

LÝ THUYẾT TẬP HỢP

cuu duong than cong . com

Nguyễn Thanh Sơn

Khoa KH&KT MT ĐH BK TpHCM

Email ntson@cse.hcmut.edu.vn



THẢO LUẬN

- Chứng minh toán học là gì ?.
- Có cái gọi là phương pháp chứng minh hay không ?.
- Phân loại chứng minh.

cuu duong than cong . com



PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

- Chứng minh trực tiếp.
- Chứng minh bằng dạng tương đương
eg : $A \Rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \Rightarrow C$.
- Chứng minh phản chứng.
eg : $A \rightarrow B \equiv (A \wedge \neg B) \Rightarrow \text{mâu thuẫn}$.
- Chứng minh truy chứng.
 - * Hữu hạn.
 - * Vô hạn.
- Chứng minh bằng phản thí dụ.

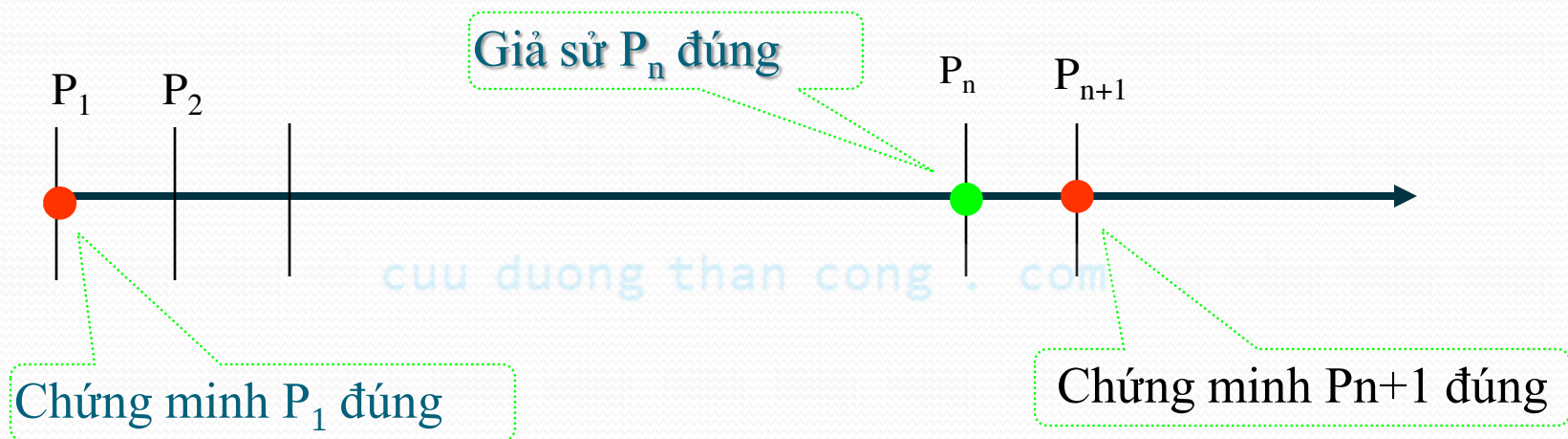


CHỨNG MINH TRUY CHỨNG

Cho một họ vô hạn mệnh đề $P_1, P_2, P_3, \dots$

Chứng minh tất cả P_i đều đúng.

Truy chứng hữu hạn (trên tập N): Dạng 1.

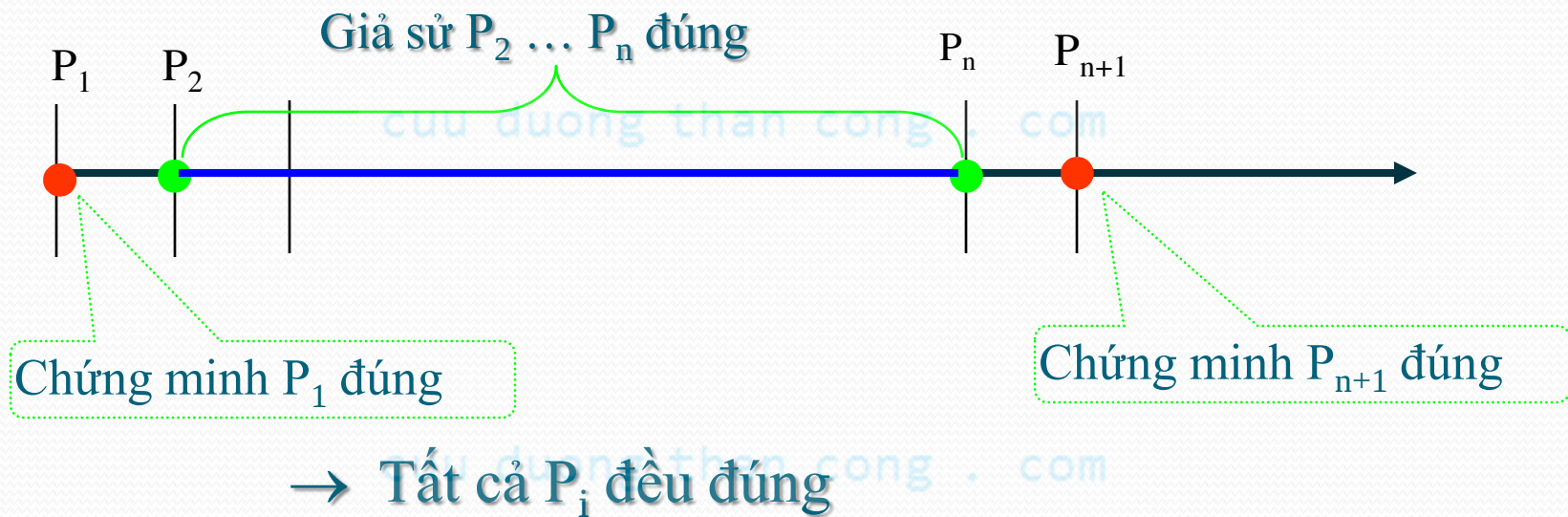


→ Tất cả P_i đều đúng



CHỨNG MINH TRUY CHỨNG

Truy chứng hữu hạn (trên tập N) : Dạng 2



Truy chứng vô hạn hay siêu hạn (trên tập R).



VẤN ĐỀ SUY NGHĨ

Kỹ thuật chứng minh truy chứng được áp dụng trong ngành máy tính như thế nào ?

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



CÁC TẬP HỢP

Tập trống : $\emptyset$.

Tập con :

$$X \subseteq Y \leftrightarrow (\forall x)(x \in X \rightarrow x \in Y).$$

Tập $2^X = P(X)$

(power set $\neq$ power of set).

Tập phổ dụng.

Tập tách biệt.

Tập hữu hạn, vô hạn, đếm được, ...



TẬP CÁC TẬP CON

Tìm tập tất cả tập con của $X = \{1, 2\}$?.

Tập $\emptyset \subseteq X$,

$\{1\} \subseteq X$,

$\{2\} \subseteq X$,

$\{1, 2\} \subseteq X$.

Lấy các tập con trên biến thành phần tử của một tập hợp ký hiệu là 2^X hay $P(X)$.

Vậy $2^X = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.



TẬP CÁC TẬP CON

Tìm tập tất cả tập con của $X = \{a, b, c\}$?.

Tập con 0 phần tử : $\emptyset$.

Tập con 1 phần tử : $a \rightarrow \{a\}, b \rightarrow \{b\}, c \rightarrow \{c\}$.

Tập con 2 phần tử : $a, b \rightarrow \{a, b\}, a, c \rightarrow \{a, c\}, b, c \rightarrow \{b, c\}$.

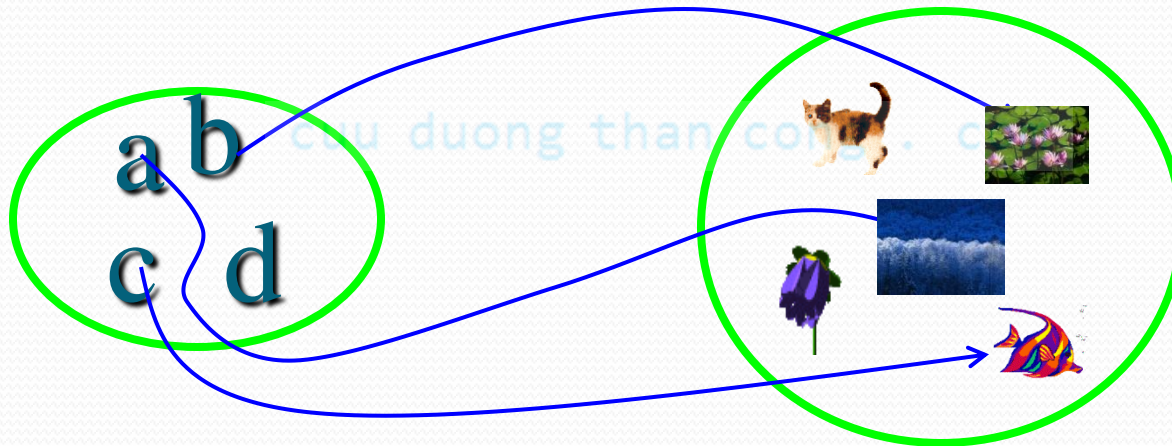
Tập con 3 phần tử : $a, b, c \rightarrow \{a, b, c\}$.

Vậy $2^X = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$.



ÁNH XẠ

- Sự dánh dánh này là ánh xạ từ A vào B ?

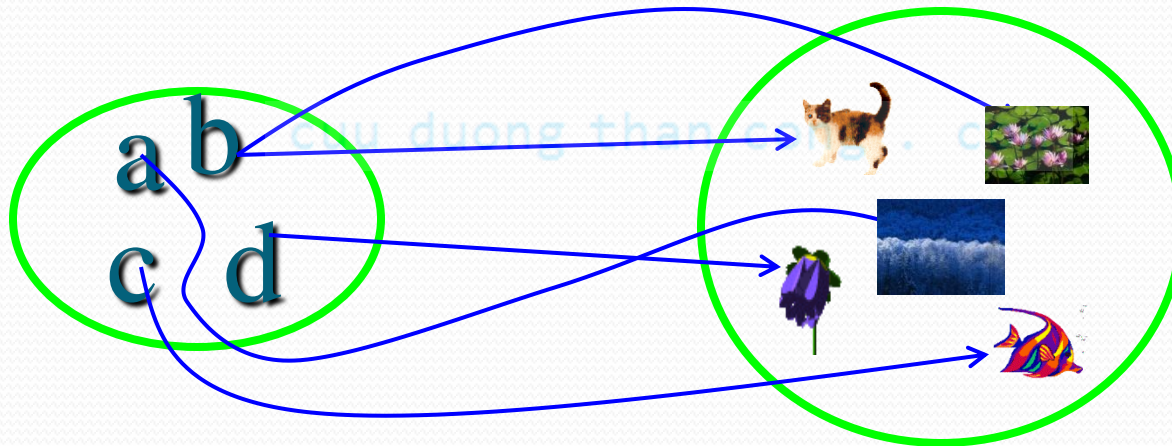


cuu duong than cong . com



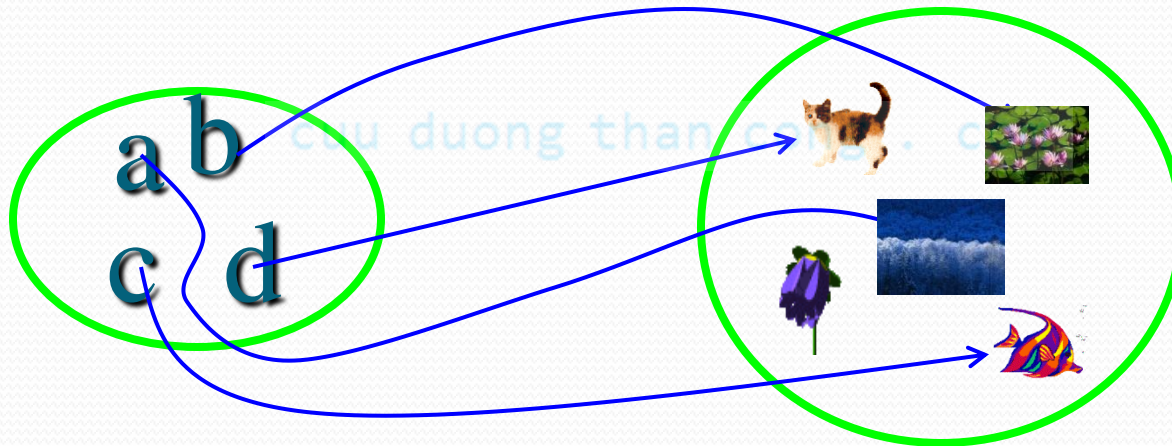
ÁNH XẠ

- Sự dánh dánh này là ánh xạ từ A vào B ?



ÁNH XẠ

- Sự dánh dánh này là ánh xạ từ A vào B ?



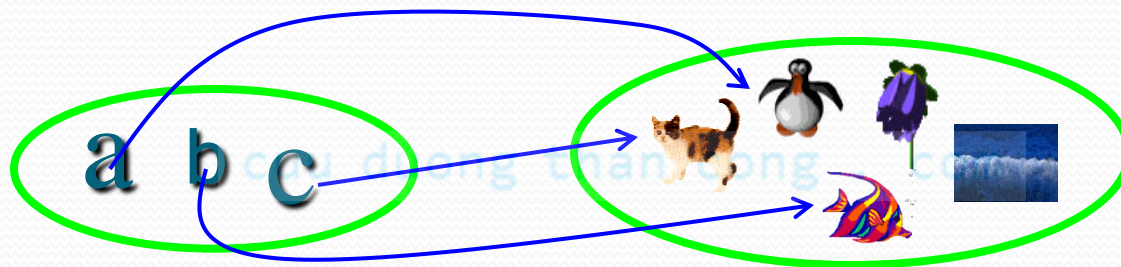
ÁNH XẠ

- Hai điều kiện để là ánh xạ từ A vào B :
 - Một phần tử của A chỉ dính dáng với 1 phần tử của B.
 - Mọi phần tử của A phải dính dáng với phần tử của B.

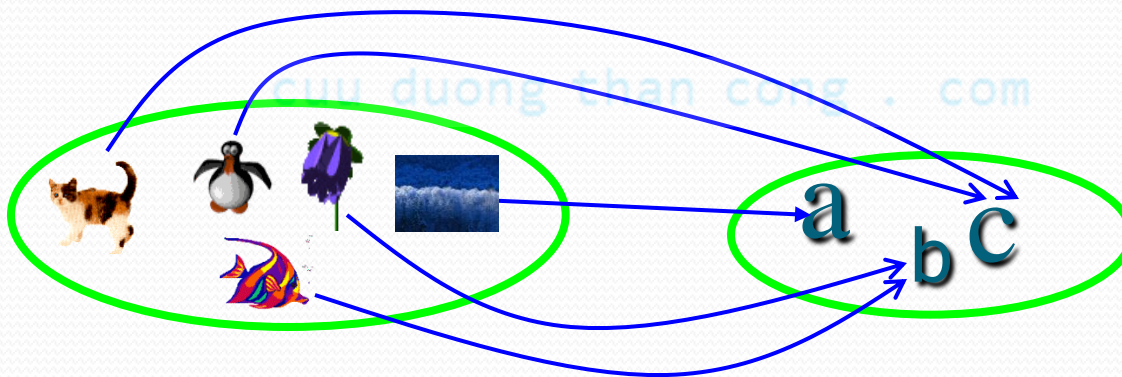


PHÂN LOẠI ẢNH XẠ

Ảnh xạ 1-1 từ A vào B



Ảnh xạ trên từ B vào A



MẶC NHIÊN THỎA

Nếu Điều kiện thì Hậu quả.

Thí dụ :

cuu duong than cong . com
P = "Nếu tôi có tiền thì tôi học Cao học".

Tình trạng 1 : có tiền + học Cao học.

Tình trạng 2 : có tiền + không học Cao học.

cuu duong than cong . com
Tình trạng 3 : không có tiền + học Cao học.

Tình trạng 4 : không có tiền + không học Cao học.



MẶC NHIÊN THỎA

Ap dụng.

Chứng minh : $\emptyset \subset X, \forall X$.

Định nghĩa chứa trong :

$$A \subset X \leftrightarrow (\forall x)(x \in A \rightarrow x \in X)$$

Lấy $A = \emptyset$.

Khái niệm chứa trong trở thành :

$$\emptyset \subset X \leftrightarrow (\forall x)(x \in \emptyset \rightarrow x \in X)$$

Mệnh đề $(x \in \emptyset \rightarrow x \in X)$ mặc nhiên thỏa.

Vậy $\emptyset \subset X, \forall X$.



VẤN ĐỀ SUY NGHĨ

Lý thuyết tập hợp có phải là 1 ngôn ngữ lập trình không ?

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



CẤU TRÚC ĐẠI SỐ

X là một CTĐS $\leftrightarrow X$ là tập hợp + Hữu hạn toán tử.

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



TOÁN TỬ

Các tính chất của toán tử.

Thí dụ :

$$x + y = y + x,$$

(giao hoán)

$$(x + y) + z = x + (y + z),$$

(phối hợp)

$$x + 0 = 0 + x = x,$$

(0 là pt trung hòa của +)

$$x * 1 = 1 * x = x,$$

(1 là pt trung hòa của *)

$$x + (-x) = (-x) + x = 0,$$

(-x là pt nghịch đảo)

$$x * (y + z) = (x * y) + (x * z),$$

(* phân bố với +).



CẤU TRÚC ĐẠI SỐ

Thí dụ :

$\langle X, \alpha \rangle$ là groupoid nếu X là tập hợp và α là toán tử cấp 2.

$\langle X, \alpha \rangle$ là bán nhóm nếu là groupoid và phối hợp.

$\langle X, \alpha \rangle$ là nhóm nếu là groupoid, phối hợp,
có phần tử trung hòa, có phần tử nghịch đảo.

$\langle X, \alpha, \beta \rangle$ là vành nếu $\langle X, \alpha \rangle$ là nhóm giao hoán,
 $\langle X, \beta \rangle$ là bán nhóm và β phân bố với α .

Những cấu trúc đại số khác :

Vành giao hoán, miền nguyên, vành chia, trường, modul, không gian vector, lattice, đại số boolean.



CTĐS - NHÓM

Một cấu trúc đại số $\langle X, \bullet \rangle$ với $\bullet$ là toán tử cấp 2 có :

Tính phối hợp

$$(\forall a, b, c) (a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$$

Phần tử đơn vị

$$(\exists u)(\forall x) (x \bullet u = u \bullet x = x)$$

Phần tử đảo

$$(\forall x) (\exists x^*) (x \bullet x^* = x^* \bullet x = u)$$



CTĐS - VÀNH

Một cấu trúc đại số $\langle X, \oplus, \bullet \rangle$ với $\oplus, \bullet$ là toán tử cấp 2 có :

$\langle X, \oplus \rangle$ là nhóm

Tính giao hoán của $\oplus$

$$(\forall a, b) (a \oplus b = b \oplus a).$$

Tính phối hợp của $\bullet$

$$(\forall a, b, c) (a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$$

Tính phân bố của $\bullet$ đối với $\oplus$

$$a \bullet (b \oplus c) = (a \bullet b) \oplus (a \bullet c)$$

$$(b \oplus c) \bullet a = (b \bullet a) \oplus (c \bullet a)$$



CTĐS - TRƯỜNG

Một cấu trúc đại số $\langle X, \oplus, \bullet \rangle$ với $\oplus, \bullet$ là toán tử cấp 2 có :

$\langle X, \oplus, \bullet \rangle$ là vành

$\langle X - \{0\}, \bullet \rangle$ là nhóm giao hoán

(0 là phần tử đơn vị của $\oplus$)

cuu duong than cong . com



CẤU TRÚC ĐẠI SỐ

Tương quan giữa các tập hợp thông dụng :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \subset \text{nhóm quaternion.}$$

Các cấu trúc đại số :

$\langle \mathbb{N}, + \rangle$ là bán nhóm.

$\langle \mathbb{Z}, +, * \rangle$ là vành.

$\langle \mathbb{Q}, +, * \rangle$ là trường.

$\langle \mathbb{R}, +, * \rangle$ là trường.

$\langle \mathbb{C}, +, * \rangle$ là trường.



QUAN HỆ

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



TÍCH HAI TẬP HỢP

Lấy $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4), \\ (b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, 4), \\ (c, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 4)\}.$$

Mỗi phần tử (x, y) của tập tích $(A \times B)$:

* là một cặp có thứ tự (ie, $x \in A$ và $y \in B$).



TÍCH HAI TẬP HỢP

$$A \times B = \{ \alpha \mid (\forall a)(\forall b) (a \in A \text{ và } b \in B \text{ và } \alpha = (a, b)) \}.$$

hay

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ và } b \in B \}.$$

Mở rộng :

$$A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n = \{ (a_i)_i \mid a_i \in A_i \}.$$



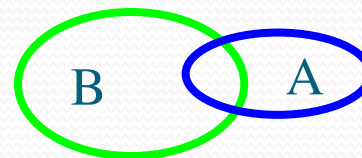
TÍNH CHẤT CỦA TÍCH

$$A \times B \neq B \times A.$$

$$A \times \emptyset = \emptyset.$$

$$\emptyset \times A = \emptyset.$$

Tạo hai tập hợp tách biệt :



$A \times \{0\}$ và $B \times \{1\}$.



QUAN HỆ

- Phân loại ngôn ngữ lập trình

	Cấu trúc	Hàm	Logic	Object
Pascal				
C++				
Fortran				
Prolog				
Smalltalk				
Cobol				
Lisp				



QUAN HỆ

Biểu diễn quan hệ “loại ngôn ngữ lập trình” bằng tập hợp.

cuu duong than cong . com
{(Pascal, cấu trúc), (C++, cấu trúc), (C++, đối tượng),
(Fortran, cấu trúc), (Prolog, logic), (Small talk, object),
(Cobol, cấu trúc), (Lisp, hàm)}.

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ

- Quan hệ R trên tập $X = \{a, b, c, d, e\}$.

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

Biểu diễn bằng tập hợp :

$$R = \{(a, a), (a, c), (b, a), (b, d), (b, e), (c, a), (c, c), (d, c), (d, e), (e, a)\}$$



QUAN HỆ

R là quan hệ của A và $B \leftrightarrow R \subseteq A \times B$.

Phần tử của R được viết dưới dạng :

$(x, y) \in R$, hay xRy .

A được gọi là Miền trị của R .

B được gọi là Miền ảnh của R .

Nếu $X \supseteq A$ và $Y \supseteq B$ thì

X cũng là miền trị của R ,

Y cũng là miền ảnh của R .



QUAN HỆ

R là quan hệ của A và B .

$\emptyset$ cũng là quan hệ của A và B .

$A \times B$ cũng là quan hệ của A và B .

Nếu $A = B$ thì

$$\Delta = \{(x, x) \mid (\forall x)(x \in X)\}$$

được gọi là quan hệ đường chéo.



TOÁN TỬ TRÊN QUAN HỆ

Hội 2 quan hệ :

$$(R \cup S) \leftrightarrow (\forall x)(\forall y)((x, y) \in R \vee (x, y) \in S)$$

hay

$$(R \cup S) \leftrightarrow ((x, y) \in R) \vee ((x, y) \in S).$$

cuu duong than cong . com



TÍNH CHẤT CỦA QUAN HỆ

Trường hợp miền trị và miền ảnh trùng nhau :

Phản hồi (reflexive).

Đối xứng (symmetric).

Phản đối xứng (antisymmetric).

Truyền (transitive).



QUAN HỆ PHẢN HỒI

Quan hệ "song song" giữa các đường thẳng.

→ mọi đường thẳng đều song song với chính nó.

Quan hệ "bạn" giữa các sinh viên trong lớp.

→ sinh viên A là bạn với chính anh ta.

Quan hệ " $\leq$ " trên tập hợp số nguyên.

→ $25 \leq 25$.

→ $(40, 40) \in \leq$.



QUAN HỆ PHẢN HỒI

Phản hồi :

$$(\forall x)((x, x) \in R).$$

Nhận xét :

Tính phản hồi phụ thuộc vào miền trị.



QUAN HỆ PHẢN HỒI

Quan hệ $R = \{(a, a), (a, b), (a, d), (b, b), (b, a), (c, c), (d, d)\}$
là phản hồi trên tập $X = \{a, b, c, d\}$.

cuu duong than cong . com

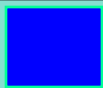
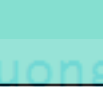
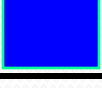
Quan hệ R không phản hồi trên tập $X' = \{a, b, c, d, e\}$.

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ PHẢN HỒI

Quan hệ phản hồi $\leftrightarrow$ chứa đường chéo.

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					



QUAN HỆ PHẢN HỒI

Quan hệ “ $\subseteq$ ” của tập hợp có phản hồi không ?.

Quan hệ “y chia chẵn cho x” ($x = ky$) trên tập hợp các số nguyên có phản hồi không ?.

Quan hệ “modulo” có phản hồi không ?.

Quan hệ $R = \{(a, b), (a, c), (a, a), (b, d), (b, b), (b, c), (c, c), (c, d), (d, d), (c, d)\}$ có phản hồi không ?.



QUAN HỆ KHÔNG PHẢN HỒI

Quan hệ "thẳng góc" giữa các đường thẳng.

→ mọi đường thẳng không thẳng góc với chính nó.

Quan hệ " $\subset$ " trên các tập hợp.

→ $A \not\subset A$.



QUAN HỆ KHÔNG PHẢN HỒI

Phản hồi :

$$(\forall x)((x, x) \in R).$$

Không phản hồi :

$$(\exists x)((x, x) \notin R).$$



QUAN HỆ ĐỐI XỨNG

Quan hệ "song song" giữa các đường thẳng.

→ đường thẳng (d) song song đường thẳng (h)
thì (h) cũng song song với (d).

Quan hệ "bạn" giữa các sinh viên trong lớp.

→ sinh viên A là bạn của B thì B cũng là bạn của A.



QUAN HỆ ĐỐI XỨNG

- Đổi xứng :

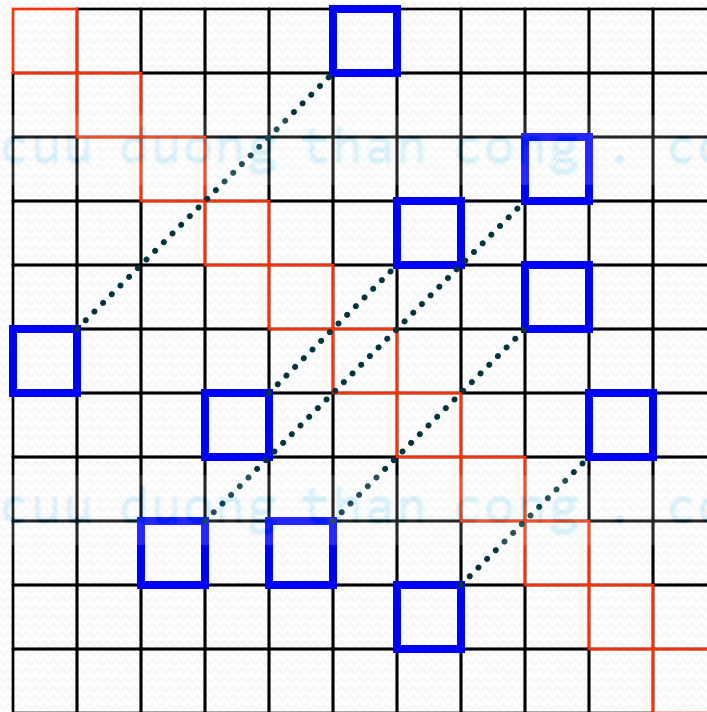
cuu duong than cong . com

$$(\forall x)(\forall y)(((x, y) \in R) \rightarrow ((y, x) \in R)).$$

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ ĐỐI XỨNG



QUAN HỆ KHÔNG ĐỐI XỨNG

Quan hệ " $\subset$ " trên các tập hợp.

→ $A \subset B$ nhưng $B \not\subset A$.

(hay $(A, B) \in \subset$ và $(B, A) \notin \subset$)

Quan hệ " $\leq$ " trên tập hợp số nguyên.

→ $(40, 50) \in \leq$ nhưng $(50, 40) \notin \leq$.



QUAN HỆ KHÔNG ĐỐI XỨNG

- Đối xứng :

$$(\forall x)(\forall y)((x, y) \in R \rightarrow ((y, x) \in R)).$$

Dạng $(a \rightarrow b)$ tương đương với $(\neg a \vee b)$.

Phủ định của $(a \rightarrow b)$ là $(a \wedge \neg b)$.

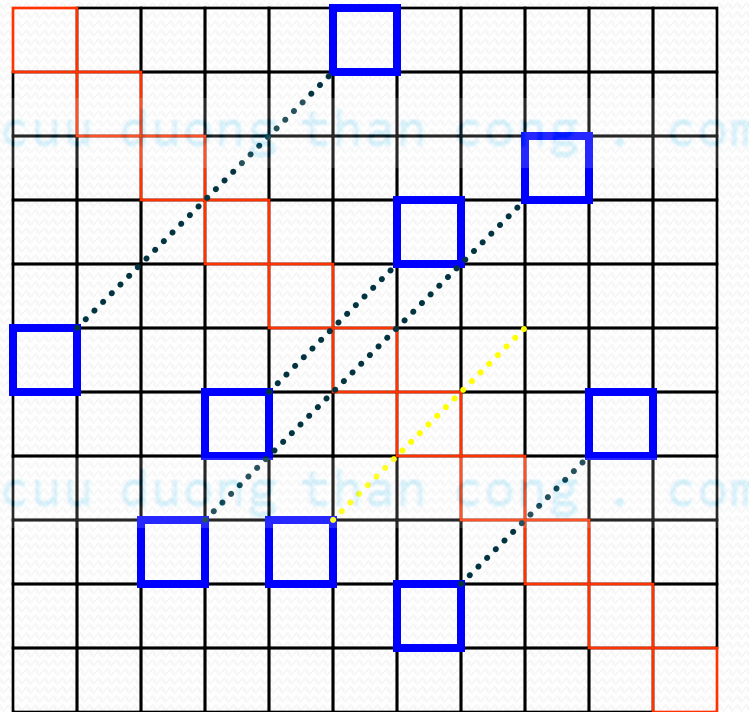
- Không đối xứng :

$$(\exists x)(\exists y)((x, y) \in R \wedge ((y, x) \notin R)).$$



QUAN HỆ KHÔNG ĐỐI XỨNG

.



QUAN HỆ PHẢN ĐỐI XỨNG

Quan hệ "xếp hàng" mua vé xem phim.

→ nếu A xếp hàng trước B thì không xảy ra sự kiện B xếp hàng trước A.

Quan hệ "cha của".

→ A là cha của B thì B không thể là cha của A.



QUAN HỆ PHẢN ĐỐI XỨNG

Phản đối xứng

cuu duong than cong . com

$$(\forall x)(\forall y)(\underline{((x, y) \notin \Delta \wedge (x, y) \in R) \rightarrow (y, x) \notin R}),$$

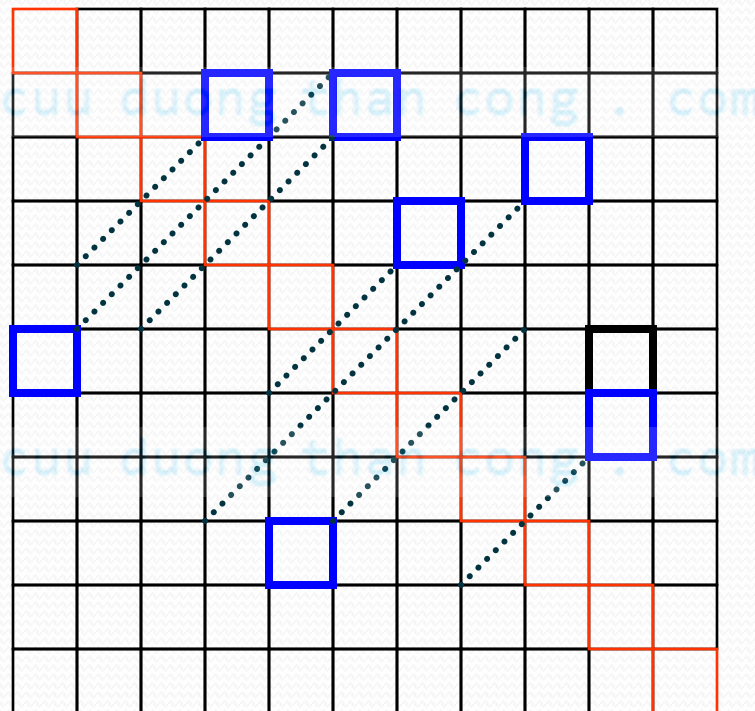
hay

cuu duong than cong . com

$$(\forall x)(\forall y)(\underline{((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R) \rightarrow (x = y)}).$$



QUAN HỆ PHẢN ĐỐI XỨNG



Q.H KHÔNG PHẢN ĐỐI XỨNG

Quan hệ "thầy của".

→ A là thầy B, nhưng B cũng có thể là thầy A.

Quan hệ "trực phương" của các vector trong không gian 3 chiều.

→ vector A trực phương với vector B
thì B cũng trực phương với A.



Q.H KHÔNG PHẢN ĐỐI XỨNG

Phản đối xứng

cuu duong than cong . com

$$(\forall x)(\forall y)(\underline{((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R) \rightarrow (x = y)}).$$

Không phản đối xứng :

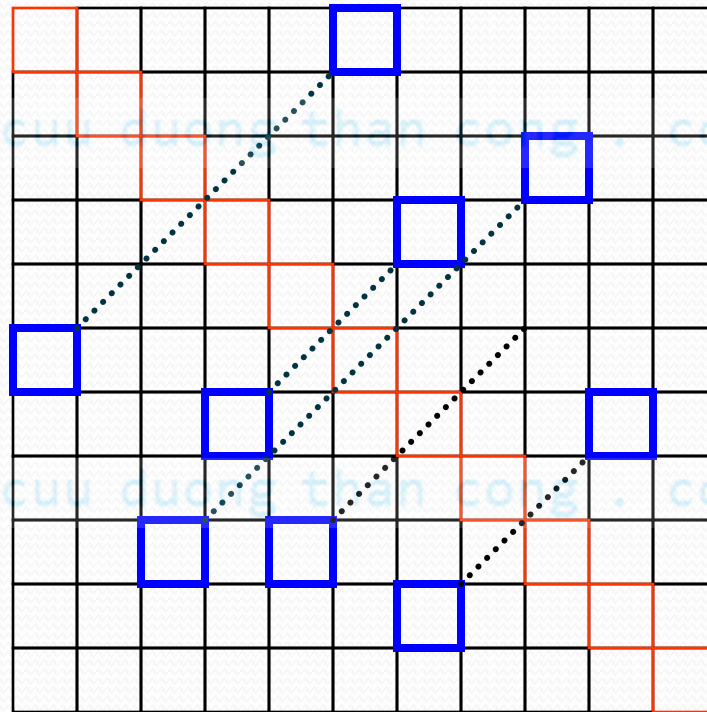
cuu duong than cong . com

$$(\exists x)(\exists y)(\underline{(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \wedge (x \neq y)}).$$



Q.H ĐỐI XỨNG & PHẢN ĐỐI XỨNG

Quan hệ không đối xứng và không phản đối xứng.



QUAN HỆ TRUYỀN

Quan hệ "xếp hàng" mua vé xem phim.

→ nếu A trước B và B trước C thì A xếp hàng trước C.

Quan hệ "song song" giữa các đường thẳng.

→ đường thẳng (d) // (h) và (h) // (k) thì (d) // (k).



QUAN HỆ TRUYỀN

Truyền

cuu duong than cong . com

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \rightarrow (x, z) \in R).$$

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ KHÔNG TRUYỀN

Quan hệ "cha của".

→ A là cha của B và B là cha của C nhưng
A không là cha của C.

Quan hệ "bạn của".

→ A là bạn của B và B là bạn của C nhưng
A không chắc là bạn của C.



QUAN HỆ KHÔNG TRUYỀN

Truyền

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \rightarrow (x, z) \in R).$$

Không truyền

$$(\exists x)(\exists y)(\exists z)((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (x, z) \notin R).$$



SO SÁNH CÁC TÍNH CHẤT

Phản hồi : $(\forall x)((x, x) \in R).$

Không ph : $(\exists x)((x, x) \notin R).$

Đối xứng : $(\forall x,y)(((x, y) \in R) \rightarrow ((y, x) \in R)).$

Không pđx : $(\exists x,y)((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \wedge (x \neq y)).$

Không đx : $(\exists x,y)(((x, y) \in R) \wedge ((y, x) \notin R)).$

Phản đx : $(\forall x,y)(((x, y) \notin \Delta \wedge (x, y) \in R) \rightarrow (y, x) \notin R)$

$(\forall x,y)(((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R) \rightarrow (x = y)).$

Truyền : $(\forall x,y,z)(((x,y) \in R \wedge (y,z) \in R)) \rightarrow (x,z) \in R)).$

Không tr : $(\exists x,y,z)((x, y) \in R \wedge (y,z) \in R \wedge (x, z) \notin R)$



CÁC QUAN HỆ ĐẶC BIỆT

Quan hệ	Phản hồi	Đối xứng	Phản đối xứng	Truyền
$\emptyset$	không	có	có	có
Δ	có	có	có	có
$X \times X$	có	có	không	có

* (truyền + đối xứng) không dẫn đến phản hồi.



QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG

- Phản hồi.
- Đối xứng.
- Truyền.

cuuduongthancong.com

Thí dụ :

- * Quan hệ song song giữa các đường thẳng.
- * Quan hệ modulo.

cuuduongthancong.com



QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG

Lấy $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

$R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (6,1), (2,6), (3,5), (8,7), (3,3),$
 $(4,4), (2,1), (1,6), (5,5), (6,6), (5,3), (6,2), (7,8),$
 $(7,7), (8,8)\}.$

Chứng minh quan hệ R là quan hệ tương đương.



QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG

$R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (6,1), (2,6), (3,5), (8,7), (3,3), (4,4),$
 $(2,1), (1,6), (5,5), (6,6), (5,3), (6,2), (7,8), (7,7), (8,8)\}.$

Phản hồi : chứa đường chéo.

Đối xứng :

$(1, 2)$ có $(2, 1)$, $(6, 1)$ có $(1, 6)$,
 $(2, 6)$ có $(6, 2)$,

Truyền :

$(1, 2) + (2, 6) \rightarrow (1, 6)$,
 $(1, 2) + (2, 1) \rightarrow (1, 1), \dots .$



QUAN HỆ MODULO

Quan hệ modulo n trên số nguyên $\mathbb{Z}$ được định nghĩa như sau :

cuu duong than cong . com

$$n \mid (x - y),$$

hay $x = y \bmod (n),$

cuu duong than cong . com

hay $x = y + kn, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$



QUAN HỆ MODULO

Modulo là quan hệ tương đương.

Phản hồi

$$x = x + on, \text{ với } o \in \mathbb{Z} \rightarrow x \bmod(n) x.$$

Đối xứng

$$x \bmod(n) y \text{ hay } y = x + \tilde{(k)}n \rightarrow y \bmod(n) x.$$

Truyền

$$x \bmod(n) y \text{ và } y \bmod(n) z, \\ \text{hay } x = y + kn \text{ và } y = z + k'n.$$

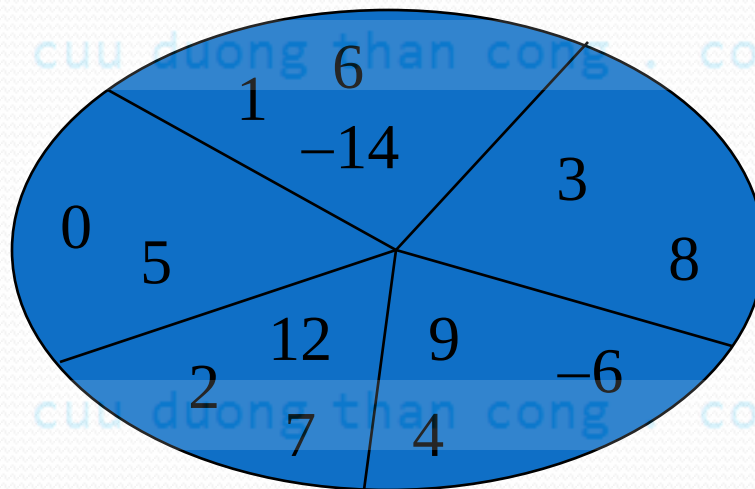
$$x = z + k'n + kn = z + (k' + k)n \rightarrow x \bmod(n) z.$$

Vậy modulo n là quan hệ tương đương.



QUAN HỆ MODULO

Các phần tử có quan hệ modulo (5) với nhau :



LỚP TƯƠNG ĐƯƠNG

Lớp tương đương của phần tử a trên quan hệ tương đương R .

$$a/R = \{x \mid (\forall x) (a, x) \in R\}$$

Thí dụ :

Modulo 5 có các lớp tương đương :

$\{0, 5, -5, 10, -10, 15, -15, \dots\}$	lấy pt đại diện <u>0</u> .
$\{1, 6, -4, 11, -9, 16, -14, \dots\}$	lấy pt đại diện <u>1</u> .
$\{2, 7, -3, 12, -8, 17, -13, \dots\}$	lấy pt đại diện <u>2</u> .
$\{3, 8, -2, 13, -7, 18, -12, \dots\}$	lấy pt đại diện <u>3</u> .
$\{4, 9, -1, 14, -6, 19, -11, \dots\}$	lấy pt đại diện <u>4</u> .

$$Z_5 = \{ \underline{0} , \underline{1} , \underline{2} , \underline{3} , \underline{4} \}.$$

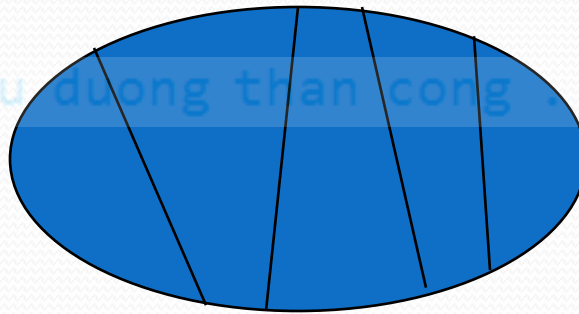


LỚP TƯƠNG ĐƯƠNG

Cho quan hệ tương đương R trên tập X .

* Các lớp tương đương cách biệt nhau.

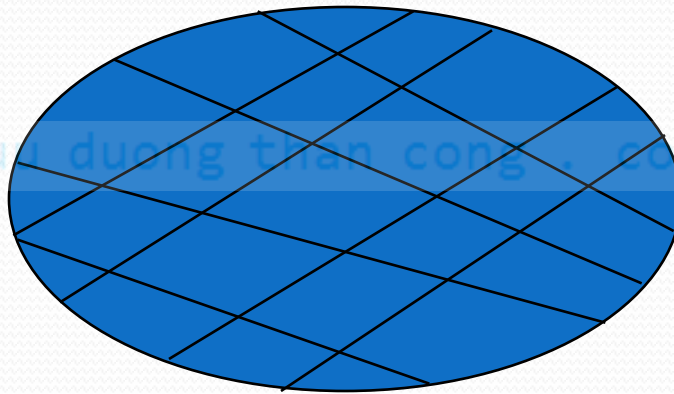
↳ X bị cắt thành những mảnh rời nhau bởi quan hệ R .



PHÂN HOẠCH

Phân hoạch trên tập X là cắt X thành những mảnh rời nhau.

* Mỗi phân hoạch trên tập X xác định một quan hệ tương đương S có các lớp tương đương trùng với các mảnh cắt.



ỨNG DỤNG CỦA Q.H T.Đ

Tạo khái niệm mới (đặt tên pt đại diện).

Quan hệ song song $\rightarrow$ khái niệm "phương".

cuuduongthancong.com

Thu nhỏ kích thước tập hợp (chọn pt đại diện).

Tập Z_p .

Xây dựng tập hợp mới.

Xây dựng tập Z bằng quan hệ tương đương

$$R = \{((m, n), (m+1, n+1)) \mid (\forall m, n) m, n \in \mathbb{N}\}$$

trên tập tích $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.



QUAN HỆ THỨ TỰ

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ THỨ TỰ

Phản hồi.

Phản đối xứng.

Truyền.

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



QUAN HỆ THỨ TỰ

$R = \{(a, c), (a, d), (a, e), (d, d), (a, g), (a, h), (a, i), (a, j),$
 $(a, k), (b, d), (i, i), (b, g), (b, i), (b, b), (c, d), (c, e), (c, g),$
 $(c, h), (c, i), (e, e), (k, k), (c, j), (g, g), (c, k), (f, f), (d, g),$
 $(d, i), (e, g), (h, h), (e, h), (j, j), (c, c), (e, i), (e, j), (e, k),$
 $(f, h), (f, j), (f, k), (g, i), (h, j), (h, k), (a, a)\}$

Quan hệ thứ tự ?.

Miền trị = $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$

Phản hồi

Phản đối xứng

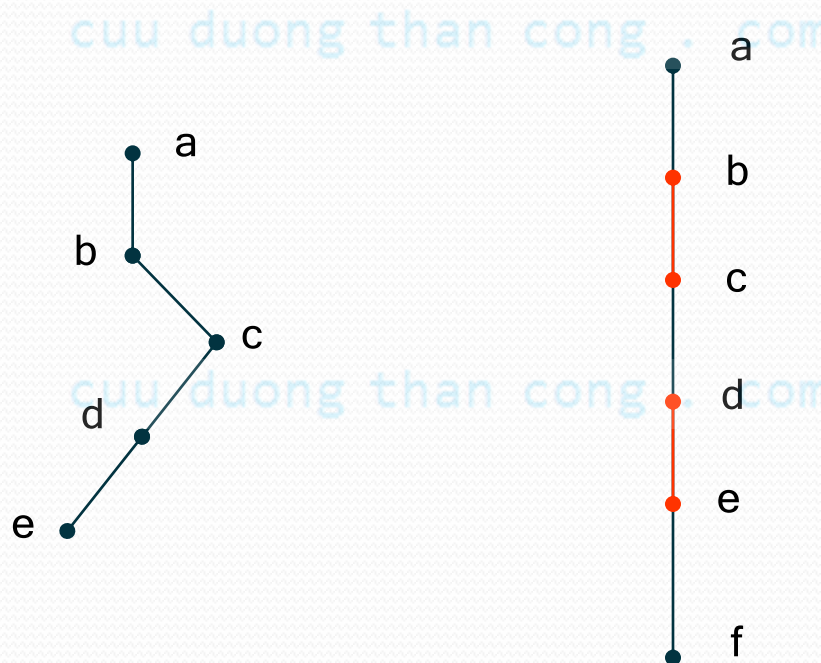
Truyền.



QUAN HỆ THỨ TỰ

Quan hệ thứ tự toàn phần.

$$(\forall x, y) ((x, y) \in R \vee (y, x) \in R).$$

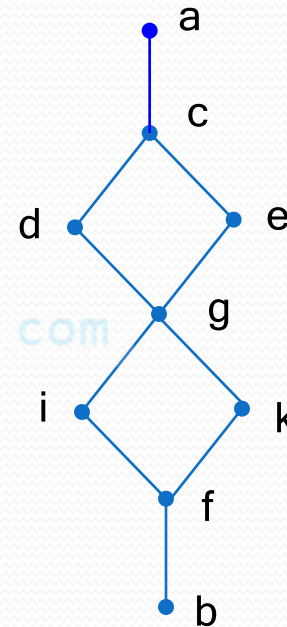
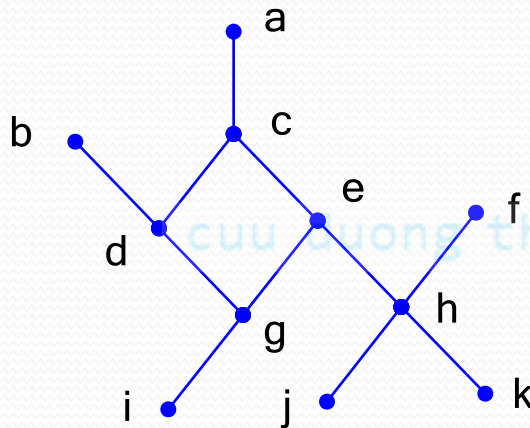


QUAN HỆ THỨ TỰ

Quan hệ thứ tự riêng phần.

$$\neg((\forall x, y)((x, y) \in R \vee (y, x) \in R)).$$

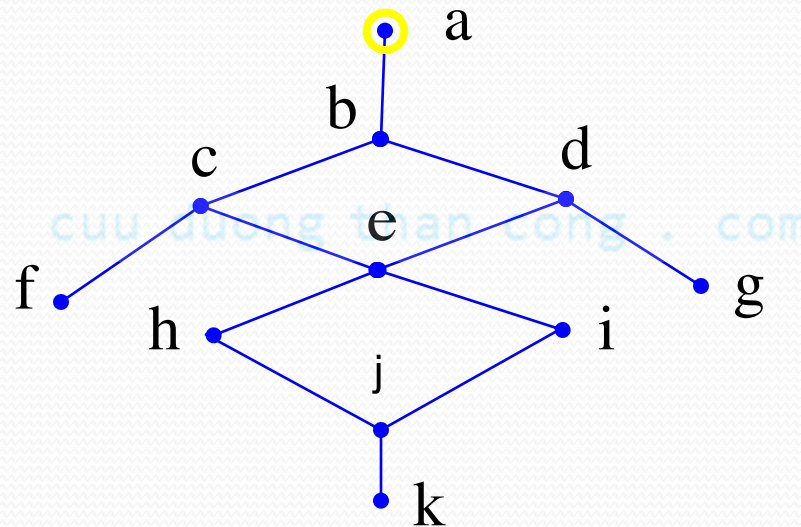
$$(\exists x, y)((x, y) \notin R \wedge (y, x) \notin R).$$



CỰC ĐẠI-CỰC TIỂU TỐI ĐẠI-TỐI TIỂU

Phần tử cực đại (maximum) của quan hệ thứ tự R là phần tử :

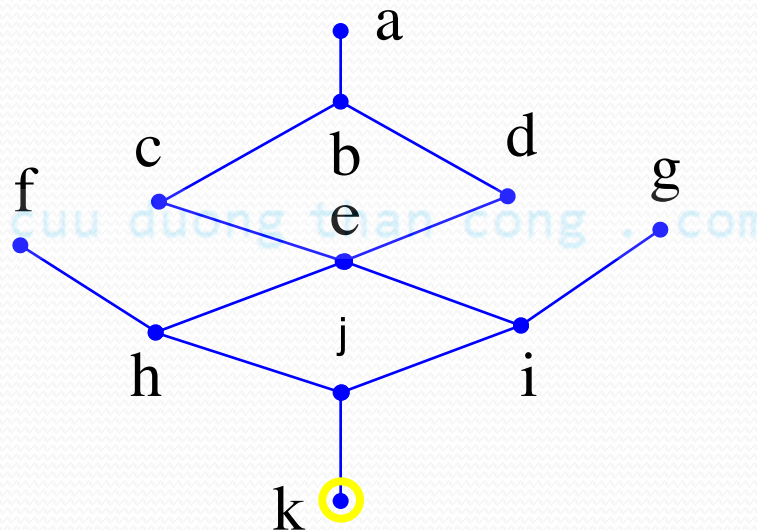
- có quan hệ với mọi phần tử,
- chỉ ở bên *trái* khi quan hệ với phần tử khác.



CỰC ĐẠI-CỰC TIỂU TỐI ĐẠI-TỐI TIỂU

Phần tử cực tiểu (minimum) của quan hệ thứ tự R là phần tử :

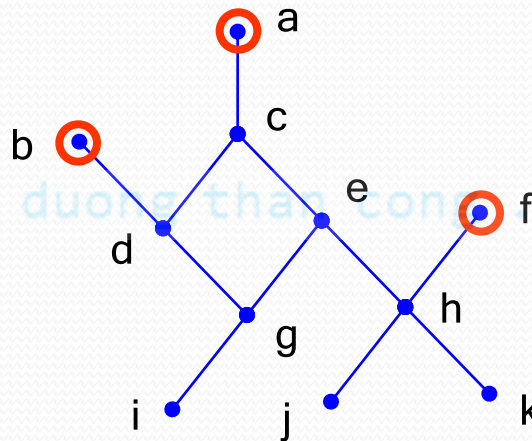
- có quan hệ với mọi phần tử,
- chỉ ở bên *phải* khi quan hệ với phần tử khác.



CỰC ĐẠI-CỰC TIỂU TỐI ĐẠI-TỐI TIỂU

Phần tử tối đại (maximal) của quan hệ thứ tự R là phần tử :

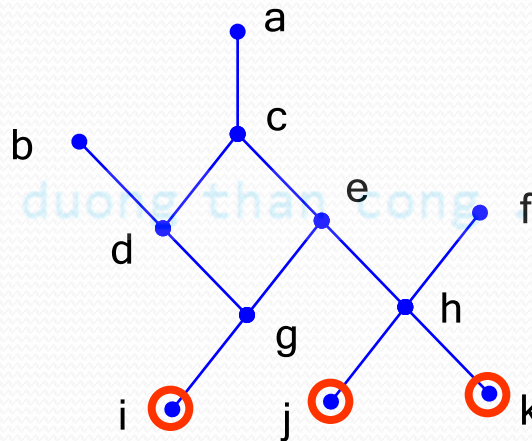
- chỉ ở bên *trái* khi có quan hệ với các phần tử khác.
- (– không cần có quan hệ với mọi phần tử).



CỰC ĐẠI-CỰC TIỂU TỐI ĐẠI-TỐI TIỂU

Phần tử tối thiểu (minimal) của quan hệ thứ tự R là phần tử :

- chỉ ở bên *phải* khi có quan hệ với các phần tử khác.
(– không cần có quan hệ với mọi phần tử).



ĐỊNH NGHĨA MAX-MIN

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Cực đại (maximum) của quan hệ R là phần tử max thỏa :

$$(\forall x \in X) (\max, x) \in R.$$

Cực tiểu (minimum) của quan hệ R là phần tử min thỏa :

$$(\forall x \in X) (x, \min) \in R.$$

Tối đại (maximal) của quan hệ R là phần tử maxl thỏa :

$$(\forall x \in X) ((\maxl \neq x) \rightarrow ((x, \maxl) \notin R)).$$

Tối tiểu (minimal) của quan hệ R là phần tử minl thỏa :

$$(\forall x \in X) ((\minl \neq x) \rightarrow ((\minl, x) \notin R)).$$

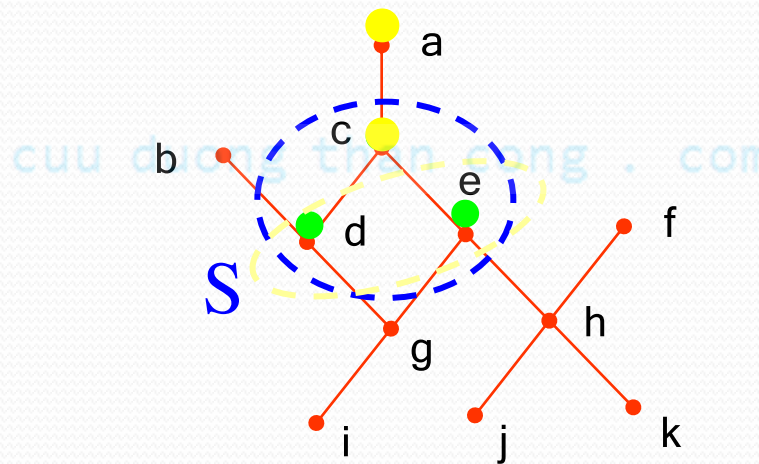


CHẶN TRÊN-CHẶN DƯỚI LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Chặn trên (upper bound) của S là phần tử :

- quan hệ được với mọi phần tử của S,
- chỉ ở bên *trái* khi có quan hệ với các phần tử của S.

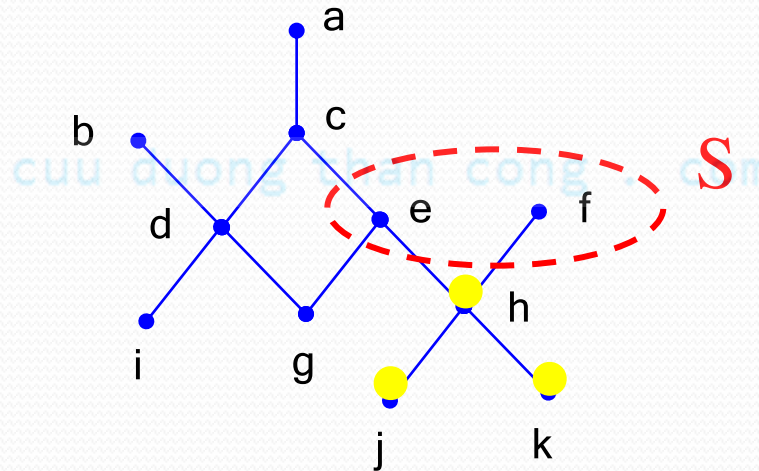


CHẶN TRÊN-CHẶN DƯỚI LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Chặn dưới (lower bound) của S là phần tử :

- quan hệ được với mọi phần tử của S,
- chỉ ở bên *phải khi có quan hệ với các phần tử của S*.



CHẶN TRÊN-CHẶN DƯỚI

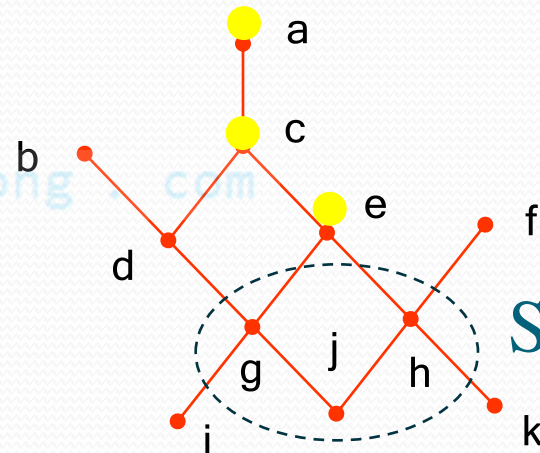
LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Chặn trên nhỏ nhất (least upper bound) của S là :

- chặn trên của S ,
- phần tử cực tiểu của tập chặn trên của S .

Ký hiệu : $\text{lub}(S)$ hay $\text{sup}(S)$.



CHẶN TRÊN-CHẶN DƯỚI

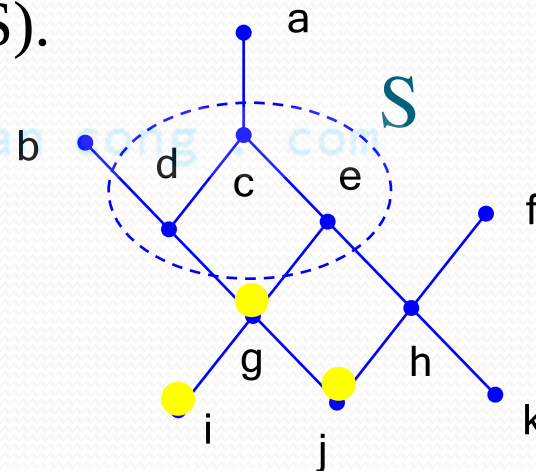
LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Chặn dưới lớn nhất (greatest lower bound) của S là :

- chặn dưới của S ,
- phần tử cực đại của tập chặn dưới của S .

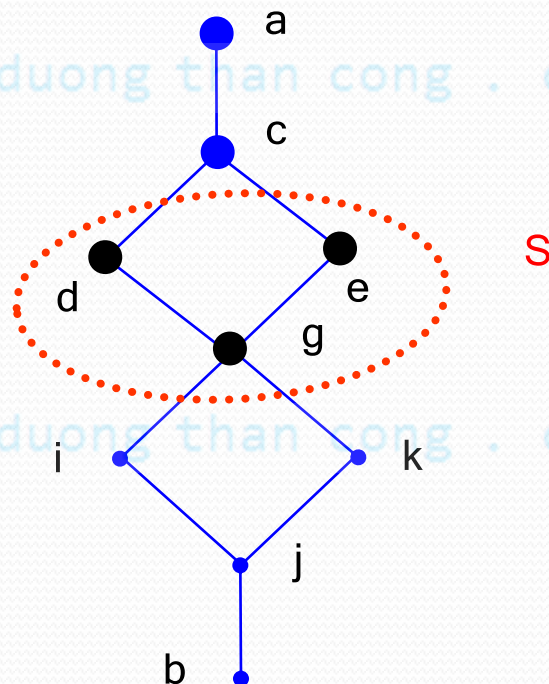
Ký hiệu : $\text{glb}(S)$ hay $\text{inf}(S)$.



LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và S là tập con của X. Tìm $\text{lub}(S)$.

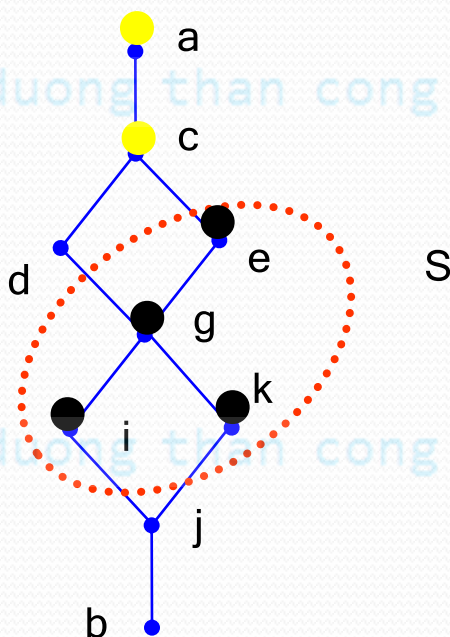
$\text{lub}(S) \notin S$.



LUB-GLB

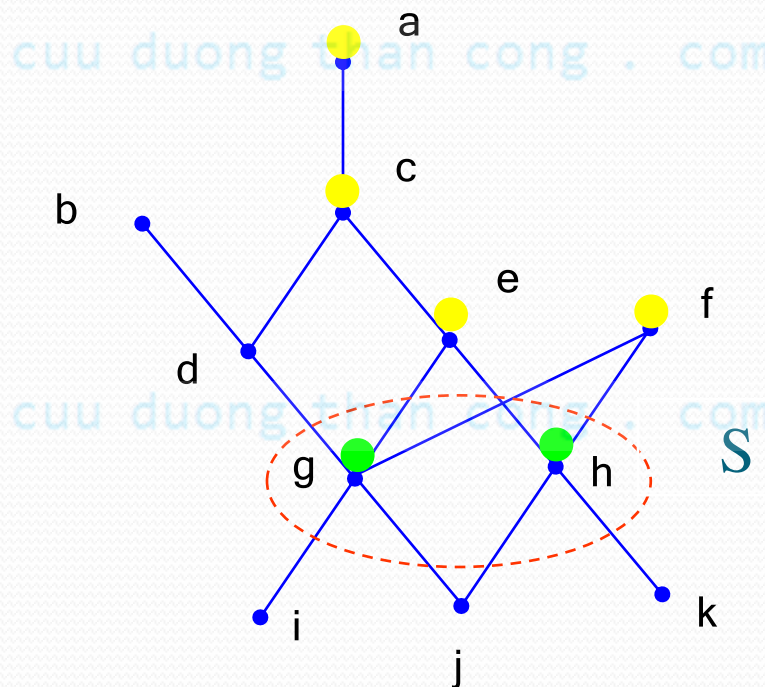
R là quan hệ thứ tự trên X và S là tập con của X. Tìm $\text{lub}(S)$.

$$\text{lub}(S) \in S$$



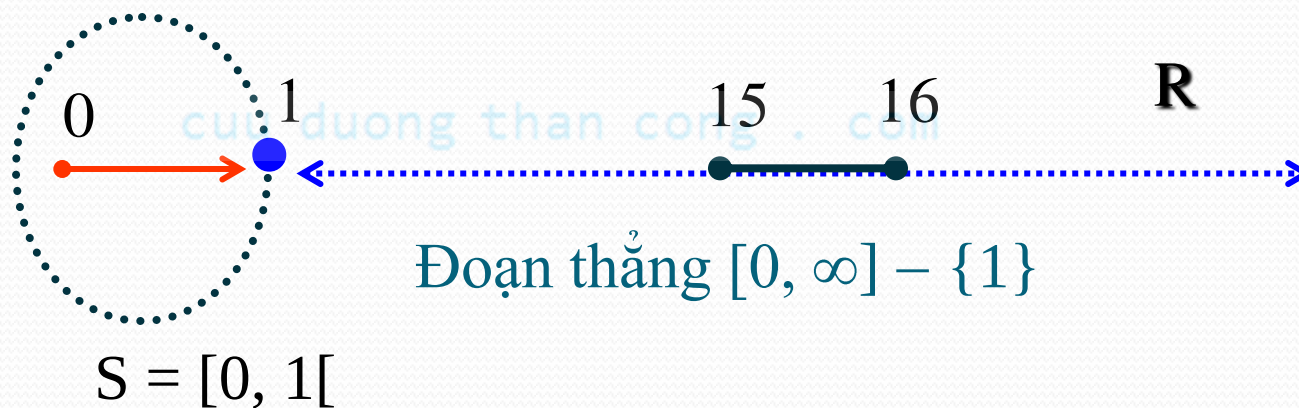
LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và S là tập con của X . Tìm $\text{lub}(S)$.
 $\text{lub}(S)$ không tồn tại.



LUB-GLB

$\mathbb{R}$ là tập số thực.



$\text{lub}(S)$ không hiện hữu



ĐỊNH NGHĨA LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X và $S \subseteq X$.

Chận trên ub của tập S là phần tử thỏa :

$$(\forall x \in S) (ub, x) \in R.$$

Chận dưới lb của tập S là phần tử thỏa :

$$(\forall x \in S) (x, lb) \in R.$$

Chận trên nhỏ nhất (lub) của tập S là phần tử thỏa :

$$lub(S) = \min\{ub \mid (\forall x \in S) (ub, x) \in R\}.$$

Chận dưới lớn nhất (glb) của tập S là phần tử thỏa :

$$glb(S) = \max\{lb \mid (\forall x \in S) (x, lb) \in R\}.$$



ĐỊNH NGHĨA LUB-GLB

R là quan hệ thứ tự trên X .

Khảo sát trường hợp $S = X$.

Chận trên ub của tập S là phần tử thỏa :

$$(\forall x \in X) (ub, x) \in R \rightarrow ub = \max.$$

Chận dưới lb của tập S là phần tử thỏa :

$$(\forall x \in X) (x, lb) \in R \rightarrow lb = \min.$$

Chận trên nhỏ nhất : $\text{lub}(S) = \max.$

Chận dưới lớn nhất : $\text{glb}(S) = \min.$

Vậy $\max$, $\min$ là trường hợp đặc biệt của lub và glb .



LÝ THUYẾT TẬP HỢP

cuu duong than cong . com

HẾT CHƯƠNG

cuu duong than cong . com

