

Mục lục

Mục lục.....	i
Chương 1. HÀM NHIỀU BIẾN.....	2
1.1. Các khái niệm cơ bản của hàm nhiều biến.....	2
1.1.1. Bài toán thực tế.....	2
1.1.2. Hàm hai biến.....	2
1.1.3. Đồ thị hàm hai biến.....	4
1.1.4. Đường đẳng trị.....	7
1.1.5. Định nghĩa hàm nhiều biến.....	7
1.2. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.....	8
1.2.1. Đường thẳng.....	8
1.2.2. Mặt phẳng.....	8
1.3. Các mặt bậc hai.....	8
1.3.1. Mặt Ellipsoid.....	8
1.3.2. Mặt Paraboloid Elliptic.....	9
1.3.3. Mặt Paraboloid Hyperbolic.....	10
1.3.4. Mặt Hyperboloid.....	10
1.3.5. Mặt trụ.....	12
1.3.6. Mặt nón hai phía.....	13
1.3.7. Ứng dụng của các mặt cong bậc hai.....	13
1.4. Thực hành vẽ mặt bậc hai bằng MatLab.....	14
1.4.1. Tạo lưới 3D bằng lệnh meshgrid.....	14
1.4.2. Vẽ mặt cong bằng lệnh mesh, surf, surfc.....	14
1.4.3. Vẽ đường đẳng trị với lệnh Contour, Contourf.....	14
1.4.4. Vẽ hình cầu với lệnh Sphere.....	16
1.4.5. Vẽ Ellipsoid bằng lệnh ellipsoid.....	17
1.5. Bài tập.....	17
1.5.1. Miền xác định.....	17
1.5.2. Đường đẳng trị.....	18
1.6. Bài tập trắc nghiệm.....	18
1.6.1. Nhận dạng mặt bậc hai.....	18

Lời giải bài tập chương 1	19
---------------------------------	----

cuu duong than cong. com

cuu duong than cong. com

Hàm nhiều biến

Các khái niệm cơ bản

1.1. Các khái niệm cơ bản của hàm nhiều biến	2
1.2. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	8
1.3. Các mặt bậc hai	8
1.4. Thực hành vẽ mặt bậc hai bằng MatLab	14
1.5. Bài tập	17
1.6. Bài tập trắc nghiệm	18
Lời giải bài tập chương 1	19

1.1 Các khái niệm cơ bản của hàm nhiều biến

1.1.1 Bài toán thực tế

Ví dụ 1.1.1. Nhiệt độ T tại một điểm trên bề mặt trái đất ở một thời điểm cho trước phụ thuộc vào vĩ độ x và tung độ y . Như vậy, T là hàm phụ thuộc vào hai biến x, y và ta ký hiệu $T = f(x, y)$.

Ví dụ 1.1.2. Thể tích V của hình trụ tròn phụ thuộc vào bán kính R và chiều cao h theo công thức $V = \pi R^2 h$. Như vậy, V là hàm phụ thuộc vào hai biến R và h .

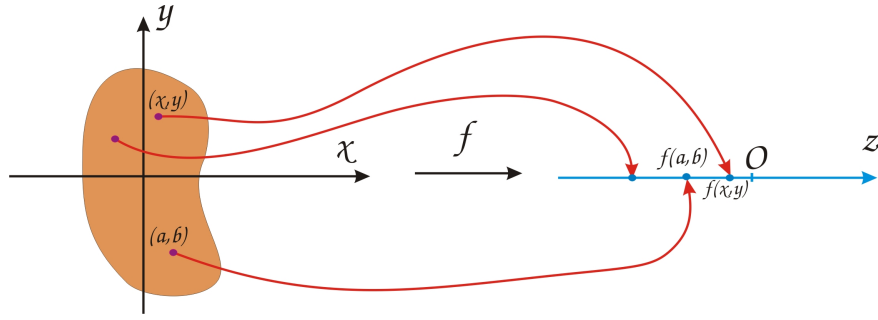
1.1.2 Hàm hai biến

Định nghĩa 1.1. Hàm hai biến là một quy luật ứng với một cặp số thực được sắp xếp thứ tự $(x, y) \in D$ ta luôn xác định được duy nhất một số thực $z = f(x, y)$.

$$f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x, y) \mapsto z = f(x, y)$$

1. Tập hợp D được gọi là **miền xác định** của hàm số f và được ký hiệu $D(f)$.
2. Tập hợp $E = \{z, \exists (x, y) \in D : z = f(x, y)\}$ được gọi là **tập giá trị** của hàm số f và được ký hiệu $E(f)$.

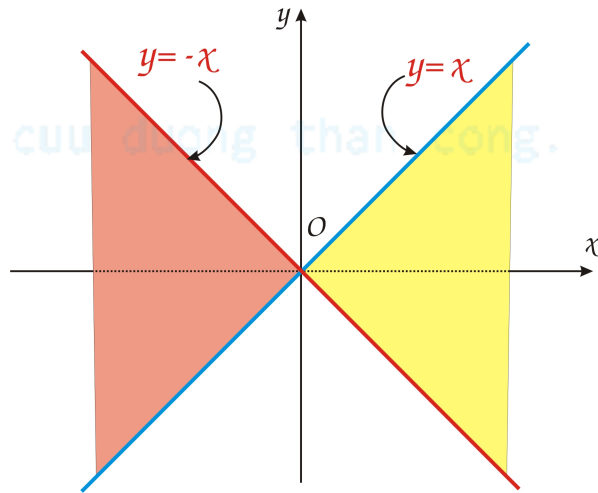


Hình 1.1: Miền xác định, tập giá trị của hàm hai biến

Chú ý. Nếu hàm f được xác định bởi biểu thức cụ thể, thì miền xác định của f được hiểu là tập hợp tất cả những cặp điểm (x, y) sao cho biểu thức xác định hàm có nghĩa hay nói cách khác hàm số nhận giá trị thực.

Ví dụ 1.1.3. Tìm miền xác định của hàm số $f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x}$.

Hàm số xác định nếu như $-1 \leq \frac{y}{x} \leq 1$ và $x \neq 0$, tức là $-x \leq y \leq x$ khi $x > 0$ hoặc là $x \leq y \leq -x$ khi $x < 0$. (xem hình 1.2)



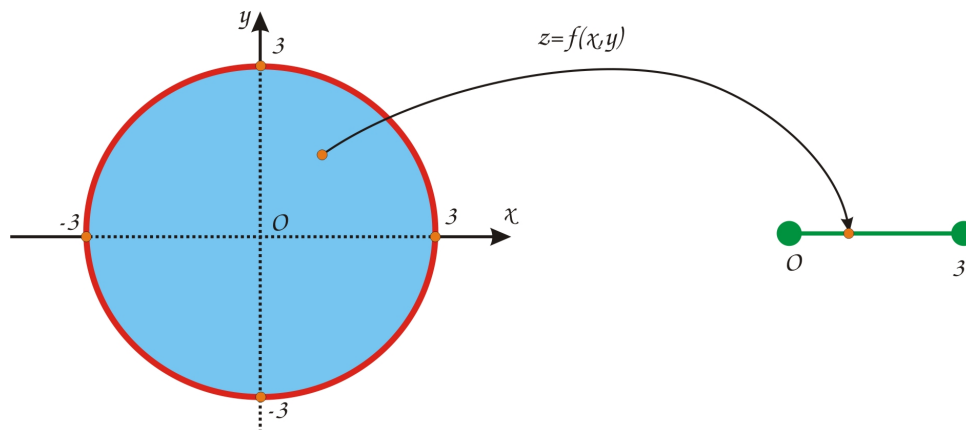
Hình 1.2: Miền xác định của $f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x}$

Ví dụ 1.1.4. Tìm miền xác định và tập giá trị của hàm số $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

1. Miền xác định của $f(x, y)$ là $D = \{(x, y) : 9 - x^2 - y^2 \geq 0\} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$ (xem hình 1.3).
2. Tập giá trị của $f(x, y)$ là $E = \{z : z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, (x, y) \in D\} = \{z : 0 \leq z \leq 3\} = [0, 3]$ vì $z \geq 0$ và $\sqrt{9 - x^2 - y^2} \leq 3$

Ví dụ 1.1.5. Cho hàm số $f(x, y) = \frac{2x - 3y}{3x - 2y}$. Tính $f(2, 1)$, $f(a, 2a)$.

$$\text{Ta có } f(2, 1) = \frac{2 \cdot 2 - 3 \cdot 1}{3 \cdot 2 - 2 \cdot 1} = \frac{1}{4}, \quad f(a, 2a) = \frac{2 \cdot a - 3 \cdot 2a}{3 \cdot a - 2 \cdot 2a} = 4.$$

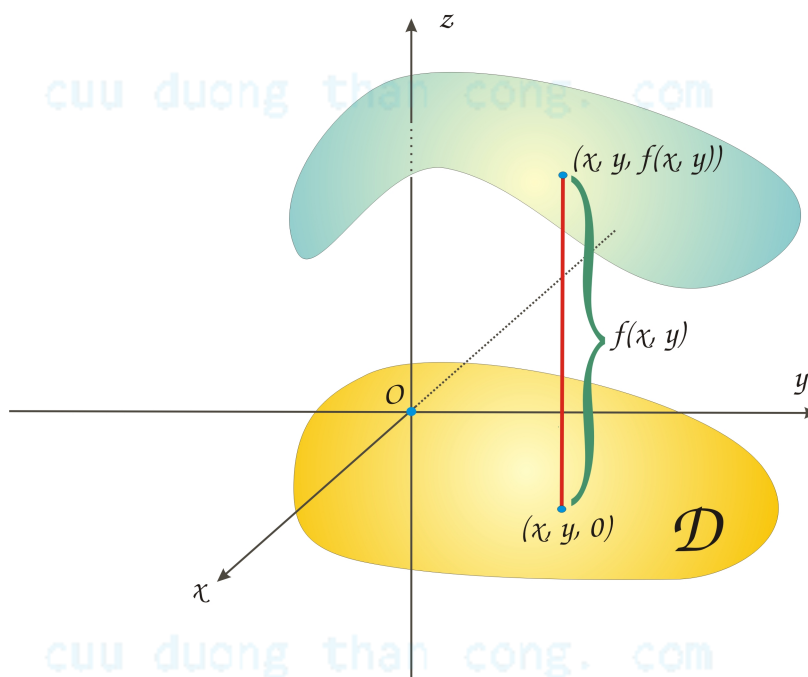


Hình 1.3: Miền xác định và tập giá trị của $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

1.1.3 Đồ thị hàm hai biến

Định nghĩa 1.2. **Đồ thị của hàm hai biến** $z = f(x, y)$ là tập hợp tất cả những điểm $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ sao cho $z = f(x, y)$ và $(x, y) \in D$.

Đồ thị của hàm một biến $y = f(x)$ là **một đường cong**, còn đồ thị của hàm hai biến $z = f(x, y)$ là **một mặt cong**.



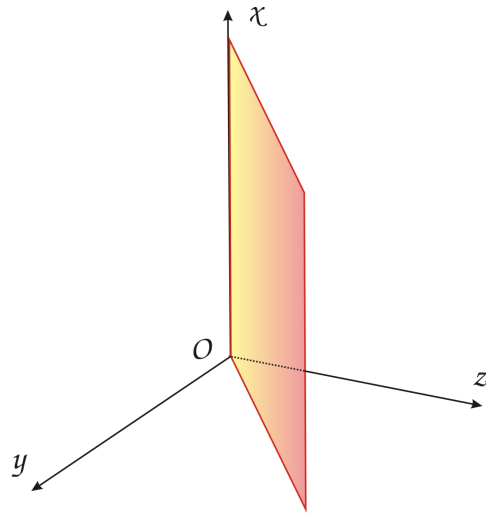
Hình 1.4: Đồ thị hàm hai biến

Ví dụ 1.1.6. Vẽ đồ thị hàm số $z = y$

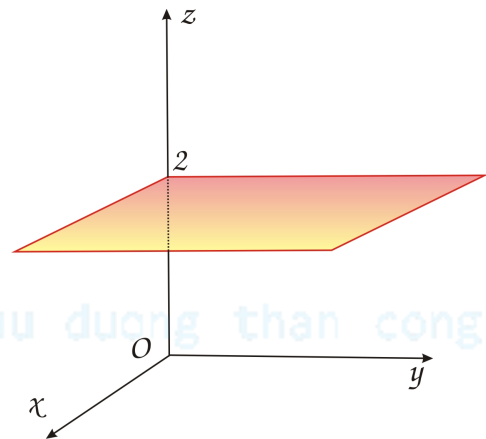
Ví dụ 1.1.7. Vẽ đồ thị hàm số $z = 2$

Ví dụ 1.1.8. Vẽ đồ thị hàm số $z = 6 - 3x - 2y$

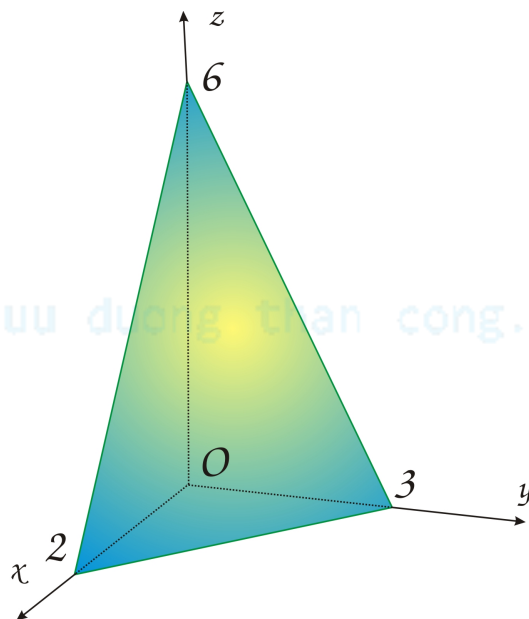
Ví dụ 1.1.9. Vẽ đồ thị hàm số $z = \sqrt{x^2 + y^2}$



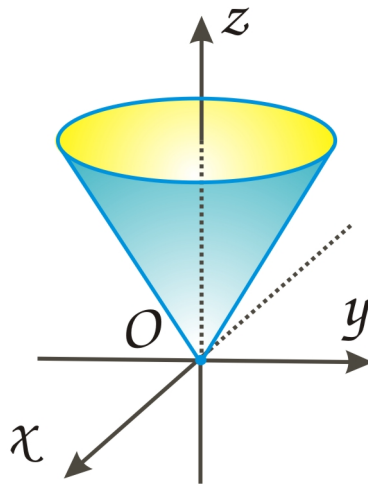
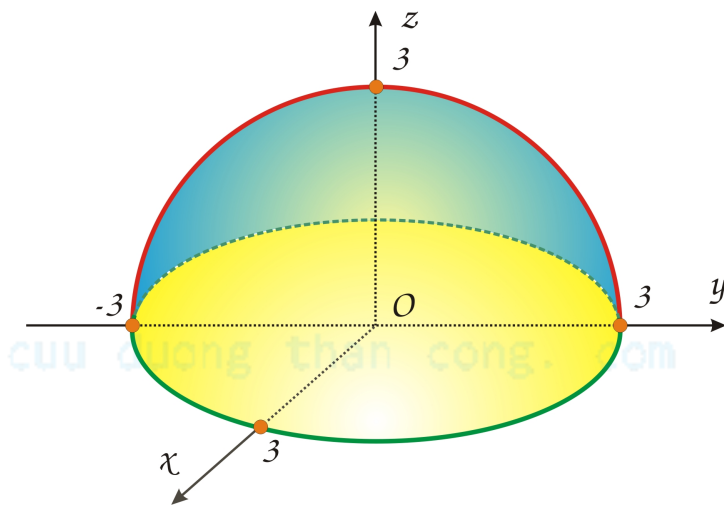
Hình 1.5: Đồ thị hàm số $z = y$



Hình 1.6: Đồ thị hàm số $z = 2$

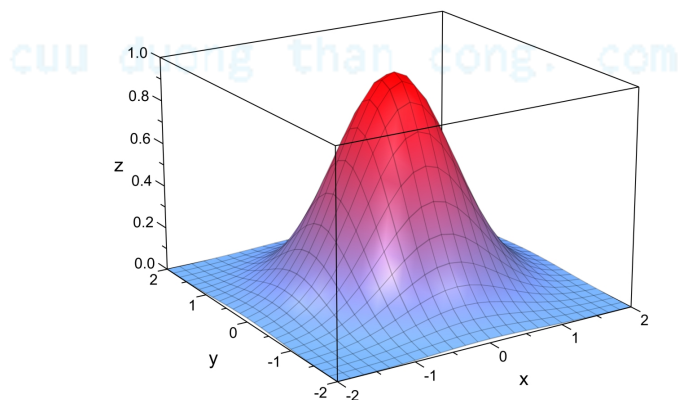


Hình 1.7: Đồ thị hàm số $z = 6 - 3x - 2y$

Hình 1.8: Đồ thị hàm số $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ Hình 1.9: Đồ thị hàm số $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

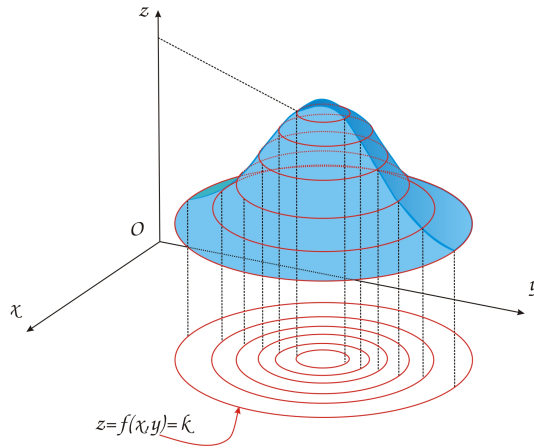
Ví dụ 1.1.10. Vẽ đồ thị hàm số $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

Ví dụ 1.1.11. Vẽ đồ thị hàm số $z = e^{-x^2 - y^2}$

Hình 1.10: Đồ thị hàm số $z = e^{-x^2 - y^2}$

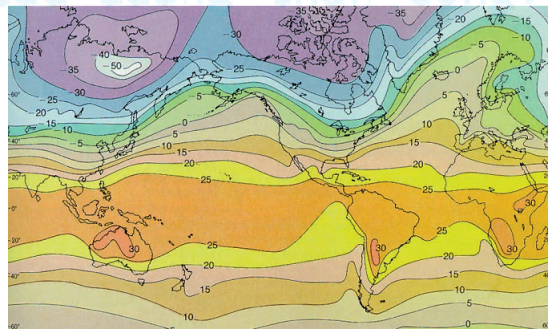
1.1.4 Đường đẳng trị

Định nghĩa 1.3. **Đường đẳng trị** của hàm số $z = f(x, y)$ là đường cong có phương trình là $f(x, y) = k$, với k là hằng số (thuộc tập giá trị của $f(x, y)$).



Hình 1.11: Mối liên hệ giữa đường đẳng trị và đồ thị của hàm hai biến

Chú ý. Từ định nghĩa của hàm nhiều biến thì các đường đẳng trị sẽ **không cắt nhau** vì ứng với mỗi điểm (x, y) ta luôn xác định được **duy nhất** một giá trị của hàm số $z = f(x, y)$. Thật vậy, giả sử nếu hai đường đẳng trị $z = k_1$ và $z = k_2$ ($k_1 \neq k_2$) khác nhau cắt nhau thì ứng với một điểm (x, y) có **hai giá trị khác nhau** $z = k_1$ và $z = k_2$.



Hình 1.12: Ứng dụng đường đẳng trị trong địa lý

Ví dụ 1.1.12. Vẽ đường đẳng trị của hàm $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, với $k = 0, 1, 2, 3$.

Phương trình của đường đẳng trị là $\sqrt{9 - x^2 - y^2} = k \Rightarrow x^2 + y^2 = 9 - k^2$. Với $k = 0, 1, 2, 3$ ta lần lượt được các đường tròn tâm $(0, 0)$ bán kính $3, \sqrt{8}, \sqrt{5}, 0$.

1.1.5 Định nghĩa hàm nhiều biến

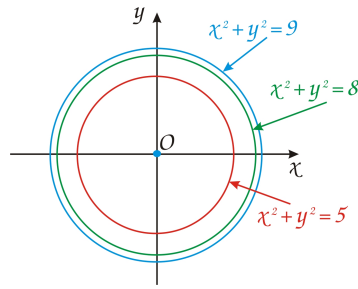
Định nghĩa 1.4. Hàm n biến

$$f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

hoặc $u = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Tập hợp D được gọi là miền xác định của hàm số này và được kí hiệu $D(f)$.

Ví dụ 1.1.13. Nhiệt độ T tại một điểm trên bề mặt trái đất phụ thuộc vào vĩ độ x , tung độ y của điểm đó và phụ thuộc vào thời điểm t . Do đó $T = f(x, y, t)$.



Hình 1.13: Đường đẳng trị của hàm $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, với $k = 0, 1, 2, 3$.

1.2 Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian

1.2.1 Đường thẳng

Cho (d) là đường thẳng đi qua $M_0(x_0, y_0, z_0)$ và song song với véc tơ $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$. Vậy (d) là tập hợp tất cả những điểm $M(x, y, z)$ sao cho $\overrightarrow{M_0M} \uparrow\uparrow \vec{a}$.

Do đó nếu $M \in (d)$ thì

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} = t, (t \in \mathbb{R}).$$

Từ đó, ta được phương trình tham số của đường thẳng (d)

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$$

1.2.2 Mặt phẳng

Cho (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0, y_0, z_0)$ và vuông góc với véc tơ $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$. Khi đó (P) là tập hợp những điểm $M(x, y, z)$ sao cho $\overrightarrow{M_0M} \perp \vec{n}$. Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là

$$n_1(x - x_0) + n_2(y - y_0) + n_3(z - z_0) = 0.$$

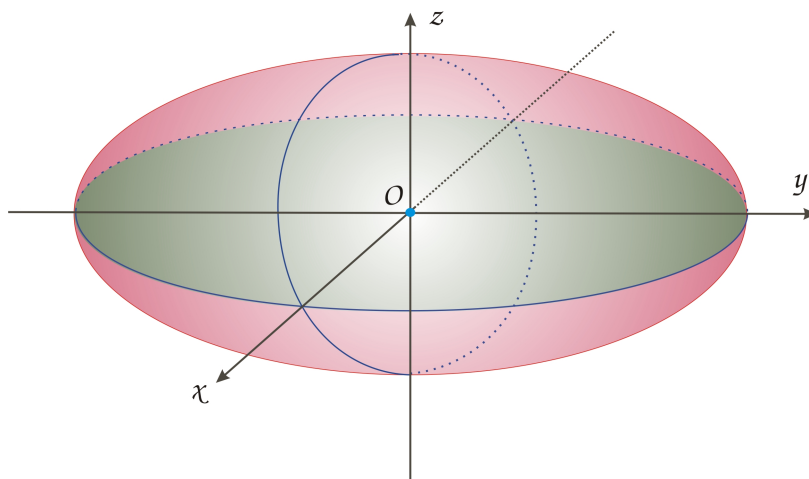
1.3 Các mặt bậc hai

1.3.1 Mặt Ellipsoid

Phương trình chính tắc của mặt Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (a, b, c \in \mathbb{R})$$

- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt Ellipsoid theo đường Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{k^2}{c^2}$, với điều kiện $-c < k < c$.
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt Ellipsoid theo đường Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{k^2}{b^2}$, với điều kiện $-b < k < b$.
- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt Ellipsoid theo đường Ellipse $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{k^2}{a^2}$, với điều kiện $-a < k < a$.



Hình 1.14: Đồ thị của mặt Ellipsoid

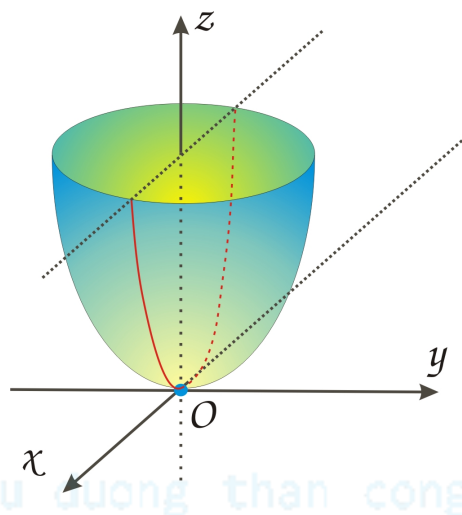
Như vậy, mọi mặt cắt đều là Ellipse nên mặt cong này được gọi là **mặt Ellipsoid**. Khi $a = b = c = R$ thì mặt Ellipsoid sẽ trở thành **mặt cầu** tâm $(0, 0, 0)$ bán kính R .

1.3.2 Mặt Paraboloid Elliptic

Phương trình chính tắc của mặt Paraboloid Elliptic

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

cuu duong than cong. com



cuu duong than cong. com

Hình 1.15: Đồ thị của mặt Paraboloid Elliptic

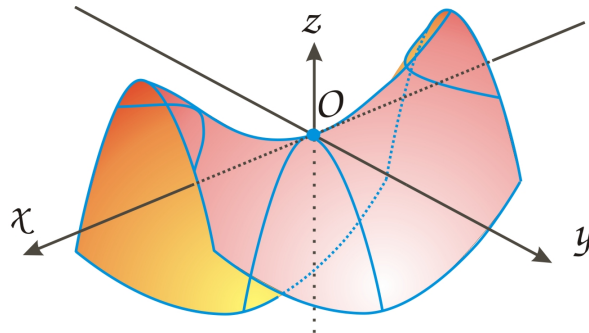
- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt Paraboloid Elliptic theo đường Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = k$, với điều kiện $k > 0$.
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt Paraboloid Elliptic theo đường Parabol $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}$.
- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt Paraboloid Elliptic theo đường Parabol $z = \frac{k^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

Như vậy, mặt cắt là những Parabol và Ellipse nên mặt cong này được gọi là **mặt Paraboloid Elliptic**.

1.3.3 Mặt Paraboloid Hyperbolic

Phương trình chính tắc của mặt Paraboloid Hyperbolic

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$



Hình 1.16: Đồ thị của mặt Paraboloid Hyperbolic

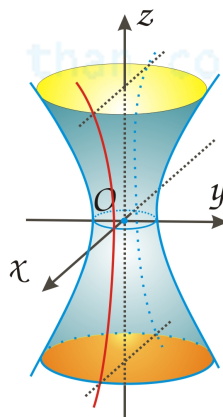
- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt Paraboloid Hyperbolic theo đường Hyperbol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = k$
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt Paraboloid Hyperbolic theo đường Parabol $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{k^2}{b^2}$.
- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt Paraboloid Hyperbolic theo đường Parabol $z = \frac{k^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$.

Như vậy, mặt cắt là những Parabol và Hyperbol nên mặt cong này được gọi là **mặt Paraboloid Hyperbolic** hay còn gọi là **hình yên ngựa**.

1.3.4 Mặt Hyperboloid

1. Phương trình chính tắc của mặt Hyperboloid một tầng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



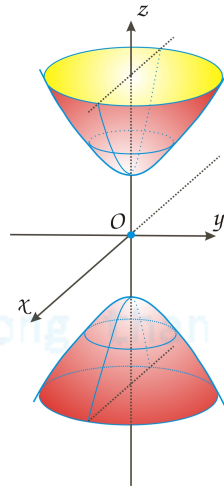
Hình 1.17: Đồ thị của mặt Hyperboloid một tầng

- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo đường Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{k^2}{c^2}$
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo đường Hyperbol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{k^2}{b^2}$.
- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo đường Hyperbol $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{k^2}{a^2}$.

Như vậy, mặt cắt là những Hyperbol và Ellipse nên mặt cong này được gọi là **Hyperboloid một tầng**.

2. Phương trình chính tắc của mặt Hyperboloid hai tầng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



Hình 1.18: Đồ thị của mặt Hyperboloid hai tầng

- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo những đường Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1 + \frac{k^2}{c^2},$$

với điều kiện $k > c$ hoặc $k < -c$.

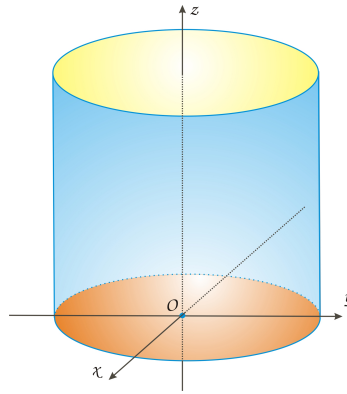
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo đường Hyperbol

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{k^2}{b^2}.$$

- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt Hyperboloid một tầng theo đường Hyperbol

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{k^2}{a^2}.$$

Như vậy, mặt cắt là những Hyperbol và Ellipse nên mặt cong này được gọi là **Hyperboloid hai tầng**. Trong trường hợp $k > c$ hoặc $k < -c$ ta được mặt **Hyperboloid một phía**.



Hình 1.19: Đồ thị của mặt trụ ellipse

1.3.5 Mặt trụ

1. Phương trình chính tắc của mặt trụ ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z \in \mathbb{R}$$

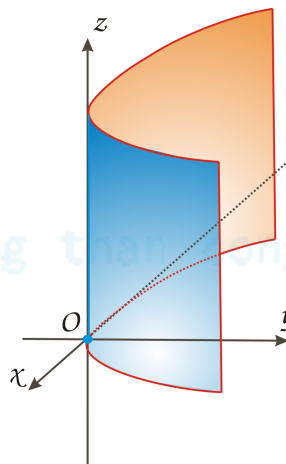
Trong phương trình mặt trụ này **không có biến** z . Điều này có nghĩa là mọi mặt phẳng $z = k$ (song song với mặt phẳng xOy) sẽ cắt mặt trụ ellipse theo đường ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Mặt trụ này được gọi là **mặt trụ ellipse** vì nó được tạo bởi rất nhiều đường ellipse giống nhau.

2. Khi $a = b = R$ ta có phương trình chính tắc của mặt trụ tròn

$$x^2 + y^2 = R^2, z \in \mathbb{R}$$

3. Phương trình chính tắc của mặt trụ parabol

$$y^2 = 2px, z \in \mathbb{R}.$$



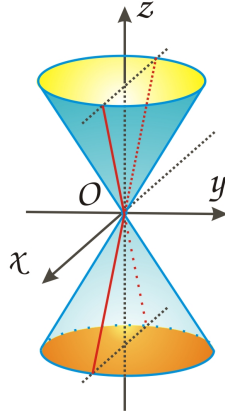
Hình 1.20: Đồ thị của mặt trụ parabol

Trong phương trình mặt trụ parabol, **không có biến** z . Điều này có nghĩa là mọi mặt phẳng $z = k$ (song song với mặt phẳng xOy) sẽ cắt mặt trụ parabol theo đường parabol $y^2 = 2px$. Mặt trụ này được gọi là **mặt trụ parabol** vì nó được tạo bởi rất nhiều đường parabol giống nhau.

1.3.6 Mặt nón hai phía

Phương trình chính tắc của mặt nón hai phía

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$$



Hình 1.21: Đồ thị của mặt nón hai phía

- Mọi mặt phẳng $z = k$ cắt mặt nón hai phía theo những đường Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{k^2}{c^2}$.
- Mọi mặt phẳng $y = k$ cắt mặt nón hai phía theo đường Hyperbol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -\frac{k^2}{b^2}$, với $k \neq 0$; cắt mặt nón hai phía theo những đường thẳng $\frac{z}{c} = \pm \frac{x}{a}$, với $k = 0$.
- Mọi mặt phẳng $x = k$ cắt mặt nón hai phía theo đường Hyperbol $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -\frac{k^2}{a^2}$, với $k \neq 0$; cắt mặt nón hai phía theo những đường thẳng $\frac{z}{c} = \pm \frac{y}{b}$, với $k = 0$.

Như vậy, mặt cắt là những Hyperbol, Ellipse và đường thẳng, tạo nên hình nón nên mặt cong này được gọi là **mặt nón hai phía**. Trong trường hợp nếu $z > 0$ hoặc $z < 0$ thì ta được **mặt nón một phía**.

1.3.7 Ứng dụng của các mặt cong bậc hai



Hình 1.22: Đĩa thu vệ tinh thu nhận tín hiệu hình ảnh, âm thanh từ vệ tinh



Hình 1.23: Lò phản ứng hạt nhân có tháp làm lạnh với hình dạng Hyperboloid một tầng

1.4 Thực hành vẽ mặt bậc hai bằng MatLab

1.4.1 Tạo lưới 3D bằng lệnh meshgrid

$$[X, Y] = \text{meshgrid}(x, y)$$

Ý nghĩa. Tạo ra ma trận X với các hàng là hàng của véc-tơ x , và ma trận Y với các cột là hàng của véc-tơ y

Ví dụ 1.4.1. $x = [-1 \ 0 \ 1]; y = [9 \ 10 \ 11 \ 12]; [X, Y] = \text{meshgrid}(x, y)$.

MatLab cho kết quả

$$X = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 10 & 10 & 10 \\ 11 & 11 & 11 \\ 12 & 12 & 12 \end{bmatrix}$$

1.4.2 Vẽ mặt cong bằng lệnh mesh, surf, surfc

$\text{mesh}(X, Y, Z)$, $\text{surf}(X, Y, Z)$, $\text{surfc}(X, Y, Z)$ (vẽ mặt cong có đường đẳng trị)

Ví dụ 1.4.2. $x = \text{linspace}(0, 2 * \pi, 50); y = \text{linspace}(0, \pi, 50); [X, Y] = \text{meshgrid}(x, y);$

$$Z = \sin(X) .* \cos(Y + \pi/2);$$

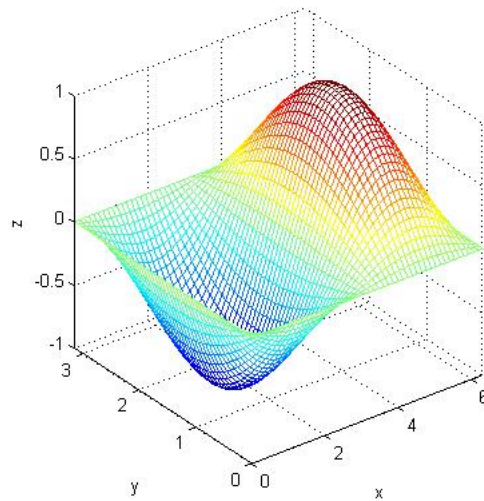
$\text{mesh}(X, Y, Z)$ (hoặc $\text{surf}(X, Y, Z)$ hoặc $\text{surfc}(X, Y, Z)$)

$\text{xlabel}('x'); \text{ylabel}('y'); \text{zlabel}('z');$

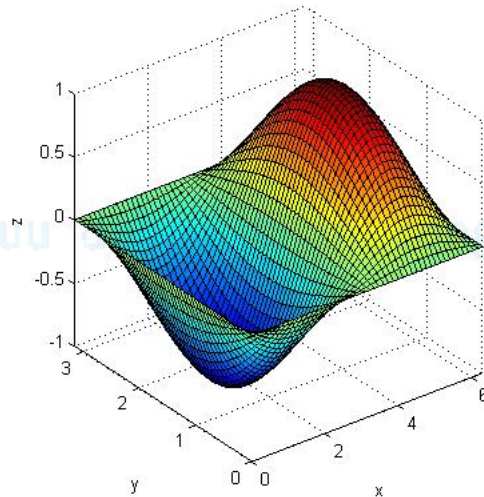
$\text{axis}([0 \ 2 * \pi \ 0 \ \pi \ -1 \ 1])$

1.4.3 Vẽ đường đẳng trị với lệnh Contour, Contourf

$\text{Contour}(X, Y, Z)$ hoặc $\text{Contourf}(X, Y, Z)$,



Hình 1.24: Vẽ mặt cong $z = \sin(x) \cos(y + \frac{\pi}{2})$ bằng lệnh mesh



Hình 1.25: Vẽ mặt cong $z = \sin(x) \cos(y + \frac{\pi}{2})$ bằng lệnh surf

Ví dụ 1.4.3. $x = \text{linspace}(0, 2 * \pi, 30); y = \text{linspace}(0, \pi, 30);$

$[X, Y] = \text{meshgrid}(x, y);$

$Z = \sin(X) .* \cos(Y + \pi/2);$

$c = \text{contour}(X, Y, Z, [-1 : .1 : -0.1 \ 0.1 : .1 : 1]);$

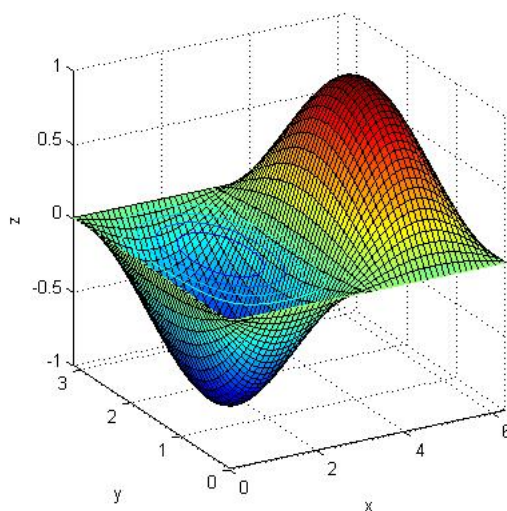
$\text{clabel}(c, [-1 : .2 : 1]);$

$\text{xlabel}('x'); \text{ylabel}('y');$

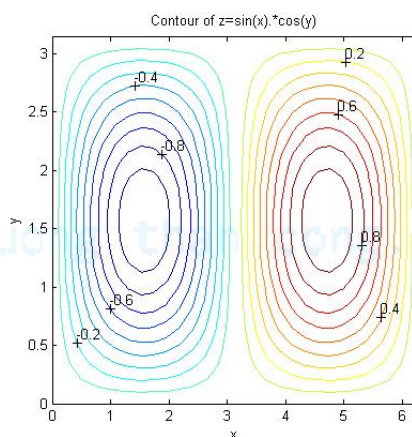
$\text{title}('Contour of z = \sin(x) .* \cos(y + \pi/2)');$

Thay lệnh contour bằng lệnh contourf ta đường hình các đường đẳng trị có màu sắc.

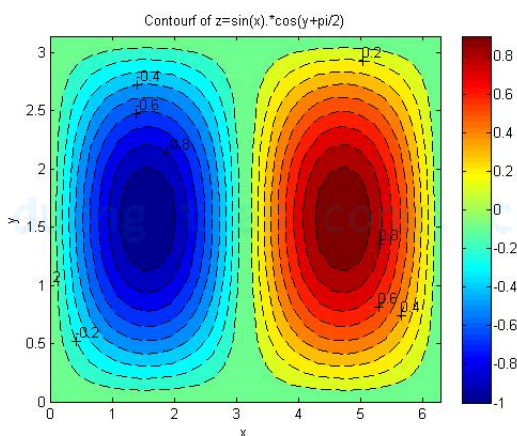
$c = \text{contourf}(X, Y, Z, [-1:0.1:-0.1 \ 0.1:0.1:1], 'k');$



Hình 1.26: Vẽ mặt cong $z = \sin(x) \cos(y + \frac{\pi}{2})$ bằng lệnh surf



Hình 1.27: Vẽ đường đẳng trị của mặt cong $z = \sin(x) \cos(y + \frac{\pi}{2})$ bằng lệnh contour

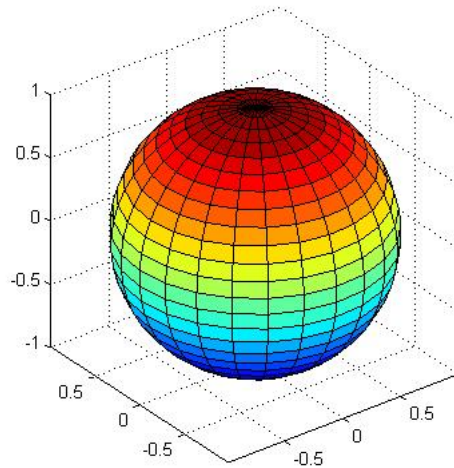


Hình 1.28: Vẽ đường đẳng trị của mặt cong $z = \sin(x) \cos(y + \frac{\pi}{2})$ bằng lệnh contourf

1.4.4 Vẽ hình cầu với lệnh Sphere

sphere(n) - hình cầu xác định bởi $(n + 1) * 2$ điểm.

Ví dụ 1.4.4. $[x, y, z] = \text{sphere}(25); \text{surf}(x, y, z);$



Hình 1.29: Vẽ hình cầu bằng lệnh Sphere

1.4.5 Vẽ Ellipsoid bằng lệnh ellipsoid

$$\left(\frac{x - x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y}\right)^2 + \left(\frac{z - z_c}{r_z}\right)^2 = 1$$

$$[x,y,z]=\text{ellipsoid}(x_c,y_c,z_c,r_x,r_y,r_z,n)$$

Ví dụ 1.4.5. $[x, y, z] = \text{ellipsoid}(2, 0, 2, 2, 1, 1);$

$\text{surf}(x, y, z);$

$\text{axis}([0 \ 4 \ -2 \ 2 \ 0 \ 4]);$

hold on

$\text{contour}(x,y,z);$

1.5 Bài tập

1.5.1 Miền xác định cuu duong than cong. com

Bài tập 1.5.1. Tìm miền xác định của những hàm số sau đây:

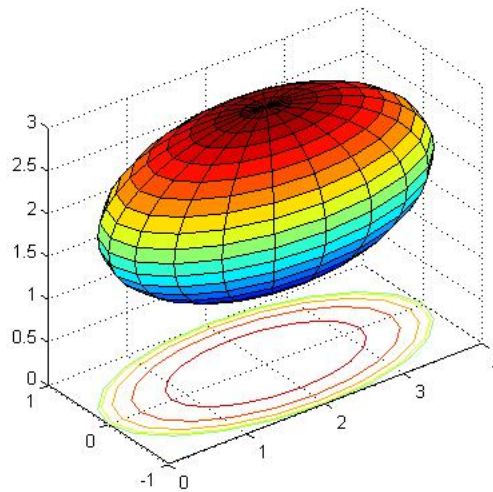
1. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}$

2. $z = \frac{1}{9 - x^2 - y^2}$

3. $z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$

4. $z = \ln xy$

5. $z = \arcsin\left(\frac{y-1}{x}\right)$



Hình 1.30: Vẽ hình Ellipsoid bằng lệnh ellipsoid

$$6. z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$7. z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$$

1.5.2 Đường đẳng trị

Bài tập 1.5.2. Tìm phương trình đường đẳng trị của hàm số $z = f(x, y)$ đi qua điểm P .

$$1. z = x^2 + 2xy + y^2 - x + y, P(1, 2).$$

$$2. z = x^2 - y^2 + 2x - 4y, P(2, -1).$$

1.6 Bài tập trắc nghiệm

1.6.1 Nhận dạng mặt bậc hai

Bài tập 1.6.1. Cho mặt bậc hai $x^2 + z^2 = 2x + 2z + 1$. Đây là mặt gì?

1. Mặt trụ parabol.
2. Mặt trụ tròn.
3. Mặt cầu.
4. Paraboloid elliptic.

Bài tập 1.6.2. Cho mặt bậc hai $z + x^2 + y^2 + 2x = 3$. Đây là mặt gì?

1. Mặt trụ.
2. Nửa mặt cầu.
3. Ellipsoid.
4. Paraboloid elliptic.

Bài tập 1.6.3. Cho mặt bậc hai $z + x^2 + 3x = 4$. Đây là mặt gì?

1. Mặt nón.
2. Paraboloid elliptic.
3. Mặt trụ parabol.
4. Nửa mặt cầu.

Bài tập 1.6.4. Cho mặt bậc hai $\sqrt{4 - 2x^2 - z^2} + y = 1$. Đây là mặt gì?

1. Nửa Ellipsoid.
2. Mặt trụ.
3. Paraboloid elliptic.
4. Nửa mặt cầu.

Bài tập 1.6.5. Cho mặt bậc hai $y + \sqrt{4x^2 + z^2} + 2 = 0$. Đây là mặt gì?

1. Mặt trụ.
2. Paraboloid elliptic.
3. Nửa mặt cầu.
4. Mặt nón một phía.

cuu duong than cong. com

Lời giải bài tập chương 1

1.5.1 1. $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}$

2. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \neq 9\}$

3. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x < y < x\}$

4. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0\}$

5. $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq \frac{y-1}{x} \leq 1 \right\}$

6. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$

7. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$

cuu duong than cong. com

1.5.2 1. $x^2 + 2xy + y^2 - x + y = 10$

2. $x^2 - y^2 + 2x - 4y = 11$

1.6.1 Câu 2.

1.6.2 Câu 4

1.6.3 Câu 3

1.6.4 Câu 1

1.6.5 Câu 4