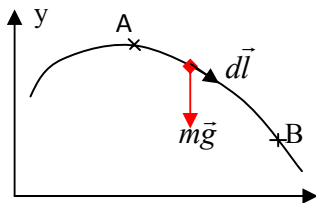
$$A_{\vec{F}(AB)} = \int_A^B dA_{\vec{F}(AB)} = \int_{W_{tA}}^{W_{tB}} -dW_t = W_{tA} - W_{tB} = -\Delta W_t$$

Công của lực thế khi di chuyển vật từ A $\rightarrow$ B = độ giảm thế năng.

- d. **Liên hệ giữa lực thế $\vec{F}$ và thế năng W_t :** $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} W_t = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}\right) W_t$

❖ CM: $\vec{P} = m\vec{g}$ lực thế $\rightarrow W_t = ?$

$$\vec{P} = -mg \cdot \vec{j} \quad d\vec{l} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \quad \Rightarrow dA = -mgdy$$



$$A_{\vec{P}(AB)} = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{l} = -mg \int_{y_A}^{y_B} dy = mgy_A - mgy_B = f(y_A, y_B) = W_{tA} - W_{tB}$$

$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{g}$ là lực thế do công phụ thuộc $f(y_A, y_B)$ (vào vị trí A, B).

Tổng quát: $W_t = mgy + C$ (C là hằng số thế năng, phụ thuộc gốc thế năng).

Chọn gốc thế năng tại O $\Rightarrow W_{t(y=0)} = 0 \rightarrow C = 0 \rightarrow W_t = mgy \quad W_t = mgy$

❖ CM Lực đàn hồi: $\vec{F}_{dh} = -k\vec{x}$ lực thế $\rightarrow W_t = ?$

❖ $\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} k x^2$: gốc thế năng ở vị trí cân bằng.

4/ Định luật bảo toàn cơ năng:

Giả sử: $\sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{F}'$ ($\vec{F}$: lực thế, $\vec{F}'$: lực phi thế).

- Công của tổng ngoại lực bằng độ biến thiên động năng.

$$A_{\sum \vec{F}} = W_{dB} - W_{dA} = \Delta W_d$$

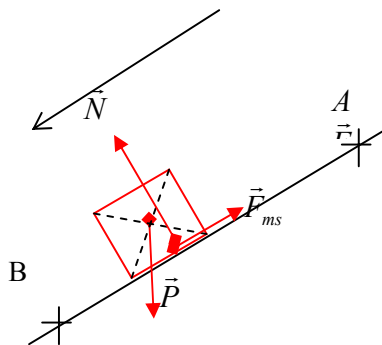
- Công của lực thế bằng độ giảm thế năng.

$$A_{\vec{F}} = W_{tA} - W_{tB} = -\Delta W_t$$

Giảng viên chính ĐHBKTPHCM: Th.S: NGUYỄN – MINH – CHÂU

- Công của lực phi thế bằng độ biến thiên cơ năng.
 $A_{\vec{F}'} = W_B - W_A = \Delta W$
- Chỉ có lực thế (lực phi thế = 0).
 $\vec{F}' = 0 \Rightarrow \Delta W = 0 \Rightarrow W_B = W_A = hs$ (cơ năng hệ bảo toàn)

VD1:

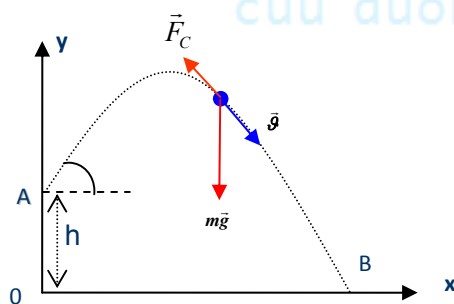


$$A_{(\vec{P} + \vec{F}_{ms})} = \Delta W_d = W_{dB} - W_{dA}$$

$$A_{(\vec{P})} = -\Delta W_t = W_{tA} - W_{tB}$$

$$A_{(\vec{F}_{ms})} = \Delta W = W_B - W_A$$

VD2:



$$A_{(\vec{P} + \vec{F}_c)} = \Delta W_d = W_{dB} - W_{dA}$$

$$A_{(\vec{P})} = -\Delta W_t = W_{tA} - W_{tB}$$

$$A_{(\vec{F}_c)} = \Delta W = W_B - W_A$$

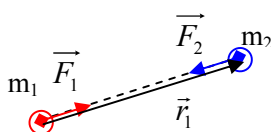
II.6 Trường hấp dẫn:

1. Lực hấp dẫn: Cho 2 chất điểm khối lượng m_1, m_2 đặt cách nhau 1 khoảng r , thì hút nhau bởi lực:

$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

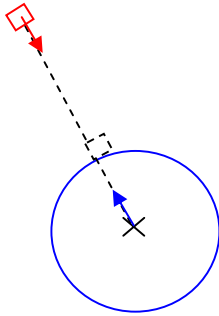
G : hằng số hấp dẫn, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$

KL: 2 chất điểm cách nhau 1 khoảng nào đó luôn luôn hút nhau bằng những lực tỉ lệ với tích khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách đó.



$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -G \frac{m_1 m_2}{r_1^2} \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

VD: Xác định g:



$$P = F = G \frac{mM}{r^2} = G \frac{mM}{(R+h)^2} = mg \Rightarrow g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$\text{Nếu } h=0 \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

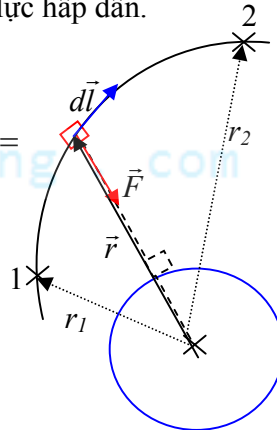
$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad (h \ll R)$$

2. Trường hấp dẫn:

Mỗi chất điểm tạo ra xung quanh nó một trường đặc biệt được gọi là trường hấp dẫn. Trong trường này, các chất điểm sẽ bị tác dụng 1 lực gọi là lực hấp dẫn.

Chứng minh lực hấp dẫn là lực thế:

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 -G \frac{Mm}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{l} = -GMm \int_1^2 \overbrace{r \cdot dl \cdot \cos \alpha}^{dr} \frac{1}{r^3} = \\ &= -GMm \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -GMm \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} \\ A_{12} &= W_{t_1} - W_{t_2} = \left(-\frac{GMm}{r_1} \right) - \left(-\frac{GMm}{r_2} \right) \end{aligned}$$



$\Rightarrow$ Công này chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối $\Rightarrow$ lực hấp dẫn là lực thế, trường hấp dẫn là trường thế. Thế năng của trường hấp dẫn:

$$\Rightarrow W_t = -G \frac{Mm}{r} + C$$

Chọn gốc thế năng ở ∞ : $r = \infty \Rightarrow W_{t(\infty)} = 0 \Rightarrow C = 0$

Chọn gốc thế năng ở mặt đất: $r = R \Rightarrow C = G \frac{Mm}{R}$

$$W_{t(h)} = -G \frac{Mm}{R+h} + G \frac{Mm}{R} = GMm \frac{h}{R(R+h)}$$

$$W_{t(h)} = m \left(\frac{GM}{R^2} \right) h = mg_0 h$$

$$h \ll R$$

❖ **Vận tốc vũ trụ cấp 1 và cấp 2.**

ĐN: Vận tốc vũ trụ cấp 1 là vận tốc tối thiểu cần cấp cho 1 vật để nó trở thành vệ tinh của trái đất, nghĩa là quỹ đạo của nó là hình tròn bao quanh trái đất. Hay nói cách khác đó là vận tốc tối thiểu để thắng được lực hút của trái đất để bay vào vũ trụ.

Xác định v_1 :

$$a_n = g_0 = \frac{g^2}{R} \Rightarrow g_1 = \sqrt{g_0 R} \approx 7,9 \text{ km/s}$$

Xác định g_{II} : Trường lực thế: $W=hs$ (cơ năng bảo toàn).

- Khi vật xuất phát từ mặt đất với vận tốc g và bay xa vô cùng:

$$\frac{m g^2}{2} + \left(-G \frac{Mm}{R} \right) = \frac{m g_\infty^2}{2} + 0 \quad \text{mà} \quad \frac{m g_\infty^2}{2} \geq 0.$$

$$g^2 \geq 2G \frac{M}{R} = 2g_0 R \quad \text{với} \quad g_{II} = \sqrt{2g_0 R} = 11,2 \text{ km/s} \Rightarrow g \geq g_{II}$$

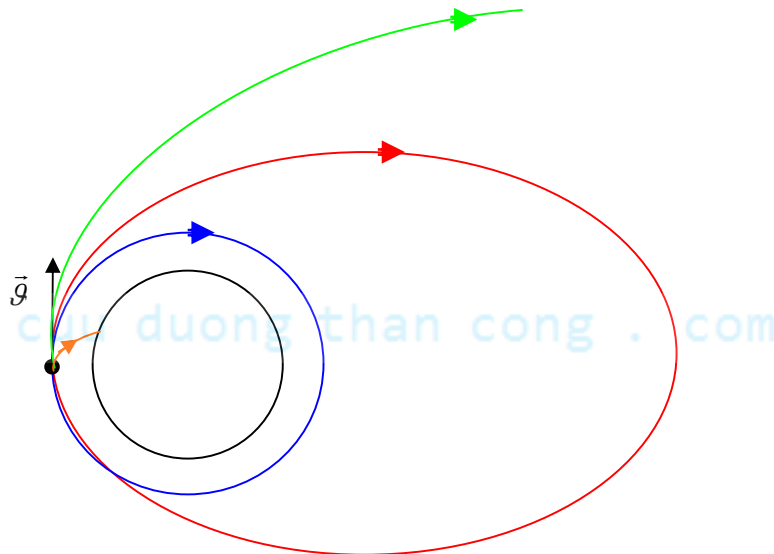
KL:

$g < g_1$: Vật rơi trở lại mặt đất.

$g = g_1$: Vật chuyển động với quỹ đạo là đường tròn.

$g_1 < g < g_{II}$: Vật chuyển động với quỹ đạo là elip.

$g \geq g_{II}$: Vật chuyển động với quỹ đạo là parabol thoát khỏi trái đất.

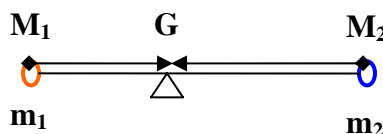


Chương III: ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM – VẬT RẮN

III.1 Khối tâm.

1. Vị trí khối tâm G của hệ 2 chất điểm: 2 chất điểm M_1 và M_2 có khối lượng lần lượt m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một thanh rắn không khối lượng thì vị trí khối tâm G là điểm khi đặt con niêm tại đó thanh cân bằng nằm ngang. Khi đó:

$$m_1 \overrightarrow{M_1 G} + m_2 \overrightarrow{M_2 G} = 0$$



2. Vị trí khối tâm G của hệ nhiều chất điểm:

$$\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{M_i G} = 0$$

Đặt hệ chất điểm vào hệ trục tọa độ Descartes: $\Rightarrow \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_i G}$

$$\Rightarrow m_i \overrightarrow{OG} = m_i \overrightarrow{OM_i} + m_i \overrightarrow{M_i G} \Rightarrow \sum m_i \overrightarrow{OG} = \sum m_i \overrightarrow{OM_i} + \sum m_i \overrightarrow{M_i G} \Rightarrow \vec{r}_G \sum m_i = \sum m_i \vec{r}_i$$

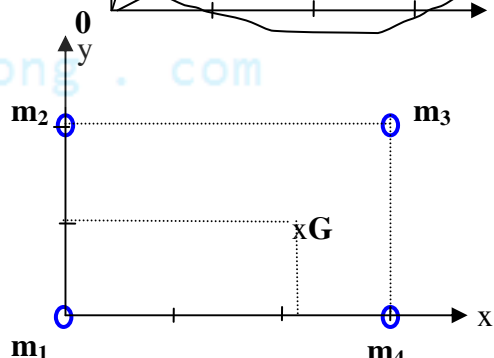
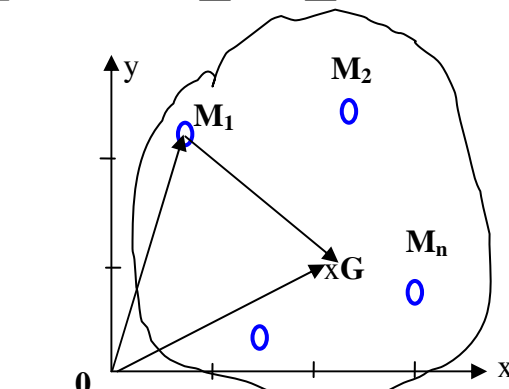
$$\Rightarrow \vec{r}_G = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{\sum m_i x_i}{M} \\ y_G = \frac{\sum m_i y_i}{M} \\ z_G = \frac{\sum m_i z_i}{M} \end{cases}$$

Với $M = \sum m_i$: Khối lượng hệ chất điểm

Vd: Cho 4 chất điểm $m_1=1\text{kg}$, $m_2=2\text{kg}$, $m_3=3\text{kg}$, $m_4=4\text{kg}$ đặt tại 4 đỉnh hình chữ nhật cạnh 2cm, 4cm như hình vẽ.

$$x_G = \frac{1}{1+2+3+4} (0+0+9+12) = 2,1\text{cm}$$

$$y_G = \frac{1}{10} (0+4+6+0) = 1\text{cm} \Rightarrow G(2,1; 1)$$



3. Vị trí khối tâm G của vật rắn:

$$\vec{r}_G = \frac{1}{M} \int_V dm \cdot \vec{r} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1}{M} \int x \cdot dm \\ y_G = \frac{1}{M} \int y \cdot dm \\ z_G = \frac{1}{M} \int z \cdot dm \end{cases}$$

Với M: Khối lượng vật rắn

- Mật độ khối lượng dài: $\lambda(\text{kg/m})$ $\lambda = \frac{dm}{dl} \Rightarrow dm = \lambda \cdot dl$

- Mật độ khối lượng mặt: $\sigma(\text{kg/m}^2)$ $\sigma = \frac{dm}{dS} \Rightarrow dm = \sigma \cdot dS$

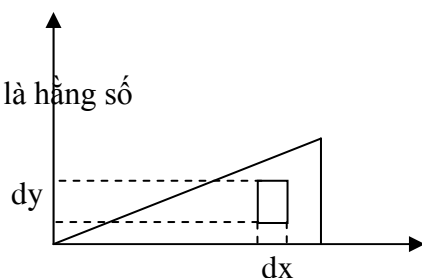
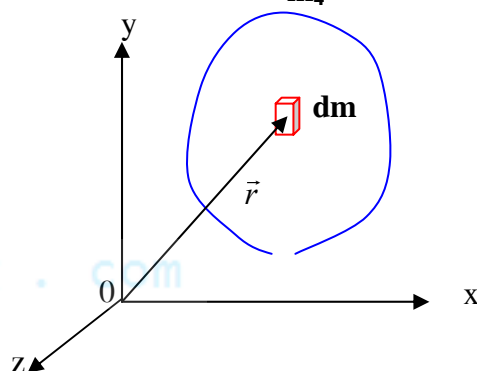
- Mật độ khối lượng thể tích: $\rho(\text{kg/m}^3)$ $\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \rho \cdot dV$

+ Nếu 1 vật rắn có khối lượng phân bố đều thì: $\lambda = \frac{m}{l}$; $\sigma = \frac{m}{S}$; $\rho = \frac{m}{V}$ là hằng số

+ Nếu vật rắn là sợi dây thẳng trên trục x thì: $dl = dx$

+ Nếu vật rắn là sợi dây cung tròn, bán kính R thì

ta dùng tọa độ cực (R, φ) thì $dl = R \cdot d\varphi$



Tọa độ cực:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{y}{x}$$

Với $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$

- + Nếu vật rắn là mặt phẳng giới hạn bởi 2 đường thẳng: $dS = dx.dy$
- + Nếu vật rắn là mặt phẳng giới hạn bởi cung tròn: $dS = r.dr.d\varphi$.
- + Nếu vật rắn là mặt cầu bán kính R thì: $dS = R^2 \sin \theta.d\theta.d\varphi$

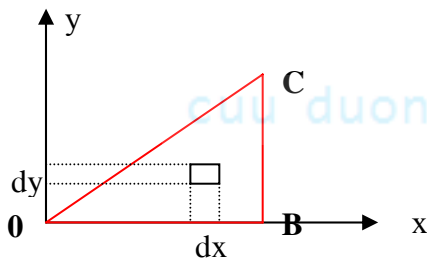
Tọa độ cầu: M (r, θ , φ) với $\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$

Khi tính biết mặt cầu: $S = R^2 \int_0^\pi \sin \theta.d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$

- + Nếu vật rắn dạng khối lăng trụ hay lập phương: $dV = dx.dy.dz$
- + Nếu vật rắn là khối cầu: $dV = r^2 dr.\sin \theta.d\theta.d\varphi$

$$V = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta.d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta.d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{R^3}{3} . 2.2\pi = \frac{4}{3} \pi R^3$$

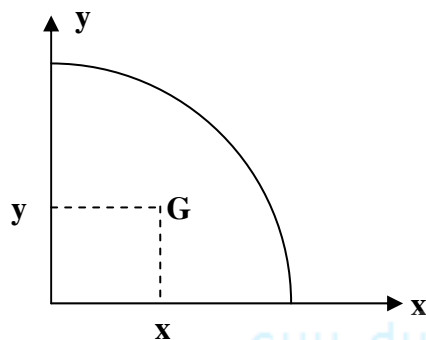
Vd1: Cho vật tam giác vuông OBC (OB=a và BC=b) khối lượng m phân bố đều. Tìm G?



$$x_G = \frac{1}{m} \int_{VR} \sigma . dx . dy = \frac{\frac{1}{2}ab}{\frac{m}{2}} \int_0^a x dx \dots \int_0^{y=\frac{b}{a}x} dy = \frac{2}{ab} \int_0^a x . dx . y$$

• Tương tự $y_G = \frac{1}{3}b$:

Vd2: Cho vật rắn khối lượng m là 1/4 vòng tròn (O,R). Xác định G?



$$x_G = \frac{1}{M} \int_{VR} \underbrace{\sigma . r . dr . d\varphi}_{dS} \underbrace{r \cos \varphi}_x$$

$$= \frac{\frac{\pi}{4} R^2}{M} \int_0^R r^2 dr \int_0^{\pi/2} \cos \varphi . d\varphi$$

$$= \frac{4}{\pi R^2} . \frac{R^3}{3} \sin \varphi \Big|_0^{\pi/2} = \frac{4}{3\pi} R \equiv 0,424R$$

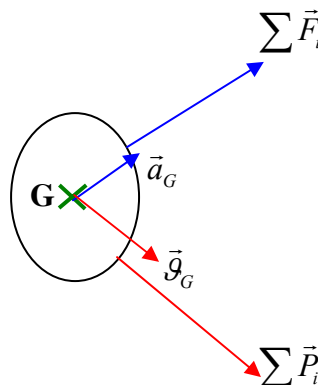
Hình đối xứng $\Rightarrow x_G = y_G = 0,424R$.

III.2. Chuyển động khối tâm G

$$\vec{r}_G = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i$$

$$\vec{g}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{g}_i = \frac{1}{M} \sum \vec{p}_i$$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{g}_G}{dt} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{a}_i = \frac{1}{M} \sum \vec{F}_i$$



III.3. Động lượng của hệ chất điểm và vật rắn.

a/ Định nghĩa: $\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \sum m_i \vec{g}_i = M \vec{g}_G$

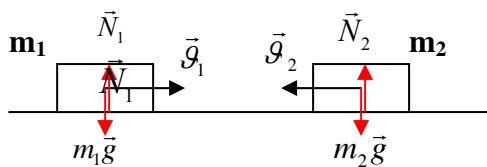
b/ Định lý: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(M \cdot \vec{g}_G)}{dt} = M \vec{a}_G = \sum \vec{F}$

c/ Định luật bảo toàn động lượng:

- Bảo toàn toàn phương: $\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} = h s$

- Bảo toàn 1 phương: $\sum \vec{F} \neq 0, \sum F_x = 0 \Rightarrow P_x = h s$

Vd1:

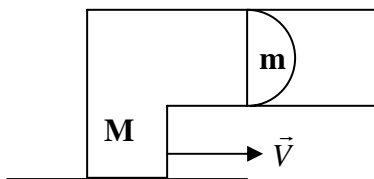


$$\sum \vec{F} = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 = 0$$

$$\vec{P}_{TVC} = \vec{P}_{SVC}$$

$$m_1 \cdot \vec{g}_1 + m_2 \cdot \vec{g}_2 = m_1 \cdot \vec{g}'_1 + m_2 \cdot \vec{g}'_2$$

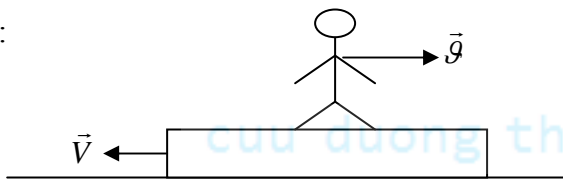
Vd2:



$$\vec{P}_{TB} = \vec{P}_{SB}$$

$$(m + M) \vec{V} = m \vec{g}' + M \vec{V}'$$

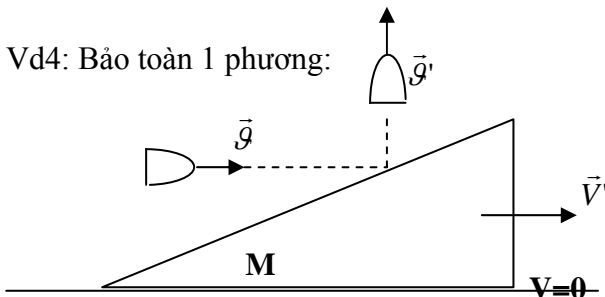
Vd3:



$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2$$

$$0 = m \vec{g} + M \vec{V}$$

Vd4: Bảo toàn 1 phương:



$$\sum \vec{F} = m \vec{g} \Rightarrow \sum F_x = 0$$

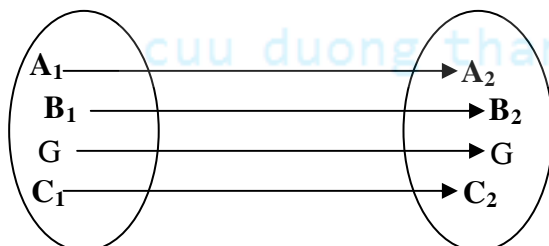
$$(m + M) \vec{V} \neq m \vec{g}' + M \vec{V}'$$

$$P_{X\ TVC} = P_{X\ SVC}$$

$$\Rightarrow m g = M V'$$

III.4. Vật rắn chuyển động tịnh tiến.

1/ Định nghĩa: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến thì mọi chất điểm của vật rắn chuyển động cùng quãng đường, cùng vận tốc và cùng gia tốc với khối tâm.



$$\overrightarrow{A_1 A_2} = \overrightarrow{B_1 B_2} = \dots = \overrightarrow{G_1 G_2}$$

$$\vec{g}_A = \vec{g}_B = \dots = \vec{g}_G$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \dots = \vec{a}_G$$

2/ Động năng của vật rắn chuyển động tịnh tiến:

$$W \dot{d}_u = \sum W \dot{d}_i = \sum \frac{1}{2} m_i \cdot g_i^2 = \frac{1}{2} M \cdot g_G^2$$

3/ Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động tịnh tiến:

$$\sum \vec{F}_i = M \cdot \vec{a}_G$$

III.5. Vật rắn chuyển động quay quanh 1 trục Δ .

1/ Định nghĩa:

$$\theta_A = \theta_B = \dots = \theta$$

$$\omega_A = \omega_B = \dots = \omega$$

$$\beta_A = \beta_B = \dots = \beta$$

Khi vật rắn quay quanh 1 trục thì mọi chất điểm có cùng 1 góc quay, cùng vận tốc góc và cùng gia tốc góc.

2/ Động năng của vật rắn quay quanh 1 trục Δ :

$$W_{đ/q/\Delta} = \sum W_{đ_i} = \sum \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2 = \sum \frac{1}{2} m_i \cdot \omega_i^2 \cdot r_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \sum m_i r_i^2$$

Với r_i : khoảng cách từ chất điểm thứ i đến trục Δ .

Đặt $I_\Delta = \sum m_i r_i^2$: moment quán tính của hệ chất điểm đối với trục Δ

$$\Rightarrow W_{đ/q/\Delta} = \frac{1}{2} I_\Delta \cdot \omega^2$$

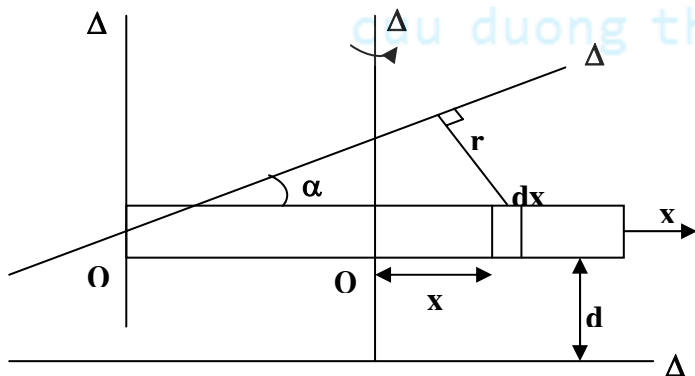
3/ Moment quán tính của hệ chất điểm đối với trục quay Δ :

$$I_\Delta = \sum m_i r_i^2$$

4/ Moment quán tính của vật rắn đối với trục quay Δ :

$$I_\Delta = \int_{VR} dm \cdot r^2$$

Vd1: Cho 1 thanh thẳng khối lượng M , dài L , khối lượng phân bố đều. Tính moment đối với trục quay Δ vuông góc với thanh và đi qua điểm giữa.



$$\begin{aligned} I/\Delta &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \lambda \cdot dx \cdot x^2 = \frac{M}{L} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \\ &= \frac{M}{L} \left(\frac{L^3}{24} - \left(-\frac{L^3}{24} \right) \right) = \frac{ML^2}{12} \end{aligned}$$

+ Nếu chọn gốc O đối với trục Δ' :

$$I/\Delta' = \frac{M}{L} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML^2$$

+ Nếu chọn trục Δ_2 lệch góc α với thanh:

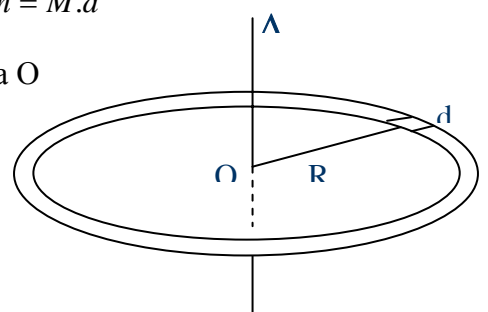
$$I/\Delta_2 = \frac{M}{L} \int_0^L dx \cdot x^2 \sin^2 \alpha = \frac{M}{L} \sin^2 \alpha \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{ML^2}{3} \sin^2 \alpha$$

+ Nếu chọn trục Δ_3 song song với thanh:

$$I/\Delta_3 = \int_{VR} dm \cdot d^2 = d^2 \int_{VR} dm = M \cdot d^2$$

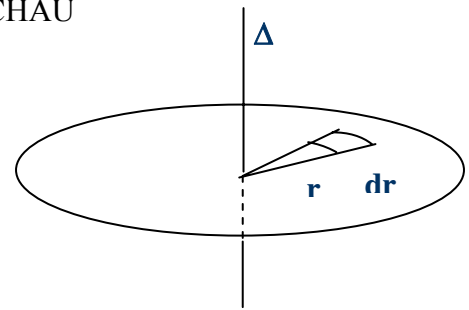
Vd2: Cho 1 vành khối lượng M , bán kính R , Δ vuông góc vành qua O

$$I/\Delta = \int_{VR} dm \cdot R^2 = R^2 \int_{VR} dm = M \cdot R^2$$



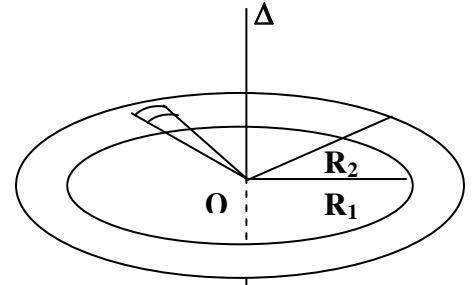
Vd3: Đĩa đặc phân bố đều

$$\begin{aligned} I_{\Delta} &= \int \sigma \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \cdot r^2 \\ &= \frac{M}{\pi R^2} \int_0^R r^3 \cdot dr \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{M}{\pi R^2} \cdot \frac{r^4}{4} \Big|_0^R \cdot \varphi \Big|_0^{2\pi} = \frac{M \cdot R^2}{2} \end{aligned}$$

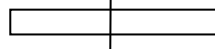


Vd4: Đĩa rỗng bán kính R_1, R_2

$$\begin{aligned} I_{\Delta} &= \frac{M}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} r^3 \cdot dr \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{M}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4} \right] \cdot 2\pi \\ &= \frac{M}{2} (R_2^2 + R_1^2) \end{aligned}$$

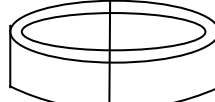


- Thanh dài: $I_{\Delta} = \frac{1}{12} ML^2$

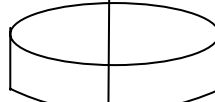


- Cầu đặc: $I_{\Delta} = \frac{2}{5} MR^2$

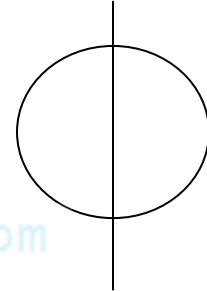
- Vành, trụ rỗng: $I_{\Delta} = MR^2$



- Đĩa đặc, trụ đặc: $I_{\Delta} = \frac{1}{2} MR^2$



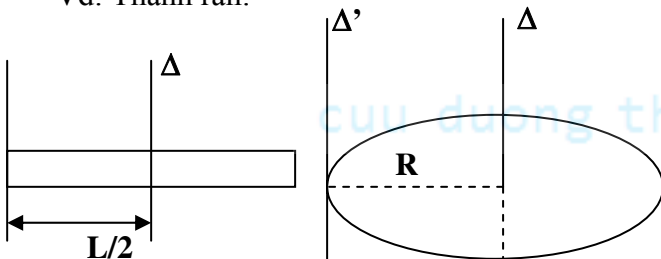
- Cầu rỗng: $I_{\Delta} = \frac{2}{3} MR^2$



3.5 Định lý Steiner-Huyghen:

Trục Δ đi qua G
Trục $\Delta' \parallel \Delta$ và cách Δ 1 đoạn d
 $I_{\Delta'} = I_{\Delta} + Md^2$

Vd: Thanh rắn:



$$I_{\Delta'} = \frac{1}{12} ML^2 + M \left(\frac{L}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} ML^2$$

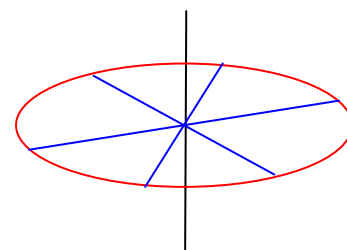
$$I_{\Delta'} = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

Lưu ý: Moment quán tính có mang tính chất cộng

$$I_{(m+M) \Delta'} = I_{m \Delta'} + I_{M \Delta'}$$

Vd: Hệ 1 niềng M, 6 cấy M:

$$\begin{aligned} I_{\Delta} &= I_{M/\Delta} + 6I_{m/\Delta} \\ &= MR^2 + 6 \left(\frac{1}{3} mR^2 \right) = (M + 2m)R^2 \end{aligned}$$



+ Nếu khoét đi 1 lỗ sẽ trừ đi: (M : k/l đĩa chưa khoét; M' : k/l đĩa đã khoét; m : k/l lỗ khoét)

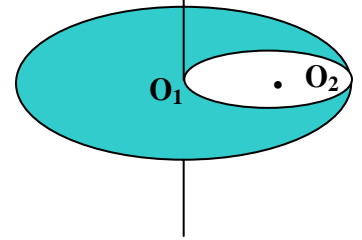
$$I_{dk/\Delta} = I_{O_1/\Delta} - I_{O_2/\Delta}$$

$$I_{dk/\Delta} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{3}{2}mr^2$$

$$I_{dk/\Delta} = \frac{13}{24}M' \cdot R^2$$

$$\frac{M}{m} = \frac{\sigma \cdot \pi R^2}{\sigma \cdot \pi r^2} \Rightarrow M = 4m$$

$$x_G = \frac{1}{3m} \left[0 + \left(-m \frac{R}{2} \right) \right] = -\frac{1}{6}$$



Moment quán tính là giá trị vô hướng dương, (là giá trị số học)

III.6 Moment lực. $\vec{M}$

1. Moment lực $\vec{F}$ đối với điểm O

$$\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Điểm đặt: tại O.
- Phương: đt $\perp$ với mp tạo bởi $(\vec{r}, \vec{F})$.
- Chiều: $\vec{r}, \vec{F}, \vec{M}$ tạo thành tam diện thuận.
- Độ lớn: $M = r \cdot F \sin \alpha$

2. Moment lực $\vec{F}$ đối với trục Δ

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = hc \vec{M}_{\vec{F}/O} / \Delta$$

3. Moment lực $\vec{F}$ của vật rắn đối với trục Δ

Tác dụng lên vật rắn 1 lực $\vec{F}$ để vật rắn quay quanh Δ .

Lực $\vec{F}$ được phân thành 3 thành phần:

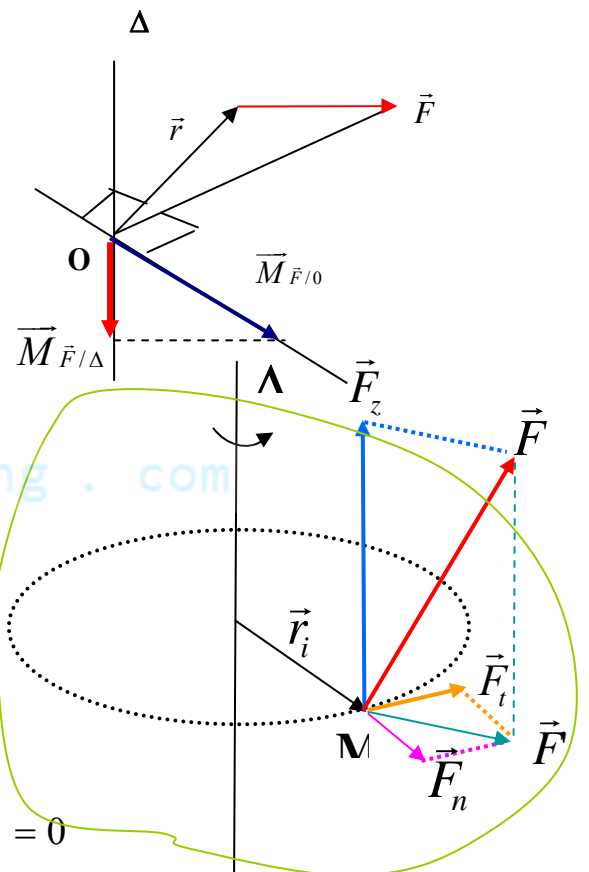
$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n + \vec{F}_z$$

$\vec{F}_z$: làm vật trượt trên Δ , không làm vật rắn quay $\Rightarrow \vec{M}_{\vec{F}_z/\Delta} = 0$

$\vec{F}_n$: kéo vật trượt trên Δ , không làm vật rắn quay $\Rightarrow \vec{M}_{\vec{F}_n/\Delta} = 0$

$\vec{F}_t$: làm vật rắn quay quanh $\Delta \Rightarrow \vec{M}_{\vec{F}_t/\Delta} = \vec{r} \times \vec{F}_t$ (r : khoảng cách từ M đến Δ)

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F} = 0 \\ \vec{F} \cap \Delta \neq \emptyset \\ \vec{F} // \Delta \end{cases}$$



3.6.4 Moment tổng ngoại lực của vật rắn đối với Δ :

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \sum \vec{r}_i \times m_i \cdot \vec{a}_{it}$$

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = \sum m_i \left[\vec{r}_i \times (\vec{\beta}_i \times \vec{r}_i) \right] = \sum m_i \left[(\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) \cdot \vec{\beta}_i - (\vec{r}_i \cdot \vec{\beta}_i) \cdot \vec{r}_i \right]$$

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = \sum m_i \cdot r_i^2 \cdot \vec{\beta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta}$$

3.6.5 Phương trình động lực học cơ bản của vật rắn quay quanh Δ :

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta}$$

III.7. Moment động lượng. $\vec{L}$

3.7.1 Moment động lượng $\vec{L}$ đối với O

$$\vec{L}_{i/O} = \vec{r}_i \times \vec{P}_i \quad (\vec{r}_i : \text{vector vị trí})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: tại O} \\ \text{Phương: vuông góc mặt phẳng tạo bởi } (\vec{r}_i, \vec{P}_i) \\ \text{Chiều: } \vec{r}_i, \vec{P}_i, \vec{L}_{i/O} \text{ tạo thành } \Delta \text{ diện thuận} \\ \text{Độ lớn: } |\vec{L}_{i/O}| = r_i \cdot p_i \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

3.7.2 Moment động lượng đối với Δ :

$$\vec{L}_{/\Delta} = \text{hình chiếu } \vec{L}_{i/O} /_{\Delta}$$

3.7.3 Moment động lượng của vật rắn đối với Δ :

$$\begin{aligned} \vec{L}_{\Delta} &= \sum \vec{L}_{i/\Delta} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{g}_i \\ &= \sum m_i [\vec{r}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{r}_i)] = \sum m_i [(\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) \vec{\omega}_i - (\vec{r}_i \cdot \vec{\omega}_i) \cdot \vec{r}_i] \\ &= \sum m_i \cdot r_i^2 \cdot \vec{\omega}_i = I_{\Delta} \vec{\omega} \end{aligned}$$

Ghi chú: $\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta}$ của vật rắn đối với trục Δ thì cùng phương, chiều với $\vec{\beta}$
 $\vec{L}_{/\Delta}$ của vật rắn đối với trục Δ thì cùng phương, chiều với $\vec{\omega}$

3.7.4 Định lý moment động lượng:

$$\frac{d\vec{L}_{/\Delta}}{dt} = I_{\Delta} \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta} =$$

3.7.5 Định luật bảo toàn moment động lượng:

$$\text{thì } \vec{L}_{/\Delta} = \text{const}$$

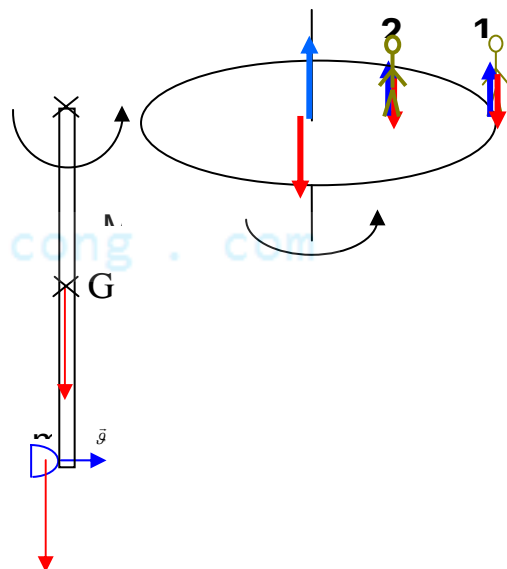
Vd: Ghế Giucopxki (người đi từ mép đĩa đến $R/2$)

$$\begin{aligned} \vec{L}_{\Delta 1} &= \vec{L}_{\Delta 2} \Rightarrow (I_1 + I_2) \omega_1 = (I_1 + I_2') \omega_2 \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2} MR^2 + mR^2 \right) \omega_1 &= \left(\frac{1}{2} MR^2 + m \frac{R^2}{4} \right) \omega_2 \end{aligned}$$

Vd: Viên đạn chạm thanh M, L:

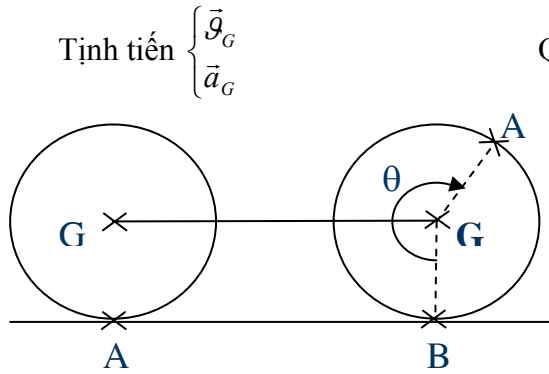
$$\begin{aligned} \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} &= 0 \Leftrightarrow \vec{L}_{\Delta} = \text{const} \\ \vec{L}_{TVC} &= \vec{L}_{SVC} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} ML^2 \cdot 0 + mL^2 \cdot \frac{g}{L} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \Omega' + mL^2 \cdot \omega'$$



III.8. Vật rắn chuyển động lăn không trượt.

3.8.1 Định nghĩa 1: khi vật rắn lot là vừa chuyển động tịnh tiến theo khối tâm G và vừa chuyển động quay quanh G



Tịnh tiến $\begin{cases} \vec{g}_G \\ \vec{a}_G \end{cases}$ Quay quanh G $\begin{cases} \vec{\omega} \\ \vec{\beta} \end{cases}$

$$AB = G_1 G_2 = \text{cung } AB = R\theta$$

$$\vartheta_G = R \frac{d\theta}{dt} = \omega R$$

$$\Rightarrow a_G = \beta R$$

- Vector vận tốc của chuyển động lot tại G, A, B, C

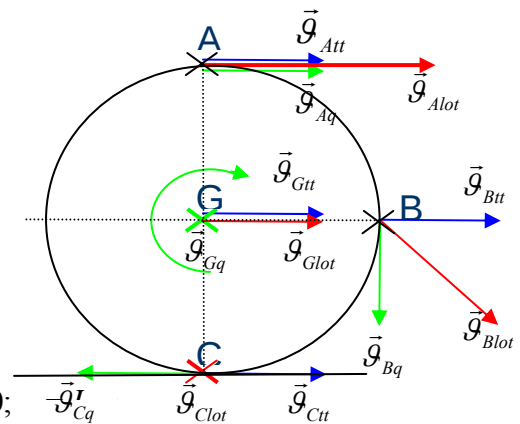
- Xét chuyển động tịnh tiến: $\vec{g}_G = \vec{g}_A = \vec{g}_B = \vec{g}_C$

- Xét chuyển động quay quanh G:

$$\vartheta_{Gtt} = \vartheta_{Aq} = \vartheta_{Bq} = \vartheta_{Cq} \cdot \vartheta_{Gq} = 0$$

- Xét chuyển động lot:

$$\vec{g}_{lot} = \vec{g}_{ttG} + \vec{g}_{qG}$$



Vậy: $\vec{g}_{Alot} = 2\vec{g}_{Gtt}$; $\vec{g}_{Glot} = \vec{g}_{Gtt}$; $|\vec{g}_{Blot}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{g}_{Gtt}|$; $\vec{g}_{Clot} = 0$;

Định nghĩa 2: Lot là quay quanh tâm quay tức thời ($\vartheta_{lot} = 0$): $\omega = \frac{\vartheta_G}{R}$

3.8.2 Động năng của vật rắn Lot:

$$W_{d/lot} = W_{dnG} + W_{dqG} = \frac{1}{2} M \vartheta_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

3.8.3 Phương trình cơ bản ĐLH của Lot:

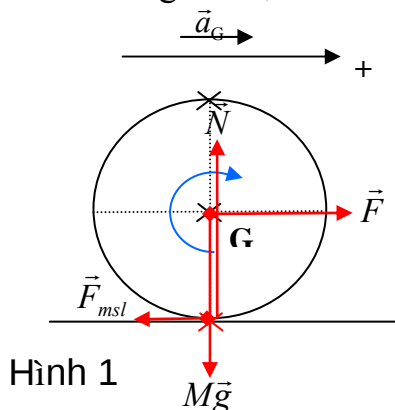
$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i = M \cdot \vec{a}_G \\ \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta} \end{cases}$$

- **Chú ý;**

* Trong cđ Lot có lực ma sát lăn: là dạng lực ma sát tĩnh: $\vec{F}_{msl}$

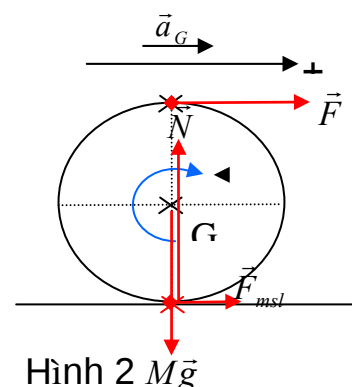
- Điểm đặt: điểm tiếp xúc.
- Phương: phương chuyển động tịnh tiến.
- Chiều: * $\vec{F}$ đi qua G: $\vec{F}_{msl}$ ngược chiều tịnh tiến
* $\vec{F}$ ỏ đi qua G: $\vec{F}_{msl}$ cùng chiều tịnh tiến
- Độ lớn: Phải tìm và $0 \leq F_{msl} \leq kN$.

* Công của lực ma sát lăn bằng không (dl=0).



Hình 1

$$\begin{cases} M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{msl} + \vec{F} = M\vec{a}_G \\ \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/G} = I_G \vec{\beta} \end{cases}$$

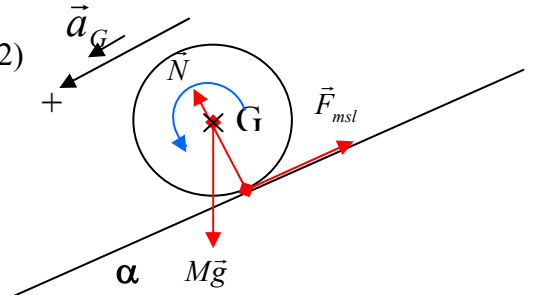


Hình 2 $M\vec{g}$

$$\begin{cases} -F_{msl} + F = Ma_G \\ +F_{msl} \cdot R = I_G \cdot \beta = \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \left(\frac{a_G}{R} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} +F_{msl} + F = Ma_G \\ -F_{msl} \cdot R + F \cdot R = \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \left(\frac{a_G}{R} \right) \end{cases}$$

$$a_G = \frac{2}{3} \frac{F}{M} \quad F_{msl} = \frac{F}{3} \quad a_G = \frac{4}{3} \frac{F}{M} \quad F_{msl} = \frac{F}{3}$$

$$\begin{cases} M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{msl} = M\vec{a}_G \\ \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/G} = I_G \vec{\beta} \end{cases} \quad \begin{cases} -F_{msl} + Mg \sin \alpha = Ma_G \quad (1) \\ +F_{msl} \cdot R = I_G \cdot \beta = \left(MR^2 \right) \left(\frac{a_G}{R} \right) \quad (2) \end{cases}$$



Vành: $a_G = 1/2 g \sin \alpha$ $F_{ms} = Ma_G$
Đĩa: $a_G = 2/3 g \sin \alpha$ $F_{ms} = 1/2 Ma_G$
Cầu rỗng: $a_G = 3/5 g \sin \alpha$ $F_{ms} = 2/3 Ma_G$
Cầu đặc: $a_G = 5/7 g \sin \alpha$ $F_{ms} = 2/5 Ma_G$
Tròn trượt 0 ms: $a_G = g \sin \alpha$

III.9. Va chạm.

3.9.1 Va chạm đàn hồi:

$$\text{TVC} \quad m_1 \vec{g}_1, m_2 \vec{g}_2$$

$$\text{SVC} \quad m_1 \vec{g}_1', m_2 \vec{g}_2'$$

Trong va chạm hoàn toàn đàn hồi thì động lượng của hệ và động năng hệ bảo toàn;

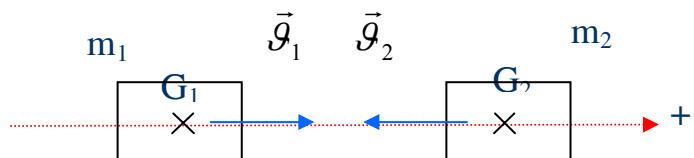
$$\begin{cases} \vec{P}_{TVC} = \vec{P}_{SVC} \rightarrow m_1 \vec{g}_1 + m_2 \vec{g}_2 = m_1 \vec{g}_1' + m_2 \vec{g}_2' \\ \vec{W}_{dTVC} = \vec{W}_{dSVC} = \frac{1}{2} m_1 g_1^2 + \frac{1}{2} m_2 g_2^2 = \frac{1}{2} m_1 g_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 g_2'^2 \end{cases} \quad (1)$$

- Nếu va chạm xuyên tâm:

$$m_1 g_1 + m_2 g_2 = m_1 g_1' + m_2 g_2' \quad (2) \quad (g_1, g_2, g_1', g_2' \text{ là giá trị đại số})$$

$$(1), (2) \Rightarrow g_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} g_2$$

$$\Rightarrow g_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} g_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g_2$$



Vd:

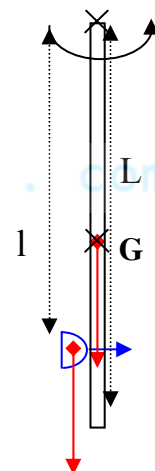
$$\bullet \vec{L}_{TVC} = \vec{L}_{SVC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} ML^2 \omega + ml^2 \cdot \frac{g}{l} = \frac{1}{3} ML^2 \omega' + ml^2 \cdot \frac{g'}{l}$$

$$\bullet W_{dTVC} = W_{dSVC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ML^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} ml^2 \cdot \frac{g}{l} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ML^2 \right) \omega'^2 + \frac{1}{2} ml^2 \cdot \frac{g'^2}{l^2}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ML^2 \right) \times 0 + \frac{1}{2} (ml^2) \times \frac{g^2}{l^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ML^2 \right) \times \Omega'^2 + \frac{1}{2} (ml^2) \times \frac{g'^2}{l^2} \quad (2)$$



3.9.2 Va chạm mềm:

$$\begin{cases} \text{TVC} & m_1 \vec{g}_1, m_2 \vec{g}_2 \\ \text{SVC} & (m_1 + m_2) \vec{g}' \end{cases}$$

Trong va chạm mềm chỉ có động lượng của hệ bảo toàn, động năng của hệ không bảo toàn. Động năng trước va chạm trừ đi động năng sau va chạm bằng nhiệt lượng làm vật bị biến dạng.

$$m_1 \vec{g}_1 + m_1 \vec{g}_2 = (m_1 + m_2) \vec{g}'$$

Nếu va chạm xuyên tâm:

$$m_1 g_1 + m_1 g_2 = (m_1 + m_2) g' \quad (g_1, g_2, g' \text{ là giá trị đại số})$$

Chú ý chọn chiều (+)

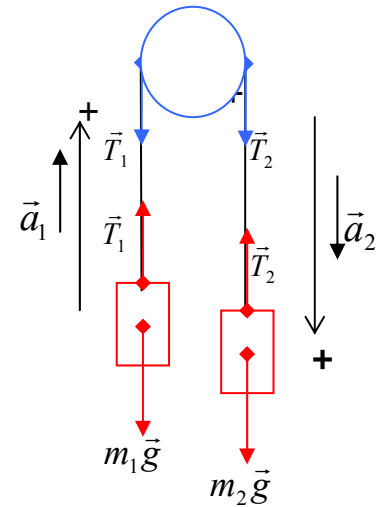
Vd1: Chọn chiều (+) là chiều chuyển động của m_1, m_2 ; là chiều quay tròn rọc (Δ hướng vào)

$$m_1 : m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

$$m_2 : m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

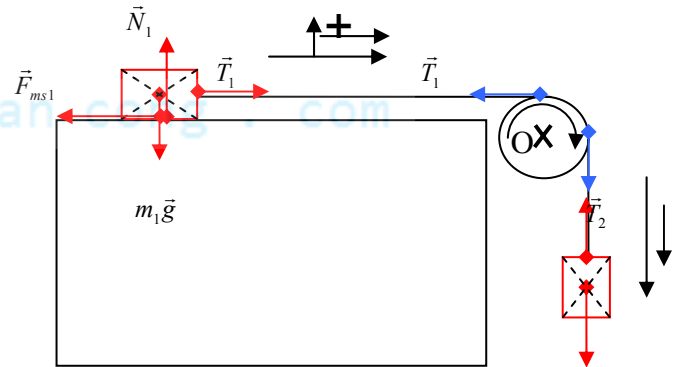
$$M : \vec{M}_{\sum \vec{F}/O} = I \cdot \vec{\beta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -m_1 g + T_1 = m_1 a_1 \\ m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \\ -T_1 R + T_2 R = I \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m_1 g + T_1 = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ (-T_1 + T_2) R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$



Vd2

$$a = \frac{g(m_2 - km_1)}{m_1 + m_2 + M}$$



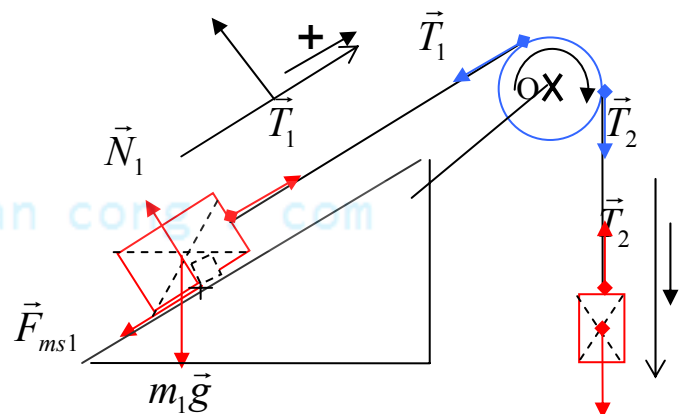
Vd3:

$$m_1 \uparrow : \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha + k \cos \alpha$$

$$m_1 \downarrow : \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha - k \cos \alpha$$

$$m_1 \uparrow : a = \frac{g[m_2 - m_1(\sin \alpha + k \cos \alpha)]}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$

$$m_1 \downarrow : a = \frac{g[m_1(\sin \alpha + k \cos \alpha) - m_2]}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$



Để nghiên cứu chuyển động nhiệt người ta dùng 2 phương pháp:

- Phương pháp thống kê: Ứng dụng trong vật lý phân tử dựa trên cấu tạo phân tử các chất dùng ff thống kê phân tích các quá trình xảy ra trong nó để tìm quy luật chung của cả tập hợp phân tử và giải thích các tính chất của vật, hiểu sâu sắc bản chất hiện tượng. (phức tạp)
- Phương pháp nhiệt động: Ứng dụng trong nhiệt động học nghiên cứu điều kiện chuyển hóa năng lượng về mặt định lượng. (đơn giản)

Chương I: Động học phân tử khí.

I.1. Khái niệm cơ bản:

1. Thông số trạng thái: 1 số đại lượng vật lý đặc trưng của trạng thái. Thông số trạng thái khí lý tưởng là p, V, T

2. Áp suất: $p = \frac{F}{\Delta S}$ (N/m²): Lực nén vuông góc lên 1 đơn vị diện tích thành bình.

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2.$$

$$1 \text{ at} = 736 \text{ mmHg} = 9,81.10^4 \text{ N/m}^2.$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 10,13.10^4 \text{ N/m}^2.$$

3. Nhiệt độ: đặc trưng cho mức độ chuyển động hỗn loạn các phân tử của các vật.

$$t \text{ } ^\circ\text{C}, t \text{ } ^\circ\text{F}, T \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T \text{ } ^\circ\text{K} = t \text{ } ^\circ\text{C} + 273.$$

4. Phương trình trạng thái khí lý tưởng: $pV = \frac{m}{\mu} RT$

$$p \text{ (N/m}^2\text{)}, V \text{ (m}^3\text{)}, m \text{ (Kg)}, \mu \text{ (Kg): khối lượng 1 Kmol, } m/\mu \text{: số Kmol, } T \text{ (}^\circ\text{K)}, R = 8,31.10^3 \text{ (J/Kmol.}^\circ\text{K)}$$

$$p \text{ (at)}, V \text{ (m}^3\text{)}, m \text{ (Kg)}, \mu \text{ (Kg): khối lượng 1 Kmol, } m/\mu \text{: số Kmol, } T \text{ (}^\circ\text{K)}, R = 0,0848 \text{ (m}^3\text{.at/Kmol.}^\circ\text{K)}$$

I.2. Động học phân tử khí và phương trình cơ bản của động học phân tử (P252, P130)

1. Thuyết động học phân tử khí lý tưởng: Dựa vào các điều kiện thực nghiệm, người ta đã xây dựng thuyết động học phân tử gồm các giả thuyết sau:

a/ Các chất khí có cấu tạo gián đoạn, gồm rất nhiều phân tử khí.

b/ Các phân tử chất khí chuyển động hỗn loạn không ngừng. Khi chuyển động chúng va chạm vào nhau và va chạm vào thành bình.

c/ Cường độ chuyển động phân tử biểu hiện ở nhiệt độ. Khi nhiệt độ càng cao thì chuyển động của phân tử càng mạnh. Nhiệt độ tuyệt đối tỷ lệ với động năng trung bình của phân tử khí.

d/ Kích thước của các phân tử coi như rất nhỏ so với khoảng cách của chúng nên một số trường hợp ta bỏ qua kích thước của phân tử, coi như là 1 chất điểm.

e/ Các phân tử không tương tác với nhau, trừ lúc va chạm. Sự va chạm giữa các phân tử và phân tử với thành bình tuân theo qui luật va chạm hoàn toàn đàn hồi (động lượng và động năng được bảo toàn)

2. Phương trình cơ bản của động học phân tử khí lý tưởng (P164-166, P131-133)

Xét phân tử khí đơn nguyên tử va chạm vào thành bình:

$$m\vec{g} = m\vec{g}'$$

$$\Delta \vec{p} = m\vec{g}' - m\vec{g} \Rightarrow \text{Chiều lên phương x: } -m\vec{g} - m\vec{g} = -2m\vec{g} = F \cdot \Delta t \dots \Rightarrow$$

$$\text{Áp suất trên thành bình: } P = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d}$$

$$n_0 \text{: mật độ phân tử khí: } n_0 = \frac{n}{V} = \frac{N_0}{V} \text{ (số phân tử khí có trong 1 đơn vị thể tích)}$$

$$\overline{W_d} = \frac{1}{2} m\vec{g}^2 \text{: động năng tịnh tiến trung bình}$$

3. Hệ quả:

a/ Động năng tịnh tiến trung bình:

$$\overline{W_d} = \frac{1}{2} m\vec{g}^2 = \frac{3}{2} K_B \cdot T \quad K_B \text{: hằng số Boltzman} = 1,38.10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K}, N_0 = 6,023.10^{26} \text{ pt khí (Kmol)}$$

b/ Vận tốc trung bình căn quân phương: $\sqrt{g^2} = \sqrt{\frac{3R.T}{\mu}}$

c/ Mật độ phân tử khí: $n_0 = \frac{P}{K_B.T}$

1.3 Nội năng phân tử khí:

1. Bậc tự do của phân tử khí:

Bậc tự do của 1 hệ cơ học là số tọa độ độc lập và cần thiết để xác định vị trí của hệ trong không gian.

a/ Đối với phân tử khí đơn nguyên tử: 3 bậc tự do tịnh tiến $\Rightarrow i = 3$

b/ Phân tử lưỡng nguyên tử ($O_2, H_2 \dots$): 3 bậc tự do tịnh tiến, 2 bậc tự do quay $\Rightarrow i = 5$.

c/ Phân tử đa nguyên tử: 3 bậc tự do tịnh tiến, 3 bậc tự do quay $\Rightarrow i = 6$

2. Định luật phân bố đều năng lượng theo bậc tự do:

Do tính chất chuyển động hỗn loạn các phân tử khí nên không có 1 phương trình nào hoặc 1 dạng nào ưu tiên hơn. Maxwell phát biểu định luật sau:

“Động năng trung bình của phân tử khí được phân bố đều cho các bậc tự do của phân tử khí”

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} K_B.T$$

3. Nội năng:

Nội năng khí lý tưởng là phần năng lượng ứng với chuyển động bên trong của 1 vật. Nội năng khí lý tưởng là tổng động năng của các phân tử của hệ.

- Động năng 1 phân tử khí: $\overline{W_d} = \frac{i}{2} K_B.T$

- Nội năng của 1 Kmol khí lý tưởng: $U_0 = N_0 \overline{W_d} = N_0 \frac{i}{2} K_B.T = \frac{i}{2} R.T$

- Nội năng của m (Kg) hay m/ μ (Kmol) khí

$$U = \frac{m}{\mu} U_0 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R.T = \frac{i}{2} pV$$

Lưu ý: Nội năng là hàm của trạng thái và có mang tính chất cộng.

Chương II: Nguyên lý I nhiệt động học.

II.1. Công và nhiệt:

1. Công: là 1 hàm của quá trình (phụ thuộc vào quá trình giữa 2 trạng thái)

Công là dạng truyền năng lượng làm tăng mức độ chuyển động có trật tự của khối khí.

$$\partial A = -p.\partial V \quad \partial A = F.dS = pS.dl = p.\partial V$$

$$\Rightarrow A_{12} = \int_1^2 \partial A = - \int_1^2 p.dV$$

$A < 0$: cung cấp công. $A > 0$: nhận công.

2. Nhiệt: là dạng truyền năng lượng tương tác giữa các phân tử chuyển động hỗn loạn giữa các vật tiếp xúc.

$$\partial Q = m.c.dT = \frac{m}{\mu} C.dT \quad Q > 0 : \text{nhận nhiệt. } Q < 0 : \text{sinh nhiệt (tỏa nhiệt)}$$

c: : nhiệt dung riêng

$C = \mu.c$: nhiệt dung riêng của phân tử khí

Đối với quá trình đẳng tích và đẳng áp (C_V, C_p) là hằng số, còn đối với quá trình khác C thay đổi theo T.

II.2. Nguyên lý I nhiệt động học:

1. Phát biểu: “Trong 1 quá trình biến đổi: độ biến thiên nội năng của hệ có giá trị bằng tổng công và nhiệt của hệ nhận vào trong quá trình đó”

$$\Delta U = A + Q$$

$A, Q > 0$: nhận vào

$A, Q < 0$: cung cấp, tỏa ra

2. Hệ quả nguyên lý I nhiệt động học:

a/ Đối với hệ cô lập: (không trao đổi nhiệt và công đối với bên ngoài): Nội năng của hệ được bảo toàn.

$$\Delta U = A + Q = 0$$

Nếu hệ cô lập chỉ có 2 vật A và B trao đổi nhiệt với nhau:

$$Q = Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow Q_B = -Q_A$$

Nhiệt lượng vật này tỏa ra thì bằng nhiệt lượng vật kia thu vào.

b/ Hệ là 1 máy làm việc tuần hoàn theo chu trình (quá trình kín)

$$\Delta U = 0 = A + Q \Rightarrow A = -Q$$

Kết luận: Hệ nhận công thì tỏa nhiệt bằng với công đã nhận và ngược lại.

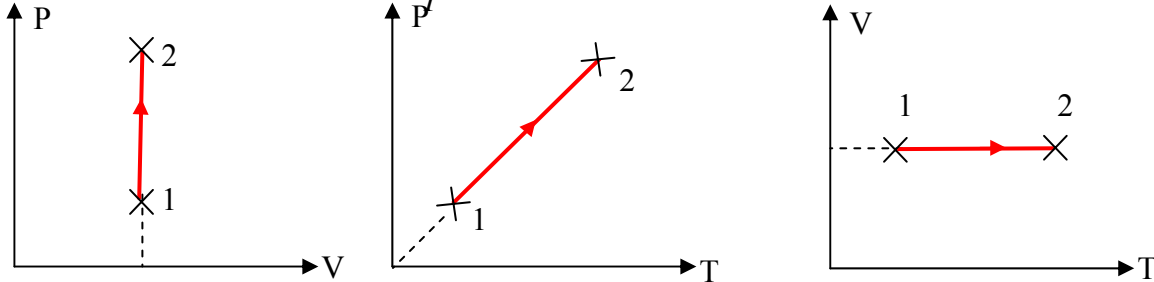
II.3. Ứng dụng nguyên lý I để khảo sát các quá trình đặc biệt.

1. Trạng thái cân bằng và quá trình cân bằng:

a/ Trạng thái cân bằng của hệ là trạng thái không biến đổi theo thời gian và tính bất biến đó không phụ thuộc vào quá trình của ngoại vật.

b/ Quá trình cân bằng là 1 chuỗi các trạng thái cân bằng liên tiếp nhau.

2. Quá trình đẳng tích: $V = hs \Rightarrow \frac{P}{T} = hs$ (tỷ lệ thuận) (phương trình của quá trình): p tỷ lệ thuận với T



$$A_{12} = \int_1^2 \partial A = \int_1^2 -p.dV = 0$$

$$Q_{12} = \int_1^2 \partial Q = \frac{m}{\mu} C_V \int_1^2 dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \int_{U_1}^{U_2} dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \int_1^2 dT = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$$

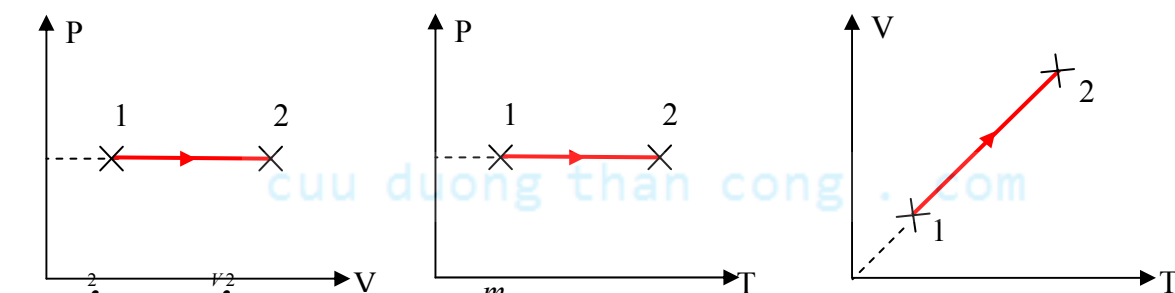
$$\Delta U = A_{12} + Q_{12} = Q_{12} \Rightarrow C_V = \frac{i}{2} R$$

Kết luận:

nhận nhiệt và nội năng tăng $\Rightarrow$ đây là quá trình hơi nóng đẳng tích.

- Nếu chiều mũi tên ngược lại: tỏa nhiệt, nội năng giảm $\Rightarrow$ quá trình làm lạnh đẳng tích.

3. Quá trình đẳng áp: $p = hs \Rightarrow \frac{V}{T} = hs$ (V, T tỷ lệ thuận)



$$A_{12} = \int_1^2 \partial A = -p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$$

$$Q_{12} = \int_1^2 \partial Q = \frac{m}{\mu} C_p \int_1^2 dT = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$$

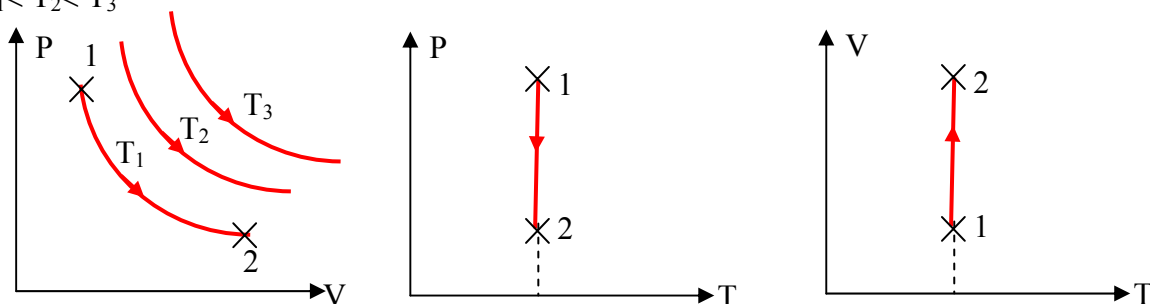
$$\Delta U = \int_{U_1}^{U_2} dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \int_1^2 dT = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = A_{12} + Q_{12} \Rightarrow C_p = \frac{i+2}{2} R$$

Kết luận: nhận nhiệt, sinh công và nội năng của hệ tăng $V \uparrow$: giãn đẳng áp
 $A_{12} < 0$

4. Quá trình đẳng nhiệt: $T = \text{const} \Rightarrow pV = \text{const} : (P, V \text{ tỉ lệ nghịch})$

$$T_1 < T_2 < T_3$$



$$A_{12} = \int_1^2 \partial A = \int_1^2 -p.dV = -\frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$Q_{12} = -A_{12}$$

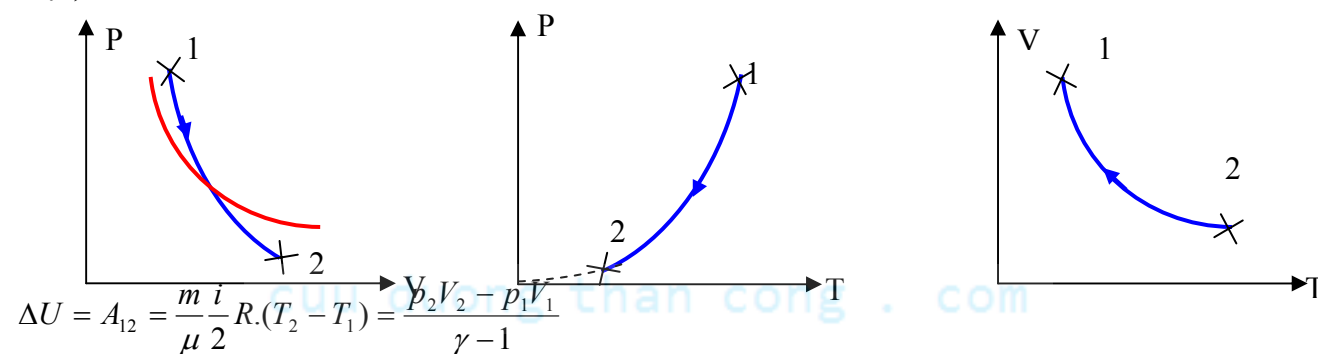
$$\Delta U = A_{12} + Q_{12} = 0 \Rightarrow A_{12} = -Q_{12}$$

Kết luận:

$$\left. \begin{array}{l} A < 0 \\ Q > 0 \\ \Delta U = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{nhận nhiệt, sinh công bằng với nhiệt nhận vào và nội năng của hệ không đổi}$$

5. Quá trình đoạn nhiệt (cách ly nhiệt với bên ngoài, không trao đổi nhiệt) $\Rightarrow Q_{12} = 0$

$pV^\gamma = \text{const} : (P, V \text{ tỉ lệ nghịch})$, $TV^{\gamma-1} = \text{const} : (T, V \text{ tỉ lệ nghịch})$, $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const} : (P, T \text{ tỉ lệ thuận})$



$$\Delta U = A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1}$$

với $\gamma = \frac{i+2}{i}$: chỉ số đoạn nhiệt (chỉ số Poisson).

Bảng tóm tắt

Quá trình	Phương trình của quá trình	Công (A_{12})	Nhiệt (Q_{12})	ΔU	Ghi chú

Đẳng tích $V = hs$	$\frac{p}{T} = hs$	$A_{12} = 0$	$Q_{12} = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1)$	$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$	$C_v = \frac{i}{2} R$
Đẳng áp $p = hs$	$\frac{V}{T} = hs$	$A_{12} = p(V_1 - V_2)$ $A_{12} = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$	$Q_{12} = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$	$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$	$C_p = \frac{i+2}{2} R$
Đẳng nhiệt $T = hs$	$pV = hs$	$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$	$Q_{12} = -A_{12}$	$\Delta U = 0$	$Q_{12} = -A_{12}$
Đoạn nhiệt $Q = 0$	$pV^\gamma = hs$ $TV^{\gamma-1} = hs$ $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = hs$	$A_{12} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$	$Q_{12} = 0$	$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$	$\gamma = \frac{i+2}{i}$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

CHƯƠNG III: NGUYÊN LÝ II NHIỆT ĐỘNG HỌC

- Thiếu sót của Nguyên lý I:

Trong NLI không cho ta biết chiều diễn biến thực tế của quá trình, chất lượng nhiệt và công trong quá trình chuyển hóa: Công có thể hoàn toàn biến thành nhiệt, còn nhiệt không thể nào hoàn toàn biến thành công.

III.1. Quá trình thuận nghịch và quá trình không thuận nghịch

1. Quá trình thuận nghịch:

Là quá trình khi tiến hành theo chiều ngược lại thì nó đi qua tất cả các trạng thái trung gian như chiều thuận. Đó là quá trình lý tưởng, không có ma sát và môi trường xung quanh không bị 1 sự biến đổi nào cả.

Đường biểu diễn là đường liên tục: _____

2. Quá trình không thuận nghịch:

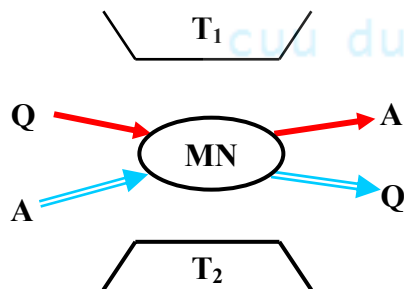
Là quá trình khi tiến hành theo chiều ngược lại, nó không đi qua tất cả các trạng thái trung gian như chiều thuận. Đó là quá trình thực tế, có ma sát và môi trường xung quanh bị sự biến đổi.

Đường biểu diễn là đường đứt quãng: - - - - -

III.2. Máy nhiệt

1. Định nghĩa:

Máy nhiệt là 1 hệ làm việc tuần hoàn (theo 1 chu trình) biến đổi nhiệt thành công hoặc biến đổi công thành nhiệt, làm việc ở 2 nguồn: T_1 nóng, T_2 lạnh. Máy nhiệt được chia làm 2 loại: động cơ nhiệt và máy làm lạnh.



2. Động cơ nhiệt:

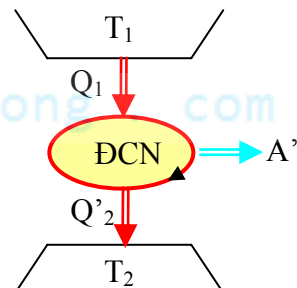
a/ Định nghĩa: là máy nhiệt biến nhiệt thành công, bằng cách: “Nhận nhiệt từ nguồn nóng Q_1 , nhả nhiệt ra nguồn lạnh Q'_2 để cung cấp ra ngoài 1 công A' ”.

b/ Hiệu suất động cơ nhiệt: $\eta = \frac{A'}{Q_1}$

Chu trình kín: $\Delta U = 0 = A + Q_1 + Q_2$
 $= -A' + Q_1 - Q'_2$

$$\Rightarrow A' = Q_1 - Q'_2$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1} < 1$$

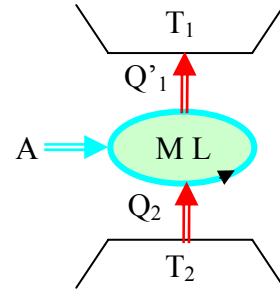


3. Máy lạnh:

a/ Định nghĩa: là máy nhiệt biến công thành nhiệt, bằng cách: “Nhận 1 công A để lấy nhiệt từ nguồn lạnh Q_2 , nhả nhiệt ra nguồn nóng Q'_1 ”.

b/ Hệ số làm lạnh: $\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0 = A + Q_1 + Q_2 \\ &= A - Q'_1 + Q_2 \\ \Rightarrow A &= Q'_1 - Q_2 \\ \Rightarrow \varepsilon &= \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q'_1 - Q_2}\end{aligned}$$



Lưu ý:

- Trong giản đồ pV: Nếu chiều của chu trình:
 - Chiều chu trình theo chiều kim đồng hồ: động cơ nhiệt
 - Chiều chu trình ngược chiều kim đồng hồ: máy lạnh
- Khi cần tính η hay ε :
 - Nếu là động cơ nhiệt: cộng tất cả các $Q > 0$ cho bằng Q_1 , $Q < 0$ cho bằng $Q_2 \Rightarrow Q'_2 = -Q_2$

$$\left. \begin{aligned} \sum Q > 0 &= Q_1 \\ \sum Q < 0 &= Q_2 \Rightarrow Q'_2 = -Q_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1}$$
 - Nếu là máy lạnh: cộng tất cả $Q > 0$ cho bằng Q_2 , $Q < 0$ cho bằng $Q'_1 \Rightarrow Q'_1 = -Q_1$

$$\left. \begin{aligned} \sum Q > 0 &= Q_2 \\ \sum Q < 0 &= Q'_1 \Rightarrow Q_1 = -Q'_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon = \frac{Q_2}{Q'_1 - Q_2}$$

III.3. Nguyên lý II NDH:

1. Phát biểu của Claudius:

“Nhiệt không thể truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn”

2. Phát biểu của Thompson:

“Không thể chế tạo được 1 máy làm việc tuần hoàn biến đổi liên tục từ nhiệt thành công bằng cách làm lạnh một vật mà môi trường xung quanh không bị biến đổi nào cả. Đó là động cơ vĩnh cửu loại II”.

(Do đó ta biết được chiều của quá trình và chất lượng nhiệt và công quá trình chuyển hóa năng lượng)

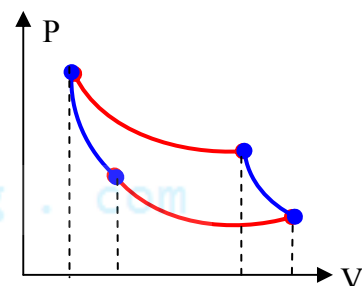
III.4. Chu trình Carnot và định lý Carnot:

1. Chu trình Carnot thuận nghịch:

Gồm 2 quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch ($T_1 > T_2$) và 2 quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch.

- Xét động cơ nhiệt:

$$\left\{ \begin{aligned} Q_{12} &= \frac{m}{\mu} RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} > 0 = Q_1 \\ Q_{23} &= 0 \\ Q_{34} &= \frac{m}{\mu} RT_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} < 0 = Q_2 \Rightarrow Q'_2 = -Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} \\ Q_{41} &= 0 \end{aligned} \right.$$



Trong chu trình Carnot tỷ số thể tích đẳng cạnh bằng nhau:

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} \text{ hay } \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\left. \begin{aligned} 2 \xrightarrow{Q=0} 3 : T_1 V_2^{\gamma-1} &= T_2 V_3^{\gamma-1} \\ 4 \xrightarrow{Q=0} 1 : T_2 V_4^{\gamma-1} &= T_1 V_1^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} \text{ hay } \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Hiệu suất động cơ nhiệt theo chu trình Carnot}$$

Tóm tắt bài giảng phần Nhiệt của GVC :Nguyễn – Minh - Châu

- Xét máy lạnh: (chiều mũi tên ngược chiều kim đồng hồ)

$$\begin{cases} Q_{14} = 0 \\ Q_{43} = \frac{m}{\mu} RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} > 0 = Q_2 \\ Q_{32} = 0 \\ Q_{21} = \frac{m}{\mu} RT_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} < 0 = Q'_1 \Rightarrow Q_1 = -Q'_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{Q_2}{Q'_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

2. Định lý Carnot:

- Hiệu suất của tất cả các động cơ thuận nghịch chạy theo chu trình Carnot có cùng nguồn nóng và nguồn lạnh đều bằng nhau, không phụ thuộc vào tác nhân cũng như cách chế tạo máy.

- Hiệu suất động cơ thuận nghịch nhỏ hơn hay bằng hiệu suất Carnot thuận nghịch

$$\eta_m \leq \eta_{mC}$$

- Hiệu suất động cơ không thuận nghịch nhỏ hơn động cơ thuận nghịch

$$\eta_{otn} \leq \eta_m$$

Từ định lý Carnot ta rút ra những kết luận quan trọng sau:

- Nhiệt không thể hoàn toàn biến thành công (vì hiệu suất < 1)
- Hiệu suất động cơ nhiệt càng lớn khi nhiệt độ của nguồn nóng càng tăng và nhiệt độ của nguồn lạnh càng giảm.

❖ Tóm tắt:

$$\begin{aligned} \bullet \eta_C &= \frac{A'}{Q_1} = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ \bullet \varepsilon_C &= \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q'_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \\ \bullet \eta_{mC} &\succ \eta_m \succ \eta_{otn} \end{aligned}$$

III.5 Biểu thức định lượng NL II NDH:

$$\eta_{0tn} \prec \eta_m \leq \eta_{Ctn}$$

- Đối với nhiệt gồm 2 nguồn nhiệt:

$$1 - \frac{T_2}{T_1} \geq 1 - \frac{Q'_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} \leq \frac{Q'_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

- Đối với nguồn nhiệt rời rạc:

$$\sum \left(\frac{Q_i}{T_i} \right) \leq 0 \quad \begin{cases} = : \text{chu trình thuận nghịch} \\ < : \text{chu trình không thuận nghịch} \end{cases}$$

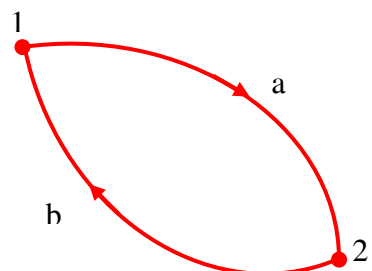
- Đối với nguồn nhiệt liên tục:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

➤ Xét 1 chu trình thuận nghịch: gồm 2 quá trình thuận nghịch:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = - \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$



- Ta thấy $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ theo các quá trình thuận nghịch từ (1)→(2) phụ thuộc trạng thái và không phụ thuộc quá trình

III.6. Hàm Entropy và nguyên lý tăng entropy:

1. Hàm Entropy S: hàm entropy

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad dS = \frac{\delta Q}{T} \quad [J/^{\circ}K]$$

d: hàm trạng thái

δ: hàm của quá trình

➤ Tính chất của entropy cũng tương tự như tính chất của nội năng:

- S là hàm trạng thái, nghĩa là mọi trạng thái của hệ có giá trị xác định và không phụ thuộc vào quá trình của hệ từ trạng thái này sang trạng thái khác.
- S là 1 đại lượng mang tính chất cộng: Entropy của 1 hệ cân bằng nhiệt động thì bằng tổng Entropy của từng thành phần riêng biệt của hệ.

- Entropy được xác định sai kém bằng 1 hằng số cộng: $S = \int \frac{\delta Q}{T_o} + S_o$

- Xét 1 chu trình không thuận nghịch:

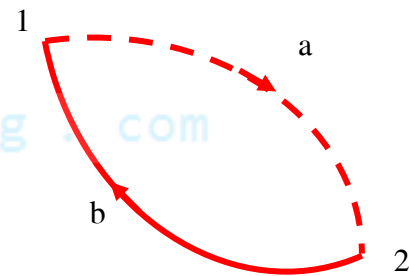
1a2: không thuận nghịch

2b1: thuận nghịch

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = - \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} < \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} = \Delta S$$

$$\Rightarrow \Delta S \geq \int \frac{\delta Q}{T} \quad \left\{ \begin{array}{l} = : \text{quá trình thuận nghịch} \\ > : \text{quá trình không thuận nghịch} \end{array} \right.$$



2. Nguyên lý tăng entropy

a. Đối với 1 hệ không cô lập: tùy theo dấu và giá trị của nhiệt nhận vào trong 1 chu trình thuận nghịch, ΔS có thể có giá trị dương, âm hoặc $= 0$, có nghĩa là entropy $\uparrow$, $\downarrow$ hay không đổi.

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Nhận nhiệt: } Q > 0, \Delta S > 0 \\ \text{Tỏa nhiệt: } Q < 0, \Delta S < 0 \\ \text{Đoản nhiệt: } Q = 0, \Delta S = 0 \end{array} \right.$$

b. Đối với 1 hệ cô lập: (không trao đổi nhiệt với bên ngoài): $\delta Q = 0 \rightarrow \Delta S \geq 0$

$$\Delta S \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} = : \text{quá trình thuận nghịch} \\ > : \text{quá trình không thuận nghịch} \end{array} \right.$$

➤ Trong thực tế các quá trình nhiệt động đều là không thuận nghịch, nên ta có nguyên lý tăng entropy: “Đối với quá trình nhiệt động thực tế xảy ra ở 1 hệ cô lập thì entropy của hệ luôn luôn tăng”.

❖ Tóm tắt:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \sum \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \\ \bullet \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} < : \text{ chu trình không thuận nghịch} \\ = : \text{ chu trình thuận nghịch} \end{array} \right.$$

• Hàm Entropy:

$$\Delta S = \int_m \frac{\delta Q}{T}, \quad dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Delta S \geq \int \frac{\delta Q}{T} \left\{ \begin{array}{l} = : \text{ quá trình thuận nghịch} \\ > : \text{ quá trình không thuận nghịch} \end{array} \right.$$

• Đối với hệ không cô lập: chu trình thuận nghịch

$$\Delta S = \frac{\delta Q}{T} \left\{ \begin{array}{l} \Delta S > 0 : \text{ nhận nhiệt} \\ \Delta S < 0 : \text{ tỏa nhiệt} \\ \Delta S = 0 : \text{ đoạn nhiệt} \end{array} \right.$$

• Đối với hệ cô lập: $\delta Q = 0$

$$\Delta S \geq 0 \left\{ \begin{array}{l} = : \text{ quá trình thuận nghịch} \\ > : \text{ quá trình không thuận nghịch} \end{array} \right.$$

• Nếu $\Delta S > 0$: nguyên lý tăng entropy

2.7 Tính độ biến thiên entropy

2.7.1 Đối với khí lý tưởng:

a/ Quá trình đoạn nhiệt: $\delta Q = 0 \Rightarrow \Delta S = \frac{\delta Q}{T} = 0$

b/ Quá trình bất kỳ:

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{P_2}{P_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2.7.2 Đối với 1 chất bất kỳ (khí, hơi, lỏng, rắn)

a/ Chất nhận hay nhả nhiệt (chất thay đổi nhiệt độ)

$$\delta Q = mc \cdot dT$$

$$\Rightarrow \Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = mc \int \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = mc \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

m: khối lượng chất (kg)
c: nhiệt dung riêng chất

b/ Đối với 1 chất bất kỳ chuyển pha: $T = \text{hằng số}$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} \left\{ \begin{array}{l} Q = mL \\ Q = m\lambda \end{array} \right.$$

T: nhiệt độ chuyển pha

λ : Nhiệt nóng chảy

L: Nhiệt hóa hơi

Lưu ý

1. Tính công trực tiếp bằng đồ thị p-V

$$\delta A = -p.dV$$

Công nhận được trong quá trình từ 1-2 được biểu diễn bằng đồ thị p-V có giá trị bằng diện tích hình 1 2 V₁ V₂.

- Công có giá trị dương khi V↓.
- Công có giá trị âm khi V↑.

2. Tính nhiệt trực tiếp bằng đồ thị T-S

$$\delta Q = T.dS$$

Nhiệt nhận được trong quá trình từ 1-2 được biểu diễn bằng đồ thị T-S có giá trị bằng diện tích hình 1 2 S₁ S₂.

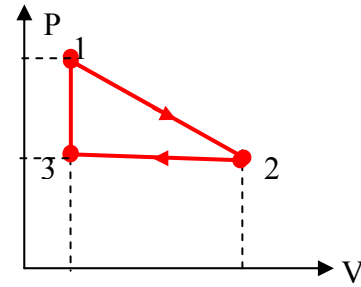
- Nhiệt có giá trị dương khi S↑.
- Nhiệt có giá trị âm khi S↓.

Ý nghĩa thống kê của entropy và nguyên lý thứ hai

1. Nhiệt không thể tự động truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn: entropy của hệ cô lập không thể giảm: hệ biến đổi không thuận nghịch từ trạng thái không cân bằng đến trạng thái cân bằng (S_{max}) và không thể tự động trở lại trạng thái không cân bằng trước được.

2. Entropy là thông số trạng thái độc lập nhưng không đo trực tiếp được, mà chỉ đo gián tiếp với độ chính xác tới một hằng số cộng..

3. Entropy là thước đo mức độ hỗn loạn của các phân tử trong hệ



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

Chương I: TRƯỜNG TỈNH ĐIỆN

I.1. KHÁI NIỆM CƠ BẢN

- Điện tích nguyên tố là điện tích nhỏ nhất có trong tự nhiên $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
- Vật tích điện dương: khi nguyên tử hay phân tử trung hòa của vật bị mất electron.
- Vật tích điện âm: khi nguyên tử hay phân tử trung hòa của vật nhận thêm electron.
- Điện tích điểm: vật có kích thước rất nhỏ tích điện.
- Hệ điện tích điểm: tập hợp nhiều điện tích điểm phân bố rời rạc.
- Vật tích điện: là hệ điện tích điểm phân bố liên tục và có mối liên kết rắn.

Định luật bảo toàn điện tích: “ Trong 1 hệ cô lập, điện tích luôn được bảo toàn”.

I.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB : Định luật tương tác giữa 2 điện tích điểm.

Phát biểu: Hai điện tích điểm q_1 và q_2 đặt cách nhau một đoạn r thì chịu tác dụng tương tác bởi lực $\vec{F}_1$,

$$\vec{F}_2. \quad \vec{F}_1 = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \quad \vec{F}_2 = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

q_1, q_2 : các điện tích điểm

$\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$: vectơ đơn vị hướng từ điện tích gây ra tác dụng

q_2 đến điện tích chịu tác dụng q_1 .

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} : \text{hằng số điện}$$

ϵ : là hằng số điện môi của môi trường > 1 .

Môi trường chân không $\epsilon = 1$, không khí $\epsilon \sim 1$

I.3. Điện trường:

- Điện trường của một điện tích điểm:** điện tích điểm q tạo xung quanh nó một điện trường và để xác định điện trường đó tại một vị trí thông qua một đại lượng hữu hướng $\vec{E}$ gọi là **vector cường độ điện trường**.

$$q \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E}_M = \frac{k \cdot q}{\epsilon \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

{

- * Điểm đặt: điểm đang xét M.
- * Phương: đt $\vec{E}_M$ nối từ q đến M
- * Chiều: $q > 0$ $\vec{E}$ hướng xa điện tích
 $q < 0$ $\vec{E}$ hướng vào điện tích
- * Độ lớn: $|\vec{E}_M| = E_M = \frac{k \cdot q}{\epsilon \cdot r^2}$

- Điện trường của một hệ điện tích điểm ($q_1, q_2, \dots, q_n$) tại M như sau:**

$$q_1 \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E}_1 = \frac{k \cdot q_1}{\epsilon \cdot r_1^2} \cdot \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

$$q_n \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E}_n = \frac{k \cdot q_n}{\epsilon \cdot r_n^2} \cdot \frac{\vec{r}_n}{r_n}$$

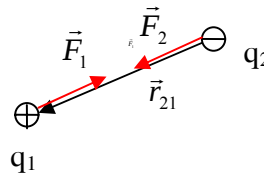
$$(q_1, \dots, q_n) \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E} = \sum_1^n \vec{E}_i$$

Nguyên lý chồng chất điện trường: Điện trường của một hệ điện tích điểm bằng tổng điện trường của từng điện tích điểm riêng rẽ của hệ.

Ghi chú:

* Nếu các $\vec{E}_i$ cùng phương ta cộng đại số.

$$E = \sum_1^n E_i$$



Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

* Nếu các $\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên ba phương:

$$E_x = \sum_1^n E_{ix}, \quad E_y = \sum_1^n E_{iy}, \quad E_z = \sum_1^n E_{iz}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z \quad \text{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

3. Điện trường của một vật tích điện

$$dq \longrightarrow M \longrightarrow d\vec{E}$$

$$\text{VTĐ} \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E} = \int_{\text{Vtd}} d\vec{E}$$

Ghi chú:

* Nếu các $d\vec{E}$ cùng phương ta cộng đại số.

$$E = \int_{\text{vtd}} dE$$

* Nếu các $d\vec{E}$ khác phương ta chiếu lên ba phương:

$$E_x = \int_{\text{Vtd}} dE_x, \quad E_y = \int_{\text{Vtd}} dE_y, \quad E_z = \int_{\text{Vtd}} dE_z$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z \quad \text{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

Ghi chú:

- Nếu vật là 1 dây tích điện:

Trên 1 phần tử chiều dài $dq = \lambda dl$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{dq}{dl} \text{ (C/m): mật độ điện tích dài}$$

- Nếu vật là 1 mặt tích điện:

Trên 1 phần tử diện tích: $dq = \sigma dS$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{dq}{dS} \text{ (C/m}^2\text{): mật độ điện tích mặt}$$

- Nếu vật là 1 khối tích điện:

Trên 1 đơn vị thể tích: $dq = \rho dV$

$$\Rightarrow \rho = \frac{dq}{dV} \text{ (C/m}^3\text{): mật độ điện tích khối}$$

- Nếu vật tích điện đều thì:

$$\lambda = \frac{Q}{L}; \sigma = \frac{Q}{S}; \rho = \frac{Q}{V}$$

là hằng số.

Áp dụng:

1/ Xác định vectơ $\vec{E}$ do 1 lưỡng cực gây ra tại 1 điểm M trên trục đối xứng của lưỡng cực.

- Lưỡng cực điện là 1 hệ gồm 2 điện tích trái dấu, cùng độ lớn, đặt cách nhau 1 khoảng l rất nhỏ.

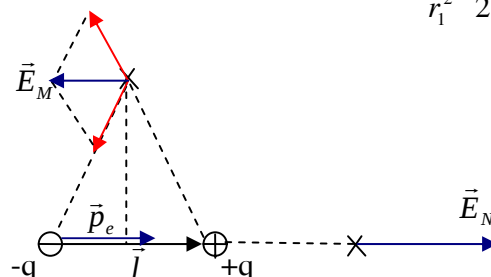
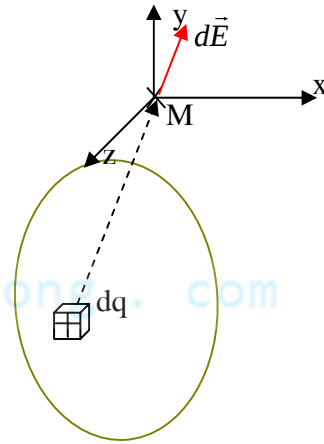
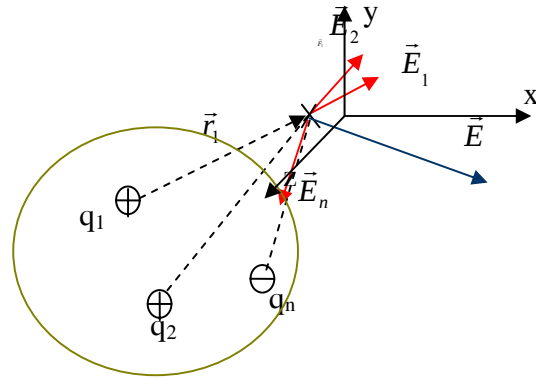
$$\text{Vectơ moment lưỡng cực điện: } \vec{p}_e = q\vec{l} \quad (\vec{l} \text{ hướng từ } -q \rightarrow +q) \quad E = 2.E_1 \cdot \cos \alpha = 2K \frac{q}{r_1^2} \cdot \frac{l}{2r_1}$$

(vì $r \gg l$)

$$\vec{E}_M = -\frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{q\vec{l}}{r^3} = -\frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\vec{p}_e}{r^3}$$

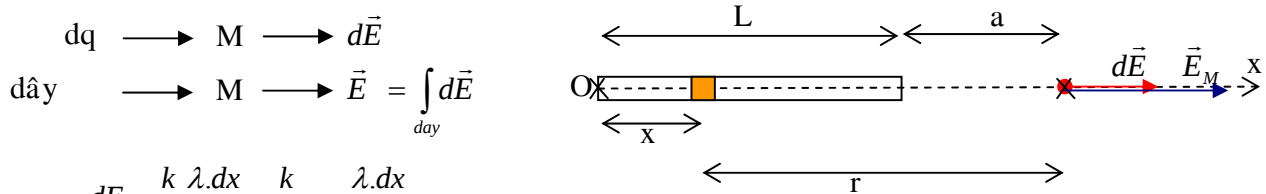
Tại N:

$$\vec{E}_N = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{2 \cdot \vec{p}_e}{r^3}$$



Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

2/ Điện trường gây ra bởi 1 đoạn dây thẳng L tích điện đều $\lambda > 0$ gây ra tại 1 điểm M nằm trên đường nối dài của dây và cách đầu gần nhất một đoạn a : $dq = \lambda \cdot dx$



$$dE = \frac{k}{\epsilon} \frac{\lambda \cdot dx}{r^2} = \frac{k}{\epsilon} \frac{\lambda \cdot dx}{(L + a - x)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int_{\text{dây}} d\vec{E} \Leftrightarrow E = \int dE = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon} \int_0^L \frac{dx}{(L + a - x)^2}$$

$$\Rightarrow E_M = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{(L + a)} \right)$$

Tóm tắt:

$$\vec{E}_M \begin{cases} * \text{ Điểm đặt: điểm đang xét M.} \\ * \text{ Phương: đường thẳng sợi dây.} \\ * \text{ Chiều: } \lambda > 0 \text{ } \vec{E} \text{ hướng xa sợi dây.} \\ * \text{ Độ lớn:} \\ |\vec{E}_M| = E_M = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{(L + a)} \right) \end{cases}$$

3/ Điện trường gây ra bởi 1 đoạn dây thẳng tích

điện đều $\lambda > 0$ gây ra tại 1 điểm M nằm ngoài dây

và cách dây một đoạn a : $dq = \lambda \cdot dx$

$$dq \longrightarrow M \longrightarrow d\vec{E}$$

$$\text{dây} \longrightarrow M \longrightarrow \vec{E} = \int_{\text{dây}} d\vec{E}$$

$$\text{Với: } dE = \frac{k}{\epsilon} \frac{\lambda \cdot dx}{r^2}$$

* Các $d\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên hai phương:

$$E_x = \int_{\text{Vtd}} dE_x, \quad E_y = \int_{\text{Vtd}} dE_y,$$

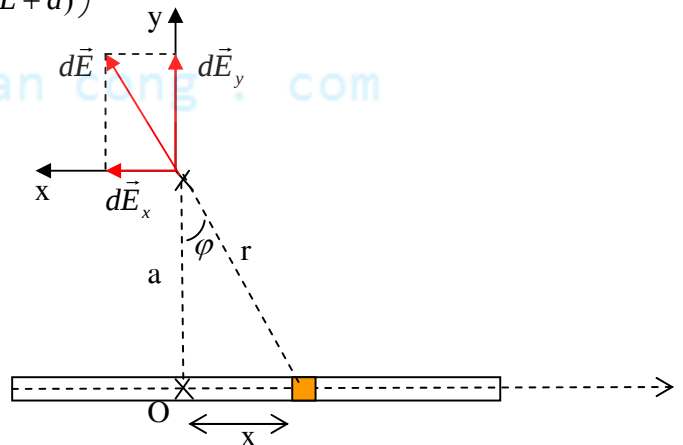
$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y \quad \text{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad \text{Với}$$

$$x = a \cdot \tan \varphi \Rightarrow dx = \frac{a \cdot d\varphi}{\cos^2 \varphi} \quad \text{và} \quad r = \frac{a}{\cos \varphi}$$

$$E_x = \int_{\text{dây}} dE \cdot (\sin \varphi) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k \cdot \lambda \cdot \frac{a \cdot d\varphi}{\cos^2 \varphi}}{\epsilon \left(\frac{a^2}{\cos^2 \varphi} \right)} \cdot \sin \varphi = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot a} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \varphi \cdot d\varphi \Rightarrow E_x = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$E_y = \int_{\text{dây}} dE \cdot (\cos \varphi) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k \cdot \lambda \cdot \frac{a \cdot d\varphi}{\cos^2 \varphi}}{\epsilon \left(\frac{a^2}{\cos^2 \varphi} \right)} \cdot \cos \varphi = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot a} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$E_y = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot a} [\sin \alpha_2 - \sin(-\alpha_1)] = \frac{k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot a} (\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1)$$



Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

Tóm tắt: $\vec{E}_M = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel$ $E_M = \sqrt{E_\perp^2 + E_\parallel^2}$

Chọn $\alpha_2 > \alpha_1$: giá trị số học

$\vec{E}_\perp$

* Điểm đặt: điểm đang xét M.

* Phương: $\vec{E} \perp$ dây tại M

* Chiều: hướng xa dây

* Độ lớn: $E_\perp = \frac{k.\lambda}{\epsilon.a}(\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1)$ khi $cM \in$ dây

$E_\perp = \frac{k.\lambda}{\epsilon.a}(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$ khi $hcM \notin$ dây

* Điểm đặt: điểm đang xét M.

* Phương: $\vec{E} \perp$ dây tại M

* Chiều: hướng về phía đoạn ngắn của dây

* Độ lớn: $E_\parallel = \frac{k.\lambda}{\epsilon.a}|\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1|$

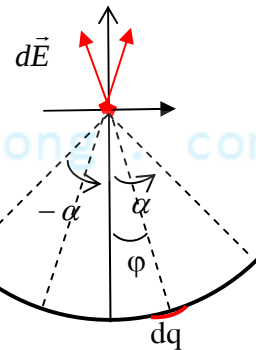
4/ Điện trường gây ra bởi 1 cung tròn (O,R) tích điện đều $\lambda > 0$ gây ra tại tâm O: $dq = \lambda.dx$

góc chắn cung 2α

$dq \rightarrow M \rightarrow d\vec{E}$

cung $\rightarrow M \rightarrow \vec{E} = \int_{day} d\vec{E}$

Với $dE = \frac{k.\lambda.dl}{\epsilon.r^2}$



* Các $d\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên hai phương x, y:

$E_x = \int_{Vtd} dE_x = 0$,

$E_y = \int_{Vtd} dE_y = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{k.\lambda.R.d\varphi}{\epsilon.R^2} \cdot \cos \varphi$

$\Rightarrow E = \frac{2k.\lambda}{\epsilon.R} \cdot \sin \alpha$

$\vec{E}_O$

* Điểm đặt: điểm đang xét O.

* Phương: đường trung trực dây cung.

* Chiều: $\lambda > 0$ $\vec{E}$ hướng xa sợi dây.

* Độ lớn: $|\vec{E}_O| = E_O = \frac{2k.\lambda}{\epsilon.R} \cdot \sin \alpha$

Tóm tắt:

5/ Điện trường gây ra bởi 1 vành tròn (O,R) tích điện đều $\lambda > 0$ gây ra tại điểm M nằm trên trục của vành và cách O một đoạn h

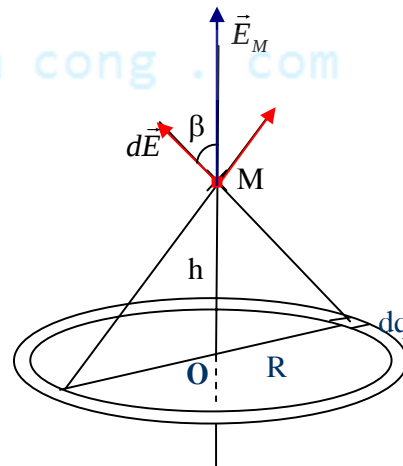
$\cos \beta = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$, $dE = \frac{k.dq}{\epsilon.(R^2 + h^2)}$

Tương tự ta có

$E_x = \int_{Vtd} dE_x = 0$,

$E_y = \int_{Vtd} dE_y = \int_{day} \frac{k.dq}{\epsilon.(R^2 + h^2)} \cdot \cos \beta$

$\Rightarrow E_M = \frac{k.Q.h}{\epsilon.(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{h.\lambda.R}{2.\epsilon_0.\epsilon.(R^2 + h^2)^{3/2}}$



×

Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

5/ Điện trường gây ra bởi 1 đĩa tròn (O,R) tích điện đều $\sigma > 0$ gây ra tại điểm M nằm trên trục của đĩa và cách O một đoạn h

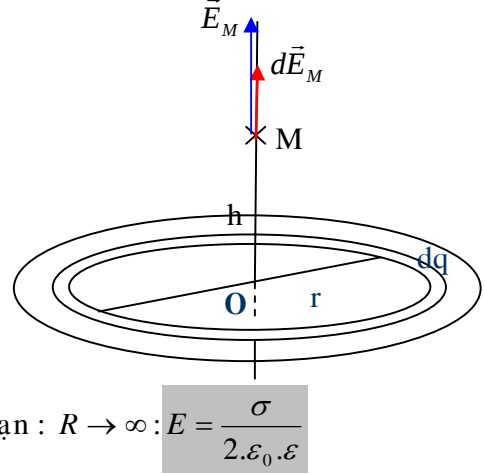
$$\text{vành } dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr \rightarrow M \rightarrow |d\vec{E}| = \frac{k \cdot h}{\epsilon} \cdot \frac{dq}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\text{đĩa} \rightarrow M \rightarrow |\vec{E}_M| = \int_0^R \frac{k \cdot h \cdot \sigma \cdot 2\pi}{\epsilon} \cdot \frac{r \cdot dr}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{h \cdot \sigma \cdot 2\pi}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon} \left(-\frac{1}{(r^2 + h^2)^{1/2}} \right) \Big|_0^R = \frac{h \cdot \sigma}{2\epsilon_0 \cdot \epsilon} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)$$

$$E_M = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \cdot \epsilon} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right)$$

$R \rightarrow \infty$: mặt phẳng vô hạn : $R \rightarrow \infty$: $E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon}$



Vậy điện trường gây ra bởi 1 mặt phẳng rộng vô hạn: là điện trường đều có phương vuông góc mặt phẳng, chiều hướng ra ngoài nếu mặt tích điện dương, không phụ thuộc vào vị trí của điểm đang khảo sát.

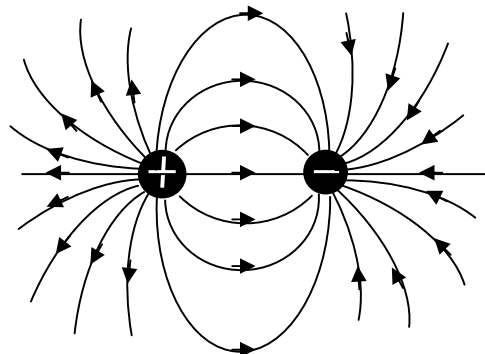
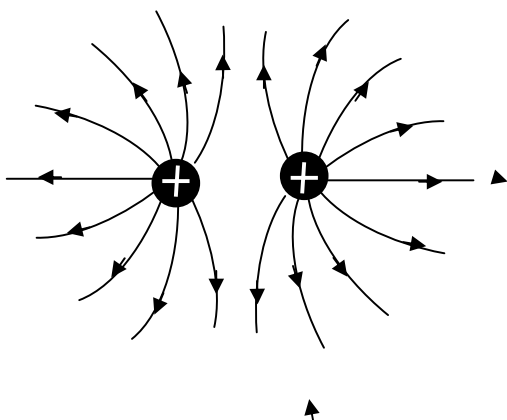
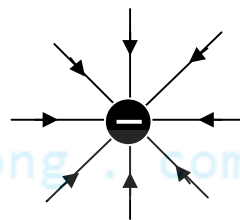
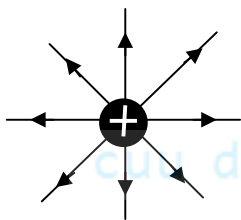
I.4. Định lý Gauss:

1. Đường sức của $\vec{E}$:

a/ Định nghĩa: là một đường cong mà tiếp tuyến tại mọi điểm trên đường cong có phương trùng với $\vec{E}$, chiều của đường sức là chiều của $\vec{E}$.

b/ Tính chất:

- Các đường sức không cắt nhau
- Đường sức của điện trường là đường cong hở. Xuất phát từ +q, kết thúc là -q.
- Tập hợp các đường sức của điện trường là điện phổ.
- Người ta qui ước vẽ số đường sức qua 1 đơn vị diện tích tiết diện có giá trị $|\vec{E}|$.
- Đường sức của $\vec{E}$ khi qua mặt phân cách giữa 2 môi trường bị gián đoạn.

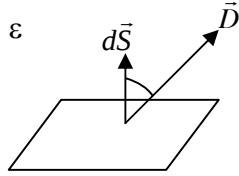


Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC : Nguyễn – Minh Châu

2. Vectơ điện cảm $\vec{D}$: $\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$ $\left[\frac{C}{m^2} \right]$

Đường sức của $\vec{D}$ không phụ thuộc $\epsilon \epsilon_0$ nên không bị gián đoạn khi qua mặt phân cách.

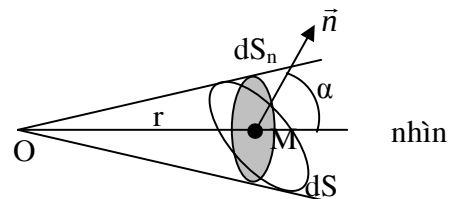
3. Điện thông (thông lượng của $\vec{D}$) gửi qua 1 diện tích dS : $d\phi = \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot dS \cdot \cos(\vec{D}, d\vec{S})$



$d\vec{S}$ { Điểm đặt : với mọi điểm thuộc dS
 Phương: vuông góc dS
 Chiều: hướng ra ngoài mặt kín.
 Độ lớn: dS

4. Định lý Gauss:

a/ Góc khối: Cho một diện tích vi phân dS (coi như phẳng) và một điểm O ngoài dS ; điểm $M \in dS$ cách O một đoạn r . Góc khối từ O diện tích dS :



$$d\Omega = \frac{dS \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{dS_n}{r^2} \text{ (sr) (stêradian)}$$

Góc khối cả không gian: $\Omega = \frac{4\pi \cdot R^2}{R^2} = 4\pi \text{ (sr)}$

b/ Định lý Gauss đối với điện trường: Thông lượng của $\vec{D}$ qua mặt kín S bằng tổng đại số các điện tích chứa trong mặt kín đó.

$$\Phi_D = \oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i$$

c/ Công thức dạng tích phân và vi phân của định lý Gauss:

$$\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{(V)} \rho \cdot dV \quad (V: \text{thể tích phần có điện tích nằm trong mặt Gauss})$$

$$\int_{(V)} \text{div} \vec{D} \cdot dV = \int_{(V)} \rho \cdot dV \Rightarrow \text{div} \vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad \text{với} \quad \nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

Tương tự với $\vec{E}$:

$$\oint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon \cdot \epsilon_0} = \int_V \text{div} \vec{E} \cdot dV; \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \cdot \epsilon_0}$$

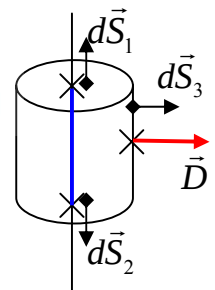
5. Áp dụng định lý Gauss để tính $\vec{D}$:

a/ Tại 1 điểm nằm ngoài dây tích điện đều ($\lambda > 0$) dài vô hạn.

Mặt kín S (mặt Gauss) là mặt trụ, trục là sợi dây bán kính $R = a$, độ cao h bất kỳ.

$$\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S}_1 + \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S}_2 + \int_{S_3} \vec{D} \cdot d\vec{S}_3 = \int_{S_3} D \cdot dS_3 = D \int_{(S_3)} dS_3 = D \cdot 2\pi \cdot a \cdot h$$

$$D \cdot 2\pi \cdot a \cdot h = \sum q_i = \lambda \cdot h \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi \cdot a}$$



KL: Vậy điện trường do dây dài vô hạn gây ra tại M có phương vuông góc dây, chiều hướng ra nếu $\lambda > 0$, hướng vào nếu $\lambda < 0$.

b/ Tính $\vec{D}$ tại M cách mặt phẳng vô hạn ($\sigma > 0$) tích điện đều gây ra tại M cách khoảng h .

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon \cdot \epsilon_0} \Rightarrow D = \frac{\sigma}{2}$$

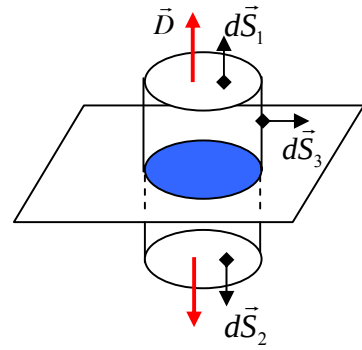
Mặt Gauss là mặt trụ bán kính R bất kỳ, độ cao $2h$ vuông góc mặt phẳng.

Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

$$\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{(S_1)} \vec{D} \cdot d\vec{S}_1 + \int_{(S_2)} \vec{D} \cdot d\vec{S}_2 + \int_{(S_3)} \vec{D} \cdot d\vec{S}_3$$

$$= D \int_{(S_1)} dS_1 + D \int_{(S_2)} dS_2 = D.S_1 + D.S_2 = 2D.S_1$$

$$2DS_1 = \sum q_i = \sigma.S_1 \Rightarrow D = \frac{\sigma}{2}$$



c/ Tính $\vec{D}$ tại M cách tâm quả cầu đặc tích điện đều ($\rho > 0$) 1 đoạn r.

$$Q = \rho \left[\frac{4}{3} \pi R^3 \right]$$

Mặt Gauss là mặt cầu tâm O, bán kính r.

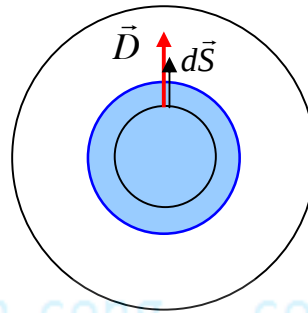
$$\oint_{(s)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{(s)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \int_{(s)} dS = D.4\pi.r^2 = \sum q_i$$

o Xét $r < R$:

$$D.4\pi.r^2 = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow D = \frac{\rho.r}{3}$$

o Xét $r > R$:

$$D.4\pi.r^2 = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = Q \Rightarrow D = \frac{Q}{4\pi.r^2} = \frac{\rho.R^3}{3r^2}$$



* Nếu cầu rỗng: $Q = \sigma.4\pi.R^2$ $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D.4.\pi.r^2 = \sum q_i$

o $r < R$:

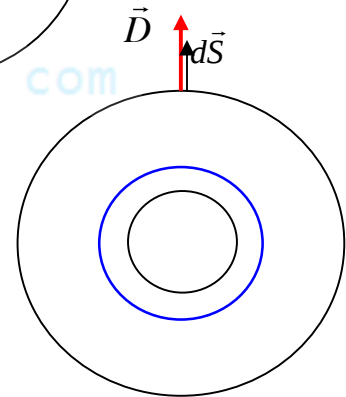
$$D.4.\pi.r^2 = 0 \Rightarrow D = 0$$

o $r > R$:

$$D.4.\pi.R^2 = Q = \sigma.4.\pi.R^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon.\epsilon_0} = \frac{K.Q}{r^2}$$

$$D = \frac{\sigma.R^2}{r^2} = \frac{Q}{4.\pi.r^2}$$



Khi 1 quả cầu tích điện đều đặc hay rỗng, với điện tích toàn thể là Q, thì ta coi quả cầu đó tương đương như điện tích điểm đặt tại tâm O quả cầu **khi xét điểm M nằm từ mặt quả cầu ra ∞ .**

I.5. Lực tĩnh điện (lực điện): Một điện tích q_0 đặt trong điện trường mà tại đó có vectơ cường độ điện trường là $\vec{E}$ thì điện tích q_0 chịu 1 lực: $\vec{F}_E = q_0.\vec{E}$

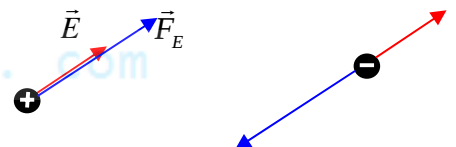
1/ Điện tích điểm $q_0 \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{F}_E = q_0.\vec{E}$

$$dq \rightarrow \vec{E} \rightarrow d\vec{F}_E \Rightarrow$$

2/ Vật tích điện:

$$Vtd \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{F}_E = \int_{Vtd} d\vec{F}$$

Vd: Hai thanh L tích điện đều $\lambda > 0$, cách khoảng a.



Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

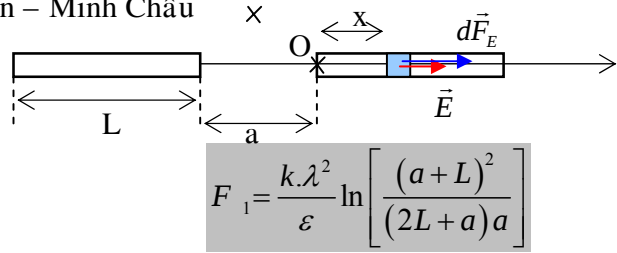
$$\rightarrow |\vec{E}_1| = \frac{k.\lambda}{\epsilon} \left[\frac{1}{a+x} - \frac{1}{L+a+x} \right]$$

$$dq_2 \rightarrow \vec{E}_1 \rightarrow d\vec{F}_{2E}$$

Thanh 1: $Q_2 \rightarrow \vec{E}_1 \rightarrow \vec{F}_{2E} = \int d\vec{F}_{2E}$

$$dq_2 = \lambda.dx$$

$$\Rightarrow F_{2E} = \frac{k.\lambda^2}{\epsilon} \int_0^L \left[\frac{1}{a+x} - \frac{1}{L+a+x} \right] dx = \frac{k.\lambda^2}{\epsilon} \left(\ln \left(\frac{a+x}{L+a+x} \right) \right) \Big|_0^L$$



1.6. ĐIỆN THẾ

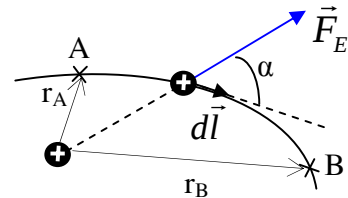
1. Công của lực tĩnh điện: Điện tích q_0 đặt trong điện trường của q chịu tác dụng của lực tĩnh điện

$\vec{F}_E$ và di chuyển từ $A \rightarrow B$:

Cộng nguyên tố:

$$dA = \vec{F}_E \cdot d\vec{l} \Rightarrow A = \int_A^B dA = \int_A^B F_E \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

Xét điện tích $q > 0$ và $q_0 > 0$ di chuyển trong điện trường của q :



$$A = \int_A^B q_0 \frac{k.q}{\epsilon.r^2} dl \cdot \cos \alpha = \frac{k.q.q_0}{\epsilon} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

(vì: $dl \cdot \cos \alpha = dr$)

$$A = \frac{k.q.q_0}{\epsilon} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_A}^{r_B} = \frac{k.q.q_0}{\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

* Công của lực tĩnh điện khi di chuyển điện tích đi từ chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối mà không phụ thuộc vào đường đi thì lực tĩnh điện là lực thế và trường tĩnh điện là trường thế.

2. Thế năng: (năng lượng phụ thuộc vào vị trí) W_t

$$\int_A^B dA = \int_{W_{tA}}^{W_{tB}} -dW_t = W_{tA} - W_{tB} = \frac{k.q.q_0}{\epsilon.r_A} - \frac{k.q.q_0}{\epsilon.r_B}$$

$$\Rightarrow \text{Hàm thế năng: } W_t = \frac{k.q.q_0}{\epsilon.r} + C \quad \text{Chọn thế năng gốc ở } \infty:$$

$$W_{t(r=\infty)} = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow W_{t(r)} = \frac{K.q.q_0}{\epsilon.r}$$

Cũng chính là công di chuyển điện tích q_0 trong điện trường gây ra bởi điện tích q đi từ $r \rightarrow \infty$.

3. Điện thế của 1 điện tích điểm đặt cách q một đoạn r :

Một điện tích điểm q sẽ tạo ra xung quanh nó 1 điện trường và điện thế (V) tại điểm M được xác định bằng.

$$V_M = \frac{k.q}{\epsilon.r}$$

$$q > 0 \rightarrow V_M > 0$$

$$q < 0 \rightarrow V_M < 0$$

* Điện thế này chính là công di chuyển 1 đơn vị điện tích q_0 từ $M \rightarrow \infty$

4. Điện thế của 1 hệ điện tích điểm ($q_1, q_2, \dots, q_n$) gây ra tại M:

$$\begin{cases} q_1 \rightarrow M \rightarrow V_1 \\ q_2 \rightarrow M \rightarrow V_2 \\ \vdots \\ q_n \rightarrow M \rightarrow V_n \end{cases}$$

$$q_1, \dots, q_n \rightarrow M \rightarrow V_M = \sum_{i=1}^n V_i$$

5. Điện thế của vật tích điện: Vật tích điện $\rightarrow M \rightarrow V = \int_{VTD} dV$

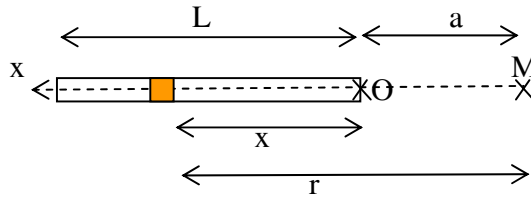
Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

Vd1: Điện thế tại điểm M gây ra bởi dây L tích điện đều $\lambda > 0$

$$r = x + a$$

$$dq = \lambda \cdot dx$$

$$\Rightarrow dV = \frac{K \cdot dq}{\epsilon \cdot r} = \frac{K \cdot \lambda \cdot dx}{\epsilon (x + a)}$$

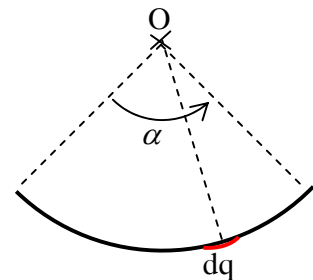


Cả thanh:

$$V = \int_0^L \frac{K \cdot \lambda \cdot dx}{\epsilon (x + a)} = \frac{K \cdot \lambda}{\epsilon} \int_0^L \frac{dx}{x + a} = \frac{K \cdot \lambda}{\epsilon} \ln(x + a) \Big|_0^L \Rightarrow V = \frac{K \cdot \lambda}{\epsilon} \ln\left(\frac{L + a}{a}\right)$$

Vd2: Điện thế tại điểm O gây ra bởi cung (O,R) tích điện đều Q chắn góc α

$$\Rightarrow V_0 = \int_{cong} dV = \frac{k}{\epsilon \cdot R} \int dq = \frac{k \cdot Q}{\epsilon \cdot R} = \frac{k \cdot \lambda \cdot R \cdot \alpha}{\epsilon \cdot R} = \frac{k \cdot \lambda \cdot \alpha}{\epsilon}$$



6. Mặt đẳng thế:

a/ Định nghĩa: là tập hợp mọi điểm có cùng điện thế

b/ Tính chất:

- công di chuyển 1 điện tích q_0 trong mặt đẳng thế thì bằng 0.

$$A_{q_0(A \rightarrow B)} = q_0 \left(\frac{K \cdot q}{\epsilon \cdot r_A} - \frac{K \cdot q}{\epsilon \cdot r_B} \right) = q_0 (V_A - V_B)$$

- Vecto cường độ điện trường tại 1 điểm nằm trên mặt đẳng thế thì vuông góc mặt đẳng thế và theo chiều giảm của điện thế.

1.7 LIÊN HỆ GIỮA $\vec{E}$ VÀ V :

Cho 2 điểm M, N rất gần nhau trong điện trường $\vec{E}$: điện thế tại M là $V_M = V$ và

tại N là $V + dV$ ($dV > 0$) Ta di chuyển 1 điện tích q_0 đi từ $M \rightarrow N$

$$dA = q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 \cdot E \cdot dl \cdot \cos(\vec{E}, d\vec{l}) = q_0 \cdot E_l \cdot dl$$

$$dA_{(M \rightarrow N)} = q_0 (V_M - V_N) = q_0 (-dV)$$

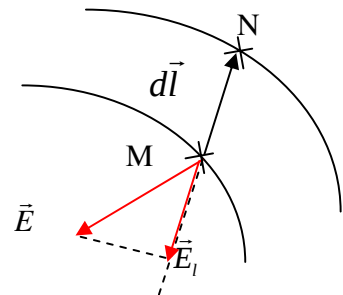
$$\Rightarrow -dV = E_l \cdot dl \Rightarrow E_l = -\frac{dV}{dl}$$

$$\text{Chọn : } l \approx x; l \approx y; l \approx z \Rightarrow \left(E_x = -\frac{dV}{dx}; E_y = -\frac{dV}{dy}; E_z = -\frac{dV}{dz} \right)$$

$$\text{Mà: } \vec{E} = E_x \cdot \vec{i} + E_y \cdot \vec{j} + E_z \cdot \vec{k} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right) = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) V$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\vec{\nabla} V$$

$$* \text{ Từ } V \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\vec{\nabla} V = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) V$$



Vd: Cho điện thế trong điện trường phân bố theo quy luật: $V = x^2 + y^3 + z$ (V)

$$V = x^2 + y^3 + z \Rightarrow \vec{E} = -(2x \cdot \vec{i} + 3y^2 \cdot \vec{j} + \vec{k})$$

Vd: Điện thế tại điểm M nằm trên đường nối dài của dây (trục x) cách đầu gần nhất gốc O một đoạn x là:

Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

$$V_M = \frac{K\lambda}{\epsilon} \left[\ln \frac{L+x}{x} \right] = \frac{K\lambda}{\epsilon} [\ln(L+x) - \ln x]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{K\lambda}{\epsilon} \left[\frac{1}{L+x} - \frac{1}{x} \right] \cdot \vec{i} \text{ hay } E = \frac{K\lambda}{\epsilon} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{L+x} \right]$$

*Từ: $\vec{E} \rightarrow V$: Chọn phương $\vec{E}$ là phương $\vec{r} \Rightarrow$ Tổng quát: $-dV = E_r \cdot dr$

$$\Rightarrow \int_{V_A}^{V_B} -dV = \int_{r_A}^{r_B} E_r \cdot dr \Rightarrow V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} E_r \cdot dr$$

Lưu ý:

- Công thức: $V = \frac{K \cdot q}{\epsilon \cdot r}$ (ta chọn thế năng $W_{t(r=0)} = 0$, hay: $V_\infty = 0$) thì điện tích phải hữu hạn (không được tiến ra ∞).
- Khi điện tích phân bố vô hạn thì ta tính hiệu điện thế chứ không thể tính được điện thế tại 1 điểm.

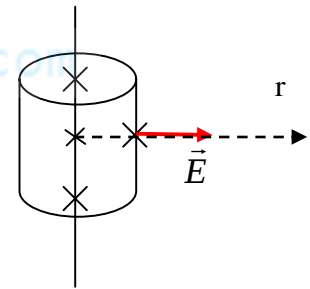
Vd1: Dây dài vô hạn tích điện đều $\lambda > 0$ tính hiệu điện thế giữa hai điểm M và N cách dây r_M và r_N .

Hay hai mặt trụ dài vô hạn, đồng trục, tích điện đều có mật độ điện dài theo trục là $+\lambda$ và $-\lambda$ tính hiệu điện thế hai mặt trụ. Dùng định lý Gauss $\Rightarrow E \Rightarrow V_M - V_N$

$$E = \frac{2 \cdot k \cdot \lambda}{\epsilon \cdot r} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$$

$$\int_{V_M}^{V_N} -dV = \int_{r_M}^{r_N} E_r \cdot dr = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \int_{r_M}^{r_N} \frac{dr}{r}$$

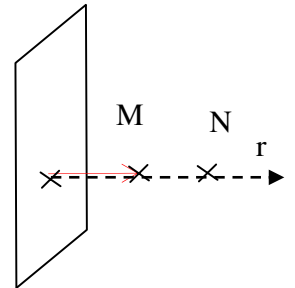
$$\Leftrightarrow V_M - V_N = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \ln \cdot r \Big|_{r_M}^{r_N} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \ln \frac{r_N}{r_M}$$



Vd2:

Mặt phẳng vô hạn tích điện đều σ tính hiệu điện thế giữa hai điểm M và N cách mặt phẳng r_M và r_N :

$$\int dr \cdot E_r = \int \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} dr = -\int dV \Rightarrow \int_{V_M}^{V_N} -dV = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot r \Big|_{r_M}^{r_N} \Leftrightarrow V_M - V_N = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} (r_N - r_M)$$



Vd3: Quả cầu đặc: $(0, R)$ tích điện đều ρ hay điện tích toàn thể là Q tính điện thế ở điểm O, $A \in$ mặt cầu và M cách O một đoạn r .

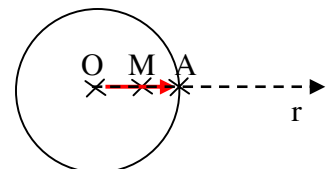
$0 < r < R$:

$$E_r = \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \Rightarrow \int_{V_0}^{V_A} -dV = \int_{r_0}^{r_A} E_r \cdot dr = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \int_0^R r \cdot dr \Leftrightarrow V_0 - V_A = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{\rho \cdot R^2}{6 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0}$$

$$V_A = \frac{K \cdot Q}{\epsilon \cdot R} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho = \frac{\rho \cdot R^2}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \Rightarrow V_0 = \frac{\rho \cdot R^2}{6 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} + \frac{\rho \cdot R^2}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = \frac{\rho \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0}$$

$$V_0 - V_M = \frac{\rho \cdot r^2}{6 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \Rightarrow V_M = \frac{\rho \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} - \frac{\rho \cdot r^2}{6 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0}$$

$$r > R: V_M = \frac{k \cdot Q}{\epsilon \cdot r}$$



CHƯƠNG 7: ĐIỆN MÔI & VẬT DẪN

Điện môi hay chất cách điện có cấu tạo số điện tử ngoài cùng lớn hơn 4, liên kết mạnh với hạt nhân nên không bứt ra thành những điện tử tự do. Dưới tác dụng của điện trường ngoài hay điện thế thì các điện tích chịu tác dụng của lực điện chỉ làm lệch vị trí của điện tích chứ không chuyển động nên điện môi không dẫn điện. Nếu điện trường ngoài rất mạnh thì các điện tử bị bứt ra khỏi nguyên tử thành những điện tử tự do di chuyển ngược chiều với điện trường, ta nói điện môi bị phá hủy $\Rightarrow$ vật dẫn.

7.1 HIỆN TƯỢNG PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI

1) Định nghĩa:

Đặt thanh điện môi trong điện trường ngoài hay gần vật tích điện thì hai bề mặt A và B đối diện với điện trường của chất môi tích điện trái dấu gọi là điện tích liên kết.

2) Giải thích

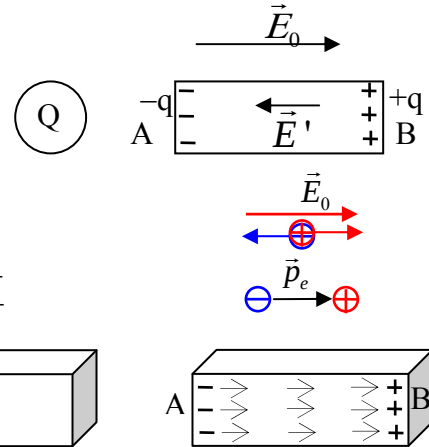
a. Điện môi phân tử không phân cực:

Gồm phân tử có phân bố electron đối xứng (Ex: H_2 ; $O_2, \dots$), nên trọng tâm của điện tích dương (G^+), và âm (G^-) trùng nhau $\Rightarrow$ phân tử không phân cực.

Dưới tác dụng của điện trường ngoài $\vec{E}_0$ sẽ làm lệch trọng tâm của hai điện tích: Trọng tâm của điện tích (G^+), (G^-) chịu tác dụng của lực điện nên không

trùng nhau tạo thành một mômen lưỡng cực điện phân tử $\vec{p}_e$ cùng phương chiều với $\vec{E}_0$: **sự phân cực electron**. Ở bên trong chất điện môi sẽ trung hòa, và hai mặt A, B đối diện với điện trường tích điện trái dấu.

$\vec{p}_e = \epsilon_0 \cdot \alpha \cdot \vec{E}_0$ phụ thuộc $\vec{E}_0$: **lưỡng cực điện phân tử đàn hồi** (α : độ phân cực phân tử)



b. Điện môi phân tử phân cực

Được cấu tạo bởi phân tử có phân bố electron không đối xứng (Ex: HCl ; CH_3Cl ; $NH_3, \dots$) nên trọng tâm điện tích (G^+), (G^-) không trùng nhau tạo thành một mômen điện phân tử $\vec{p}_e$ có phương chiều hỗn loạn trong chất điện môi nhưng $\sum \vec{p}_e = 0$.

Dưới tác dụng của điện trường ngoài $\vec{E}_0$, trọng tâm của điện tích (G^+), (G^-) chịu tác dụng của lực điện tạo thành một mômen ngẫu lực, làm cho **các $\vec{p}_e$ quay** (định hướng)

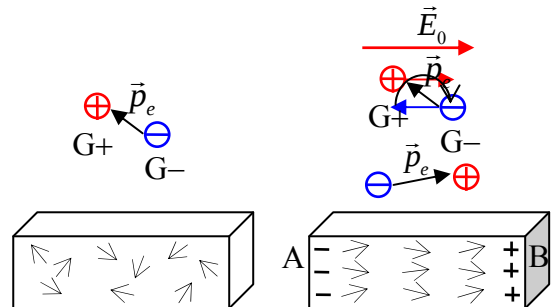
sao cho có phương chiều gần trùng với $\vec{E}_0$ nhưng

$|\vec{p}_e|$ **không đổi (lưỡng cực cứng)**: **sự phân cực định hướng**. Ở bên trong vẫn trung hòa và hai mặt A, B tích điện trái dấu.

Nếu điện trường $\vec{E}_0$ rất mạnh, lúc này $\vec{p}_e$ cùng phương chiều $\vec{E}_0$.

c. Điện môi tinh thể: có cấu tạo mạng tinh thể ion dương và âm lồng vào nhau. Dưới tác dụng của điện trường ngoài $\vec{E}_0$, các mạng ion dương dịch chuyển theo chiều của $\vec{E}_0$ còn ion âm ngược chiều gây hiện tượng phân cực: **sự phân cực ion**.

Đối với ba điện môi trên thì hiện tượng phân cực điện môi biến mất khi cắt điện trường ngoài.



7.2 Vector phân cực điện môi Điện trường trong chất điện môi.

1) Định nghĩa: Vector phân cực điện môi bằng tổng moment điện của các phân tử có trong một đơn

vị thể tích khối điện môi: $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_e}{\Delta V}$

*Đối với điện môi phân tử không phân cực và điện môi tinh thể $\vec{p}_e \uparrow \uparrow \vec{E}_0$

$$\vec{P}_e = \frac{n \cdot \vec{p}_e}{\Delta V} = n_0 \cdot \vec{p}_e = n_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \alpha \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E}$$

Với : n_0 : mật độ phân tử

$\chi_e = n_0 \cdot \alpha$: hệ số phân cực của một đơn vị thể tích chất điện môi hay độ cảm điện môi.

*Đối với điện môi phân tử phân cực; $\chi_e = \frac{n_0 \cdot p_e^2}{3\epsilon_0 \cdot k \cdot T}$ (k; hằng số Boltzmann; T nhiệt độ tuyệt đối).

2) Liên hệ giữa vector phân cực điện môi $\vec{P}_e$ và mật độ điện tích của điện tích liên kết

Mật độ điện tích mặt σ của các điện tích liên kết xuất hiện trên mặt phẳng giới hạn của khối điện môi:

$$|\vec{P}_{en}| = \sigma = P_e \cdot \cos \alpha$$

7.3 Điện trường trong chất điện môi.

1) Điện trường tổng hợp trong điện môi đồng nhất, đẳng hướng.

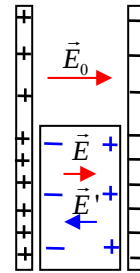
Do hai bề mặt A, B trái dấu nên xuất hiện điện trường phụ $\vec{E}'$ ngược chiều $\vec{E}_0$,

điện trường tổng hợp bên trong chất điện môi $\vec{E}$: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ và

$$\left(E = E_0 - E' = \frac{E_0}{\epsilon} \right)$$

$$\text{Với } \sigma' = P_{en} = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E_n = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E \Rightarrow E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \chi_e \cdot E$$

$$\Rightarrow (E = E_0 - E' = E_0 - \chi_e \cdot E \Rightarrow E_0 = (1 + \chi_e) \cdot E = \epsilon \cdot E)$$



2) Vector điện cảm $\vec{D}$ và vector phân cực điện môi $\vec{P}_e$

* Đối với điện môi bất kỳ: $\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}_e$

* Đối với điện môi đồng nhất, đẳng hướng:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} (1 + \chi_e)$$

$$\text{với: } \epsilon = 1 + \chi_e$$

$$\text{hay: } \vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

3) Đường sức của $\vec{E}, \vec{D}$ khi qua mặt phân cách của 2 môi trường:

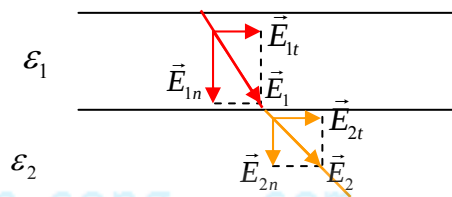
Khi qua mặt phân cách 2 môi trường:

a) Đối với $\vec{E}$: ϵ_2

$$E_{1t} = E_{2t} ; E_{1n} \neq E_{2n} \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

KL:

- Thành phần tiếp tuyến của $\vec{E}$ là liên tục khi qua mặt phân cách 2 môi trường.
- Thành phần pháp tuyến của $\vec{E}$ không liên tục khi qua mặt phân cách 2 môi trường.

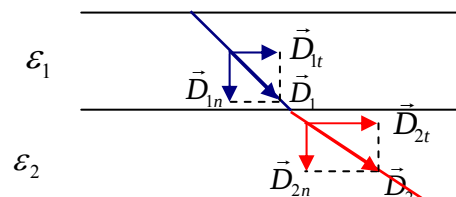


Đối với $\vec{D}$:

$$D_{1n} = D_{2n} ; D_{1t} \neq D_{2t} \quad \frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

KL:

Thành phần tiếp tuyến của $\vec{D}$ không liên tục khi qua mặt phân cách 2 môi trường.
Thành phần pháp tuyến của $\vec{D}$ là liên tục khi qua mặt phân cách 2 môi trường.



VẬT DẪN

Vật dẫn (kim loại) được cấu tạo bởi các nguyên tử có số điện tử ở lớp ngoài cùng nhỏ hơn 4 liên kết yếu với hạt nhân, dễ biến thành những điện tử tự do. Dưới tác dụng của điện trường ngoài, $\vec{E}_0$ hay hiệu điện thế thì các điện tử tự do chịu tác dụng của lực điện $\vec{F}_E = -e\vec{E}_0$ di chuyển ngược chiều với điện trường tạo thành dòng điện tử, nên kim loại dễ dẫn điện.

7.4 VẬT DẪN CÂN BẰNG TĨNH ĐIỆN

1) Điều kiện để vật dẫn cân bằng tĩnh điện

- Điện trường bên trong vật dẫn phải bằng 0.
- Điện trường $\vec{E}$ trên bề mặt vật dẫn phải luôn luôn vuông góc với bề mặt vật dẫn.

$$\vec{E}_t = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_n.$$

2) Tính chất

- Vật dẫn là một vật đẳng thế.

$$-dV = E \cdot dr = 0 \Rightarrow V = \text{hằng số}$$

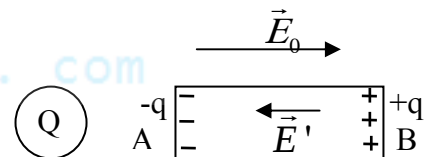
- Khi ta truyền cho vật dẫn 1 điện tích q thì toàn bộ điện tích này sẽ phân bố trên bề mặt vật dẫn (bên trong trung hòa). Nếu vật dẫn là mặt phẳng, mặt trụ, mặt cầu thì điện tích phân bố đều trên bề mặt

$\left(\sigma = \frac{Q}{S}\right)$. Nếu bề mặt vật dẫn lồi lõm khác nhau thì điện tích tập trung nhiều ở phần lồi và thưa thớt ở phần lõm.

7.5 HIỆN TƯỢNG ĐIỆN HƯỚNG

1) Định nghĩa

Đặt thanh vật dẫn AB trung hòa trong điện trường $\vec{E}_0$ hoặc đặt gần vật tích điện $Q > 0$ thì hai mặt A, B đối diện với điện trường tích điện trái dấu q và $+q$ (gọi là điện tích cảm ứng)



Giải thích: các điện tử tự do trong vật dẫn dưới tác dụng của

điện trường ngoài $\vec{E}_0$ sẽ chịu 1 lực $\vec{F}_E$ di chuyển ngược chiều $\vec{E}_0$, tích điện $-q$ ở mặt A và $+q$ ở mặt B

Khi tích điện thì hai mặt A, B xuất hiện điện trường phụ $\vec{E}'$ ngược chiều $\vec{E}_0$. Điện trường tổng hợp bên trong vật dẫn: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$. Hiện tượng tích điện vật dẫn tiếp tục khi E' chưa bằng E_0 và tăng dần cho đến lúc $E' = E_0$ thì điện trường bên trong vật dẫn bằng 0. Ta có vật dẫn cân bằng tĩnh điện.

2) Phân loại

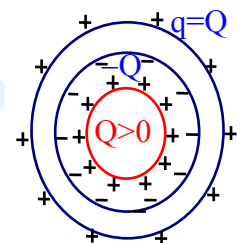
a. Điện hưởng một phần:

Khi vật dẫn AB không bao trùm hết vật tích điện Q thì ta có hiện tượng điện hưởng một phần, khi đó $q < Q$.

b. Điện hưởng toàn phần

Điện trường $\vec{E}_0$ ảnh hưởng toàn bộ lên vật dẫn.

Vật dẫn AB bao trùm hết vật tích điện Q , khi đó $q = Q$.



7.6 VẬT DẪN CÔ LẬP (VDCL)

1) Định nghĩa:

Vật dẫn cô lập về phương diện điện khi nó đặt cách xa vật khác có gây ảnh hưởng đến sự phân bố điện tích của vật dẫn.

2) Điện dung của vật dẫn cô lập

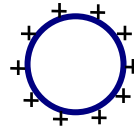
Truyền cho vật dẫn cô lập một điện tích Q thì vật dẫn có điện thế V , tăng Q thì V tăng theo và ngược

lại, nhưng tỉ số $\frac{Q}{V}$ luôn luôn là hằng số gọi là điện dung của vật dẫn cô lập. $C = \frac{Q}{V} (F) = \frac{Q}{V}$

VD: Vật dẫn hình cầu có $C = 1\text{F}$, tính R

Quả cầu chỉ phân bố điện tích Q trên bề mặt $\Rightarrow$ có thể xem là cầu rỗng có:

$$V = \frac{k.Q}{\epsilon.R} \Rightarrow R = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{V} = \frac{k.C}{\epsilon} \Rightarrow R = 9.10^9 \text{ m}$$

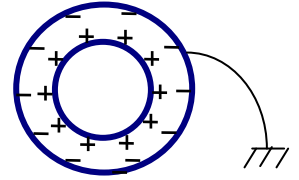


7.7 TỤ ĐIỆN

1) Định nghĩa

Khi vật dẫn B bao trùm hết vật dẫn A, ta tích cho vật dẫn A một điện tích $+Q$, thì hai bề mặt trong và ngoài của vật dẫn B sẽ tích điện $-Q$, $+Q$.

Nối mặt ngoài cùng của vật dẫn B xuống đất (mặt ngoài cùng trung hòa) ta có hai bề mặt kim loại tích điện trái dấu $-Q$, $+Q$ gọi là hai bản (cốt) của tụ điện.



2) Điện dung của tụ điện

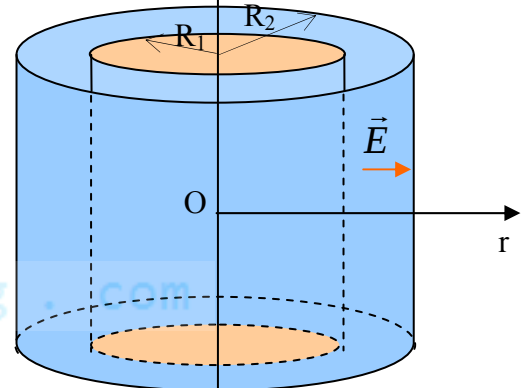
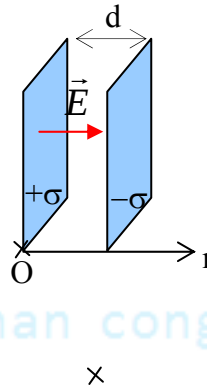
Ta tích điện cho tụ điện một điện tích Q thì hai bản tụ có hiệu điện thế U . Tăng Q thì U tăng và ngược lại, nhưng tỉ số $\frac{Q}{U}$ luôn luôn là hằng số, gọi là điện dung của tụ điện: $C = \frac{Q}{U} = hs$

3) Điện dung của các tụ điện đặc biệt

a. Tụ phẳng: $C = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot S}{d}$

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon \cdot \epsilon_0}$$

$$\int_{V_A}^{V_B} -dV = \int E \cdot dr = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot dr = \frac{Q \cdot d}{S \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = U$$



b. Tụ trụ: $C = \frac{2\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

$$D \cdot S_3 = D \cdot 2\pi \cdot r \cdot l = +Q$$

$$\Rightarrow D = \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot l} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot l \cdot r}$$

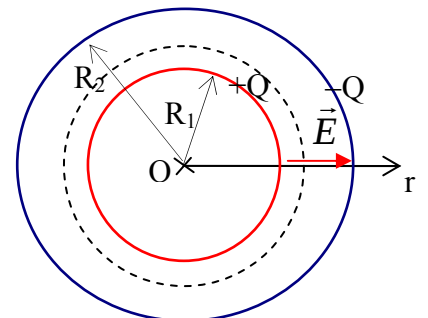
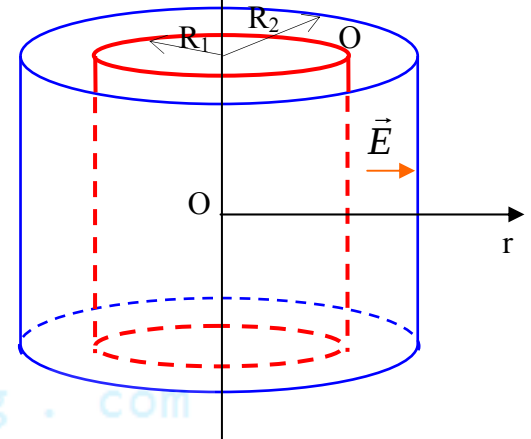
$$U = \int_{V_A}^{V_B} -dV = \int E \cdot dr = \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot l} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

c. Tụ cầu: $C = \frac{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$

$$\oint D \cdot dS = D \cdot 4\pi \cdot r^2 = +Q \Rightarrow D = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}$$

$$\Rightarrow U = \int_{V_A}^{V_B} -dV = \int E \cdot dr = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_{R_1}^{R_2}$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2} \right)$$



7.8 NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG

1) Năng lượng điện trường của hệ hai điện tích điểm: q_1, q_2 .

$$W_E = W_t = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{\epsilon \cdot r}$$

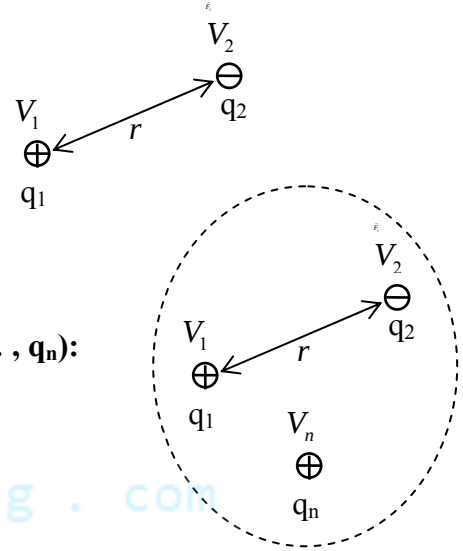
Chính là công của điện tích q_2 di chuyển từ r ra vô cùng trong điện trường của q_1 , hay công người ta di chuyển điện tích q_2 từ ∞ đến r trong điện trường của q_1 và hoán đổi ngược lại.

$$\Leftrightarrow W_E = W_t = \frac{1}{2} \cdot q_1 \frac{k \cdot q_2}{\epsilon \cdot r} + \frac{1}{2} \cdot q_2 \frac{k \cdot q_1}{\epsilon \cdot r} = \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot V_2$$

Đặt:

$$V_1 = \frac{k \cdot q_2}{\epsilon \cdot r} \quad \text{điện thế tại } q_1 \text{ do } q_2 \text{ gây ra.}$$

$$V_2 = \frac{k \cdot q_1}{\epsilon \cdot r} \quad \text{điện thế tại } q_2 \text{ do } q_1 \text{ gây ra}$$



2) Năng lượng điện trường của hệ điện tích điểm ($q_1, q_2, \dots, q_n$):

$$W_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \cdot V_i = \frac{1}{2} (q_1 \cdot V_1 + q_2 \cdot V_2 + \dots + q_n \cdot V_n)$$

V_i là điện thế tại q_i do các điện tích khác q_i gây ra.

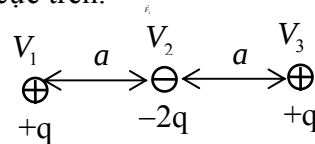
VD: Cho một tứ cực tuyến tính như hình vẽ. Tính công tạo tứ cực trên.

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \cdot V_1 + q_2 \cdot V_2 + q_3 \cdot V_3)$$

$$V_1 = \frac{k \cdot (-2q)}{\epsilon \cdot a} + \frac{k \cdot (q)}{\epsilon \cdot 2a} = V_3$$

$$V_2 = \frac{2 \cdot k \cdot (q)}{\epsilon \cdot a}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \left[2 \frac{k \cdot (-2q) \cdot (q)}{\epsilon \cdot a} + 2 \frac{k \cdot (q^2)}{\epsilon \cdot 2a} + \frac{2 \cdot k \cdot (q) \cdot (-2q)}{\epsilon \cdot a} \right]$$



3) Năng lượng điện trường của VDCL.

$$dW = \frac{1}{2} dq \cdot V \Leftrightarrow \int dW = \frac{1}{2} \int dq \cdot V$$

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

4) Năng lượng điện trường của tụ điện:

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

5) Năng lượng điện trường:

Trong khoảng không gian điện trường, năng lượng điện trường định xứ tại mọi điểm trong không gian điện trường và mật độ năng lượng điện trường tại mọi điểm được xác định:

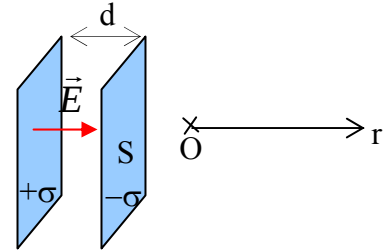
$$\omega_E = \frac{1}{2} E \cdot D = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$$

$$\omega_E = \frac{dW_E}{dV} \quad \text{và} \quad W_E = \int_{(V)} dW_E = \int_V \omega_E \cdot dV$$

*Tụ điện phẳng:

$$\omega_E = \frac{W_E}{V} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}}{S \cdot d} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} = \frac{1}{2} E \cdot D$$

*



$$V_A = \frac{K \cdot Q}{R}$$

$$E_A = \frac{K \cdot Q}{R^2}$$

$$V_{M(r>R)} = \frac{K \cdot Q}{r}$$

$$E_M = \frac{K \cdot Q}{r^2}$$

* 2 vật được nối với nhau:

$$V_A = \frac{K \cdot Q}{R_A}$$

$$V_B = \frac{K \cdot Q}{R_B}$$

Nối A, B:

$$V'_A = V'_B$$

$$\Leftrightarrow \frac{K \cdot Q'_A}{R_A} = \frac{K \cdot Q'_B}{R_B}$$

Với:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$$

Hay:

$$\frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{R_A}{R_B}$$

CHƯƠNG IV: TỪ TRƯỜNG CỦA DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

IV.1 KHÁI NIỆM CƠ BẢN:

1. Dòng điện: Là dòng chuyển dời có hướng của các điện tích. Theo quy ước chiều dòng điện là dòng chuyển dời của điện tích (+).

a/ Dòng điện trong kim loại: dòng các e^- tự do.

b/ Dòng điện trong dung dịch điện phân: dòng các ion (+), (-).

ion (+) $\rightarrow$ Cathode

ion (-) $\rightarrow$ Anode

c/ dòng điện trong chất khí: dòng các ion (+), (-) và các e^- tự do.

2. Cường độ dòng điện I:

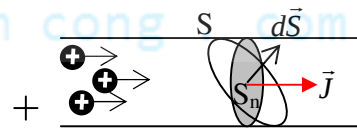
Là số điện lượng đi qua diện tích S trong 1s.

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \left(\frac{C}{s} \right) (A)$$

3. Vector mật độ dòng điện $\vec{J}$ có phương, chiều của dòng điện;

* Độ lớn: $|\vec{J}| = \frac{dI}{dS_n} \quad \left(\frac{A}{m^2} \right)$

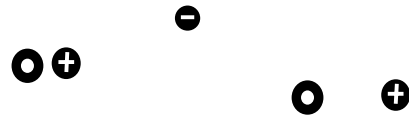
$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{S} = |\vec{J}| \cdot |d\vec{S}| \cdot \cos \alpha = |\vec{J}| \cdot dS_n$$



4. Suất điện động của nguồn:

o $\xi = \oint_{(C)} \vec{E}^* \cdot d\vec{l} \neq 0 \Rightarrow \vec{E}^*$: trường xoáy

o $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \vec{E}$: trường thế.



Suất điện động là công của 1 lực điện trường E^* dịch chuyển điện tích +1C đi 1 vòng quanh mạch kín của nguồn đó.

$\vec{E}^*$: trường xoáy (điện trường biến đổi theo thời gian)

5. Phần tử dòng điện: $I \cdot d\vec{l}$

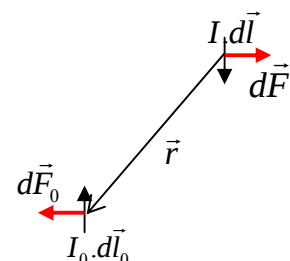
Phần tử dòng điện là 1 đoạn rất ngắn của dòng điện có phương, chiều của dòng điện và có độ lớn $I \cdot dl$

IV.2. ĐỊNH LUẬT AMPE (Định luật tương tác giữa 2 phần tử dòng điện):

Xét 2 phần tử dòng điện : $I_0 \cdot d\vec{l}_0$ và $I \cdot d\vec{l}$ cách nhau 1 đoạn r thì sẽ chịu bởi cặp lực tương tác $d\vec{F}_0$ và $d\vec{F}$ (được gọi là lực Ampe hay lực từ)

$$d\vec{F}_0 = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_0 \cdot d\vec{l}_0 \times (I \cdot d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

$$d\vec{F} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times (I_0 \cdot d\vec{l}_0 \times \vec{r}_0)}{r_0^3}$$



IV.3. TỪ TRƯỜNG:

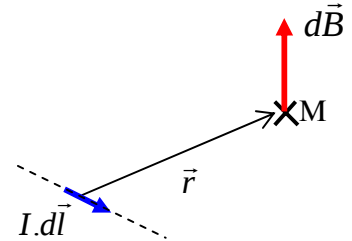
1. Từ trường gây ra bởi phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$:

Phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$ sẽ tạo ra xung quanh nó 1 từ trường và người ta tính từ trường tại 1 điểm M thông qua đại lượng vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}$.

$$I.d\vec{l} \rightarrow M \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Với: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (H/m)$: hằng số từ

μ : độ từ thẩm tương đối của môi trường



$$d\vec{B} \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Điểm đặt: tại M} \\ \bullet \text{ Phương: đường thẳng vuông góc mặt phẳng } (I.d\vec{l}, M) \\ \bullet \text{ Chiều: quy tắc vặn nút chai } I.d\vec{l}, \vec{r}, d\vec{B} \\ \bullet \text{ Độ lớn: } |d\vec{B}| = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} \sin(I.d\vec{l}, \vec{r}) \end{array} \right.$$

2. Từ trường gây ra bởi dây dẫn: (nguyên lý chồng chất từ trường):

Từ trường của 1 dây dẫn thì bằng tổng từ trường của các phần tử trong dây dẫn.

$$I.d\vec{l} \rightarrow M \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\text{Cả dây} \rightarrow M \rightarrow \vec{B} = \int_{\text{cả dây}} d\vec{B}$$

3. Từ trường của nhiều dây dẫn:

$$\left. \begin{array}{l} \text{dây1} \rightarrow M \rightarrow \vec{B}_1 \\ \text{dây2} \rightarrow M \rightarrow \vec{B}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ n \rightarrow M \rightarrow \vec{B}_n \end{array} \right\} \text{ tại M : } \vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$$

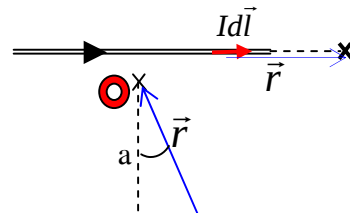
Vd1:

Cho 1 dây dẫn thẳng có dòng điện I. Tính $\vec{B}$ tại M trên đường nối dài của dây.

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \vec{B} = 0$$

Vd2:

Tính B tại 1 điểm ngoài dây cách đoạn a:



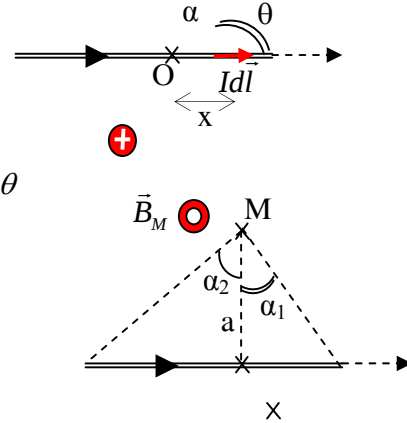
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow dx = \frac{a \cdot d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos \alpha} ; \sin \theta = \cos \alpha$$

$$Id\vec{l} \rightarrow M \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \Rightarrow dB = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} \cdot \sin \theta$$

$$\text{day} \rightarrow M \rightarrow B = \int dB = \int \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot a \cdot d\alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{a^2}$$

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} (\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1)$$



- $\vec{B}_M$ {
- điểm đặt: tại M
 - phương: đường thẳng vuông góc (dây, M)
 - chiều: quy tắc vụn nút chai
 - độ lớn: $B_M = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot a} (\sin \alpha_2 \pm \sin \alpha_1)$

Dấu +: hình chiếu M trên dây
Dấu -: hình chiếu M ngoài dây

Vd3:

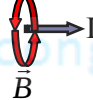
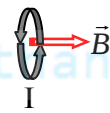
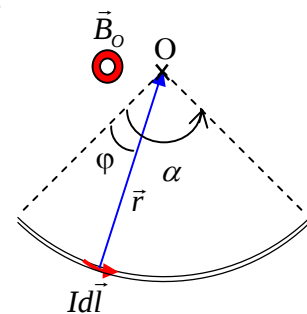
Cho 1 cung tròn (0, R) góc chắn α , $\vec{B}_O = ?$. Dài: $l = R \cdot \alpha$

$$Id\vec{l} \rightarrow O \rightarrow d\vec{B} \quad dB = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} \cdot \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow B = \int dB = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \int_{\text{dây}} dl = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot l$$

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R} (\alpha) \quad \alpha : \text{radian}$$

- $\vec{B}_O$ {
- điểm đặt: tại O
 - phương: đường thẳng vuông góc mặt phẳng (dây, O)
 - chiều: quy tắc vụn nút chai
 - độ lớn: $|\vec{B}_O| = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R} \cdot \alpha$

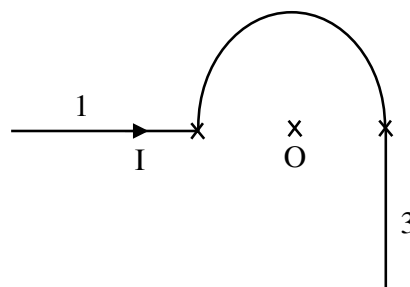


Vd4: Cho dây dẫn dài vô hạn có dòng điện I chạy qua được uốn như hình vẽ. Tính $\vec{B}_O$

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \Rightarrow B_O = B_2 + B_3$$

0 ⊕ ⊕

$$B_O = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R} \cdot \pi + \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R} = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R} \cdot (\pi + 1)$$

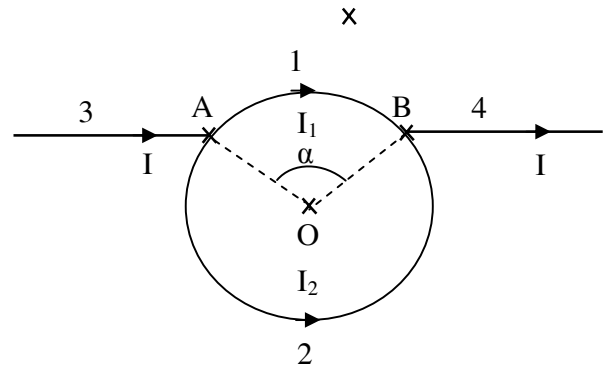


Vd5:

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \Rightarrow B_0 = B_3 + B_4$$

$$\oplus \quad \oplus \quad \square \quad \oplus \quad \oplus$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I_1}{4\pi R} \cdot \alpha \\ B_2 = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I_2}{4\pi R} \cdot (2\pi - \alpha) \\ U_{AB} = I_1 \cdot \mathcal{R}_1 = I_2 \cdot \mathcal{R}_2 \\ = \rho \frac{l_1}{S} \cdot I_1 = \rho \frac{l_2}{S} \cdot I_2 \\ = \rho \frac{R \cdot \alpha}{S} \cdot I_1 = \frac{\rho \cdot R (2\pi - \alpha)}{S} \cdot I_2 \\ \Rightarrow I_1 \cdot \alpha = I_2 \cdot (2\pi - \alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow B_1 = B_2$$



$$B_3 = B_4 = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot R \cdot \cos \frac{\alpha}{2}} \left(\sin 90^\circ - \sin \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\Rightarrow B_0 = 2 \cdot B_3 = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot R \cdot \cos \frac{\alpha}{2}} \left(\sin 90^\circ - \sin \frac{\alpha}{2} \right)$$

Vd6:

Vòng (0, R): xác định $\vec{B}_M$ tại M cách O khoảng h trên trục.

$$I \cdot d\vec{l} \rightarrow M \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}; d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2}$$

$$\text{vòng} \rightarrow M \rightarrow \vec{B} = \int d\vec{B}$$

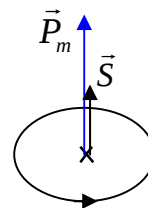
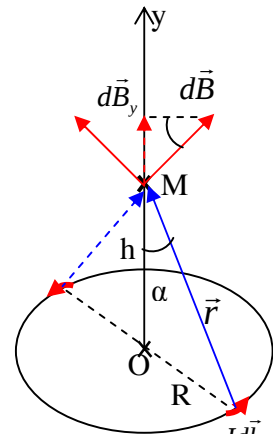
$$\int dB_x = 0$$

$$\int dB_y = \int dB \cdot \sin \alpha; \sin \alpha = \frac{R}{r}$$

$$\Leftrightarrow B_y = \int \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot dl}{4\pi \cdot r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot R}{4\pi \cdot r^3} \cdot \int dl$$

$$= \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot R^2}{2 \cdot r^3} = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot S}{2\pi \cdot r^3}$$

$$\vec{B}_M = \frac{\mu \cdot \mu_0}{2\pi \cdot r^3} \cdot \vec{P}_m \quad \text{với} \quad \vec{P}_m = I \cdot \vec{S} : \text{Vecto moment từ}$$



IV.4 TỪ THÔNG:

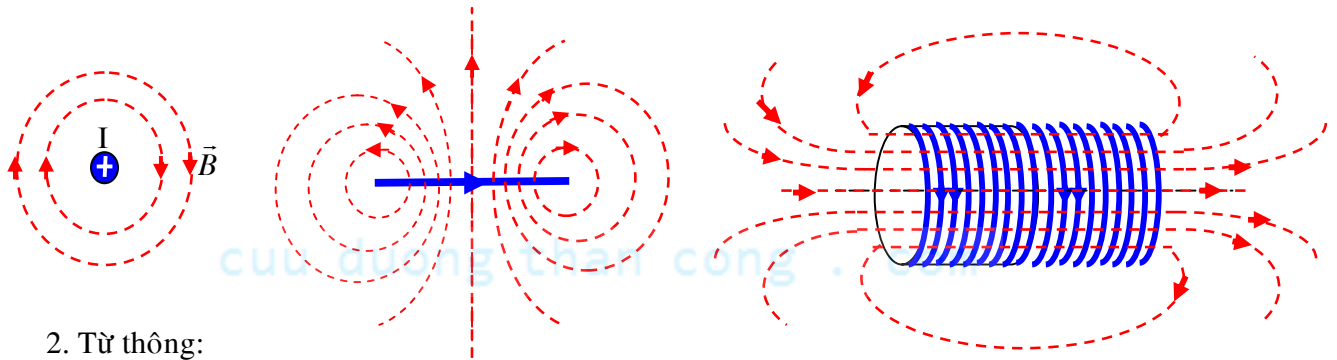
1. Đường sức của từ trường:

a/ Định nghĩa:

Đường sức của $\vec{B}$ là 1 đường cong mà tiếp tuyến tại mọi điểm trên đường cong trùng phương với $\vec{B}$, chiều của đường sức là chiều của $\vec{B}$.

b/ Tính chất:

- o Các đường sức của từ trường không cắt nhau.
- o Đường sức của từ trường là đường cong khép kín.
- o Tập hợp các đường sức từ trường $\rightarrow$ từ phổ.
- o Người ta quy ước vẽ số đường sức lên 1 đơn vị diện tích tiết diện có giá trị $=B$.

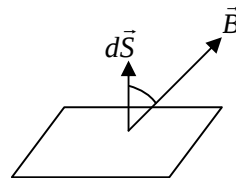


2. Từ thông:

Thông lượng vectơ $\vec{B}$ gửi qua 1 diện tích dS

$$d\phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

- o $d\phi > 0$: $\vec{B}$ đi ra
- o $d\phi < 0$: $\vec{B}$ đi vào



3. Định lý Gauss đối với từ trường:

a/ Phát biểu:

Thông lượng vectơ cảm ứng $\vec{B}$ gửi qua mặt kín S bất kỳ thì bằng 0.

$$\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{trường xoáy})$$

b/ Công thức dạng tích phân, vi phân:

$$\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$
$$\text{div} \vec{B} = 0$$

IV.5 ĐỊNH LÝ AMPE (định lý dòng điện toàn phần)

1. Vecto cường độ từ trường: $\vec{H}$ không phụ thuộc vào môi trường.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \cdot \mu_0} \quad \left(\frac{A}{m} \right)$$

2. Lưu số của vecto cường độ từ trường $\vec{H}$ dọc đường cong kín (C) bất kỳ.

a/ Định nghĩa:

Tóm tắt bài giảng phần Điện – Từ của GVC :Nguyễn – Minh Châu

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint H \cdot dl \cdot \cos(\vec{H}, d\vec{l}) \neq 0$$

$\Rightarrow \vec{H}$: trường xoáy

3. Định lý Ampe:

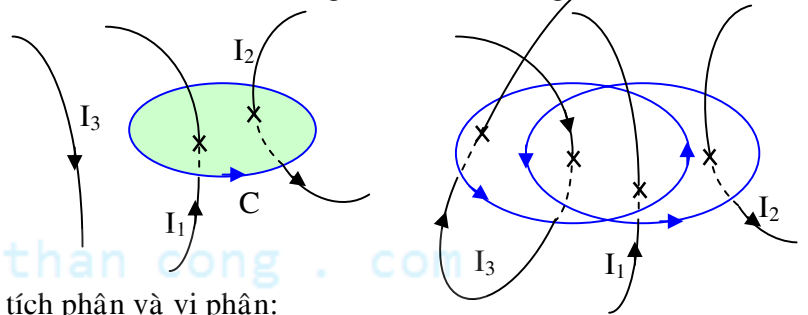
a/ Phát biểu: Lưu số vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ dọc theo đường cong kín (C) bất kỳ (1 vòng) thì bằng tổng đại số các cường độ dòng điện xuyên qua diện tích giới hạn bởi đường cong đó.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i$$

Cường độ dòng điện có giá trị (+) khi dòng điện xuyên qua diện tích giới hạn bởi đường cong (C) có chiều theo chiều tiến của vận nút chai và ngược lại ; còn ở ngoài thì bằng 0.

VD1: $\Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_1 - I_2$

VD2: $\Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2I_1 - I_2 - 2I_3 + I_3$



b/ Công thức của định lý Ampe dạng tích phân và vi phân:

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{(S)} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_{(S)} \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \text{hay:} \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad \text{với:} \quad \text{rot} \vec{H} =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

c/ Áp dụng định lý Ampe để tính $\vec{H}$ của cuộn dây hình xoắn tại M. Chọn C (0, r) có chiều như hình vẽ:

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_{(C)} H \cdot dl = H \oint_{(C)} dl = H \cdot 2\pi \cdot r$$

$$* R_1 < r < R_2 : H \cdot 2\pi \cdot r = \sum I_i = +n \cdot I \Rightarrow H = \frac{n \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

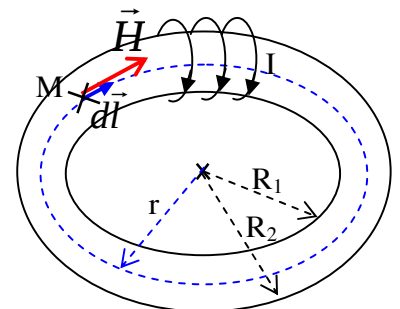
$$* r < R_1 : H \cdot 2\pi \cdot r = 0 \Rightarrow H = 0$$

$$* r > R_2 : H \cdot 2\pi \cdot r = 0 \Rightarrow H = 0$$

Cho $r, R_1, R_2 \rightarrow \infty \Rightarrow$ cuộn dây thẳng dài vô hạn

$$n_0 = \frac{n}{2\pi \cdot r} \quad (\text{số vòng dây/m})$$

$$\Rightarrow H = n_0 \cdot I \Rightarrow \text{từ trường đều (không phụ thuộc vào } r)$$



IV.6 LỰC TỪ (lực Ampe):

1. Định nghĩa: Một phần tử dòng điện $I_0.d\vec{l}_0$ đặt trong từ trường $\vec{B}$ sẽ chịu 1 lực từ:

$$* I_0.d\vec{l}_0 \rightarrow \vec{B} \rightarrow d\vec{F}_O = I_0.d\vec{l}_0 \times \vec{B}$$

$$d\vec{F}_O \left\{ \begin{array}{l} \text{o Điểm đặt: tại } I_0.d\vec{l}_0 \\ \text{o Phương: đường thẳng vuông góc mặt phẳng } (I_0.d\vec{l}_0, \vec{B}) \\ \text{o Chiều: quy tắc bàn tay trái} \\ \text{o Độ lớn: } dF_O = I_0.dl_0.B.\sin\alpha \end{array} \right.$$

$$* \text{Nếu cả dây} \rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{F}_O = \int d\vec{F}_O$$

2. Áp dụng:

A/ Dây đặt trong $\vec{B}$ của dây dẫn dài vô hạn: $|\vec{B}| = \frac{\mu.\mu_0.I}{2\pi.x}$

a/ Đoạn dây I_0, l_0 đặt song song cách dây I khoảng x:

$$I_0.d\vec{l}_0 \rightarrow \vec{B} \rightarrow d\vec{F}_O = I_0.d\vec{l}_0 \times \vec{B}$$

$$dF_O = I_0 dl_0 . B . \sin 90^\circ = I_0 . dl_0 . B$$

$$\Rightarrow F_O = \int dF_O = B . I_0 \int dl_0 = B . I_0 . l_0 = \frac{\mu.\mu_0.I}{2\pi.x} . I_0 . l_0$$

b/ Đoạn dây I_0, l_0 đặt vuông góc dây I khoảng x::

$$dF_O = \frac{\mu.\mu_0.I}{2\pi.x} . I_0 . dl_0$$

$$\Rightarrow F_O = \int dF_O = \frac{\mu.\mu_0.I.I_0}{2\pi} \int_a^{a+l_0} \frac{dx}{x} = \frac{\mu.\mu_0.I.I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l_0}{a}\right)$$

$$x_G = \frac{1}{m} \int dm.x = \frac{1}{mg} \int dm.g.x = \frac{1}{p} \int dp.x = \frac{1}{F_O} \int dF_O.x$$

$$= \frac{1}{F_O} \int_a^{a+l_0} \frac{\mu.\mu_0.I}{2\pi.x} . I_0 . dl_0 . x = \frac{1}{\frac{\mu.\mu_0.I.I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l_0}{a}\right)} . \frac{\mu.\mu_0.I.I_0}{2\pi} . l_0$$

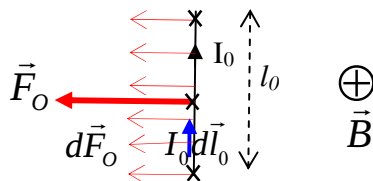
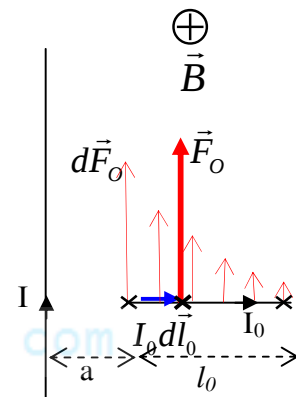
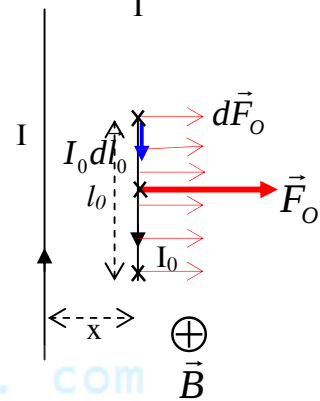
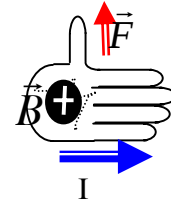
$$= \frac{l_0}{\ln\left(\frac{a+l_0}{a}\right)}$$

B/ $\vec{B}$ đều:

a/ Một đoạn dây thẳng:

$$I_0.d\vec{l}_0 \rightarrow \vec{B} \rightarrow d\vec{F}_O = I_0.d\vec{l}_0 \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow F_O = \int I_0 dl_0 . B = B . I_0 . l_0$$



b/ Một cung:

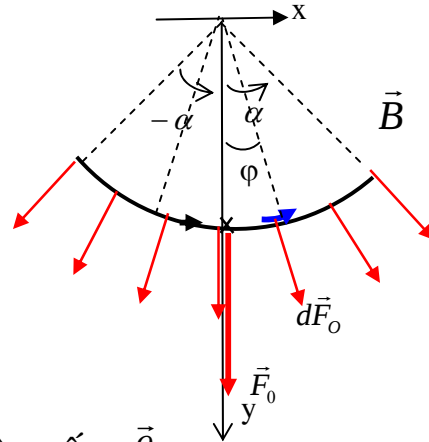
$$\vec{F}_0 = \int d\vec{F}_0$$

$$F_{0x} = \int dF_{0x} = 0$$

$$F_{0y} = \int dF_0 \cdot \cos \varphi = \int I_0 \cdot dl_0 \cdot B \cdot \cos \varphi$$

$$F_{0y} = B \cdot I_0 \cdot R \int_{-\alpha}^{+\alpha} \cos \varphi \cdot d\varphi = 2 \cdot B \cdot I_0 \cdot R \cdot \sin \alpha$$

$$F_0 = 2 \cdot B \cdot I_0 \cdot R \cdot \sin \alpha$$



IV.7 ĐIỆN TÍCH Q CHUYỂN ĐỘNG VỚI VẬN TỐC $\vec{g}$

1. Định nghĩa:

Điện tích q chuyển động với vận tốc $\vec{g}$ được coi tương đương như dòng điện $I d\vec{l}$.

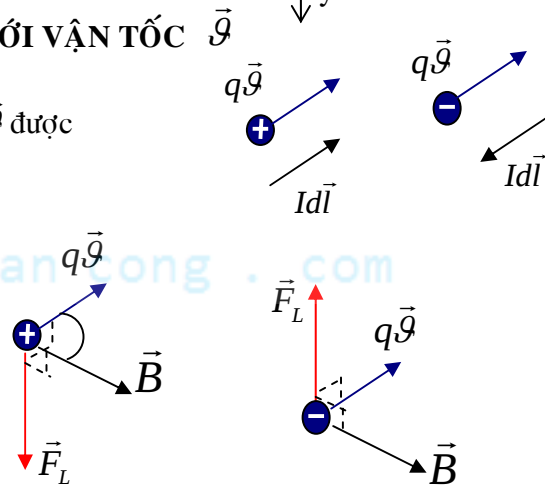
2. Từ trường gây ra bởi ($q\vec{g}$)

$$q\vec{g} \rightarrow M \rightarrow \vec{B}_q = \frac{\mu_0 \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{g} \times \vec{r}}{r^3}$$

3. Lực Lorentz:

$$q \cdot \vec{g} \rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{F}_L = q\vec{g} \times \vec{B}$$

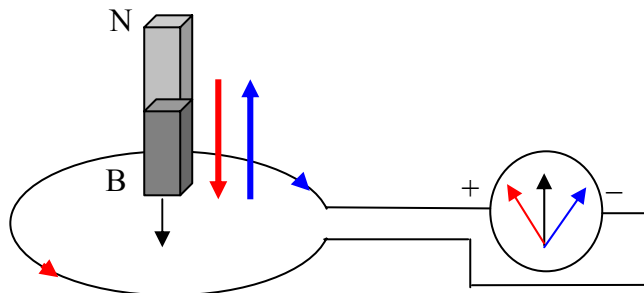
$$F_L = qg \cdot B \cdot \sin(q\vec{g}, \vec{B})$$



cuu duong than cong . com

CHƯƠNG V: CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

V.1. THÍ NGHIỆM FARADAY:



1. Thí nghiệm Faraday chứng tỏ:

- Đưa thanh nam châm vào trong ống dây thì kim điện kế bị lệch, chứng tỏ có dòng điện cảm ứng xuất hiện trong cuộn dây.
- Nếu rút thanh nam châm ra thì kim điện kế bị lệch theo chiều ngược lại, chứng tỏ dòng điện cảm ứng có chiều ngược lại.
- Di chuyển thanh nam châm càng nhanh thì kim điện kế lệch nhiều, chứng tỏ $I_{cư}$ lớn
- Thanh nam châm đứng yên kim điện kế chỉ 0, chứng tỏ $I_{cư} = 0$

2. Qua thí nghiệm trên ta kết luận:

- Sự biến đổi từ thông qua mạch kín là nguyên nhân phát sinh ra dòng điện cảm ứng chạy trong mạch.
- Dòng điện cảm ứng chỉ tồn tại trong thời gian từ thông gửi qua mạch biến đổi.
- Cường độ dòng điện cảm ứng tỷ lệ với tốc độ biến đổi của từ thông.
- Chiều của dòng điện cảm ứng chỉ phụ thuộc vào từ thông gửi qua mạch tăng hay giảm.

V.2. ĐỊNH LUẬT LENZ (Xác định chiều của dòng điện cảm ứng)

Dòng điện cảm ứng phải có chiều sao cho từ trường của nó sinh ra có tác dụng chống lại nguyên nhân phát sinh ra nó.

$$\phi \uparrow \rightarrow \vec{B}_{cu} \uparrow \downarrow \vec{B}$$

$$\phi \downarrow \rightarrow \vec{B}_{cu} \uparrow \uparrow \vec{B}$$

V.3. ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ (Xác định suất điện động cảm ứng: $\xi_{cư}$)

Suất điện động cảm ứng luôn luôn bằng về trị số nhưng trái dấu với tốc độ biến đổi của từ thông gửi qua mặt.

$$\xi_{cu} = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| \text{ với } d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

V.4. BÀI TẬP CƠ BẢN CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ:

• Dạng 1:

- Tính $d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{S})$

- Lập tỷ số: $\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \xi_{cu} = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right|$

• Dạng 2:

- Tính $d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{S})$

- Tính $\phi = \int_{(S)} d\phi = f(t)$

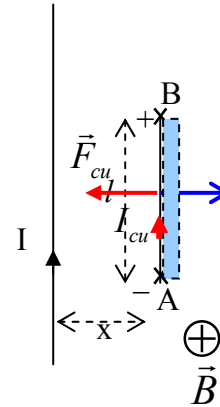
- Đạo hàm: $\frac{d(\phi)}{dt} \Rightarrow \xi_{cu} = \left| -\frac{d(\phi)}{dt} \right|$

1. Trong từ trường $\vec{B}$ của dây dẫn vô hạn

a/ Tính ξ_{cu} của thanh AB đặt song song dây, di chuyển vận tốc $\vec{g} \perp$ dây
 $d\phi = B.dS = B.l.dx$

$$\frac{d\phi}{dt} = B.l.\frac{dx}{dt} = B.l.g \Rightarrow \xi_{cu} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu.\mu_o.I}{2\pi.x}.l.g$$

$(I_{cu}, \vec{B}) \rightarrow \vec{F}_{cu} \uparrow \downarrow \vec{g}$



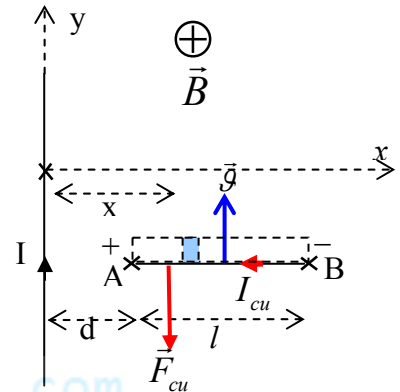
b/ ξ_{cu} của thanh AB đặt vuông góc dây, di chuyển vận tốc $\vec{g} \parallel$ dây,
 cách đầu gần nhất thanh một đoạn d

$$d\phi = B.dS = \frac{\mu.\mu_o.I}{2\pi x}(dx.dy) = \frac{\mu.\mu_o.I.dy}{2\pi} \int_d^{d+l} \frac{dx}{x}$$

$$d\phi = \frac{\mu.\mu_o.I.dy}{2\pi} \cdot \ln \frac{d+l}{d}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu.\mu_o.I}{2\pi} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \ln \frac{d+l}{d}$$

$$\xi_{cu} = \frac{\mu.\mu_o.I.g}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d}$$



c/ Khung dây chữ nhật (ab) cách đoạn d, di chuyển $\vec{g} \perp$ dây

$$d\phi = B.dS = \frac{\mu.\mu_o.I}{2\pi x}.b.dx$$

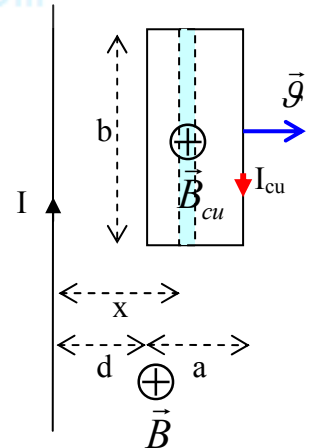
$$\phi = \int d\phi = \frac{\mu.\mu_o.I.b}{2\pi} \cdot \int_d^{d+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu.\mu_o.I.l}{2\pi x} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right)$$

$$\phi(t) = \frac{\mu.\mu_o.I.b}{2\pi} \cdot [\ln(gt+a) - \ln(gt)] \quad (\text{vì } d = gt)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{cu} = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \left| \frac{\mu.\mu_o.I.b}{2\pi} \left[\frac{g}{gt+a} - \frac{g}{gt} \right] \right|$$

$$= \left| \frac{\mu.\mu_o.I.b.g}{2\pi} \left[\frac{1}{d+a} - \frac{1}{d} \right] \right|$$

$$\xi_{cu} = \frac{\mu.\mu_o.I.b.g}{2\pi} \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a} \right]$$



d/ Giống ví dụ c, nhưng dòng điện I thay đổi theo:

$I = I_o.e^{-\alpha.t}$ (I_o, α là hằng số), khung đứng yên

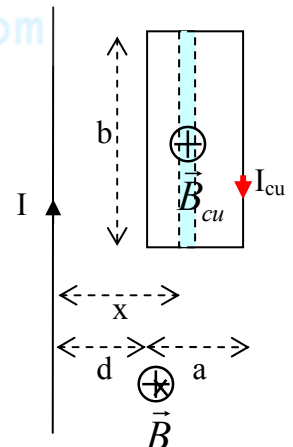
$$\phi(t) = \frac{\mu.\mu_o.b}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) \cdot I_o.e^{-\alpha.t}$$

$$\Rightarrow \xi_{cu} = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \left| \frac{\mu.\mu_o.b}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) \cdot I_o(-\alpha)e^{-\alpha.t} \right|$$

$$\xi_{cu} = \frac{\mu.\mu_o.I.b.\alpha}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right)$$

$$t \uparrow \rightarrow I \downarrow \Rightarrow \phi \downarrow$$

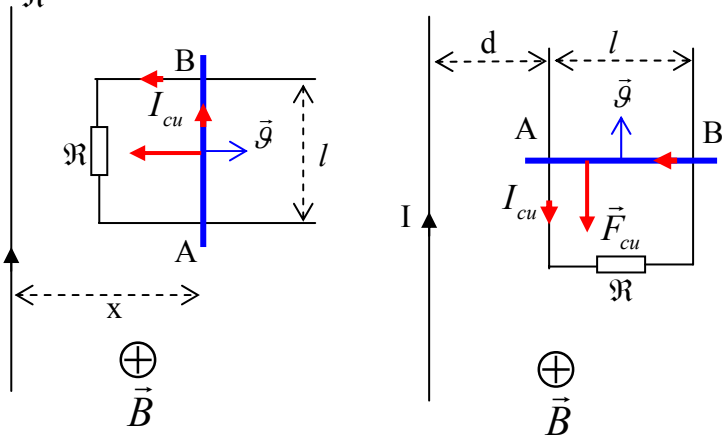
$$\Rightarrow \vec{B}_{cu} \uparrow \uparrow \vec{B}$$



Chú ý: Bài toán cho mạch kín thì $I_{cu} = \frac{\xi_{cu}}{\mathfrak{R}}$ ($\mathfrak{R}$: là điện trở toàn mạch)

a/. $I_{cu} = \frac{\xi_{cu}}{\mathfrak{R}} = \frac{B.l.\mathfrak{g}}{\mathfrak{R}} = \frac{\mu.\mu_o.I.l.\mathfrak{g}}{2\pi.x.\mathfrak{R}}$

b/. $I_{cu} = \frac{\xi_{cu}}{\mathfrak{R}} = \frac{\mu.\mu_o.I.\mathfrak{g}}{2\pi.\mathfrak{R}} \ln\left(\frac{d+l}{d}\right)$



2. Trong từ trường $\vec{B}$ đều:

a/ Thanh AB di chuyển tịnh tiến với $\vec{g}$:

$$d\phi = B.dS = B.l.dx$$

$$\xi_{cu} = \frac{d\phi}{dt} = B.l.\frac{dx}{dt} = B.l.\mathfrak{g}$$

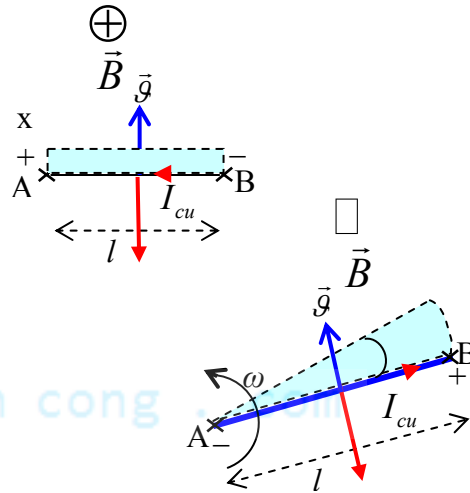
$$\xi_{cu} = B.l.\mathfrak{g}$$

b/ Thanh AB quay quanh đầu A với vận tốc ω

$$d\phi = B.dS = B.\int_0^l r.dr.d\phi = B.\frac{l^2}{2}.d\phi$$

$$\xi_{cu} = \frac{d\phi}{dt} = B.\frac{l^2}{2}.\frac{d\phi}{dt}$$

$$\xi_{cu} = B.\frac{l^2}{2}\omega$$



V.5. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM:

1. Thí nghiệm hiện tượng tự cảm:

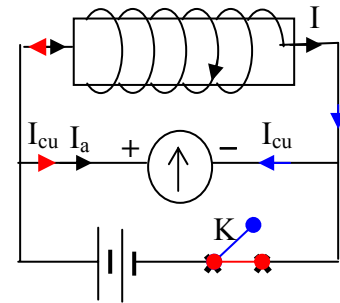
Mở K: cuộn dây: $I \rightarrow 0$, G: kim vượt quá 0 rồi trở về 0

Đóng K: cuộn dây: $I: 0 \rightarrow I$, G: kim vượt quá a rồi trở về a

Giải thích:

*Mở K: $\phi \downarrow \rightarrow \vec{B}_{cu} \uparrow \uparrow \vec{B} \rightarrow I_{cu}$ cùng chiều I đi vào – của G: kim lệch quá 0

*Đóng K: $\phi \uparrow \rightarrow \vec{B}_{cu} \uparrow \downarrow \vec{B} \rightarrow I_{cu}$ ngược chiều I đi ngược trở lại vào đầu + của G: kim lệch quá a



2. Hệ số tự cảm của cuộn dây:

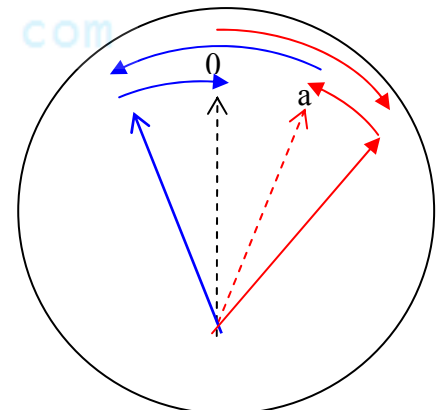
a/ Định nghĩa: $L = \frac{\phi}{I}$ (H)

Cho dòng điện I qua cuộn dây thì cuộn dây có từ thông là ϕ .

Tăng I thì ϕ tăng theo và ngược lại, nhưng tỷ số $\frac{\phi}{I}$ luôn là hằng số

và gọi là hệ số tự cảm.

b/ L của cuộn dây dài vô hạn: $L = \frac{\mu.\mu_o.n^2.S}{l}$ (H)



$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{B.n.S}{I} = \frac{\frac{\mu.\mu_o.n.I}{l}.n.S}{I} = \frac{\mu.\mu_o.n^2.S}{l}$$

3. Suất điện động tự cảm:

$$\xi_{tc} = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \left| -\frac{d(LI)}{dt} \right| = \left| -L \frac{dI}{dt} \right|$$

V.6 NĂNG LƯỢNG CỦA TỪ TRƯỜNG:

1. Năng lượng của từ trường của cuộn dây:

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \phi.I = \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \quad (\text{vì } L = \frac{\phi}{I})$$

$$\xi_{ng} + \xi_{tc} = \mathcal{R}.i$$

$$\xi_{ng} - L.\frac{di}{dt} = \mathcal{R}.i$$

$$\xi_{ng}.i.dt = \mathcal{R}.i.idt + L.\frac{di}{dt}.idt$$

$$dW_{ng} = dW_Q + dW_m$$

$$\Rightarrow W_m = \int_0^I dW_m = \int_0^I Li.di = \frac{1}{2} LI^2$$

Năng lượng của nguồn cung cấp trong khoảng dt , 1 phần tỏa nhiệt ($\mathcal{R}^2.dt$) và 1 phần tạo nên từ trường ($dW_m = Li.di$).

2. Mật độ năng lượng từ trường:

$$\omega_m = \frac{dW_m}{dV}$$

Năng lượng từ trường được phân bố trong không gian có từ trường và mật độ năng lượng từ trường tại 1 điểm được xác định:

$$\omega_m = \frac{1}{2} B.H = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu.\mu_o} = \frac{1}{2} \mu.\mu_o.H^2$$

Chứng minh: Cuộn dây thẳng n vòng dài vô hạn

$$\omega_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\frac{1}{2} LI^2}{S.l} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\mu.\mu_o.n^2.S}{l} I^2}{S.l} = \frac{1}{2} \mu.\mu_o.n_o I.n_o I$$

$$\Leftrightarrow \omega_m = \frac{1}{2} BH$$

CHƯƠNG VI: TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Dòng điện sinh ra từ trường và từ trường biến đổi theo thời gian sinh ra dòng điện. Vậy giữa dòng điện và từ trường có mối liên hệ tương hỗ, và thực nghiệm đã chứng minh không chỉ dòng điện và từ trường mà cả điện trường và từ trường cũng có mối quan hệ này.

Từ những nghiên cứu thực nghiệm, Maxwell đúc kết thành 2 luận điểm gọi là luận điểm thứ I và luận điểm thứ II làm nền tảng cho lý thuyết trường điện từ: thể thống nhất bao gồm cả điện trường và từ trường.

VI.1. LUẬN ĐIỂM THỨ I CỦA MAXWELL:

1/ Phát biểu: Bất kỳ 1 từ trường nào biến thiên theo thời gian cũng phát sinh ra 1 điện trường xoáy

2/ Phương trình Maxwell-Faraday: dạng tích phân và vi phân;

Công do lực điện trường xoáy thực hiện khi di chuyển 1 điện tích điện dương trên một đường cong kín chính là suất điện động cảm ứng

$$\xi_{cu} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S})$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S})$$

$$\Rightarrow \int_{(S)} \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_{(S)} (\vec{B} \cdot d\vec{S})$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

cuu duong than cong . com

VI.2. LUẬN ĐIỂM THỨ II CỦA MAXWELL:

1/ Phát biểu: Bất kỳ 1 điện trường nào biến thiên theo thời gian cũng sinh ra từ trường.

2/ Khái niệm về dòng điện dịch I_d .

Dòng điện dịch là dòng điện tương đương với điện trường biến đổi theo thời gian về phương diện sinh ra từ trường.

Dòng điện dịch có cùng chiều và độ lớn với dòng điện dẫn.

$$j_d = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Độ lớn: } j_d = \frac{\partial D}{\partial t}$$

cuu duong than cong . com

Mà $D=D(x,y,z,t)$, theo Maxwell chỉ có thành phần biến thiên theo thời gian mới sinh ra từ trường.

$$\Rightarrow \vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{mà } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e$$

$$\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}_e}{\partial t}$$

$\epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$: Mật độ dòng điện dịch trong chân không.

$\frac{\partial \vec{P}_e}{\partial t}$: Mật độ dòng điện phân cực.

3/ Dòng điện toàn phần I_{tp} gồm dòng điện dẫn I và dòng điện dịch I_d .

Mật độ dòng điện toàn phần: $\vec{j}_{tp} = \vec{j} + \vec{j}_d$

4/ Phương trình Maxwell-Ampere:

Với khái niệm về dòng điện dịch ta có từ trường không chỉ do dòng điện dẫn sinh ra mà còn do dòng điện dịch sinh ra, nghĩa là ta có mật độ dòng điện toàn phần:

a) Dạng tích phân:

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{(S)} (\vec{j} + \vec{j}_d) \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

b) Dạng vi phân:

$$\int_{(S)} \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \Rightarrow \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

VI.3 TRƯỜNG ĐIỆN TỪ VÀ HỆ THỐNG PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL:

1/ Trường điện từ:

Điện trường và từ trường tồn tại trong không gian tạo thành 1 trường thống nhất gọi là trường điện từ.

Mật độ năng lượng của trường điện từ được xác định:

$$\omega = \omega_E + \omega_m = \frac{1}{2} ED + \frac{1}{2} BH$$

→ Năng lượng trường điện từ:

$$W = \int_{(V)} \omega \cdot dV = \frac{1}{2} \int_{(V)} (ED + BH) \cdot dV$$

2/ Hệ phương trình Maxwell:

- Định lý Gauss đối với điện trường:

$$\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q = \int_V \rho \cdot dV \quad \text{div } \vec{D} = \rho \quad \text{Điện trường tĩnh là trường có nguồn}$$

- Định lý Gauss cho từ trường:

$$\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{Từ trường là trường xoáy}$$

- Pt Maxwell-Faraday:

$$\oint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Hiện tượng cảm ứng điện từ}$$

- Pt Maxwell-Ampère:

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = - \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Tồn tại dòng điện dịch}$$

3/ Các phương trình liên hệ các đại lượng đặc trưng cho tính chất môi trường:

- Môi trường điện môi: $\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$
- Môi trường dẫn điện: $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$
- Môi trường từ hóa: $\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$

- Pt Maxwell đối với trường tĩnh điện:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z); \quad \vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \vec{D}(x, y, z); \quad \vec{H} = 0$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

$$\text{rot} \vec{E} = 0 \quad (\text{Trường thế})$$

- Pt Maxwell đối với từ trường không đổi:

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y, z); \quad \vec{E} = 0$$

$$\vec{H} = \vec{H}(x, y, z); \quad \vec{D} = 0$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{Định lý Ampère})$$

- Pt Maxwell đối với sóng điện từ:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t); \quad \vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t); \quad \rho = 0$$

$$\vec{D} = \vec{D}(x, y, z, t); \quad \vec{H} = \vec{H}(x, y, z, t); \quad \vec{j} = 0$$

$$\text{div} \vec{D} = 0$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- Maxwell giải ra:

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot \mu \cdot \mu_o \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{B} = \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot \mu \cdot \mu_o \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Tóan tử Laplace:
$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

* Trong Vật lý:
$$\Delta y = \frac{1}{c^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (\text{pt sóng})$$

Phương trình có vô số nghiệm tùy thuộc điều kiện đầu:

Nghiệm đặc biệt:
$$y = y_o \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\Delta y = k \frac{\partial y}{\partial t} \quad (\text{pt khuếch tán, pt truyền nhiệt})$$

→ Trường điện từ lan truyền được trong không gian dưới dạng sóng với vận tốc:

$$g = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot \mu \cdot \mu_o}}$$

→ Trong chân không:
$$g = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \cdot \mu_o}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

→ Trong môi trường:
$$g = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{n}$$

Vậy chiết suất môi trường:
$$n = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$$