

Chương 5: Lý thuyết mẫu

§1. Một số khái niệm về mẫu.

1. Tổng thể:

Khái niệm: Tập hợp tất cả các phần tử để nghiên cứu theo 1 dấu hiệu nghiên cứu nào đó gọi là tổng thể. Số phần tử của tổng thể được gọi là kích thước N của nó. Đại lượng ngẫu nhiên đặc trưng cho dấu hiệu nghiên cứu gọi là đại lượng ngẫu nhiên gốc X .

Dấu hiệu nghiên cứu được chia ra làm 2 loại: Định lượng và định tính.

-Định lượng: $E(X) = a, D(X) = \sigma^2$

-Định tính: $E(X) = p, D(X) = p \cdot q$

Gọi a là trung bình tổng thể, p là tỉ lệ tổng thể

σ^2 gọi là phương sai tổng thể

σ gọi là độ lệch tổng thể

Chú ý: Định tính là trường hợp riêng của định lượng với hai lượng là 0 và 1. Cho nên p là trường hợp riêng của a , còn $p \cdot q$ là trường hợp riêng của σ^2

2. Mẫu:

Từ tổng thể lấy ngẫu nhiên ra n phân tử để nghiên cứu được gọi là lấy 1 mẫu kích thước n .

Định nghĩa: Từ đại lượng ngẫu nhiên gốc X , xét n đại lượng ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối với X . Véc tơ ngẫu nhiên n chiều $W = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ được gọi là 1 mẫu kích thước n . Thực hiện phép thử ta nhận được $w = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ là giá trị cụ thể hay giá trị thực hành của mẫu W .

Mẫu chia làm 2 loại: Định lượng và định tính

Mẫu chia thành 2 loại theo cách lấy mẫu là có hoàn lại và không hoàn lại.

§2. Các phương pháp mô tả mẫu.

1. Bảng phân phối tần số mẫu.

Ví dụ 2.1: Từ kho lấy ra 1 số bao gạo được bảng số liệu:

TL(kg)	48	49	50
Số bao	20	15	25

Định nghĩa 2.1: Bảng phân phối tần số mẫu là:

X	x_1	x_2	$\dots$	x_k
n_i	n_1	n_2	$\dots$	n_k

$$\sum_{i=1}^k n_i = n$$

Chú ý: $(a_i, b_i) \Leftrightarrow x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ (1 khoảng tương ứng với trung điểm của nó)

2. Tỷ lệ mẫu (Chỉ dành cho mẫu định tính)

Định nghĩa 2.2: Giả sử trong 1 mẫu định tính kích thước n có đúng m phân tử mang dấu hiệu nghiên cứu. Khi ấy tỷ lệ của mẫu là.

$$F = f = \frac{m}{n}$$

Chú ý: Bảng phân phối tần số của mẫu định tính có dạng:

X	0	1
n_i	n-m	m

§3. Các đặc trưng của mẫu

1. Trung bình mẫu:

Định nghĩa 3.1: Xét mẫu $W = (X_1, X_2, \dots, X_n)$

Trung bình của mẫu W là:

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i$$

Chú ý: $f = \bar{x}$ (Khi ta xét mẫu định tính)

2. Phương sai mẫu:

Định nghĩa 3.2: Phương sai của mẫu W là:

$$\hat{S}^2 = \sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$$

Định lý 3.1:

$$\hat{S}^2 = \sigma_n^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$$

$$\Rightarrow \hat{S}^2 = \sigma_n^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot n_i \right) - (\bar{x})^2$$

cuu duong than cong . com

Định nghĩa 3.3: Phương sai điều chỉnh mẫu là

$$S^2 = \sigma_{n-1}^2 = \frac{n}{n-1} \hat{S}^2$$

cuu duong than cong . com

$$\hat{S} = \sigma_n = x \sigma n = \sigma x \quad \text{-độ lệch mẫu}$$

$$S = \sigma_{n-1} = x \sigma n - 1 = s x \quad \text{-độ lệch điều chỉnh mẫu.}$$

Cách dùng máy tính bỏ túi ES

Mở tần số(1 lần): Shift Mode ↓ Stat On(Off)

- Nhập: Mode Stat 1-var

x_i	n_i
48	20
49	15
50	25

AC: báo kết thúc nhập

Cách đọc kết quả: Shift Stat Var

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 49,0833 \\ \hat{S} = \sigma_n = \frac{\sum x \sigma n}{n} = \sigma x = 0,8620 \\ S = \sigma_{n-1} = \frac{\sum x \sigma n - 1}{n-1} = s x = 0,8693 \end{array} \right.$$

Cách dùng máy tính bỏ túi MS:

Vào Mode chọn SD

Xóa dữ liệu cũ: **SHIFT CLR SCL =**

Cách nhập số liệu : 48; 20 M+

49; 15 M+

50; 25 M+

Cách đọc kết quả:

SHIFT S – VAR

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 49,0833 \\ \hat{S} = \sigma_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} = 0,8620 \\ S = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} = 0,8693 \end{array} \right.$$

§4. Bảng phân phối và bảng phân vị

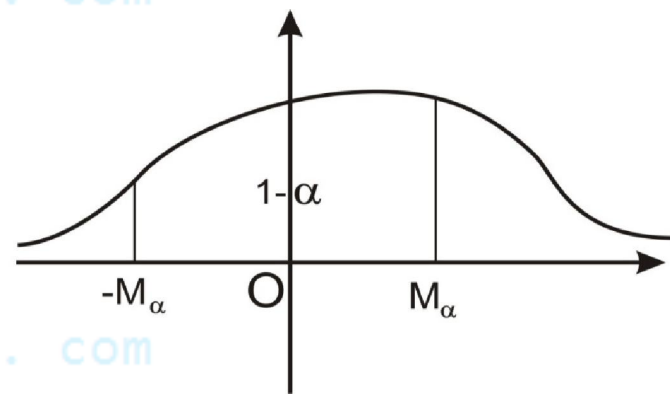
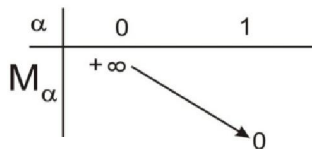
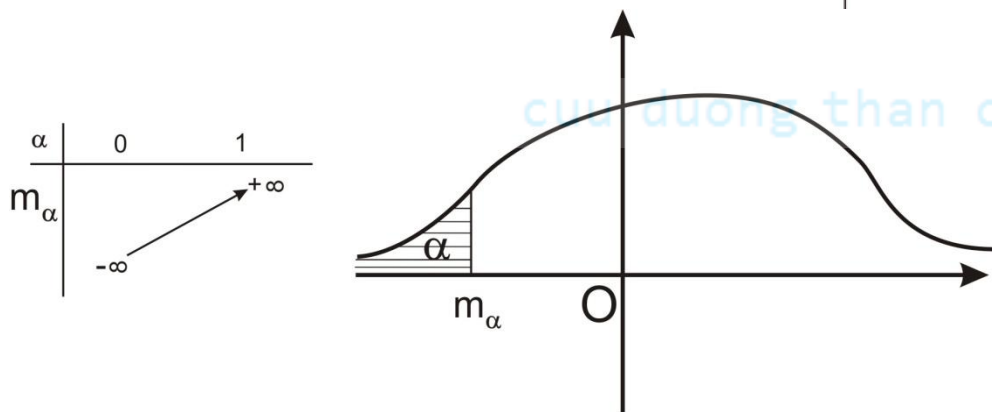
1. Trường hợp tổng quát:

Định nghĩa 4.1: X là đại lượng ngẫu nhiên bất kỳ. Bảng phân phối của X là bảng các giá trị M_α sao cho: $P(|X| < M_\alpha) = 1 - \alpha$

Bảng phân vị (bên trái) của X là bảng các giá trị m_α sao cho: $P(X < m_\alpha) = \alpha$

Tương tự ta có bảng phân vị (bên phải) của X

HÌNH 4.2



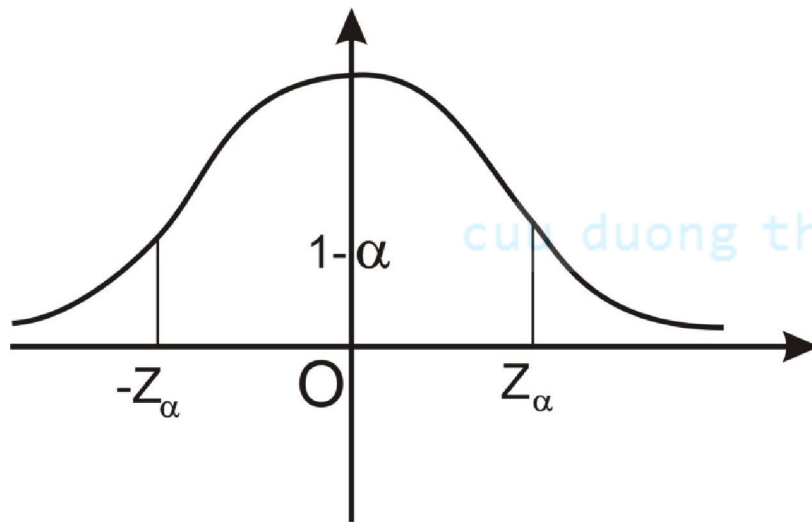
HÌNH 4.1

2. Bảng phân phối và phân vị chuẩn: Cho U có phân phối chuẩn tắc

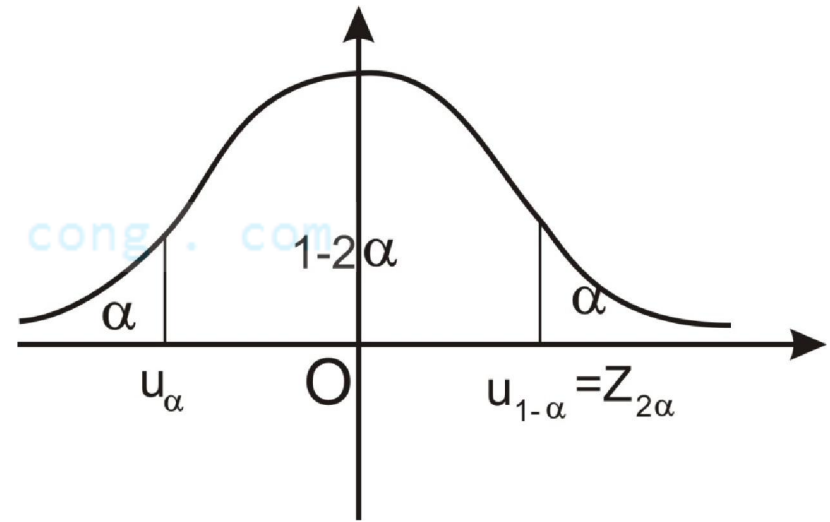
.Bảng phân phối chuẩn: $U_{\alpha} = Z_{\alpha} : P(|U| < Z_{\alpha}) = 1 - \alpha$

.Bảng phân vị chuẩn: $u_{\alpha} : P(U < u_{\alpha}) = \alpha$

HÌNH 4.3



HÌNH 4.4



Tính chất:

$$- u_{\alpha} = u_{1-\alpha} = Z_{2\alpha}$$

$$\Phi(Z_{\alpha}) = \frac{1-\alpha}{2}$$

Ví dụ 4.1: Cách tra bảng tìm Z_{α}

$$\Phi(Z_{0,05}) = \frac{1-0,05}{2} = 0,475 \in \begin{cases} \text{hàng 1,9} \\ \text{cột 6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{0,05} = 1,96$$

Tương tự ta có $Z_{0,1} = 1,645$

$$Z_{0,01} = 2,575$$

3. Bảng phân phối, phân vị Student:

Cho T có phân phối Student với n bậc tự do

Bảng phân phối Student (HÌNH 4.5)

$$T_{\alpha}(n) : P(|T| < T_{\alpha}(n)) = 1 - \alpha$$

Bảng phân vị trái Student (HÌNH 4.6)

$$t_{\alpha}(n) : P(T < t_{\alpha}(n)) = \alpha$$

Bảng phân vị phải Student (HÌNH 4.6)

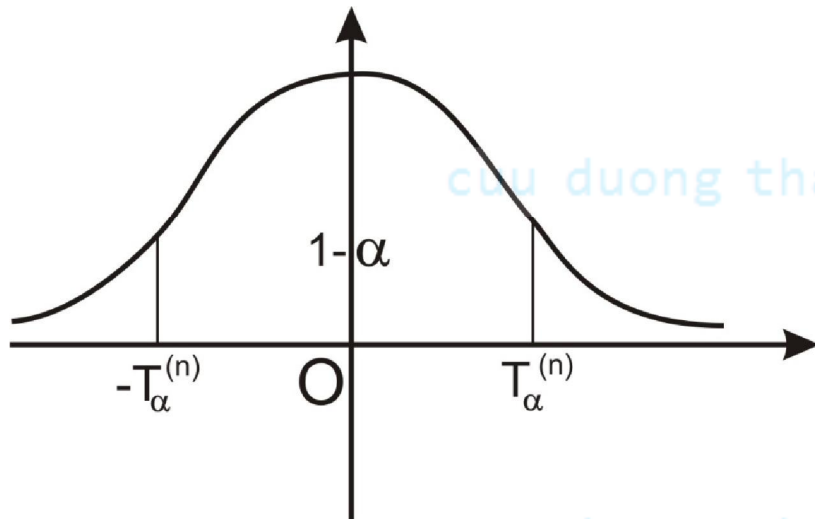
$$t_{n;\alpha} : P(T > t_{n;\alpha}) = \alpha$$

Tính chất: $-t_{\alpha}(n) = t_{1-\alpha}(n) = T_{2\alpha}(n) = t_{n;\alpha}$

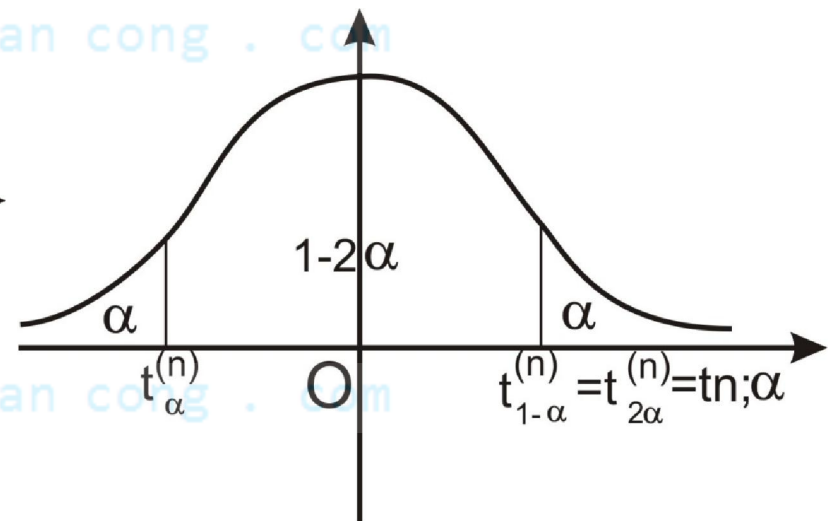
$$T_{0,05}(24) = t_{24;0,025} = 2,064$$

(tra ở bảng phân phối Student: cột 0,05 , hàng 24 hoặc ở bảng **phân vị phải Student** $t_{n;\alpha}$: cột 0,025, hàng 24).

HÌNH 4.5



HÌNH 4.6



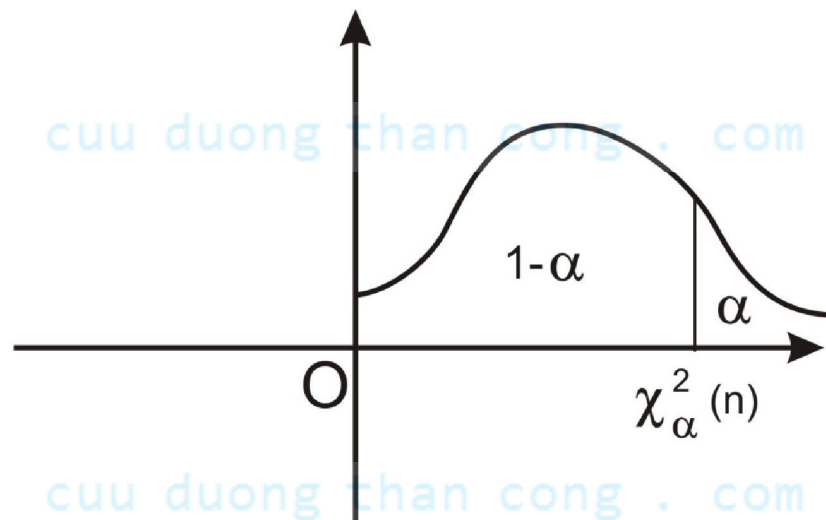
4. Bảng phân phối khi bình phương: Cho

$$\chi^2 \sim \chi^2(n)$$

Bảng phân phối khi bình phương là bảng các giá trị

$$\chi_{\alpha}^2(n) : P(\chi^2 < \chi_{\alpha}^2(n)) = 1 - \alpha$$

HÌNH 4.7



Ví dụ 2.2: Tra bảng phân phối khi bình phương : hàng 24, cột 0,05 ta có: $\chi_{0,05}^2(24) = 36,42$