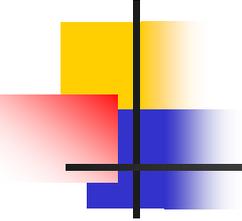


CHAPTER 4: STRESS STATE (TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT)

PGS TS BÙI CÔNG THÀNH
KHOA KỸ THUẬT XÂY DỰNG





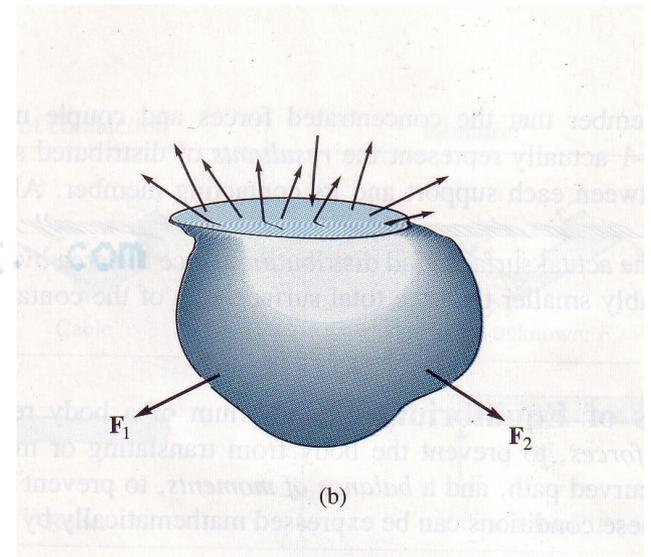
CONTENTS

- Introduction (Giới thiệu)
- Plane Stress State (Trạng thái ư/s phẳng)
 - ✓ Analytical Method (PP giải tích)
 - ✓ Graphical Method (PP đồ thị)
- Hooke's Laws (Định luật Hooke)
- Lý thuyết bền

I/ INTRODUCTION (Giới thiệu)

Trạng thái ứng suất tại 1 điểm

- Definition (Định nghĩa): “
Stress state at a point is the set of all stresses acting on all faces passing through this point (Trạng thái ứng suất tại 1 điểm là tập hợp các ứng suất tác dụng trên mọi mặt phẳng đi ngang qua điểm đó)”



I/ INTRODUCTION (Giới thiệu) (tt)

Các thành phần ứng suất

- Biểu diễn các thành phần ứng suất

✓ Ứng suất pháp: σ_i ,

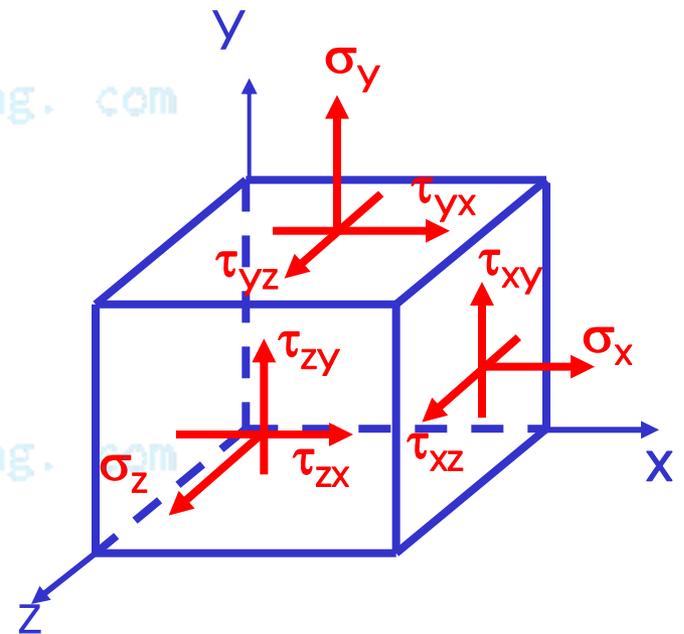
$i = x, y, z$ phương pháp tuyến

✓ Ứng suất tiếp: τ_{ij}

$i \rightarrow$ phương pháp t.

$j \rightarrow$ phương ứng/s tiếp

H.1 Các t/p ứng/s



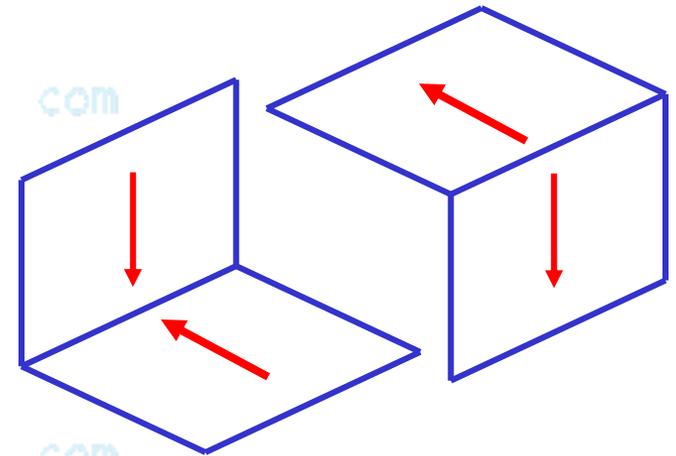
I/ INTRODUCTION (Giới thiệu) (tt)

Định luật đối ứng của ứ/s tiếp

- Statement (Phát biểu)

“Trên 2 mặt vuông góc, các ứ/s tiếp có giá trị bằng nhau và có chiều cùng hướng vào cạnh chung, hoặc đi xa cạnh chung

- $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$; $\tau_{zx} = \tau_{xz}$



I/ INTRODUCTION (Giới thiệu) (tt)

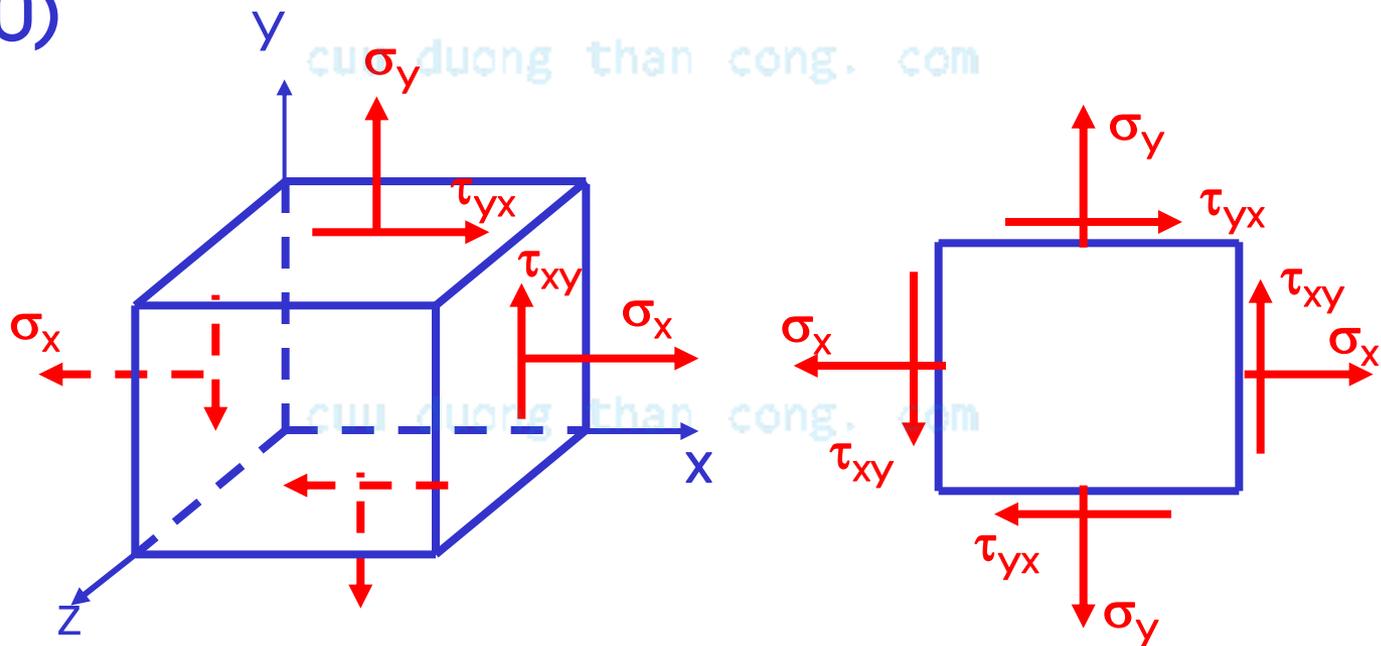
Phân loại “Trạng thái ứng suất”

- **Mặt chính:** là mặt chỉ có 1 t/p ứ/s pháp
- **Phương chính:** pháp tuyến của mặt chính
- **Ứ/s chính:** ứ/s pháp trên mặt chính
- **Phân loại TTỨS:**
 - ✓ Trạng thái ứ/s đơn: 1 t/p ứ/s chính khác 0
 - ✓ Trạng thái ứ/s phẳng: 2 t/p ứ/s chính khác 0
 - ✓ Trạng thái ứ/s khối: 3 t/p ứ/s chính khác 0
- Trạng thái ứ/s phẳng + khối → TTỨS phức tạp

II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG²

Định nghĩa

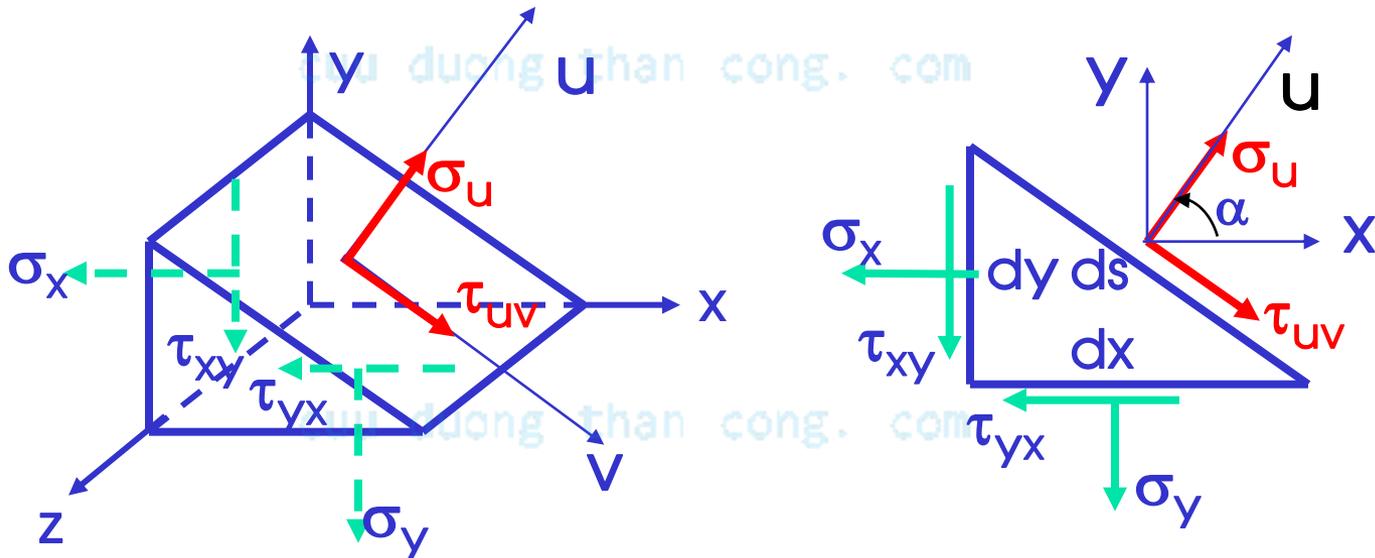
- Định nghĩa: TTUS phẳng khi các t/p ư/s nằm trong 1 mặt phẳng (\Leftrightarrow 2 ỨS chính $\neq 0$)



II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

Ứ/suất trên mặt phẳng nghiêng

- Phương pháp giải tích



II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

Ứ/suất trên mặt phẳng nghiêng

- Xét cân bằng của phân tử tứ diện

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (1a-b)$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

- Thay α bằng $\alpha+90^\circ$ ta được:

$$\sigma_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (2)$$

- Tính chất: $\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y \quad (3)$

II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

Ứng suất chính – Phương chính

■ Ứng suất chính – Phương chính

✓ Phương chính xác định từ điều kiện:

$$\tau_{uv} = 0 \rightarrow \tan 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (4)$$

✓ Ứng suất chính:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5)$$

II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

Ứng suất tiếp cực trị – PP giải tích

- Ứng suất tiếp cực trị

$$\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = 0 \rightarrow \tan 2\alpha' = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (5)$$

- Nhận xét: $\tan 2\alpha \cdot \tan 2\alpha' = -1 \rightarrow 2\alpha = 2\alpha' \pm k90^\circ$

$$\rightarrow \alpha = \alpha' \pm k.45^\circ$$

cuu duong than cong. com

“Mặt ứng suất tiếp cực trị tạo với mặt chính một góc 45° ”

II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

PHƯƠNG PHÁP VÒNG TRÒN MOHR

- Phương pháp đồ họa

✓ Vòng tròn Mohr ứng suất (Stress Mohr Circle)

Từ (1) $\rightarrow (\sigma_u - c)^2 + \tau_{uv}^2 = R^2$

với $c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; \quad R^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$

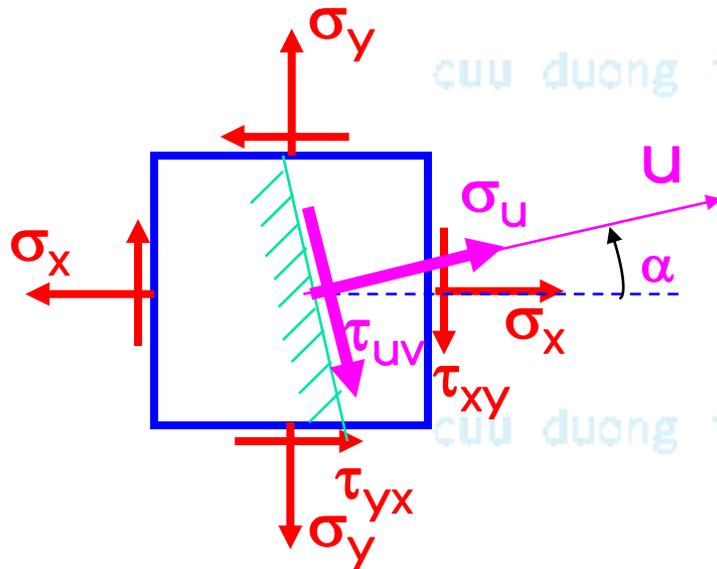
Vậy: $c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

“ $M(\sigma_u, \tau_{uv}) \in$ vòng tròn tâm $C(c, 0)$ bán kính R ”

\rightarrow Vòng tròn Mohr ứng suất (Stress Mohr Circle)

II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG PHƯƠNG PHÁP VÒNG TRÒN MOHR (TT)

■ Đặt vấn đề:



- ✓ Biết $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} = -\tau_{yx}$
- ✓ Tìm: σ_u, τ_{uv}
- ✓ Tìm phương chính, ứng suất chính

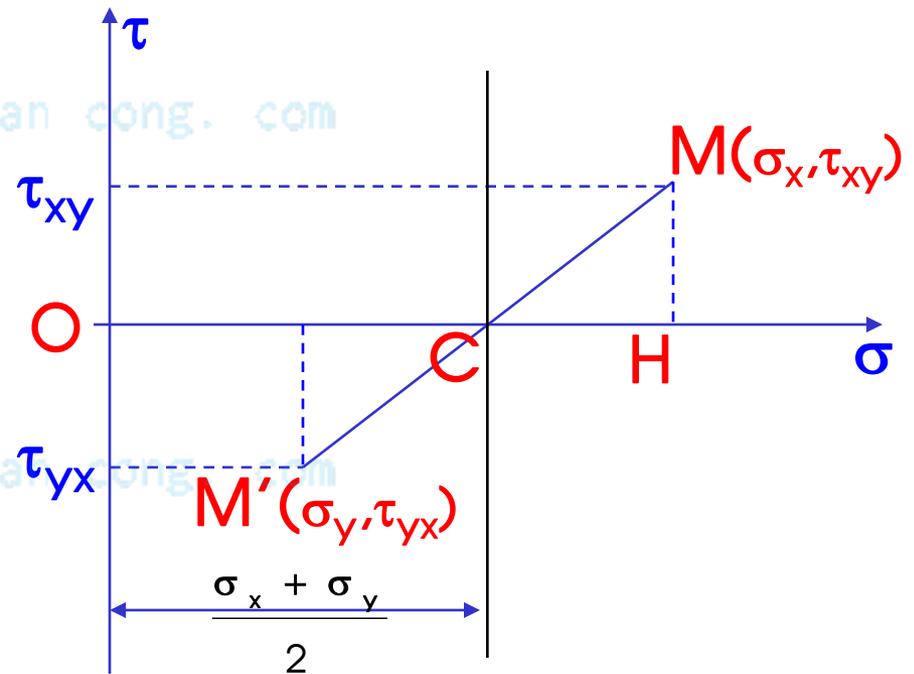
II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG PHƯƠNG PHÁP VÒNG TRÒN MOHR (TT)

✓ Trong hệ trục (σ, τ)

Chọn điểm $M(\sigma_x, \tau_{xy})$

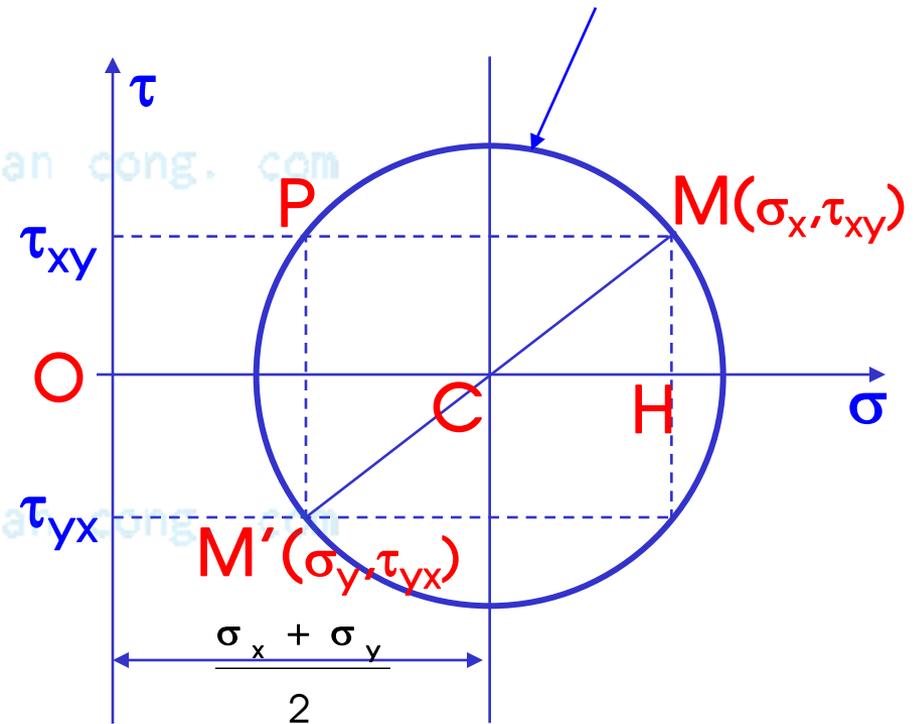
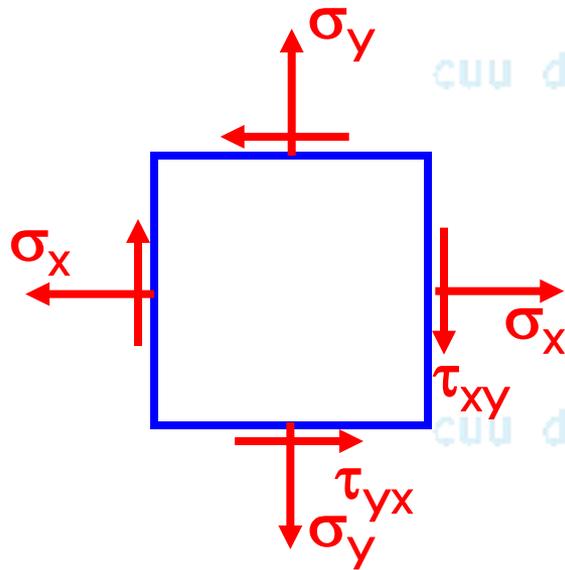
Chọn $M'(\sigma_y, \tau_{yx} = -\tau_{xy})$

Nối MM' cắt trục σ
tại C



II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG PHƯƠNG PHÁP VÒNG TRÒN MOHR (TT)

Vòng tròn tâm C, bán kính CM \rightarrow vòng tròn Mohr

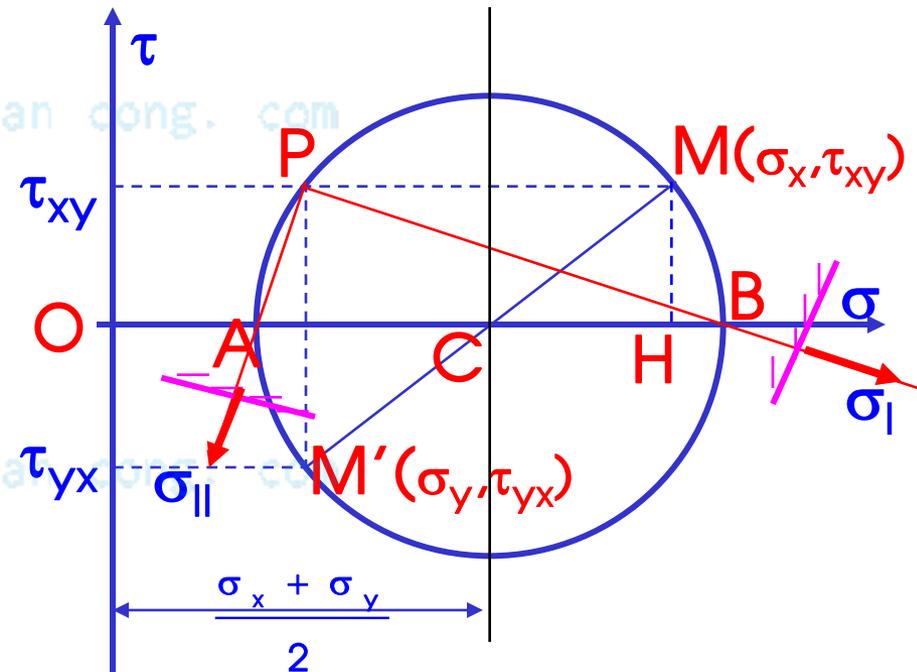


II/ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG

PHƯƠNG PHÁP VÒNG TRÒN MOHR

(TT)

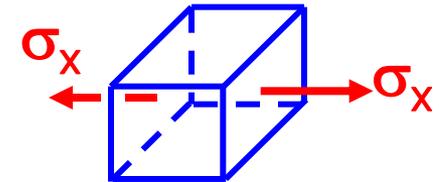
- Phương chính I, PB, tương ứng với ứng suất chính σ_1
- Phương chính II, PA, tương ứng với ư/s chính σ_{II}



III/ĐỊNH LUẬT HOOKE

1/ TRẠNG THÁI Ứ/S ĐƠN

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

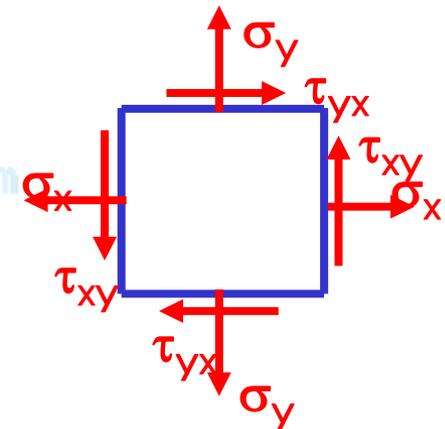


2/ TRẠNG THÁI Ứ/S PHẪNG

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y];$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x];$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$



III/ĐỊNH LUẬT HOOKE (tt)

■ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT KHỐI

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)]; & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_z + \sigma_x)]; & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)]; & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}\end{aligned}$$

■ BIẾN DẠNG THỂ TÍCH

$$\theta = \frac{\Delta dV}{dV} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1 - 2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

IV/ THỂ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

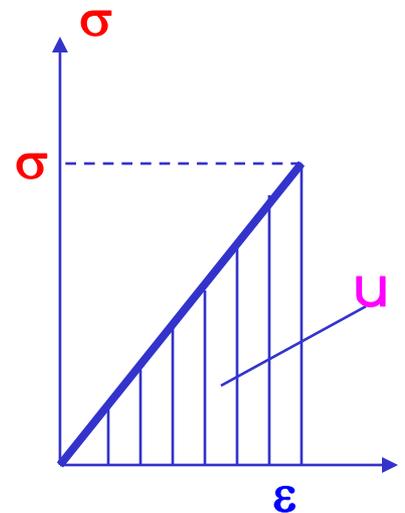
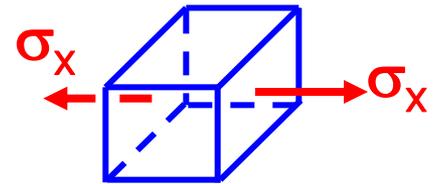
- Thể năng riêng biến dạng đàn hồi

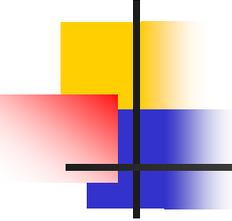
✓ TTƯS đơn

$$u = \frac{1}{2} \sigma_x \varepsilon_x$$

✓ TTƯS khối (phân tố chính)

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$$





V/ LÝ THUYẾT BỀN

- Ý NGHĨA:

- ✓ Phân tố ở TTUS đơn bị phá hoại khi $\sigma \rightarrow \sigma_0$ (Ư/s nguy hiểm) với σ_0 được xác định từ thí nghiệm theo 1 chiều.

- ✓ Phân tố ở TTUS phức tạp (phẳng & khối) ?

Thí nghiệm 2-3 chiều phức tạp, tốn kém
LT bền giải thích sự phá hoại chỉ dựa trên
thí nghiệm 1 chiều (có nhiều !)

V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 1

■ Thuyết bền ứ/s pháp cực đại

✓ Phát biểu: “Phân tử ở TTUS phức tạp bị phá hoại khi ứ/s pháp cực đại (σ_I) đạt tới ứ/s nguy hiểm của phân tử ở TTUS đơn, σ_0 (σ_{ch} hoặc σ_b)”

✓ Điều kiện bền

$$\max |\sigma| \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

✓ Thích hợp: phân tử ở TTUS đơn

V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 3

- **Thuyết bền ứng suất tiếp cực đại**
 - ✓ **Phát biểu:** “Phân tố ở TTUS phức tạp bị phá hoại khi ứ/s tiếp cực đại (τ_{\max}) đạt tới ứ/s tiếp của phân tố ở TTUS đơn nguy hiểm, $\tau_0 = \sigma_0/2$ ”
 - ✓ **Điều kiện bền:** (tương ứng với tiêu chuẩn chảy dẻo của Tresca)

$$\sigma_{\text{td 3}} = \sigma_I - \sigma_{III} \leq [\sigma]$$

- ✓ **Thích hợp:** VL dẻo

V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 4

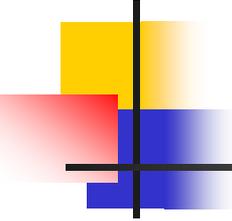
■ Thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng

✓ Phát biểu: “Phân tử ở TTUS phức tạp bị phá hoại khi TN riêng BĐHD u_{hd} đạt tới TN riêng BĐHD của phân tử ở TTUS đơn nguy hiểm, ”

✓ Điều kiện bền: (tương ứng với tiêu chuẩn chảy dẻo của von Mises)

$$\sigma_{td4} = \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2} \leq [\sigma]$$

✓ Thích hợp: VL dẻo



V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 5

- **Thuyết bền Mohr – Coulomb**
 - ✓ xuất phát từ thực nghiệm
 - ✓ đường cong giới hạn là đường bao của các vòng tròn Mohr giới hạn, xác định từ thực nghiệm.
 - ✓ Chỉ cần xác định vòng Mohr giới hạn kéo và nén → đường bao tiếp xúc với 2 vòng
 - ✓ Vòng tròn Mohr bất kỳ có σ_I và σ_{III}

V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 5 (†)

✓ Điều kiện bền:

$$\sigma_{td5} = \sigma_I - \frac{\sigma_k^0}{\left| \frac{\sigma_n^0}{\sigma_n} \right|} \sigma_{III} \leq [\sigma]_k$$

✓ Nhận xét:

- Tiêu chuẩn Mohr – Coulomb là sự tổng quát hóa của tiêu chuẩn Tresca nhưng có xét đến σ_k^0 và σ_n^0
- Thích hợp với VL dòn

V/ LÝ THUYẾT BỀN – THUYẾT BỀN 5 (†)

