

CHƯƠNG 0: BỒ TÚC

\$1. Giải tích tổ hợp.

1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân:

- **Ví dụ 1:** Có 6 quyển sách toán, 5 quyển lý, 4 quyển hóa có bao nhiêu cách để chọn:

a. 1 quyển.

b. Một bộ gồm 3 quyển toán, lý, hóa.

Giải: b. Giai đoạn 1: Chọn toán có 6 cách.

Giai đoạn 2: Chọn lý có 5 cách.

Giai đoạn 3: Chọn hóa có 4 cách.

Suy ra: có $6.5.4$ cách chọn

Vậy: Nếu 1 công việc gồm nhiều giai đoạn thì số cách thực hiện toàn bộ công việc bằng tích số cách của từng giai đoạn nhân với nhau

a. Chỉ có 1 giai đoạn, 3 trường hợp: Trường hợp chọn toán có 6 cách, trường hợp chọn lý có 5 cách, trường hợp chọn hóa có 4 cách. Suy ra: có $6+5+4$ cách

Vậy: Nếu xét trong 1 giai đoạn có nhiều trường hợp thì số cách thực hiện giai đoạn đó bằng tổng số cách của các trường hợp cộng với nhau

Ghi nhớ: các trường hợp thì cộng ; các giai đoạn thì nhân

2. Hoán vị: Một hoán vị của n phần tử là một cách sắp có thứ tự n phần tử khác nhau cho trước

$$P_n = n!$$

3. Chỉnh hợp (không lặp): Một chỉnh hợp không lặp chập k từ n phần tử là một cách chọn **có kể thứ tự** k phần tử **khác nhau** từ n phần tử khác nhau cho trước

$$A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}, 0 \leq k \leq n$$

• **4. Tổ hợp (không lặp):** Một tổ hợp không lặp chập k từ n phần tử là một cách chọn **không kể thứ tự** k phần tử **khác nhau** từ n phần tử khác nhau cho trước

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, 0 \leq k \leq n$$

• **Chú ý:** có kể thứ tự là chỉnh hợp
không kể thứ tự là tổ hợp

5. Chỉnh hợp lặp.

Định nghĩa: một chỉnh hợp lặp chập k từ n phần tử là 1 cách chọn có kể thứ tự k phần tử (có thể giống nhau) từ n phần tử khác nhau cho trước .

- Định lý: số chỉnh hợp lặp chập k từ n phần tử là :

$$\overline{A}_n^k = n^k$$

- **Ví dụ 2:** có bao nhiêu cách để trao 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba trong một cuộc thi có 10 học sinh giỏi tham gia.

- **Giải:** việc trao giải chia thành 3 giai đoạn:

Giải nhất: 10 cách

Giải nhì: 9 cách

Giải 3 : 8 cách

Suy ra: có $A_{10}^3 = 10.9.8$ cách

- **Ví dụ 3:** Có bao nhiêu cách để chọn một đội tuyển gồm 3 học sinh từ 10 học sinh giỏi của một trường để đi thi cấp quận.

Giải: Có C_{10}^3 cách

- **Ví dụ 4:** Có bao nhiêu cách để xếp 10 học sinh giỏi vào 3 lớp học một cách tùy ý.

- Giải: 1 người có 3 cách chọn vào 3 lớp.

Suy ra có $\overline{A_3^{10}} = 3^{10}$ cách sắp xếp

- **Ví dụ 5:** Có bao nhiêu cách để sắp 10 người trong đó có A, B, C, D ngồi vào một bàn ngang sao cho:
 - a. A ngồi cạnh B.
 - b. A cạnh B và C không cạnh D.
- **Giải:** a. Bó A với B làm một suy ra còn lại 9 người có $9!$ cách sắp. Do A và B có thể đổi chỗ suy ra có **$9!.2!$ cách**

cuu duong than cong . com

$$\begin{aligned} \text{b. A cạnh B, C không cạnh D} &= (A \text{ cạnh B}) - (A \text{ cạnh B, C cạnh D}) \\ &= \mathbf{9!.2! - 8!.2!.2!} \end{aligned}$$

cuu duong than cong . com

\$2.CHUỖI.

Tổng của chuỗi lũy thừa: $\sum_{k=m}^{\infty} x^k = \frac{x^m}{1-x}, |x| < 1$

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$$

lấy đạo hàm $\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot x^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$

nhân với x $\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot x^k = \frac{x}{(1-x)^2}$

lấy đạo hàm $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \cdot x^{k-1} = \frac{1+x}{(1-x)^3}$

\$3. Tích phân Poisson

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \sqrt{2\sigma^2\pi}$$

$$\int_{-\infty}^a = \int_a^{+\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{\sqrt{2\sigma^2\pi}}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \sqrt{2\pi}$$

$$\int_{-\infty}^0 = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{\sqrt{2\pi}}{2}$$

Ví dụ 6: Tính

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2 + 2xy + 5y^2}{2}} dy$$

$$x^2 + 2xy + 5y^2 = \left(\sqrt{5}y + \frac{x}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{4x^2}{5}$$

$$u = \sqrt{5}y + \frac{x}{\sqrt{5}} \Rightarrow du = \sqrt{5}dy.$$

$$f(x) = e^{-\frac{2x^2}{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = e^{-\frac{2x^2}{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2\pi}$$

\$4. Tích phân Laplace:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \text{ -hàm mật độ Gauss(hàm chẵn-HÌNH 3.1)}$$

$$\Phi(u) = \int_0^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \text{ - tích phân Laplace (hàm lẻ-HÌNH 3.2)}$$

$$\Phi(u) = 0.5, \forall u > 5$$

.tra xuôi: $\Phi(1,96) = 0,4750$ (tra ở hàng 1,9; cột 6 bảng phân Laplace).

.tra ngược: $\Phi(?) = 0,45 \in$ hàng 1,6; giữa cột 4 và cột 5 nên

$$\Rightarrow ? = \frac{1,64 + 1,65}{2}$$

\$4.Tích phân Laplace (tt) :

.Tra xuôi bằng máy tính:

ES : MODE STAT AC SH STAT DISTR Q

MS: MODE ...SD SH DISTR Q

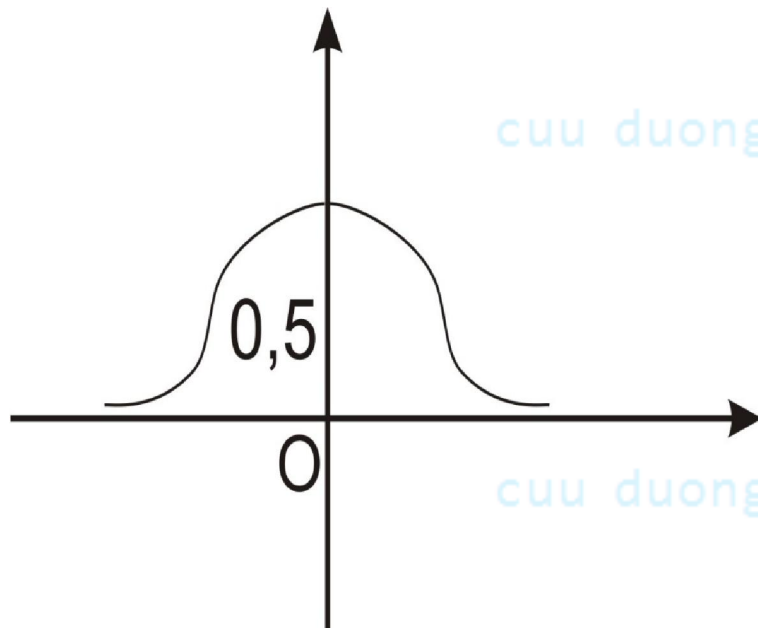
$$\Phi(1,96) = Q(1.96) = 0,4750$$

$$\Phi(-1,96) = -Q(-1.96) = -0,4750$$

$$Q(u) = |\Phi(u)|$$

$$\bar{\Phi}(u) = P(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,5 + \Phi(u)$$

- Hình 3.1



Hình 3.2

