

Trường điện từ

- Chương 1 : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- Chương 2 : Trường điện tĩnh (TĐT)

© TS. Lương Hữu Tuấn

1

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
7. Phương pháp tính TĐT

© TS. Lương Hữu Tuấn

2

cuu duong than cong . com

1. Khái niệm chung

■ Định nghĩa TĐT tĩnh : $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \vec{J} = 0$

■ Mô hình toán :

$$(A) \begin{cases} \text{rot} \vec{E} = 0, E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \text{div} \vec{D} = \rho, D_{1n} - D_{2n} = \sigma \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} \text{rot} \vec{H} = 0, H_{1t} - H_{2t} = 0 \\ \text{div} \vec{B} = 0, B_{1n} - B_{2n} = 0 \end{cases}$$

TĐ tĩnh (A) : $\vec{E} \neq 0, \vec{H} = 0$

TT tĩnh (B) : $\vec{E} = 0, \vec{H} \neq 0$

$$\Rightarrow \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = 0 \quad \text{trong TĐT tĩnh}$$

Không có sự lan truyền năng lượng điện từ

3

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung

2. Tính chất thế của trường điện tĩnh

2.1. Công của lực điện tĩnh

2.2. Thế vô hướng

2.3. Ví dụ

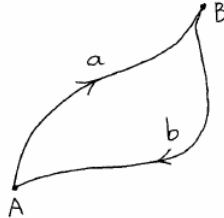
cuu duong than cong . com

4

2.1. Công của lực điện tĩnh

Công tụm lên đđích đđiểm trên đđường cong kín luôn bằng 0

$$\oint_C \vec{F} d\vec{l} = \oint_C q\vec{E} d\vec{l} = \dots = 0$$



$$\dots \int_{AaB} \vec{F} d\vec{l} = \int_{AbB} \vec{F} d\vec{l}$$

Công chỉ phụ thuộc đđiểm đđầu & đđiểm cuối mà không phụ thuộc đđường đi

Kết luận : TĐ tĩnh là một trường thế

5

cuu duong than cong . com

2.2. Thế vô hướng

Định nghĩa : $\dots \vec{E} = -grad \varphi$

$$d\varphi = \dots = grad \varphi \cdot d\vec{l} = -\vec{E} d\vec{l}$$

$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{l} + C$$

Qui ước :

• hệ hữu hạn $\varphi_{\infty} = 0$

• hệ kỹ thuật $\varphi_{đất} = 0$

Hiệu thế điện :

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

$$\text{Hệ hữu hạn : } \varphi_A = \int_A^{\infty} \vec{E} d\vec{l}$$

6

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

2.3. Ví dụ

■ một điện tích điểm: $C: \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{i}_r \Rightarrow \dots \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$

■ hệ điện tích điểm:

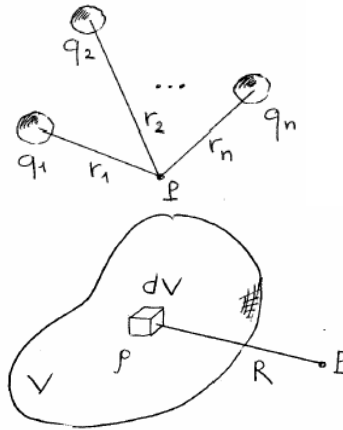
$$\varphi = \sum_k \frac{q_k}{4\pi\epsilon r_k}$$

■ hệ điện tích phân bố:

$$\varphi = \int_V \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon R}$$

Tổng quát: $\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R}$

R: khoảng cách từ dq đến P



7

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
 - 3.1. Thiết lập phương trình
 - 3.2. Điều kiện biên đối với φ

cuu duong than cong . com

8

3.1. Thiết lập phương trình

- môi trường có $\epsilon = \text{const}$:

$$\rho = \text{div} \vec{D} \quad (III)$$

$$\rho = -\text{div}(\epsilon \text{grad} \varphi) \quad (\text{ptlh \& đn thế})$$

$$\rho = -\epsilon \cdot \text{div}(\text{grad} \varphi) = -\epsilon \cdot \Delta \varphi \quad (\text{gtvt})$$

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon \quad (\text{Poisson})$$

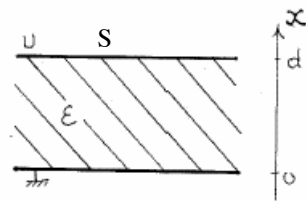
- môi trường không có điện tích tự do

$$\Delta \varphi = 0 \quad (\text{Laplace})$$

9

cuu duong than cong . com

■ Ví dụ



$$\epsilon = \text{const}$$

$$\vec{E} ? \varphi(x) ? C ?$$

Dùng htd D như hình vẽ

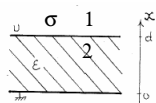
$$\text{Do đối xứng : } \vec{D} = D(x) \vec{i}_x$$

$$\text{Do } 0 = \text{div} \vec{D} = \frac{dD}{dx} \Rightarrow D = \text{const}$$

$$\text{mà } U = \int_d^0 E dx = \int_d^0 \frac{D}{\epsilon} dx = -\frac{D}{\epsilon} d \Rightarrow D = -\epsilon \frac{U}{d}$$

$$\vec{E} = \frac{D}{\epsilon} \vec{i}_x$$

$$\varphi(x) = \int_x^0 E dx = -\frac{D}{\epsilon} x$$



$$\sigma = \vec{n}(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \vec{i}_x(0 - D \vec{i}_x) = -D \Rightarrow C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U}$$

10

Ôn tập

■ tĩnh :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \vec{J} = 0$$

■ thế vô hướng:

$$\text{rot} \vec{E} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{E} = -\text{grad} \varphi \\ \varphi_A = \int_A^{\text{gt}} \vec{E} d\vec{l} \\ \varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R} \end{cases}$$

■ tính TĐt :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \Rightarrow \Delta \varphi = -\rho/\epsilon \quad (\text{đồng nhất})$$

11

cuu duong than cong . com

3.2. Điều kiện biên đối với φ

$$\dots \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -E_n, \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = -E_t$$

■ Điều kiện liên tục của φ :

$$\dots \quad \varphi_1 = \varphi_2$$

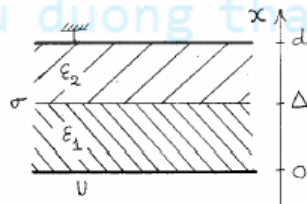
■ Điều kiện biên đối với $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$:

$$\dots \quad -\epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma$$

■ Điều kiện biên đối với $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$:

$$\dots \quad -\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = 0$$

■ Ví dụ :



$$\begin{cases} \varphi_1(0) = U \\ \varphi_2(d) = 0 \\ \varphi_1(\Delta) = \varphi_2(\Delta) \\ \epsilon_1 \frac{d\varphi_1}{dx} \Big|_{\Delta} - \epsilon_2 \frac{d\varphi_2}{dx} \Big|_{\Delta} = \sigma \end{cases}$$

12

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
 - 4.1. Vật dẫn
 - 4.1.1. Tính chất
 - 4.1.2. Màn điện
 - 4.1.3. Tụ điện
 - 4.2. Điện môi
 - 4.3. Hệ thống vật dẫn

© TS. Lương Hữu Tuấn

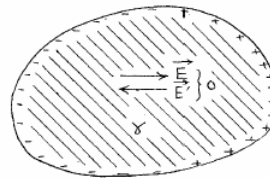
13

cuu duong than cong . com

4.1.1. Tính chất

- Trường điện trong vật dẫn

$$\dots \quad \boxed{\vec{E} = 0} \quad \text{btrong VD} \quad \Rightarrow$$



- Mật độ điện tích tự do trong vật dẫn

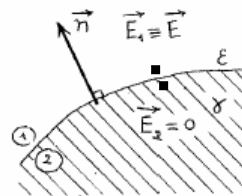
$$\rho = \dots = 0 \quad \text{btrong VD}$$

- Thế điện trong vật dẫn

$$\dots \quad \varphi = \text{const} \quad \text{btrong VD}$$

- Trường điện trên mặt vật dẫn

$$\dots \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{n} \quad \text{trên mặt VD}$$

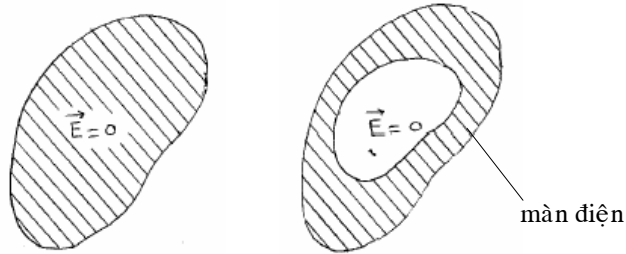


14

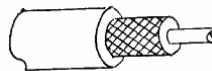
© TS. Lương Hữu Tuấn

4.1.2. Màn điện

© TS. Lương Hữu Tuấn



- Màn điện được dùng để chắn nhiễu của trường ngoài
- Trong thực tế màn điện được thay bằng lưới kim loại



15

cuu duong than cong . com

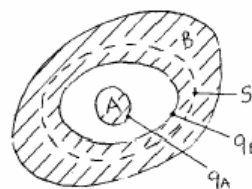
4.1.3. Tụ điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

- Cảm ứng điện toàn phần

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (\text{Gauss điện})$$

$$\Rightarrow q_A + q_B = 0 \quad (tc1 \& tc2)$$



- Tụ điện

- Điện dung

$$C = \left| \frac{q}{U} \right| \quad q = q_A = -q_B, U = \varphi_A - \varphi_B$$

$$\text{Hệ cô lập : } C = \frac{q}{\varphi}$$

16

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐt
 - 4.1. Vật dẫn
 - 4.2. Điện môi
 - 4.3. Phân bố điện tích và thế điện của HTVD

© TS. Lương Hữu Tuấn

17

cuu duong than cong . com

4.2. Điện môi trong TĐt

■ Điện tích liên kết

$$\rho = \text{div}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \quad \rho + \rho_{lk} = \text{div}(\epsilon_0 \vec{E})$$

$$\begin{aligned}\rho_{lk} &= -\text{div} \vec{P} \\ \sigma_{lk} &= -P_{1n} + P_{2n}\end{aligned}$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Ví dụ

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\sigma}{r} dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho + \rho_{lk}}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma + \sigma_{lk}}{r} dS$$

18

Ôn tập

■ mô hình thế :

$$\Delta\varphi = -\rho/\varepsilon$$

$$\varphi_1 = \varphi_2, -\varepsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma, \frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau}$$

■ vật dẫn :

$$\vec{E} = 0, \rho = 0, \varphi = const, \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{n}$$

$$C = |q/U|$$

■ điện môi :

$$\rho_{lk} = -div\vec{P}$$

$$\sigma_{lk} = -P_{1n} + P_{2n}$$

19

cuu duong than cong . com

4.3. Phân bố đ.tích & thế điện của htvđ (tự đọc)

trạng thái 1 : $q_1, \dots, q_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n$

trạng thái 2 : $q'_1, \dots, q'_n, \varphi'_1, \dots, \varphi'_n$

$$\blacksquare \text{ Định lý tương hỗ : } q'_1\varphi_1 + \dots + q'_n\varphi_n = q_1\varphi'_1 + \dots + q_n\varphi'_n$$

$$\blacksquare \text{ Hệ số thế : } \varphi_k = B_{k1}q_1 + \dots + B_{kn}q_n$$

$$\blacksquare \text{ Hệ số điện dung : } q_k = A_{k1}\varphi_1 + \dots + A_{kn}\varphi_n$$

$$\blacksquare \text{ Điện dung bộ phận : } q_k = C_{k1}u_{k1} + \dots + C_{kk}u_{k0} + \dots + C_{kn}u_{kn}$$

20

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐt
5. Năng lượng trường điện

5.1. theo vơ độ TĐ & vơ c. ứng điện

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{E} \vec{D} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV$$

5.2. theo thế điện & mật độ điện tích

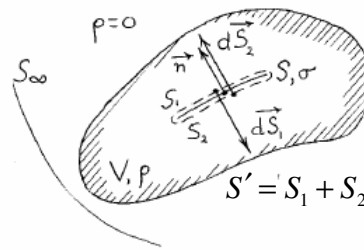
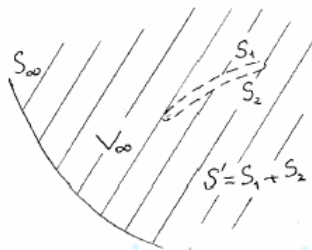
5.3. của hệ thống vật dẫn

21

cuu duong than cong . com

5.2. tính theo thế điện & mật độ điện tích

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{E} \vec{D} dV = -\frac{1}{2} \int_{V_\infty} \text{grad } \phi \cdot \vec{D} dV$$



$$\dots W_e = -\frac{1}{2} \oint_{S_\infty + S'} \phi \vec{D} d\vec{S} + \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \rho \phi dV \quad (\text{Divergence \& III})$$

$$\dots \oint_{S_\infty} \phi \vec{D} d\vec{S} = 0$$

$$\dots \oint_{S'} \phi \vec{D} d\vec{S} = - \int_S \phi \sigma dS$$

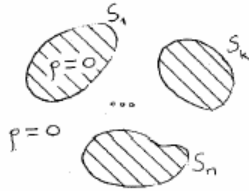
$$\dots W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS$$

22

cuu duong than cong . com

5.3. của hệ thống vật dẫn

- Hệ n vật dẫn : $\rho = 0$



$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS = \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS$$

$$\dots \quad W_e = \frac{1}{2} \phi_1 q_1 + \dots + \frac{1}{2} \phi_n q_n$$

- n = 1 : $q = C\phi \Rightarrow W_e = \frac{1}{2} \phi q = \frac{1}{2} C\phi^2 = \frac{1}{2C} q^2$

- n = 2 (cảm ứng điện toàn phần) : tụ

$$\dots \quad W_e = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$

23

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐT
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
 - 6.1. Lực Coulomb
 - 6.2. tính theo biểu thức năng lượng

24

cuu duong than cong . com

6.1. Lực Coulomb

- điện tích điểm

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- điện tích phân bố

$$\vec{F} = \int \vec{E}dq$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

25

cuu duong than cong . com

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (1)

- Hệ n vật dẫn
- Phương pháp dịch chuyển ảo

Công do nguồn cung cấp : $dA_{ng} = \sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k$

Đl. bảo toàn & ch.hóa năng lượng : ... $dA_{ng} = dA_{me} + dW_e$

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e \quad (\text{pt cân bằng động})$$

F : lực suy rộng (lực, momen, áp suất, ...)
X : tọa độ suy rộng (cdài, góc, thể tích, ...)

© TS. Lương Hữu Tuấn

26

Ôn tập

■ năng lượng :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \phi dS = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \phi_k q_k$$

■ lực:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\sum_{k=1}^n \phi_k dq_k = FdX + dW_e \quad (\text{htvd, dịch chuyển ảo})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

27

cuu duong than cong . com

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (2)

$$\sum_{k=1}^n \phi_k dq_k = FdX + dW_e$$

■ Các trường hợp đặc biệt :

- Quá trình đẳng thế ... $FdX = dW_e = \frac{1}{2} dA_{ng}$ (ptcbđ)

$$F = \left(\frac{\partial W_e}{\partial X} \right)_{\phi = \text{const}}$$

Nhận xét :

- Quá trình đẳng tích ... $FdX = -dW_e$ (ptcbđ)

$$F = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial X} \right)_{q = \text{const}}$$

Nhận xét :

- Nhận xét chung

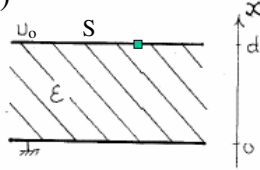
© TS. Lương Hữu Tuấn

28

cuu duong than cong . com

6.2. Lực tính theo biểu thức năng lượng (3)

■ Ví dụ (3.54)



1. đẳng thế (ϵ_0)

dịch chuyển ảo : $W_e = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{x} U_0^2$

$$F_1 = \left. \frac{dW_e}{dx} \right|_{x=d} = - \frac{\epsilon_0 S U_0^2}{2d^2}$$

2. đẳng tích (ϵ)

dịch chuyển ảo : $q = C_0 U_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} U_0$

$$W_e = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{x}{2\epsilon S} \epsilon_0^2 \frac{S^2}{d^2} U_0^2$$

$$F_2 = - \left. \frac{dW_e}{dx} \right|_{x=d} = - \frac{\epsilon_0^2 S U_0^2}{2\epsilon d^2}$$

29

cuu duong than cong . com

Chương 2 : Trường điện tĩnh

3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB

4. Vật liệu trong TĐT

5. Năng lượng trường điện

6. Lực điện

7. Phương pháp tính TĐT

7.1. Tổng quan

7.2. Phương pháp xếp chồng

7.3. Phương pháp dùng định luật Gauss về điện

7.4. Phương pháp ảnh điện

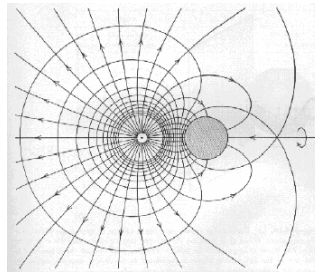
7.5. Phương pháp giải trực tiếp phương trình thế

30

cuu duong than cong . com

7.1. Tổng quan

- phương pháp xếp chồng
- phương pháp dùng định luật Gauss về điện
- phương pháp ảnh điện
- phương pháp giải trực tiếp phương trình Poisson
- phương pháp biến hình bảo giác
- phương pháp lưới đường sức điện - mặt đẳng thế
- phương pháp số

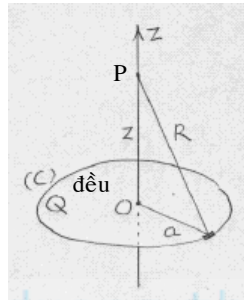


31

cuu duong than cong . com

7.2. Phương pháp xếp chồng (1)

- ví dụ 1



$P: \varphi? \vec{E}?$

cuu duong than cong . com

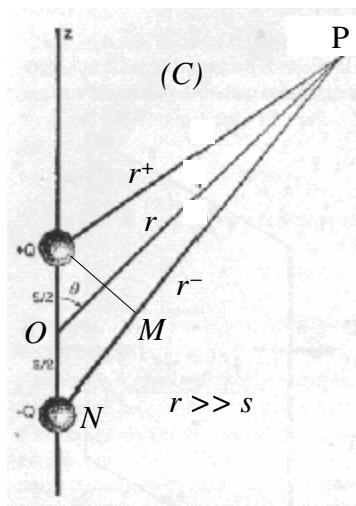
$$\varphi(P) = \oint_C \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon R} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon R} \cdot 2\pi a = \frac{Q}{4\pi\epsilon \sqrt{a^2 + z^2}}$$

$$\text{Do đối xứng : } \vec{E} = E\vec{i}_z = -\frac{d\varphi}{dz}\vec{i}_z = \frac{Qz}{4\pi\epsilon \sqrt{(a^2 + z^2)^3}}\vec{i}_z$$

32

7.2. Phương pháp xếp chồng (2)

■ ví dụ 2

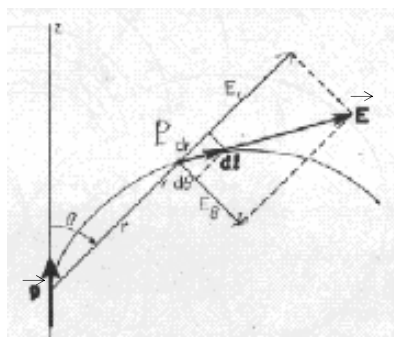


$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^+} + \frac{-Q}{4\pi\epsilon r^-} \approx \frac{Q(r^- - r^+)}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$r^- - r^+ \approx MN \approx s \cos \theta$$

$$\varphi = \frac{Qs \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2}$$

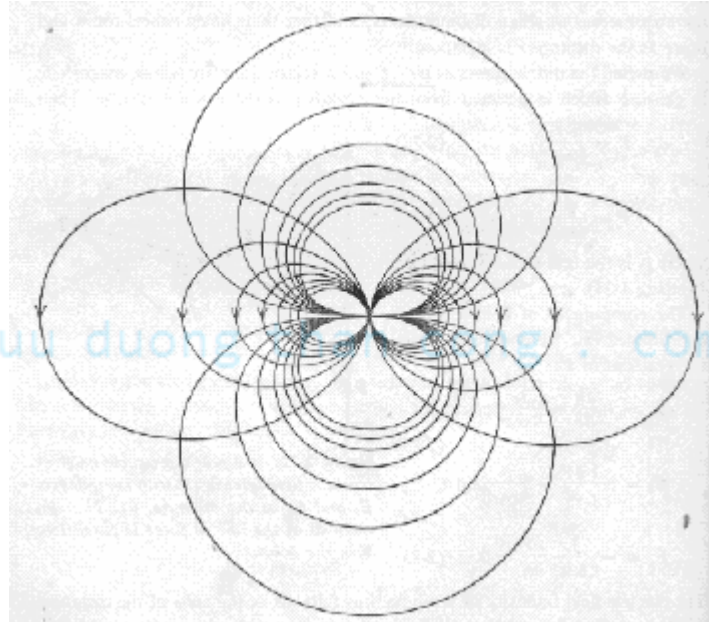
$$\dots \vec{E} = \frac{Qs}{4\pi\epsilon r^3} (2 \cos \theta \vec{i}_r + \sin \theta \vec{i}_\theta)$$



33

cuu duong than cong . com

7.2. Phương pháp xếp chồng (3)



34

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

7.3. Phương pháp dùng đ. luật Gauss về điện

- Tổng quan
- Ví dụ về đối xứng cầu
- Ví dụ về đối xứng trụ

© TS. Lương Hữu Tuấn

35

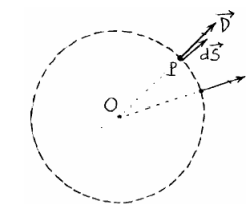
cuu duong than cong . com

■ Tổng quan

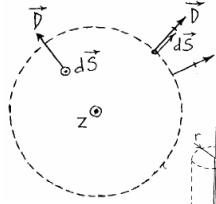
$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q^*$$

- Phạm vi sử dụng : đối xứng cầu, trụ hoặc phẳng

© TS. Lương Hữu Tuấn

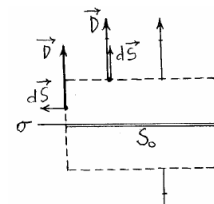


$$S : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = \text{const}$$



$$S_t : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = \text{const}$$

$$S_d : \vec{D} \perp d\vec{S}$$



$$S_b : \vec{D} \perp d\vec{S}$$

$$S_d : \vec{D} \parallel d\vec{S}, D = \text{const}$$

- Kết quả :

- đối xứng cầu
- đối xứng trụ
- đối xứng phẳng

$$D.S = q^*$$

$$D.S_t = q^*$$

$$D.S_d = q^*$$

$$S = 4\pi r^2$$

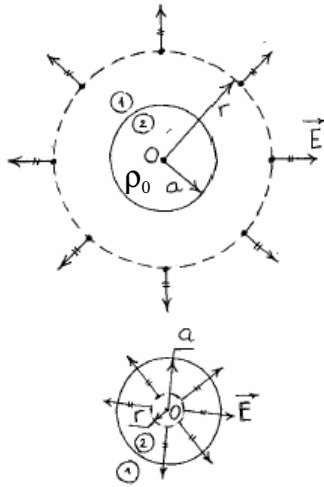
$$S_t = 2\pi r.L$$

$$S_d = S_{d1} + S_{d2} = 2S_0$$

36

■ Ví dụ về đối xứng cầu

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$\rho_0 = \text{const}, \varphi?$$

$$C : \text{do đối xứng } \vec{E} = E(r) \cdot \vec{i}_r$$

$$D.S = q^* (\text{đối xứng cầu})$$

- miền ngoài ($r > a$) :

$$\epsilon E_1 4\pi r^2 = \rho_0 \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon r^2} \vec{i}_r$$

$$\varphi_1 = \int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = \int_r^\infty E_1 dr = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon r}$$

- miền trong ($r < a$) :

$$\epsilon E_2 4\pi r^2 = \rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon} \vec{i}_r$$

$$\varphi_2 = \int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = \int_r^a E_2 dr + \int_a^\infty E_1 dr$$

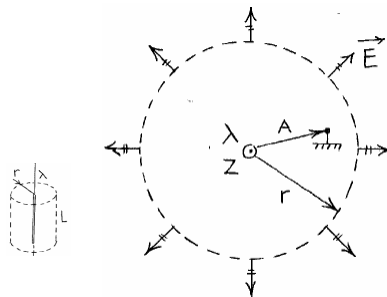
$$\varphi_2 = \frac{\rho_0 a^2}{2\epsilon} - \frac{\rho_0 r^2}{6\epsilon}$$

37

cuu duong than cong . com

■ Ví dụ về đối xứng trụ

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$T : \text{do đối xứng } \vec{E} = E(r) \cdot \vec{i}_r$$

$$D.S_t = q^* (\text{đối xứng trụ})$$

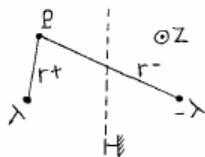
$$\epsilon E \cdot 2\pi r \cdot L = \lambda \cdot L$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} \vec{i}_r$$

- trục mang điện :

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{A}{r}$$

- 2 trục mang điện $\pm \lambda$ (gốc thế ở mặt trung trực) :



$$\dots \quad \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r^-}{r^+}$$

38

7.4. Phương pháp ảnh điện

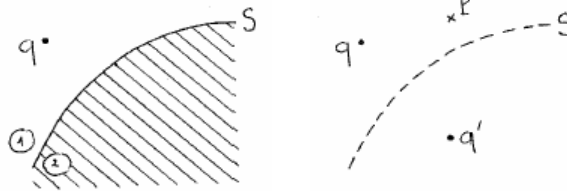
- Nguyên tắc
- Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn
- Phân cách cầu điện môi - vật dẫn
- Phân cách phẳng điện môi - điện môi

© TS. Lương Hữu Tuấn

39

cuu duong than cong . com

■ Nguyên tắc



- Loại trừ ảnh hưởng của điện tích cảm ứng, điện tích liên kết
- Nguyên tắc :

- Bước 1 : đồng nhất toàn bộ không gian
- Bước 2 : duy trì điều kiện biên

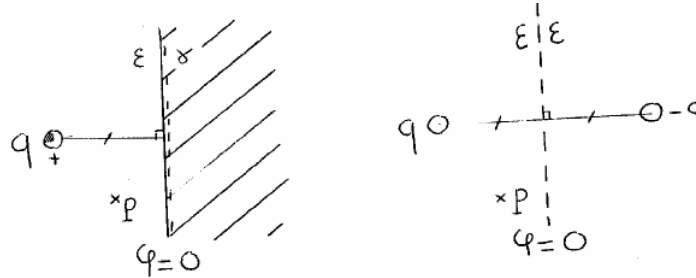
Định lý duy nhất nghiệm : nghiệm không thay đổi

© TS. Lương Hữu Tuấn

40

■ Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn (1)

© TS. Lương Hữu Tuấn

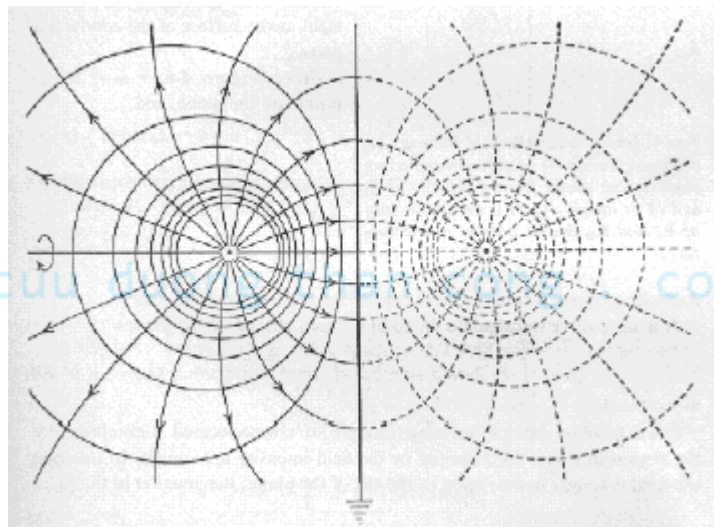


41

cuu duong than cong . com

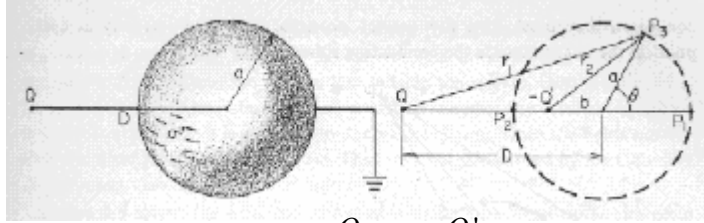
■ Phân cách phẳng điện môi - vật dẫn (2)

© TS. Lương Hữu Tuấn



42

■ Phân cách cầu điện môi - vật dẫn (1)



$$0 = \varphi(P_3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_1 r_1} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon_2 r_2}$$

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{D^2 + a^2 + 2Da \cos \theta}{b^2 + a^2 + 2ba \cos \theta}} \quad \forall \theta$$

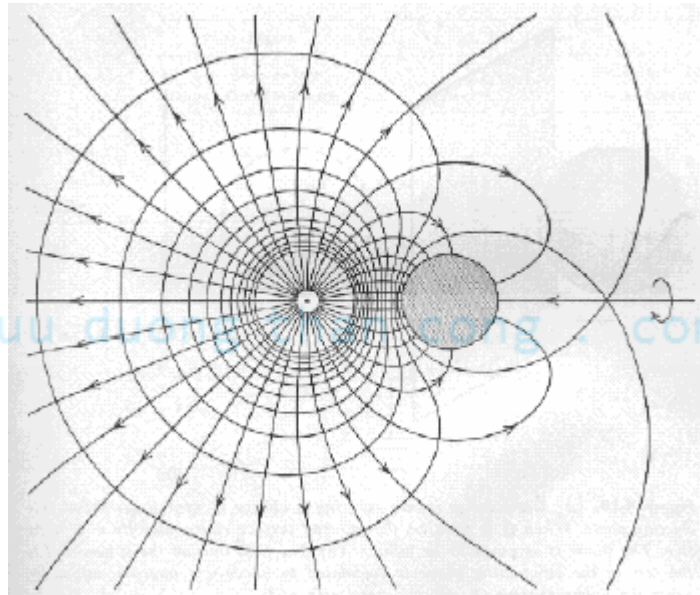
$$\frac{D^2 + a^2}{Da} = \frac{b^2 + a^2}{ba}$$

$$\dots \quad b = \frac{a^2}{D}, Q' = \frac{Qa}{D}$$

43

cuu duong than cong . com

■ Phân cách cầu điện môi - vật dẫn (2)



44

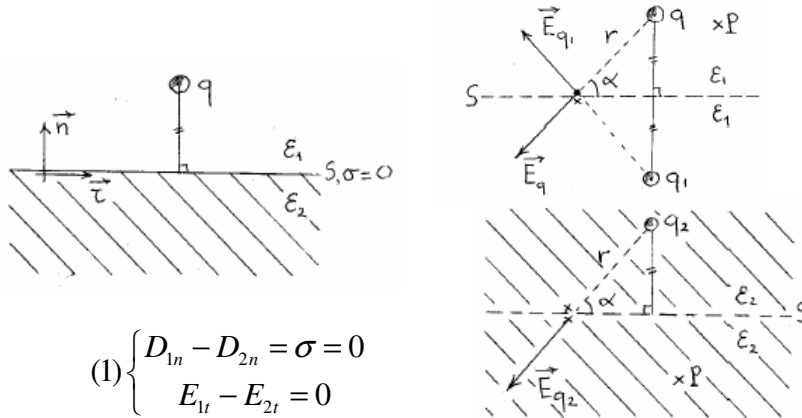
© TS. Lương Hữu Tuấn

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

■ Phân cách phẳng điện môi - điện môi (1)

© TS. Lương Hữu Tuấn



$$(1) \begin{cases} D_{1n} - D_{2n} = \sigma = 0 \\ E_{1t} - E_{2t} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{1n} = -\frac{q}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha + \frac{q_1}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha \\ E_{1t} = -\frac{q}{4\pi \epsilon_1 r^2} \cdot \cos \alpha - \frac{q_1}{4\pi \epsilon_1 r^2} \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} D_{2n} = -\frac{q_2}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha \\ E_{2t} = -\frac{q_2}{4\pi \epsilon_2 r^2} \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

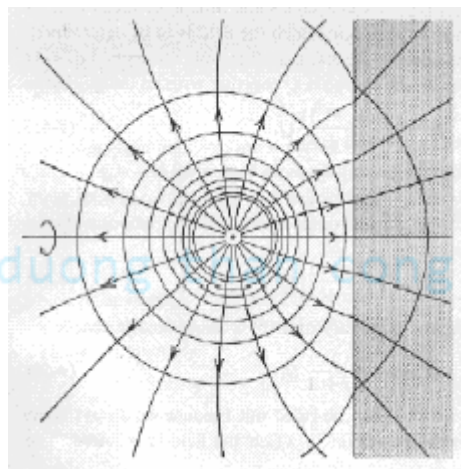
$$(1) \Rightarrow \dots \quad q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$$

45

cuu duong than cong . com

■ Phân cách phẳng điện môi - điện môi (2)

© TS. Lương Hữu Tuấn



cuu duong than cong . com

46

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (1)

- Thế là hàm một biến
- Thế là hàm đa biến : phương pháp phân ly biến số
 - Bước 1 : tách biến
 - Bước 2 : tách phương trình
 - Bước 3 : tính các thông số dựa vào ĐKB & t.chất b.toán

47

cuu duong than cong . com

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (2)

■ Tách biến :

$$\varphi = \varphi(r, \phi) = R(r) \cdot \Phi(\phi)$$

■ Tách phương trình :

$$0 = \Delta \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2}$$

Nhân cho $r^2/R\Phi$:

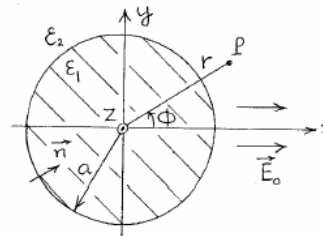
$$0 = \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2}$$

$$\begin{cases} \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) = n^2 \\ \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -n^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = M_0 r + \frac{N_0}{r} \\ \Phi = A \cos n\phi + B \sin n\phi \end{cases}$$

■ Tính chất của bài toán

$$\begin{cases} \varphi(r, \phi) = \varphi(r, -\phi) \\ \varphi(r, \pm \frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = (M_1 r + \frac{N_1}{r}) \cos \phi \\ \varphi_2 = (M_2 r + \frac{N_2}{r}) \cos \phi \end{cases}$$

48



cuu duong than cong . com

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (3)

© TS. Lương Hữu Tuấn

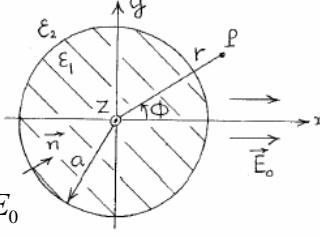
$$\begin{cases} \varphi_1 = (M_1 r + \frac{N_1}{r}) \cos \phi \\ \varphi_2 = (M_2 r + \frac{N_2}{r}) \cos \phi \end{cases}$$

■ Đkb $\begin{cases} \varphi_1(r \rightarrow 0) = 0 \\ \vec{E}_2(r \rightarrow \infty) = E_0 \vec{i}_x \end{cases} \Rightarrow \dots \begin{cases} N_1 = 0 \\ M_2 = -E_0 \end{cases}$

■ Kquả $\begin{cases} \varphi_1(a, \phi) = \varphi_2(a, \phi) \\ \epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \Big|_{r=a} = \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \Big|_{r=a} \end{cases} \Rightarrow \dots \begin{cases} M_1 = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 \\ N_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 a^2 \end{cases}$

■ Kquả $\begin{cases} \varphi_1 = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 r \cos \phi = -\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 x \\ \varphi_2 = (-1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 r \cos \phi \end{cases}$

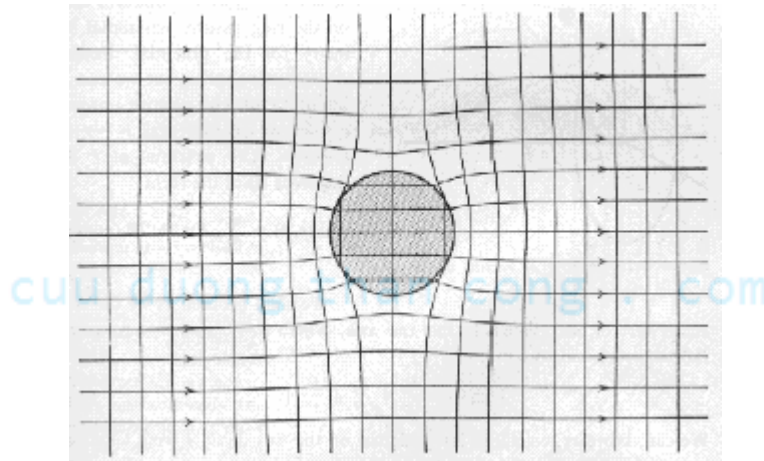
$\begin{cases} \vec{E}_1 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} E_0 \vec{i}_x \\ \vec{E}_2 = E_{2r} \vec{i}_r + E_{2\phi} \vec{i}_\phi \end{cases} \quad \begin{cases} E_{2r} = (1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 \cos \phi \\ E_{2\phi} = (-1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{a^2}{r^2}) E_0 \sin \phi \end{cases}$



49

7.5. Phương pháp giải trực tiếp ph trình thế (4)

© TS. Lương Hữu Tuấn



50

Tóm tắt chương 2

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm chung
2. Tính chất thế của trường điện tĩnh
3. Phương trình Poisson-Laplace & ĐKB
4. Vật liệu trong TĐ tĩnh
5. Năng lượng trường điện
6. Lực điện
7. Phương pháp tính TĐ tĩnh

51

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com