

Trường điện từ

© TS. Lương Hữu Tuấn

- **Chương 1** : Khái niệm & ph trình cơ bản của TĐT
- **Chương 2** : Trường điện tĩnh
- **Chương 3** : TĐT dừng

1

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ

2

cuu duong than cong . com

1. Khái niệm

- Định nghĩa : $\partial/\partial t = 0$
- TĐT của dòng điện không đổi

© TS. Lương Hữu Tuấn

TĐ dừng	TT dừng
$rot\vec{E} = 0$	$rot\vec{H} = \vec{J}$
$div\vec{D} = \rho$	$div\vec{B} = 0$
$E_{1t} - E_{2t} = 0$	$H_{1t} - H_{2t} = J_s$
$D_{1n} - D_{2n} = \sigma$	$B_{1n} - B_{2n} = 0$
$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$	$\vec{B} = \mu\vec{H}$
$div\vec{J} = 0$	
$J_{1n} - J_{2n} = 0$	
$\vec{J} = \gamma\vec{E}$	

3

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện từ dừng

2.1. Tính chất & định luật cơ bản của mạch

- Tính chất
- Định luật cơ bản của mạch

2.2. Sự tương tự giữa TĐd & TĐt

2.3. Điện trở cách điện

© TS. Lương Hữu Tuấn

4

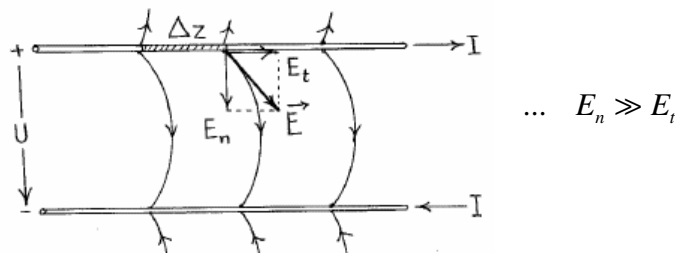
cuu duong than cong . com

■ Tính chất

- TĐd là một trường thế : $\text{rot}\vec{E} = 0 \quad \dots$
- Trường của nguồn ngoài

$$\dots \quad \vec{J} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_s)$$

- vật dẫn đồng nhất : $\dots \quad \rho = 0$
- vật dẫn gần như đẳng thế



5

Ôn tập

C2 : - pp ảnh điện

- + phân cách phẳng $\epsilon - \gamma$: đối xứng, $-q$
- + phân cách cầu $\epsilon - \gamma$: $b = a^2/D, Q' = Qa/D$
- + phân cách phẳng $\epsilon_1 - \epsilon_2$: $q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$

C3 : - tổng quan :

- + TĐT của dòng điện không đổi
- + TĐ dừng : $\text{div}\vec{J} = 0$

- TĐd :

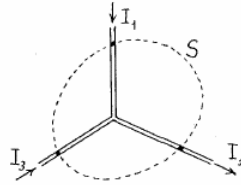
- + tính chất : thế, nguồn, $\rho \neq 0, \varphi \approx \text{const}$

6

■ Định luật cơ bản của mạch

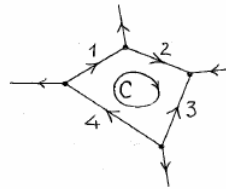
- Định luật Kirchhoff 1 :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{J} &= 0 & \oint_S \vec{J} d\vec{S} &= 0 \\ \sum_{k=1}^n I_k &= 0 \end{aligned}$$



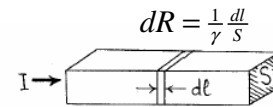
- Định luật Kirchhoff 2 :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= 0 & \oint_C \vec{E} d\vec{l} &= 0 \\ \sum_{k=1}^m U_k &= 0 \end{aligned}$$



- Định luật Ohm : $\vec{E} + \vec{E}_s = \frac{1}{\gamma} \vec{J}$

$$\dots U + E = RI$$



7

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện từ dừng

2.1. Tính chất & định luật cơ bản của mạch

2.2. Sự tương tự giữa TĐd & TĐt

2.3. Điện trở cách điện

cuu duong than cong . com

8

2.2. Sự tương tự giữa TĐ dừng & TĐ tĩnh

■ Miền không chứa điện tích

■ Tương tự về phương trình

TĐ tĩnh : $\text{rot} \vec{E} = 0, \vec{E} = -\text{grad} \varphi, q = \oint \vec{D} d\vec{S}, \vec{D} = \epsilon \vec{E}, \text{div} \vec{D} = 0 \dots$

TĐ dừng : $\text{rot} \vec{E} = 0, \vec{E} = -\text{grad} \varphi, I = \oint \vec{J} d\vec{S}, \vec{J} = \gamma \vec{E}, \text{div} \vec{J} = 0 \dots$

$$\begin{cases} \vec{E}, \varphi, q, \vec{D}, \epsilon, C, \dots \\ \vec{E}, \varphi, I, \vec{J}, \gamma, G, \dots \end{cases}$$

■ Nhận xét :

- dùng kết quả, phương pháp của TĐt cho TĐd
- dùng mô hình của TĐd cho TĐt

■ Ví dụ : $C = \frac{\epsilon S}{d} \Rightarrow G = \frac{\gamma S}{d} = \frac{1}{R}$
 $C/\epsilon = G/\gamma$

9

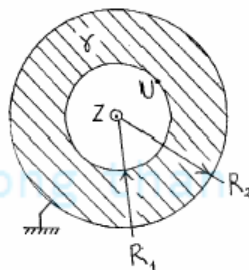
2.3. Điện trở cách điện

■ Thực tế : $\gamma \neq 0 \Rightarrow$ điện áp U sinh ra dòng rò I

■ Điện trở cách điện : $R_{cd} = U/I$

■ Điện dẫn rò : $G = 1/R_{cd}$

■ Ví dụ :



$R_{cd}?$

TĐt : $\vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon r L} \vec{i}_r$

$$\vec{E} = \frac{I}{2\pi\gamma r L} \vec{i}_r$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} d\vec{r} = \frac{I}{2\pi\gamma L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{cd} = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi\gamma L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

10

Ôn tập GHK

- Phần lý thuyết
- Phần bài tập : bỏ
 - phân bố q và φ của hệ thống vật dẫn
 - phương pháp phân ly biến số
- Khác ...

© TS. Lương Hữu Tuấn

11

cuu duong than cong . com

Phần lý thuyết (bắt buộc)

- C1 :
 - định luật cơ bản
 - dòng điện dịch
 - hệ phương trình Maxwell
 - định lý Poynting - năng lượng điện từ
 - mô hình toán
- C2 :
 - tính chất thế
 - phương trình Poisson - Laplace & 3 ĐKB
 - tính chất của vật dẫn trong TĐT
 - Năng lượng điện từ :
 - theo thế
 - của hệ thống vật dẫn
 - lực : theo biểu thức năng lượng

© TS. Lương Hữu Tuấn

12

cuu duong than cong . com

Khác ...

■ C1 :

- giải tích vectơ
- TĐT ? mô hình ?
- thông số chính :
+ $\vec{E}, \vec{B}; \vec{J}, \rho; \vec{D}, \vec{H}$
+ 3 phương trình liên hệ
- ĐKB : chiếu, $\vec{n}$

■ C2 :

- điện dung
- điện tích liên kết
- lực Coulomb

■ C3 : tương tự ($\epsilon \leftrightarrow \gamma, q \leftrightarrow I$)

13

cuu duong than cong . com

Công thức ...

$$d\vec{l} = h_1 du_1 \vec{i}_1 + \dots$$

$$d\vec{S}_1 = \pm h_2 h_3 du_2 du_3 \vec{i}_1, \dots$$

$$dV = h_1 h_2 h_3 du_1 du_2 du_3$$

$$\text{grad} \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \vec{i}_1 + \dots$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 A_1)}{\partial u_1} + \dots \right]$$

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{i}_1 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \dots \\ h_1 A_1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta \varphi = \text{div}(\text{grad} \varphi)$$

	h_1	h_2	h_3
D :	1	1	1
T :	1	r	1
C :	1	r	r sin θ

14

cuu duong than cong . com

Công thức ...

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_1 B_1 + \dots$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} d\vec{S}$$

$$\int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$$

$$\nabla(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\nabla \times \vec{A}) - \vec{A}(\nabla \times \vec{B})$$

$$\text{rot}(\text{grad} \varphi) = 0$$

15

cuu duong than cong . com

Công thức ...

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & , H_{1t} - H_{2t} = J_s \\ \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & , E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \text{div} \vec{D} = \rho & , D_{1n} - D_{2n} = \sigma \\ \text{div} \vec{B} = 0 & , B_{1n} - B_{2n} = 0 \\ \text{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} & , J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \gamma \vec{E} \end{cases}$$

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{B} \cdot \vec{H} + \vec{E} \cdot \vec{D}) dV$$

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}, P_s = P_j + \frac{dW}{dt}, w_e, w_m$$

16

Công thức ...

© TS. Lương Hữu Tuấn

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi, \varphi_A = \int_A^{gt} \vec{E} d\vec{l}, \varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon R}$$

$$\Delta\varphi = -\rho/\epsilon; \varphi_1 = \varphi_2, -\epsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} + \epsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma, -\frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau} = 0$$

$$\vec{E} = 0, \rho = 0, \varphi = \text{const}, \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{n}$$

$$C = |q/U|$$

$$\rho_l = -\text{div} \vec{P}, \sigma_l = -P_{1n} + P_{2n}, \vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \int_V \rho \varphi dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma \varphi dS = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \varphi_k q_k$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\sum_{k=1}^n \varphi_k dq_k = FdX + dW_e, F = \pm \frac{\partial W_e}{\partial X}$$

17

cuu duong than cong . com

Công thức ...

© TS. Lương Hữu Tuấn

Gauss về điện :

$$D.S = q^* \quad S = 4\pi r^2$$

$$D.S_l = q^* \quad S_l = 2\pi r.L$$

$$D.S_d = q^* \quad S_d = S_{d1} + S_{d2} = 2S_0$$

Ảnh điện

+ phân cách phẳng $\epsilon - \gamma$: đối xứng, $-q$

+ phân cách cầu $\epsilon - \gamma$: $b = a^2/D, Q' = Qa/D$

+ phân cách phẳng $\epsilon_1 - \epsilon_2$: $q_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q, q_2 = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$

$$\text{div} \vec{J} = 0$$

Tính chất : thế, nguồn, $\rho \neq 0, \varphi \approx \text{const}$

Tương tự ($\epsilon \leftrightarrow \gamma, q \leftrightarrow I$)

$$R = 1/G = \frac{U}{I}$$

18

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện dừng

3. Trường từ dừng

3.1. Khái niệm

3.2. Khảo sát TTd bằng thế vectơ

3.3. Phương trình & ĐKB đối với thế vectơ

3.4. Từ thông tính theo thế vectơ

3.5. Định luật Biot-Savart

© TS. Lương Hữu Tuấn

19

cuu duong than cong . com

3.1. Khái niệm

- TT dừng là TT của dòng điện không đổi : $\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$

$\vec{J} \neq 0$: xoáy

$\vec{J} = 0$: $\vec{H} = -\text{grad}\varphi_m$

$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$

$$\Delta\varphi_m = 0$$

$$\varphi_{1m} = \varphi_{2m}$$

$$\mu_1 \frac{\partial \varphi_{1m}}{\partial n} - \mu_2 \frac{\partial \varphi_{2m}}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial \varphi_{1m}}{\partial \tau} - \frac{\partial \varphi_{2m}}{\partial \tau} = 0$$

$$\Delta\varphi = 0$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = 0$$

- tương tự giữa TTd của miền không dòng & TĐt của miền không điện tích tự do

TĐ tĩnh : $\vec{E}, \varphi, \epsilon, \vec{D}, \dots$

TT dừng : $\vec{H}, \varphi_m, \mu, \vec{B}, \dots$

© TS. Lương Hữu Tuấn

20

cuu duong than cong . com

3.2. Khảo sát TT dừng bằng thế vectơ

■ Từ

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (IV) \\ \operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{A}) = 0 & (gtvt) \end{cases}$$

Ta có thể định nghĩa :

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

■ Thế vectơ có tính đa trị

■ điều kiện phụ để đơn giản hóa phương trình

© TS. Lương Hữu Tuấn

21

cuu duong than cong . com

3.3. Phương trình & ĐKB đối với thế vectơ

■ Thiết lập phương trình ($\mu = \text{const}$) :

$$\vec{J} = \operatorname{rot} \vec{H} \quad (I)$$

$$\dots \quad \Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{pttrình Poisson})$$

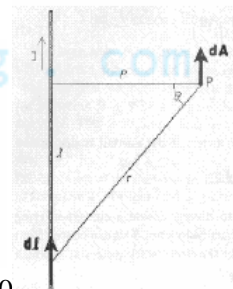
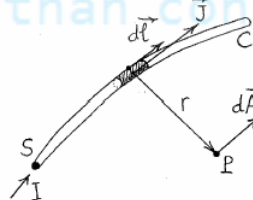
■ Nghiệm của phương trình ... $\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV$

■ Yếu tố dòng $\vec{J}dV$

$$\text{Dòng điện dây } \vec{J}dV = JSd\vec{l} = Id\vec{l}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{l}}{r}$$

$$\Rightarrow d\vec{A} = \frac{\mu I}{4\pi} d\vec{l}$$



■ Điều kiện biên : $\operatorname{div} \vec{A} = 0 \Rightarrow A_{1n} - A_{2n} = 0$

22

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

3.4. Từ thông tính theo thế vectơ

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S}$$

$$\Phi_m = \oint_C \vec{A} d\vec{l} \quad (\text{Stokes})$$

© TS. Lương Hữu Tuấn

23

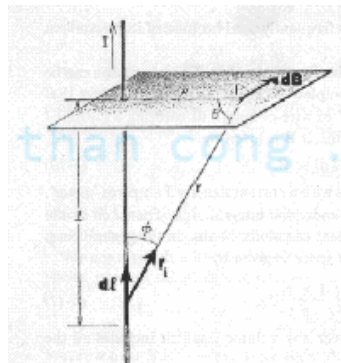
cuu duong than cong . com

3.5. Định luật Biot-Savart

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \text{rot} \left(\frac{\mu}{4\pi} \int_C \frac{I d\vec{l}}{r} \right) = \frac{\mu}{4\pi} I \int_C \text{rot} \left(\frac{d\vec{l}}{r} \right) \quad (\text{hvt})$$

$$\text{rot} \left(\frac{d\vec{l}}{r} \right) = \frac{1}{r} \text{rot}(d\vec{l}) + \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) \times d\vec{l} = -\frac{\vec{r}}{r^3} \times d\vec{l}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

24

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
 - 4.1. Phương trình & điều kiện biên
 - 4.2. Sự tương tự giữa TTd & TĐt

© TS. Lương Hữu Tuấn

25

cuu duong than cong . com

4.1. Phương trình & điều kiện biên

- Phương trình : trục mang dòng song song với trục z

$$\vec{J} = J(x, y)\vec{i}_z \Rightarrow \vec{A} = A(x, y)\vec{i}_z$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \Rightarrow \Delta A = -\mu J$$

- Nghiệm : $A = \frac{\mu I}{4\pi} \int_L \frac{dl}{r}$

- Điều kiện biên :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{n} & \vec{\tau} & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial n} & \frac{\partial}{\partial \tau} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} B_n = \partial A / \partial \tau \\ B_t = -\partial A / \partial n \end{cases}$$

$$A_1 - A_2 = 0$$

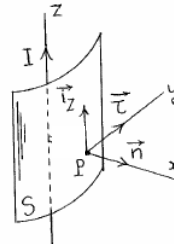
$$\frac{\partial A_1}{\partial \tau} - \frac{\partial A_2}{\partial \tau} = 0$$

$$-\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial n} + \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_2}{\partial n} = J_s$$

($\vec{B}$ vật lý)

$$(B_{1n} - B_{2n} = 0)$$

$$(H_{1t} - H_{2t} = J_s)$$



© TS. Lương Hữu Tuấn

26

4.2. Sự tương tự giữa TT dừng & TD tĩnh

■ tương tự :

$$\text{TTd} : \Delta A = -\mu J, A_1 = A_2, -\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial n} + \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_2}{\partial n} = J_s, \frac{\partial A_1}{\partial \tau} = \frac{\partial A_2}{\partial \tau}, \dots$$

$$\text{TDt} : \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \varphi_1 = \varphi_2, -\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma, \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau}, \dots$$

trục mang điện :

$$\varphi, \rho, \varepsilon, \lambda, C_0, \dots$$

trục mang dòng :

$$A, J, \frac{1}{\mu}, I, \frac{1}{L_0}, \dots$$

■ ví dụ :

● trục mang điện λ : $\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{C}{r}$

trục mang dòng I : $A = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{C}{r}$

● 2 trục mang điện $\pm\lambda$: $\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r^-}{r^+}$

2 trục mang dòng $\pm I$: $A = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{r^-}{r^+}$

● Ảnh điện $\lambda_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \lambda, \lambda_2 = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \lambda$

$I_1 = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} I, I_2 = \frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} I$ 27

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm

2. Trường điện từ dừng

3. Trường từ dừng

4. Trường từ dừng của trục mang dòng

5. Hồ cảm

5.1. Định nghĩa

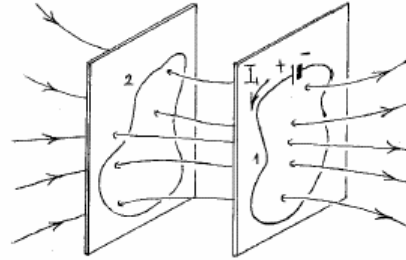
5.2. Ví dụ

5.1. Định nghĩa

© TS. Lương Hữu Tuấn

■ Quy ước :

Φ_{ij}
vòng i dòng j



■ Biểu thức :

$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 \equiv L_1I_1 + MI_2 \\ \Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} = L_{21}I_1 + L_{22}I_2 \equiv MI_1 + L_2I_2 \end{cases}$$

■ Hở cảm : $L_{ij} = \Phi_{ij} / I_j \quad (i \neq j) \quad \dots$

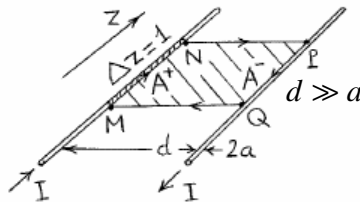
■ Điện cảm : $L_i = L_{ii} = \Phi_{ii} / I_i \quad \dots$

29

cuu duong than cong . com

5.2. Ví dụ (1)

■ Điện cảm riêng L_0 của 2 trục mang dòng $\pm I$:



$$L_0 = \Phi_0 / I$$

$$\Phi_0 = \oint_{MNPQ} \vec{A} d\vec{l} = \dots = A^+ - A^-$$

$$\begin{cases} A^+ \approx \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{d}{a} \\ A^- \approx \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{a}{d} \end{cases}$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu I}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

$$L_0 = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

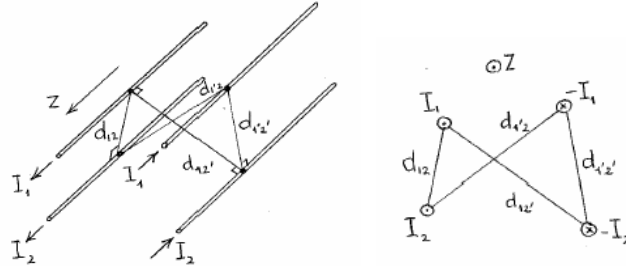
© TS. Lương Hữu Tuấn

30

cuu duong than cong . com

5.2. Ví dụ (2)

- Hồ cảm riêng của 2 hệ trục mang dòng song song :



$$\vec{A} = A\vec{i}_z \Rightarrow M_0 = \frac{\Phi_{12}}{I_2 \Delta z}, \Delta z = 1$$

$$\Phi_{12} = \oint_{C_1} \vec{A}_2 d\vec{l} = A_2^+ - A_2^-$$

$$\begin{cases} A_2^+ = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{12}}{d_{12}'} \\ A_2^- = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{1'2}}{d_{1'2}'} \end{cases}$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \frac{d_{12} d_{1'2}}{d_{12}' d_{1'2}'} \Rightarrow M_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{d_{12} d_{1'2}}{d_{12}' d_{1'2}'}$$

31

cuu duong than cong . com

Ôn tập

$$\vec{J} = 0: \varphi_m$$

$$\vec{J}: \vec{B} = \text{rot} \vec{A}, \text{div} \vec{A} = 0, \Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{đồng nhất})$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV}{r}$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV \times \vec{r}}{r^3} \quad (\text{đồng nhất})$$

$$\text{Trục mang dòng} : \varphi, \lambda, \varepsilon, \rho, \dots \leftrightarrow A, I, \frac{1}{\mu}, J, \dots$$

$$\text{Điện cảm} : L_{ij} = \Phi_{ij} / I_j \quad (i: \text{vòng}, j: \text{dòng})$$

32

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
 - 6.1. tính theo vectơ cảm ứng từ & vectơ CĐ TT

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \vec{H} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \mu H^2 dV \quad (J)$$

- 6.2. tính theo thế vectơ & vectơ mật độ dòng điện
- 6.3. NLTT của hệ dòng điện dây

33

6.2. tính theo thế vectơ & vectơ mật độ dòng điện

Giả sử không có dòng điện mặt

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \cdot \vec{H} dV$$

$$\dots W_m = \frac{1}{2} \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (Divergence \& I)$$

$$\dots \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_j} \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (J)$$

Nhận xét

34

6.3. NLTT của hệ dòng điện dây

- hệ n dòng điện dây : $I_1, \dots, I_n, \Phi_1, \dots, \Phi_n$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_j} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{V_k} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \oint_{C_k} \vec{A} I_k d\vec{l}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \Phi_k \quad (J)$$

- $n = 1$: $W_m = \frac{1}{2} I \Phi = \frac{1}{2} L I^2$

$$\dots \quad L = \Phi / I = 2W_m / I^2$$

$$\dots \quad L_{tr} = 2W_{mr} / I^2, L_{ng} = 2W_{mng} / I^2$$

- $n = 2$: $W_m = \frac{1}{2} I_1 \Phi_1 + \frac{1}{2} I_2 \Phi_2 = \frac{1}{2} I_1 (L_1 I_1 + M I_2) + \frac{1}{2} I_2 (M I_1 + L_2 I_2)$

$$W_m = \underbrace{\frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2}_{\text{tích năng riêng}} + \underbrace{M I_1 I_2}_{\text{tích năng tương tác}}$$

35

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
 - 7.1. Lực Lorentz
 - 7.2. tính theo biểu thức năng lượng

36

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

7.1. Lực Lorentz

- điện tích điểm : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$
- yếu tố dòng điện dây: $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$
 $\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$

© TS. Lương Hữu Tuấn

37

cuu duong than cong . com

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (1)

- Hệ n dòng điện dây : $I_1, \dots, I_n, \Phi_1, \dots, \Phi_n$
- Phương pháp dịch chuyển ảo

Công do nguồn ‘thực sự’ cung cấp dA_{ng} : $\dots dA_{ng} = \sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k$

Đ luật bảo toàn & ch.hóa năng lượng $\dots dA_{ng} = dA_{cơ} + dW_m$

$$\sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k = FdX + dW_m \quad (\text{pt cân bằng động})$$

F : lực suy rộng (lực, momen, áp suất, ...)
 X : tọa độ suy rộng (cdài, góc, thể tích, ...)

© TS. Lương Hữu Tuấn

38

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (2)

$$\sum_{k=1}^n I_k d\Phi_k = FdX + dW_m$$

■ Các trường hợp đặc biệt :

- Quá trình đẳng dòng ... $FdX = dW_m = \frac{1}{2} dA_{ng}$ (ptcbđ)

$$F = \left(\frac{\partial W_m}{\partial X} \right)_{I=const}$$

Nhận xét :

- Quá trình đẳng từ thông ... $FdX = -dW_m$ (ptcbđ)

$$F = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial X} \right)_{\Phi=const}$$

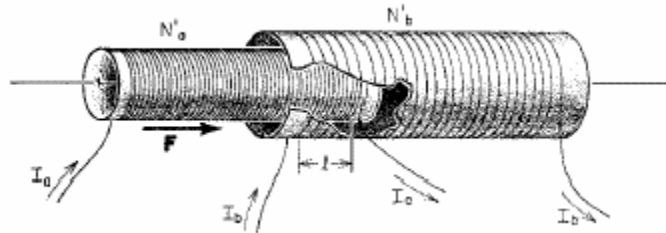
Nhận xét :

- Nhận xét chung

39

cuu duong than cong . com

7.2. tính theo biểu thức năng lượng (3)



Cho biết trường từ không đổi và chỉ tồn tại bên trong dây

Quá trình đẳng dòng :

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 H_a^2 S(l_a - l) + \frac{1}{2} \mu_0 (H_a + H_b)^2 Sl + \frac{1}{2} \mu_0 H_b^2 S(l_b - l)$$

$$F = \frac{dW_m}{dl} = \mu_0 H_a H_b S$$

40

© TS. Lương Hữu Tuấn

cuu duong than cong . com

Chương 3 : Trường điện từ dừng

© TS. Lương Hữu Tuấn

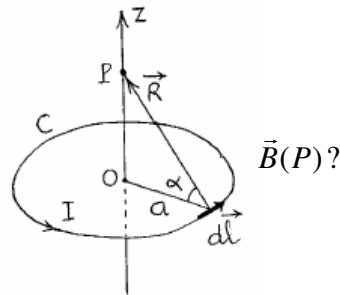
1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang điện
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ
 - 8.1. Phương pháp xếp chồng
 - 8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère

41

cuu duong than cong . com

8.1. Phương pháp xếp chồng

© TS. Lương Hữu Tuấn



Do đối xứng : $\vec{B} = B(z)\vec{i}_z$

$$\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}$$

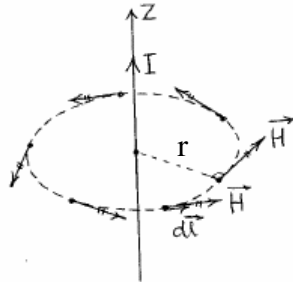
$$\Rightarrow B = \oint_C dB \cdot \cos \alpha = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_C \frac{R dl}{R^3} \cdot \cos \alpha = \frac{\mu I}{2R^3} \cdot a^2$$

$$\vec{B} = \frac{\mu I a^2}{2\sqrt{(z^2 + a^2)^3}} \vec{i}_z \quad (T)$$

■ cách khác : $d\vec{l} = dl \vec{i}_\phi, \vec{R} = -a\vec{i}_r + z\vec{i}_z$

42

8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère (1)



■ đối xứng trụ : $\vec{H} = H(r)\vec{i}_\phi$

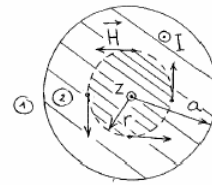
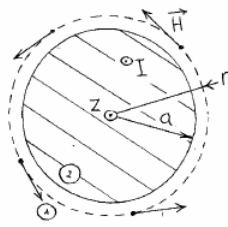
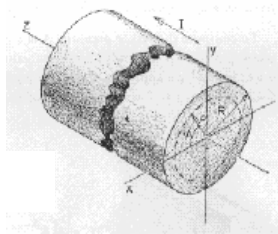
$$\begin{cases} \vec{H} \parallel d\vec{l} \\ H = \text{const} \end{cases}$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I^* \Rightarrow H \cdot 2\pi r = I^*$$

43

cuu duong than cong . com

8.2. Phương pháp dùng định luật Ampère (2)



Chọn htd T như hình vẽ, do đx : $\vec{H} = H(r)\vec{i}_\phi$

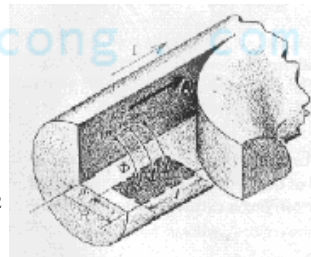
Áp dụng đl Ampère.

miền 1 ($r > a$) : $H_1 \cdot 2\pi r = I$

$$\vec{H}_1 = \frac{I}{2\pi r} \vec{i}_\phi$$

miền 2 ($r < a$) : $H_2 \cdot 2\pi r = \frac{I}{\pi a^2} \pi r^2$

$$\vec{H}_2 = \frac{Ir}{2\pi a^2} \vec{i}_\phi$$



44

Tóm tắt chương 3

© TS. Lương Hữu Tuấn

1. Khái niệm
2. Trường điện dừng
3. Trường từ dừng
4. Trường từ dừng của trục mang dòng
5. Hồ cảm
6. Năng lượng trường từ
7. Lực từ
8. Một số ví dụ

45

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com