IV. Phân giải

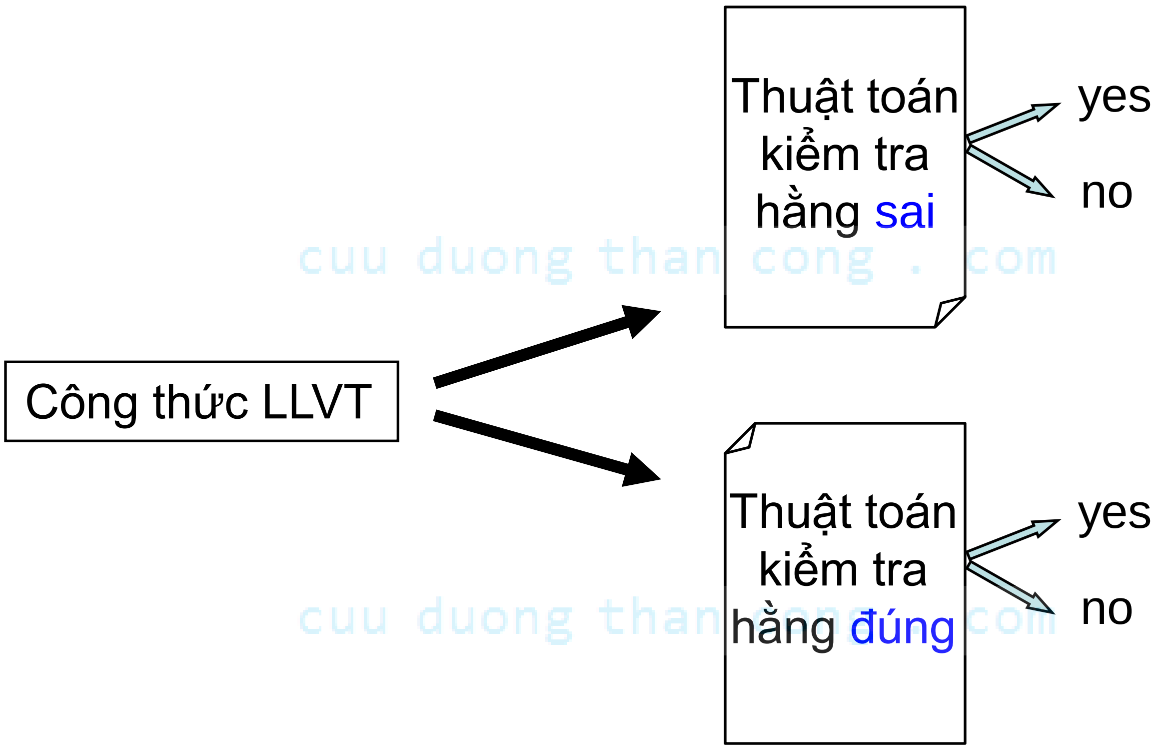
Tính hằng sai

- <u>Mục tiêu</u> :

  Số diễn dịch của 1 công thức LLVT là vô hạn. Làm sao biết được một công thức là hằng đúng, hằng sai, khả đúng, khả sai ?.
  Dựa vào định nghĩa ?

- Giải pháp ?

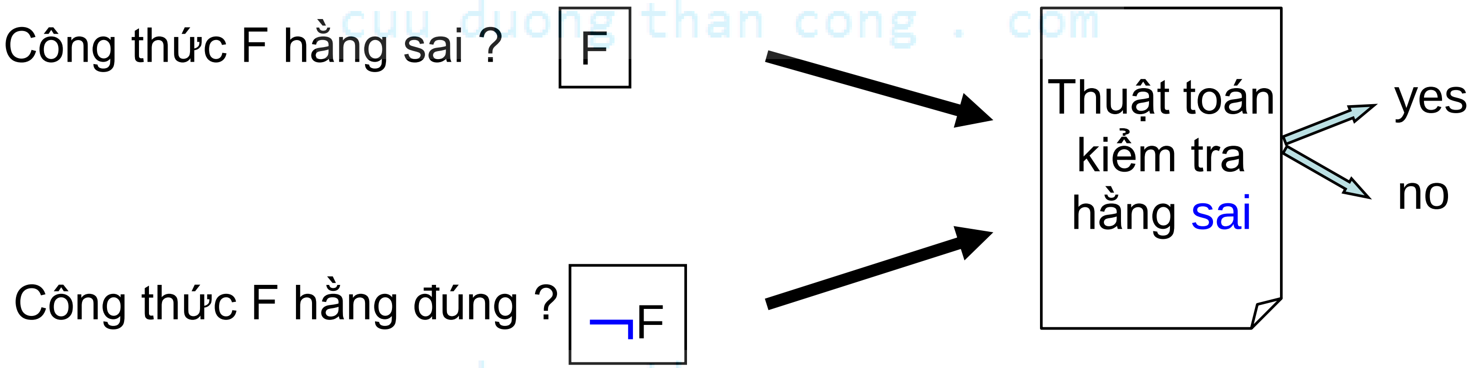
Tính hằng sai



Có cần thiết phải có 2 thuật toán ?

Tính hằng sai

- <u>Chỉ cần 1 thuật toán</u> :



Tính hằng sai

- Chỉ cần 1 thuật toán hằng sai :

F + yes ⟶ F hằng sai.

¬F + yes ⟶ F hằng đúng.

F + no và ¬F + no ⟶ F khả đúng, khả sai.

Tính hằng sai

- Mục tiêu :
  Biết được công thức là hằng sai.

- Giải pháp :
  * Biến đổi công thức (vẫn còn tính hằng sai).
  * Co nhỏ không gian diễn dịch.

Tính hằng sai

- Lưu ý :

  Chỉ công thức đóng mới được đánh giá đúng sai trong một diễn dịch.
  Do đó, các công thức được đề cập từ đây trở đi mặc nhiên là công thức đóng.

Dạng chuẩn Skolem

- Công thức F được chuyển về dạng :

  1. Chuẩn Prenex.

  2. Chuẩn giao.

  3. Lần lượt xóa các lượng từ ∃"-".
  Với mỗi ∃x, thay tất cả các hiện hữu của x bằng hàm f_x. Hàm f_x có thông số là các biến của các lương từ ∀, với chỉ những lượng từ ∀ đứng trước ∃x.

  4. Tập S_F có phần tử là các thành phần giao.

Dạng chuẩn Skolem

Thí dụ :

$F = \forall x\ \forall y\ \exists z\ \forall t\ \exists s\ \forall v\ (p(x, y, z, t) \wedge q(s, v))$

Xóa lượng từ $\exists z$, thay z bằng hàm $f_z(x, y)$

$\forall x\ \forall y\ \forall t\ \exists s\ \forall v\ (p(x, y, f_z(x, y), t) \wedge q(s, v))$

Xóa lượng từ $\exists s$, thay s bằng hàm $f_s(x, y, t)$

$\forall x\ \forall y\ \forall t\ \forall v\ (p(x, y, f_z(x, y), t) \wedge q(f_s(x, y, t), v))$

Chuyển thành dạng tập hợp

$S_F = \{p(x, y, f_z(x, y), t), q(f_s(x, y, t), v)\}$

dạng chuẩn Skolem

Dạng chuẩn Skolem

Thí dụ :

$F = \exists x\ \forall y\ \exists z\ \forall t\ p(a, x, y, z, f(t))$

Xóa lượng từ $\exists x$, thay x bằng hằng b

$\forall y\ \exists z\ \forall t\ p(a, b, y, z, f(t))$

Xóa lượng từ $\exists z$, thay z bằng hàm $f_z(y)$

$\forall y\ \forall t\ p(a, b, y, f_z(y), f(t))$

Chuyển thành dạng tập hợp

$S_F = \{p(a, b, y, f_z(y), f(t)\}$ dạng chuẩn Skolem

Dạng chuẩn Skolem

Thí dụ :

$F = \exists x\ \forall y\ (p(a, x, f(y)) \rightarrow \exists y\ \forall z\ \exists u\ q(y, z, u))$

$F = \exists x\ \forall y\ (\neg p(a, x, f(y)) \vee \exists y\ \forall z\ \exists u\ q(y, z, u))$

$F = \exists x\ \forall y\ (\neg p(a, x, f(y)) \vee \exists t\ \forall z\ \exists u\ q(t, z, u))$

$F = \exists x\ \forall y\ \exists t\ \forall z\ \exists u\ (\neg p(a, x, f(y)) \vee q(t, z, u))$

$\forall y\ \forall z\ (\neg p(a, b, f(y)) \vee q(g(y), z, h(y, z)))$

$S_F = \{\neg p(a, b, f(y)) \vee q(g(y), z, h(y, z))\}.$

Dạng chuẩn Skolem

Nhận xét :

- Các hàm được đặt tên f_x để không trùng tên với các hàm đã có của công thức.
- Nếu trước ∃x không có lượng từ phổ dụng thì thay bằng hàm không thông số. Hàm không thông số là một hằng.
- Từ kết quả của bước 4 có thể tạo lại kết quả của bước 3.

Dạng chuẩn Skolem

Nhận xét :

- Công thức ở dạng chuẩn Prenex vẫn còn tương đương với công thức ban đầu.
- Kết quả của bước chuyển về dạng chuẩn giao vẫn còn tương đương với công thức ban đầu.
- Kết quả của bước xóa lượng từ không phải là công thức, dĩ nhiên là không tương đương với công thức ban đầu.

Dạng chuẩn Skolem

- Ý nghĩa của việc thay biến x của lượng từ ∃x.

  - Thay x bằng hằng.

  “có x có tính chất p” là công thức ∃x p(x)

  “lấy c có tính chất p” là công thức p(c) với mục đích là làm đơn giản công thức.

Dạng chuẩn Skolem

- Ý nghĩa của việc thay biến x của lượng từ ∃x.

  \- Thay x bằng hàm.

  "Everyone has a mother" (mỗi người đều có mẹ) là công thức ∀x ∃y mother(x, y).

  Nếu thay y bằng hằng thì công thức ∀x mother(x, c) mang ý nghĩa khác. Phần tử y phụ thuộc vào x nên phải thay bằng hàm theo x.

Mệnh đề

- Mỗi phần tử của dạng chuẩn Skolem được gọi là 1 mệnh đề.
- Do đó mệnh đề được định nghĩa là hội các lưỡng nguyên.
- Mệnh đề đơn vị là mệnh đề có 1 lưỡng nguyên.
- Mệnh đề rỗng là công thức hằng sai.
- Nhắc lại :

$F \vee \bot = F$ ($\bot$ là công thức hằng sai), $\forall F$.

F $\wedge$ Ť = F (Ť là công thức hằng đúng), $\forall F$.

Tính hằng sai

Định lý :

Công thức F hằng sai nếu và chỉ nếu dạng chuẩn Skolem S_F hằng sai.

Nhận xét :

Từ định lý trên có thể nói : công thức F và dạng chuẩn Skolem S_F là tương đương theo nghĩa hằng sai, nghĩa là dạng chuẩn Skolem duy trì được tính hằng sai.

Tính hằng sai

Ghi chú :

Tính hằng sai chỉ được định nghĩa cho khái niệm công thức.

Dạng chuẩn Skolem được gọi là hằng sai dựa vào công thức ở cuối bước 3 trong quá trình biến đổi về dạng chuẩn Skolem.

Nguyên tắc phân giải

- Một hệ thống hằng sai nếu "sản sinh" được mệnh đề hằng sai.
- Qui tắc truyền

  $(P \to Q), (Q \to R) \models (P \to R)$,

  thay $\neg P$ bằng T :

↳ $(T \vee Q), (\neg Q \vee R) \models (T \vee R)$.

Nguyên tắc phân giải

- $(T \vee Q), (\neg Q \vee R) \models (T \vee R)$.

  Có thể được hiểu là :

  * Mệnh đề $(T \vee R)$ được sinh ra từ 2 mệnh đề $(T \vee Q)$ và $(\neg Q \vee R)$.

  * Phương thức sinh ra là bỏ đi 2 lưỡng nguyên đổi dấu của mỗi mệnh đề, hội những phần còn lại của 2 mệnh đề.

  * Mệnh đề được sinh ra là hệ quả luận lý của 2 mệnh đề sinh ra nó.

Nguyên tắc phân giải

Thí dụ :

$p(x) \vee q(y), \neg q(y) \vee r(x) \models p(x) \vee r(x).$

Nhưng,

$p(x) \vee q(y), \neg q(z) \vee r(x) \models ?= p(x) \vee r(x).$

$p(x) \vee q(y), \neg q(a) \vee r(x) \models ?= p(x) \vee r(x).$

$p(x) \vee q(y), \neg q(f(x)) \vee r(x) \models ?= p(x) \vee r(x).$

Thay thế

Thí dụ :

S = {p(x), p(y) ∨ q(h(x)), p(t), p(f(x)) ∨ q(z)}

Thay t bằng x,

y bằng f(x) và

z bằng h(x).

S trở thành : {p(x), p(f(x)) ∨ q(h(x))}

(số mệnh đề của tập S giảm).

Thay thế

- Thay thế (substitution) là một tập hợp $\theta = \{s_1/x_1, ..., s_n/x_n\}$, với $x_1, ..., x_n$ là các biến còn $s_1, ..., s_n$ là các nguyên từ thỏa điều kiện :

$$s_i \neq x_i, \quad \forall i$$

$$x_i \neq x_j, \quad \forall i, j$$

<u>Thí dụ</u> :

$\theta = \{x/t, f(x)/y, h(x)/z\}$.

$S\theta = \{p(x), p(y) \vee q(h(x)), p(t), p(f(x)) \vee q(z)\}\theta$

$S\theta = \{p(x), p(f(x)) \vee q(h(x))\}$

Thay thế

- Khi tác động 1 thay thế θ lên 1 tập S hay 1 nguyên từ t thì các biến trong S hay t được thay bằng các nguyên từ tương ứng có trong θ. Các biến này chỉ được thay thế 1 lần.

Thí dụ :

$\theta = \{y/x, f(x)/y, a/z\}$.

$S = \{p(x) \vee q(y), p(z) \vee q(x)\}$

$S\theta = \{p(y) \vee q(f(x)), p(a) \vee q(y)\}$

Thay thế

Thí dụ :

$S = \{p(x), p(y) \vee q(h(t)), p(f(x)) \vee q(z)\}$

$\theta = \{a/x, f(x)/y, h(x)/z\}$

$S\theta = \{p(a), p(f(x)) \vee q(h(t)), p(f(a)) \vee q(h(x))\}$

$(S\theta)\theta = \{p(a), p(f(a)) \vee q(h(t)), p(f(a)) \vee q(h(a))\}$

Hợp nối

- Hợp nối 2 thay thế :

$$\theta = \{s_1/x_1, \ldots, s_n/x_n\}$$

$$\lambda = \{t_1/y_1, \ldots, t_m/y_m\}$$

là thay thế.

$$\theta\lambda = \{s_1\lambda/x_1, \ldots, s_n\lambda/x_n, \underbrace{t_1/y_1, \ldots, t_m/y_m}_{\text{Chỉ lấy các phân số không có mẫu xuất hiện trong các biến } x_1, \ldots, x_n}\}$$

<u>Thí dụ</u> :

$$\theta = \{f(y)/x, z/y\} \text{ và } \lambda = \{a/x, b/y, y/z\}.$$

$$\theta\lambda = \{f(b)/x, y/z\}, \lambda\theta = \{a/x, b/y\}.$$

Đồng nhất thế

- $S = \{E_1, ..., E_k\}$.
  Nếu $S\theta = \{E_1\theta\}$ (nghĩa là $E_1\theta = ... = E_k\theta$) thì θ được gọi là đồng nhất thế (unifier) của S.

<u>Thí dụ</u> :

$S = \{p(a, y), p(x, f(b))\}$ và $\theta = \{a/x, f(b)/y\}$

$S\theta = \{p(a, f(b))\} \rightarrow \theta$ là đồng nhất thế của S.

↳ S được gọi là khả đồng nhất thế (unifiable).

mgu

- Đồng nhất thế θ là mgu (most general unifier) của $\{E_1, ..., E_k\}$ nếu
  $(\forall$ đồng nhất thế $\sigma)(\exists$ thay thế $\lambda)$ $(\sigma = \theta\lambda)$

$$\begin{tikzcd}
\{E_1, \ldots, E_k\} \arrow[d, "\sigma"'] \arrow[r, "\theta"] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowright"] & \{E_1, \ldots, E_k\}\theta \arrow[dl, "\lambda"] \\
\{E_1, \ldots, E_k\}\sigma \arrow[d, equal] & \\
\{E_1, \ldots, E_k\}\theta\lambda &
\end{tikzcd}$$

Tập bất đồng

- Để đồng nhất các mệnh đề của 1 tập hợp, so sánh từng ký tự, nếu gặp sự khác biệt thì lấy 2 thành phần có nghĩa hình thành nên tập hợp gọi là tập bất đồng (disagreement).

Thí dụ :

S = {p(x, f(y, z)), p(x, a), p(x, g(h(k(x))))}

↳ {f(y, z), a} là tập bất đồng.

T = {p(f(x), h(y), a, t(c)), p(f(x), z, k(x), h(y)), p(f(x), h(x), b, g(h(x)))}

↳ {h(y), z} là tập bất đồng.

Thuật toán đồng nhất

Thuật toán

1. Tìm tập bất đồng
2. Chọn thay thế.
3. Quay lại bước 1 nếu không còn tập bất đồng.

Kết quả của thuật toán đồng nhất là một đồng nhất thế và còn là một mgu.

Thuật toán đồng nhất

Thí dụ :

$S = \{p(a, x, h(g(z))), p(b, h(y), h(y))\}$,

$\{a, b\} \rightarrow$ thay thế $\theta_0 = \varnothing$

$T = \{p(a, f(x), h(g(a)), p(a, h(y), h(y)\}$,

$\{f(x), h(y)\} \rightarrow$ thay thế $\theta_0 = \varnothing$

$H = \{p(a, x, h(g(a)), p(a, h(x), h(y)\}$,

$\{x, h(x)\} \rightarrow$ thay thế $\theta_0 = \{h(x)/x\}$

$H\theta_0 = \{p(a, \underline{h(x)}, h(g(a)), p(a, \underline{h(h(x))}, h(y)\}$

Thuật toán đồng nhất

- Để có được một mgu từ tập bất đồng thì tập bất đồng phải có :
  1. Một biến.
  2. Biến $\notin$ biểu thức.

mgu

Thí dụ :

$S = \{p(x, y, z), p(f(y), z, g(w)), p(f(g(a)), z, t)\}$

$\{x, f(y)\} \rightarrow \theta_0 = \{f(y)/x\}$

$S\theta_0 = \{p(f(y), y, z), p(f(y), z, g(w)), p(f(g(a)), z, t)\}$

$\{y, z\} \rightarrow \theta_1 = \theta_0.\{z/y\} = \{f(z)/x, z/y\}$

$S\theta_1 = \{p(f(z), z, z), p(f(z), z, g(w)), p(f(g(a)), z, t)\}$

$\{z, g(w)\} \rightarrow \theta_2 = \theta_1.\{g(w)/z\}$

$= \{f(g(w))/x, g(w)/y, g(w)/z\}$

$S\theta_2 = \{p(f(g(w)), g(w), g(w)), p(f(g(a)), g(w), t)\}$

mgu

$\{z, g(w)\} \rightarrow \theta_2 = \{f(g(w))/x, g(w)/y, g(w)/z\}$

$S\theta_2 = \{p(f(g(w)), g(w), g(w)), p(f(g(a)), g(w), t)\}$

$\{w, a\} \rightarrow \theta_3 = \theta_2.\{a/w\}$

$= \{f(g(a))/x, g(a)/y, g(a)/z, a/w\}$

$S\theta_3 = \{p(f(g(a)), g(a), g(a)), p(f(g(a)), g(a), t)\}$

$\{g(a), t\} \rightarrow \theta_4 = \theta_3.\{g(a)/t\}$

$= \{f(g(a))/x, g(a)/y, g(a)/z, a/w, g(a)/t\}$

$S\theta_4 = \{p(f(g(a)), g(a), g(a))\}$

$mgu(S) = \{f(g(a))/x, g(a)/y, g(a)/z, a/w, g(a)/t\}$

Thừa số

- Thừa số (factor) của một mệnh đề.

  $D = \underline{p(x)} \vee \underline{p(f(y))} \vee \neg q(x) \vee \underline{p(z)}$

  $p(x)$ và $p(f(y))$ có mgu $\theta = \{f(y)/x\}$.

  $D\theta = p(f(y) \vee \neg q(f(y)) \vee p(z)$ là thừa số.

  $p(z)$ và $p(f(y))$ có mgu $\phi = \{f(y)/z\}$.

  $D\phi = p(x) \vee p(f(y) \vee \neg q(x)$ là một thừa số.

  $p(x)$ và $p(z)$ có mgu $\gamma = \{x/z\}$.

  $D\gamma = p(x) \vee p(f(y) \vee \neg q(x)$ là một thừa số.

Phân giải nhị phân

- Phân giải nhị phân của 2 mệnh đề.

$C = p(x) \vee q(x)$ $D = \neg p(a) \vee r(x)$.

$L_C = p(x)$ và

$L_D = \neg p(a)$.

L_C và $\neg L_D$ có mgu $\theta = \{a/x\}$.

$(C\theta - L_C\theta) \vee (D\theta - L_D\theta) = q(a) \vee r(a)$.

↳ $pg_b(C, D) = (q(a) \vee r(a))$ là phân giải nhị phân của C và D.

Phân giải nhị phân

Thí dụ

$C = p(x) \vee \neg r(a)$ $\quad D = \neg p(b) \vee \neg p(f(y)) \vee r(x).$

$pg_b(C, D) = \neg r(a) \vee \neg p(f(y)) \vee r(b)$, với $\theta = \{b/x\}$.

$pg_b(C, D) = \neg r(a) \vee \neg p(b) \vee r(f(y))$,

với $\theta = \{f(y)/x\}$.

$pg_b(C, D) = p(a) \vee \neg p(b) \vee \neg p(f(y))$, với $\theta = \{a/x\}$.

Phân giải

- Phân giải của hai mệnh đề C, D :

  1. Phân giải nhị phân của C và D.

  2. Phân giải nhị phân của C và 1 thừa số của D.

  3. Phân giải nhị phân của 1 thừa số của C và 1 thừa số của D.

  Ký hiệu pg(C, D)

Phân giải

Thí dụ

$C = p(x) \lor q(a) \qquad D = \neg p(z) \lor \neg p(f(y)) \lor r(x).$

$pg(C, D) = q(a) \lor \neg p(f(y)) \lor r(x).$

$pg(C, D) = q(a) \lor \neg p(z) \lor r(f(y)),$

$pg(C, D) = q(a) \lor r(f(y)).$

Phân giải

<u>Định lý</u>

Phân giải là hệ quả luận lý của 2 mệnh đề được phân giải.

$$C, D \models pg(C, D)$$

<u>Hệ quả</u>

Một hệ thống hằng sai nếu phân giải ra được mệnh đề hằng sai ($\perp$).

Quá trình phân giải sẽ dừng nếu không sinh ra được mệnh đề mới.

Chứng minh

- Chứng minh H là hệ qủa luận lý của F và G :

  $F = \forall x\, (p(x) \rightarrow (w(x) \wedge r(x)))$

  $G = \exists x\, (p(x) \wedge q(x))$

  $H = \exists x\, (q(x) \wedge r(x))$

  Chuyển F, G và ¬H thành dạng chuẩn.

  $F = \forall x\, ((\underline{\neg p(x) \vee w(x)}) \wedge (\underline{\neg p(x) \vee r(x)}))$

  $G = \exists x\, (p(x) \wedge q(x))$

  $\neg H = \forall x\, (\neg q(x) \vee \neg r(x))$

Chứng minh

- Hệ thống mới là :

$(1)\ (\neg p(x) \vee w(x))$

$(2)\ (\neg p(x) \vee r(x)))$

$(3)\ p(a)$

$(4)\ q(a)$

$(5)\ \neg q(x) \vee \neg r(x).$

$pg(2, 3) = r(a) \qquad (6)$

$pg(4, 5) = \neg r(a) \qquad (7)$

$pg(6, 7) = \perp.$

Problem-solving[13]

- If one number is less than or equal to a second number, and the second number is less than or equal to a third, then the first number is not greater than the third. A number is less than or equal to a second number if and only if the second number is greater than the first or the first is equal to the second. Given a number, there is another number that it is less than or equal to. Therefore, every number is less than or equal to itself.

[13] The essence of logic John Kelly. Prentice Hall 1997

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng ký hiệu toán học.

  If $(x \leq y)$ and $(y \leq z)$ then not $(x > z)$.
  $(x \leq y)$ iff $(y > x))$ or $(x = y)$.
  For every x, there is a y such that $x \leq y$.

Therefore, $x \leq x$ for every x.

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng logic.

  Các vị từ le ($\leq$), gt ($>$), eq ($=$)

  $\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((le(x, y) \wedge le(y, z)) \rightarrow \neg gt(x, z))$

  $\forall x\ \forall y\ (le(x, y) \leftrightarrow (gt(y, x) \vee eq(x, y)))$

  $\forall x\ \exists y\ le(x, y)$

  $\models \forall x\ le(x, x)$.

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng logic.

  Các vị từ le ($\leq$), gt ($>$), eq ($=$)

  $\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((le(x, y) \wedge le(y, z)) \rightarrow \neg gt(x, z))$

  $\forall x\ \forall y\ (le(x, y) \leftrightarrow (gt(y, x) \vee eq(x, y)))$

  $\forall x\ \exists y\ le(x, y)$

  $\models \forall x\ le(x, x).$

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng logic.

{

$\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((le(x, y) \wedge le(y, z)) \rightarrow \neg gt(x, z)),$

$\forall x\ \forall y\ (le(x, y) \rightarrow (gt(y, x) \vee eq(x, y))),$

$\forall x\ \forall y\ ((gt(y, x) \vee eq(x, y))) \rightarrow le(x, y),$

$\forall x\ \exists y\ le(x, y),$

$\neg(\forall x\ le(x, x)).$

} hệ thống hằng sai.

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng logic.

  {

  $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (\neg le(x, y) \vee \neg le(y, z) \vee \neg gt(x, z))$,

  $\forall x\ \forall y\ (\neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y))$,

  $\forall x\ \forall y\ ((\neg gt(y, x) \wedge \neg eq(x, y)) \vee le(x, y))$,

  $\forall x\ \exists y\ le(x, y)$,

  $\exists x\ \neg le(x, x)$.

  } hệ thống hằng sai.

Problem-solving[13]

- Biểu diễn dưới dạng logic.

  {

  $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (\neg le(x, y) \vee \neg le(y, z) \vee \neg gt(x, z))$,

  $\forall x\ \forall y\ (\neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y))$,

  $\forall x\ \forall y\ ((\neg gt(y,x) \vee le(x,y)) \wedge (\neg eq(x,y) \vee le(x,y))$,

  $\forall x\ \exists y\ le(x, y)$,

  $\exists x\ \neg le(x, x)$

  } hệ thống hằng sai.

Problem-solving[13]

- Biến đổi về dạng chuẩn Skolem.

  {

  $\neg le(x, y) \vee \neg le(y, z) \vee \neg gt(x, z)$,

  $\neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y)$,

  $\neg gt(y, x) \vee le(x, y)$,

  $\neg eq(x, y) \vee le(x, y)$,

  $le(x, f(x))$,

  $\neg le(a, a)$

  }

Problem-solving[13]

- Biến đổi về dạng chuẩn Skolem.

$\neg le(x, y) \vee \neg le(y, z) \vee \neg gt(x, z)$ (1')

$\neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y)$ (2)

$\neg gt(y, x) \vee le(x, y)$ (3)

$\neg eq(x, y) \vee le(x, y)$ (4)

$le(x, f(x))$ (5)

$\neg le(a, a)$ (6)

Problem-solving[13]

- Biến đổi về dạng chuẩn Skolem.

/* $\neg le(x, y) \vee \neg le(y, z) \vee \neg gt(x, z)$ (1') */

$\neg le(x, x) \vee \neg gt(x, x)$ (1) thừa số (1')

$\neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y)$ (2)

$\neg gt(y, x) \vee le(x, y)$ (3)

$\neg eq(x, y) \vee le(x, y)$ (4)

$le(x, f(x))$ (5)

$\neg le(a, a)$ (6)

Using Resolution[13]

- Phân giải.

  pg(1, 2), pg(1, 3), pg(1, 4), pg(1, 5), pg(1, 6),

  pg(2, 3), pg(2, 4), pg(2, 5), pg(2, 6),

  pg(3, 4), pg(3, 5), pg(3, 6),

  pg(4, 5), pg(4, 6),

  pg(5, 6)

Using Resolution[13]

- Phân giải pg(1, 2).

$M_1 = \neg le(x, x) \vee \neg gt(x, x)$ (1)

$M_2 = \neg le(x, y) \vee gt(y, x) \vee eq(x, y)$ (2)

$\theta = \{x/y\}$

$M_1\theta = \neg le(x, x) \vee \neg gt(x, x)$

$M_2\theta = \neg le(x, x) \vee gt(x, x) \vee eq(x, x)$

$pg(1, 2) = \neg le(x, x) \vee eq(x, x)$

Problem-solving[13]

- Some students attend logic lectures diligently. No student attends boring logic lectures diligently. Sean's lectures on logic are attended diligently by all students. Therefore none of Sean's logic lectures are boring.
- Chọn các vị từ :

lec(x) : x là bài giảng về logic

st(x) : x là student, s : Sean,

at(x, y) : x tham dự y chăm chỉ,

bor(x) : x tẻ nhạt, gv(x, y) : x được cho bởi y

Problem-solving[13]

- Chuyển về LLVT

Some students attend logic lectures diligently.

There is an x who is a student and, for every y, if y is a logic lecture, then x attends y diligently.

$$\exists x\ (st(x) \land \forall y\ (\underline{lec(y) \rightarrow at(x, y)}))$$

Nếu dịch :

$$\exists x\ \forall y\ (\underline{st(x) \land lec(y)} \rightarrow at(x, y))) \qquad ???$$

$$\forall y\ \exists x\ (\underline{st(x) \land lec(y)} \rightarrow at(x, y))) \qquad ???$$

Problem-solving[13]

- Chuyển về LLVT

  No student attends boring logic lectures diligently.

  For every x, if x is a student, then, for every y, if y is a lecture which is boring, then x does not attend y.

$$\forall x\ (st(x) \rightarrow \forall y\ (\underline{lec(y) \wedge bor(y)}) \rightarrow \neg at(x, y)))$$

Problem-solving[13]

- Chuyển về LLVT

  Sean's lectures on logic are attended diligently by all students.

  If x is a lecture given by s then every student z attends it.

$$\forall x\ (\underline{lec(x) \land gv(x, s)}) \rightarrow \forall z\ (\underline{st(z) \rightarrow at(z, x)}))$$

Problem-solving[13]

- Chuyển về LLVT

  Therefore none of Sean's logic lectures are boring.

  Every lecture given by s is not boring.

  $$\forall x\ ((\underline{lec(x) \wedge gv(x, s)}) \rightarrow \neg bor(x))$$

Problem-solving[13]

- Tổng kết

$$\exists x\,(st(x) \wedge \forall y\,(\underline{lec(y) \rightarrow at(x, y)}))$$

$$\forall x\,(st(x) \rightarrow \forall y\,(\underline{lec(y) \wedge bor(y)}) \rightarrow \neg at(x, y)))$$

$$\forall x\,(\underline{lec(x) \wedge gv(x, s)}) \rightarrow \forall z\,(\underline{st(z) \rightarrow at(z, x)}))$$

$$\models \quad \forall x\,(\underline{lec(x) \wedge gv(x, s)}) \rightarrow \neg bor(x))$$

Problem-solving[13]

- Biến đổi

  $\exists x\ (st(x) \wedge \forall y\ (\underline{lec(y) \rightarrow at(x, y)}))$

  $\forall x\ (st(x) \rightarrow \forall y\ (\underline{lec(y) \wedge bor(y)} \rightarrow \neg at(x, y)))$

  $\forall x\ (\underline{lec(x) \wedge gv(x, s)} \rightarrow \forall z\ (\underline{st(z) \rightarrow at(z, x)}))$

  $\neg \forall x\ (\underline{lec(x) \wedge gv(x, s)} \rightarrow \neg bor(x))$

  chứng minh hệ thống hằng sai.

Problem-solving[13]

- Biến đổi

  $\exists x\ \forall y\ (st(x) \wedge (\neg lec(y) \vee at(x, y)))$

  $\forall x\ \forall y\ (\neg st(x) \vee \neg lec(y) \vee \neg bor(y) \vee \neg at(x, y))$

  $\forall x\ \forall z\ (\neg lec(x) \vee \neg gv(x, s) \vee \neg st(z) \vee at(z, x))$

  $\exists x\ (lec(x) \wedge gv(x, s) \wedge bor(x))$

Problem-solving[13]

- Biến đổi

  $st(a) \wedge (\neg lec(y) \vee at(a, y))$

  $\neg st(x) \vee \neg lec(y) \vee \neg bor(y) \vee \neg at(x, y)$

  $\neg lec(x) \vee \neg gv(x, s) \vee \neg st(z) \vee at(z, x)$

  $lec(b) \wedge gv(x, s) \wedge bor(b)$

Problem-solving[13]

- Biến đổi

$st(a)$ (1)

$\neg lec(y) \vee at(a, y)$ (2)

$\neg st(x) \vee \neg lec(y) \vee \neg bor(y) \vee \neg at(x, y)$ (3)

$\neg lec(x) \vee \neg gv(x, s) \vee \neg st(z) \vee at(z, x)$ (4)

$lec(b)$ (5)

$gv(x, s)$ (6)

$bor(b)$ (7)

Problem-solving[13]

- Phân giải

$st(a)$ (1)

$\neg lec(y) \lor at(a, y)$ (2)

$\neg st(x) \lor \neg lec(y) \lor \neg bor(y) \lor \neg at(x, y)$ (3)

$\neg lec(x) \lor \neg gv(x, s) \lor \neg st(z) \lor at(z, x)$ (4)

$lec(b)$ (5)

$gv(x, s)$ (6)

$bor(b)$ (7)

cuu duong than cong . com

Problem-solving[13]

- Phân giải

st(a)	(1)
$\neg lec(y) \vee at(a, y)$	(2)
$\neg st(x) \vee \neg lec(y) \vee \neg bor(y) \vee \neg at(x, y)$	(3)
$\neg lec(x) \vee \neg gv(x, s) \vee \neg st(z) \vee at(z, x)$	(4)
lec(b)	(5)
gv(x, s)	(6)
bor(b)	(7)

<u>Nhận xét</u> : dư (4) và (6) !!!.

Bài tập
Chương 4 : Phân giải

Dạng chuẩn Skolem

1. Chuyển về dạng chuẩn Skolem :

$F = \forall x \forall y\, ((S(x,y) \wedge T(x,y)) \rightarrow \exists x\, T(x,y))$

$H = \neg(\forall x\, (p(x) \rightarrow \exists y \forall z\, q(y,z)))$

$G = \forall x \forall y\, (\exists z\, K(x,y,z) \wedge \exists v\, (H(y,v) \rightarrow \exists u\, H(u,v)))$

$K = \forall x\, (\neg\, e(x,0) \rightarrow$

$(\underline{\exists y\, (\, e(y, g(x)) \wedge \forall z\, (e(z, g(x)) \rightarrow e(y, z))\,}))$

Thay thế

2. Cho 3 thay thế $\alpha = \{f(y)/x, z/y, g(x)/z\}$,

$\beta = \{a/x, b/y, x/t\}$,

$\chi = \{y/z, h(x)/y, f(x)/t\}$.

Tìm hợp nối $\alpha\beta\alpha$ và $\alpha\chi\alpha$.

3. Dùng thuật toán đồng nhất tìm mgu của công thức P :

$P = \{q(f(x),y,u), q(u,v,h(x)), q(t,y,z)\}$.

Thừa số

4. Cho thay thế $\theta = \{a/x, b/y, g(x,y)/z\}$ và

$$E = p(h(x),z), \quad \text{Tính } E\theta.$$

5. Tìm các thừa số của T :

$T = p(h(x)) \vee r(y) \vee \neg p(f(y)) \vee q(x) \vee \neg r(g(a)) \vee \neg r(y) \vee p(a).$

6. Dùng phân giải để khảo sát tính hằng sai, khả đúng của công thức :

$(r(x,y,z) \vee v(f(y),w)) \wedge \neg v(x,y) \wedge \neg t(x,z) \wedge (t(x,y) \vee v(x,y))$

Chứng minh

7. Bằng phân giải chứng minh tập S là hằng sai

   $S = \{p(x) \vee q(y), p(a) \vee \neg r(x), \neg p(a) \vee r(x), \neg p(x) \vee \neg q(b), r(a) \vee \neg q(y), \neg r(x) \vee q(b)\}$.

8. Dùng phân giải cho biết công thức F là hằng sai hay khả đúng :

   $F = \{(q(c) \vee p(b)) \wedge (q(c) \vee \neg r(c)) \wedge (\neg q(c) \vee r(c)) \wedge (\neg q(c) \vee \neg p(b)) \wedge (r(c) \vee \neg p(b)) \wedge (\neg r(c) \vee p(b))\}$.

Hết slide