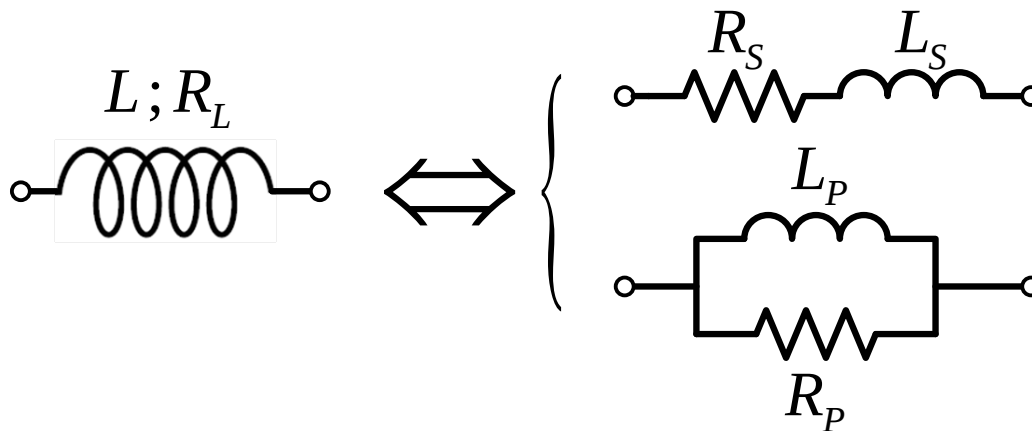


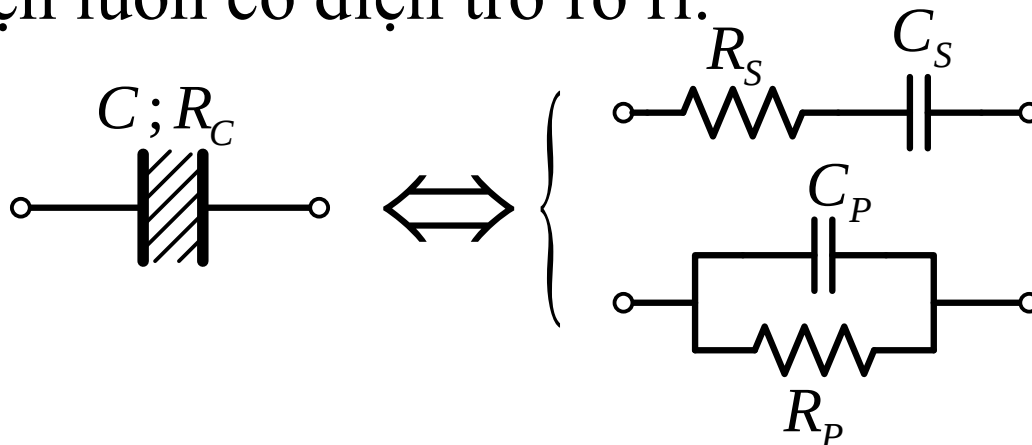
2.11 Mạch cộng hưởng

Phần tử thực

➤ Cuộn dây luôn có điện trở dây quấn.



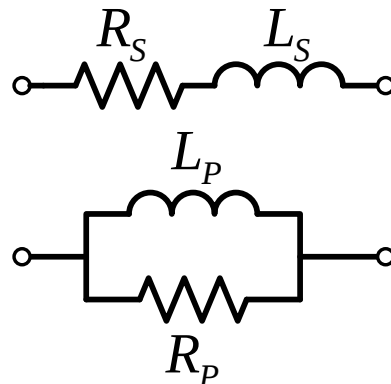
➤ Tụ điện luôn có điện trở rò rỉ.



2.11 Mạch cộng hưởng

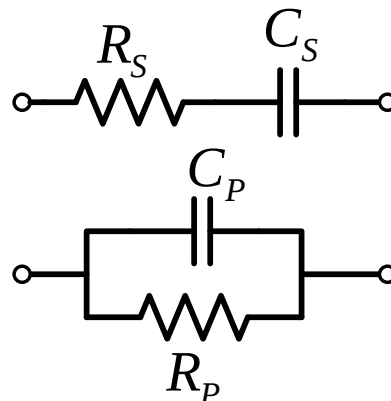
Qui đổi tương đương

➤ Cuộn dây



$$\left. \begin{aligned} Z_S &= R_S + j\omega L_S \\ Y_P &= \frac{1}{R_P} - j\frac{1}{\omega L_P} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} Z_S = \frac{1}{Y_P} = \frac{\omega^2 L_P^2 R_P + j\omega L_P R_P^2}{R_P^2 + \omega^2 L_P^2} \\ Y_P = \frac{1}{Z_S} = \frac{R_S + j\omega L_S}{R_S^2 + \omega^2 L_S^2} \end{cases}$$

➤ Tụ điện



$$\left. \begin{aligned} Z_S &= R_S - \frac{j}{\omega C_S} \\ Y_P &= \frac{1}{R_P} + j\omega C_P \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} Z_S = \frac{1}{Y_P} = \frac{R_P - j\omega C_P R_P^2}{1 + \omega^2 C_P^2 R_P^2} \\ Y_P = \frac{1}{Z_S} = \frac{\omega^2 C_S^2 R_S + j\omega C_S}{1 + \omega^2 C_S^2 R_S^2} \end{cases}$$

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Hệ số phẩm chất :

$$Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_T}$$

$W_{\max}$: năng lượng tích lũy max

W_T : năng lượng tiêu tán trong 1 chu kỳ

❖ Hệ số tổn hao :

$$D = \tan \delta$$

δ : góc mất (tổn hao)

Quan hệ D & Q

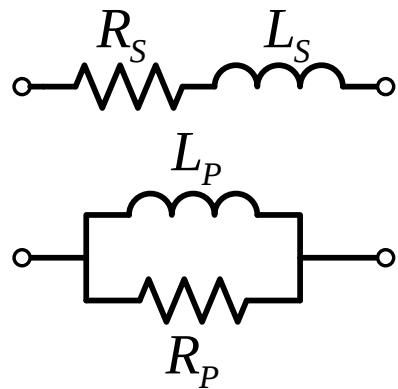
$$D \cdot Q = 1$$

2.11 Mạch cộng hưởng

Qui đổi tương đương

➤ Cuộn dây

$$Q = \frac{\omega L_S}{R_S} = \frac{R_P}{\omega L_P}$$



$$Z_S = R_S + j\omega L_S$$

$$Y_P = \frac{1}{R_P} - j\frac{1}{\omega L_P}$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_S = R_S + j\omega L_S \\ Y_P = \frac{1}{R_P} - j\frac{1}{\omega L_P} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_S = \frac{1}{Y_P} = \frac{\omega^2 L_P^2 R_P + j\omega L_P R_P^2}{R_P^2 + \omega^2 L_P^2} \\ Y_P = \frac{1}{Z_S} = \frac{R_S - j\omega L_S}{R_S^2 + \omega^2 L_S^2} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_S = \frac{1}{Y_P} = \frac{1}{1+Q^2} (R_P + j\omega L_P Q^2) \\ Y_P = \frac{1}{Z_S} = \frac{1}{1+Q^2} \left(\frac{1}{R_S} - j\frac{Q^2}{\omega L_S} \right) \end{array} \right\} \rightarrow$$

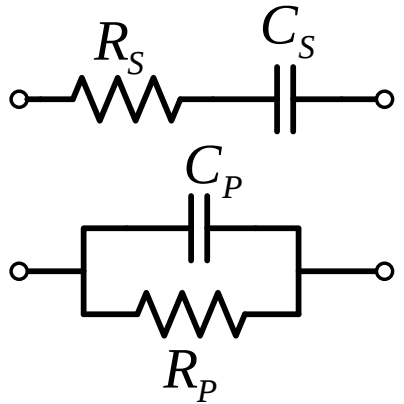
$$\left\{ \begin{array}{l} (1+Q^2) R_S = R_P \\ \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) L_S = L_P \end{array} \right.$$

2.11 Mạch cộng hưởng

Qui đổi tương đương

➤ Tụ điện

$$D = \omega C_S R_S = \frac{1}{\omega C_P R_P}$$



The diagram shows two circuit configurations. The top configuration is a series circuit with a resistor R_S and a capacitor C_S . The bottom configuration is a parallel circuit with a capacitor C_P and a resistor R_P .

$$\left. \begin{array}{l} Z_S = R_S - \frac{j}{\omega C_S} \\ Y_P = \frac{1}{R_P} + j\omega C_P \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_S = \frac{1}{Y_P} = \frac{R_P - j\omega C_P R_P^2}{1 + \omega^2 C_P^2 R_P^2} \\ Y_P = \frac{1}{Z_S} = \frac{\omega^2 C_S^2 R_S + j\omega C_S}{1 + \omega^2 C_S^2 R_S^2} \end{array} \right.$$

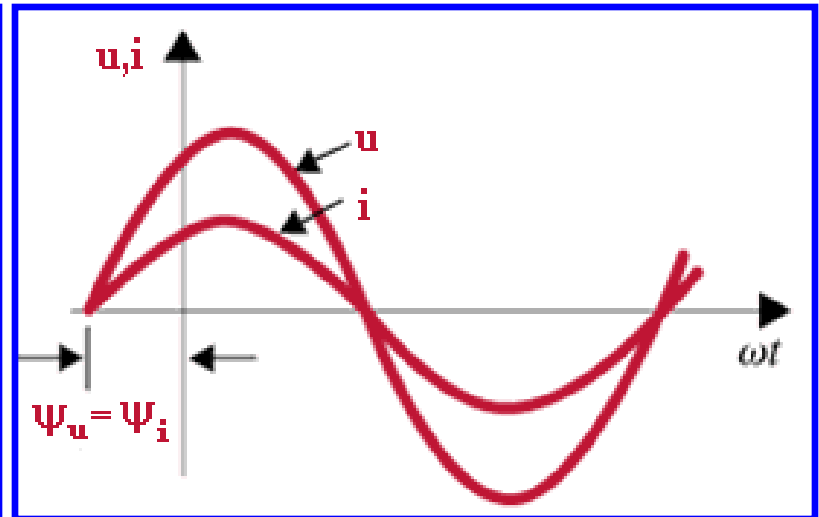
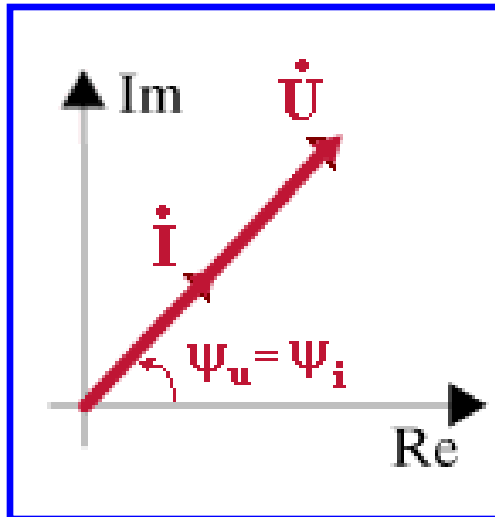
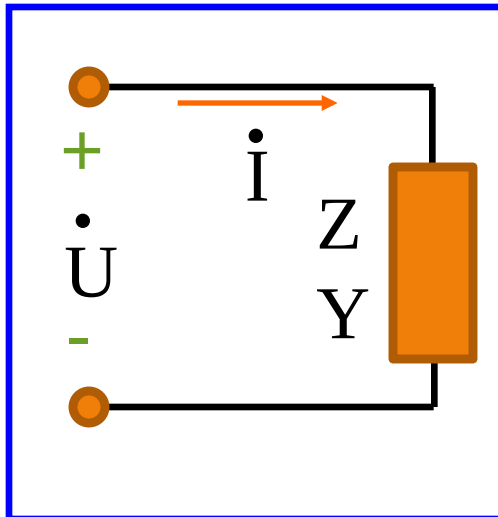
$$\left. \begin{array}{l} Z_S = \frac{1}{1 + D^2} \left(D^2 R_P - j \frac{1}{\omega C_P} \right) \\ Y_P = \frac{1}{1 + D^2} \left(\frac{D^2}{R_S} + j\omega C_S \right) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{1}{D^2} \right) R_S = R_P \\ \frac{1}{(1 + D^2)} C_S = C_P \end{array} \right.$$

2.11 Mạch cộng hưởng

Hiện tượng cộng hưởng nhánh :

➤ Trên một nhánh nối tiếp hoặc song song khi dòng và áp cùng pha ta có cộng hưởng.

➤ Từ $\dot{U} = Z \dot{I}$ & $\dot{I} = Y \dot{U} \longrightarrow Z$ hay Y : số thực



Z thực: cộng hưởng nối tiếp

Y thực: cộng hưởng song song

2.11 Mạch cộng hưởng

Mạch cộng hưởng nối tiếp :

❖ Mạch RLC nối tiếp: áp vào $u(t)$ có biên độ U_m cố định , tần số ω thay đổi được.

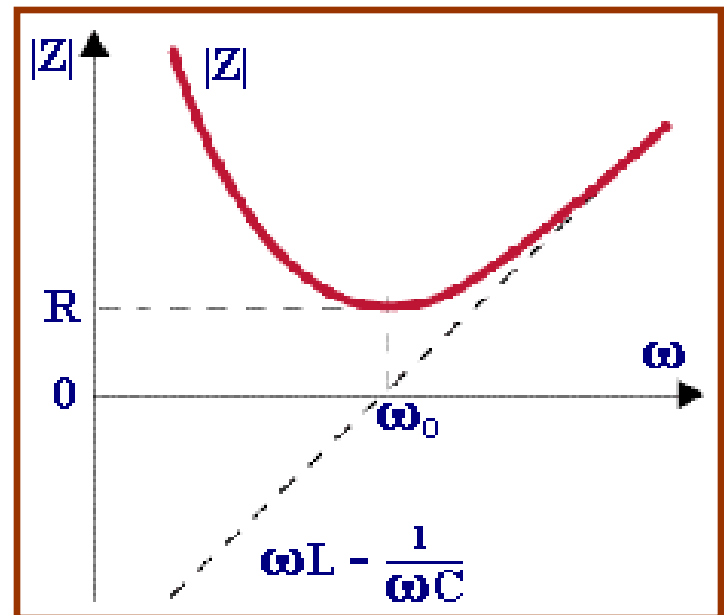
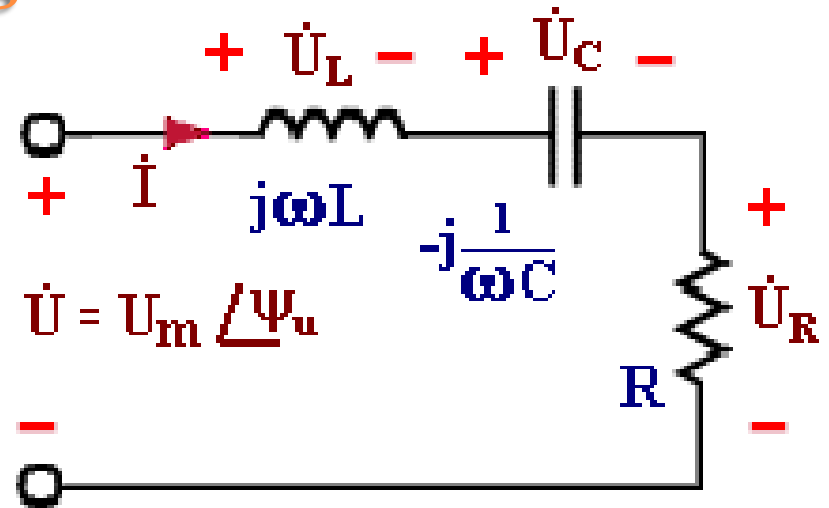
➤ Trở kháng nhánh :

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

➡ $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

➡ $\text{Im}\{Z\} = (\omega L - \frac{1}{\omega C})$

➤ Trở kháng nhánh thay đổi theo tần số ω .



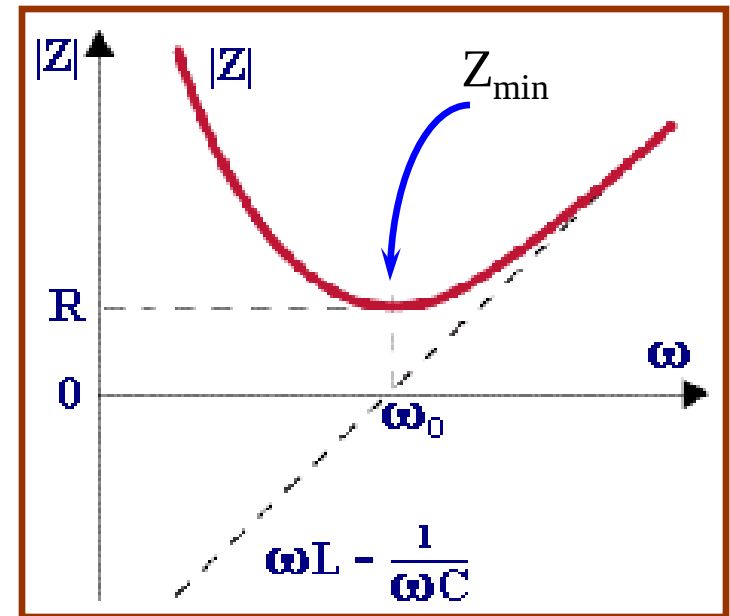
2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Tần số cộng hưởng nối tiếp :

❖ Là tần số ω_0 thỏa :

$$\text{Im}\{Z(\omega_0)\} = \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \right) = 0$$

➔ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



❖ Tại tần số cộng hưởng :
 $|Z| \rightarrow \min = R$ và nhánh thuần trở.

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ **Băng thông (BW) của mạch cộng hưởng:**

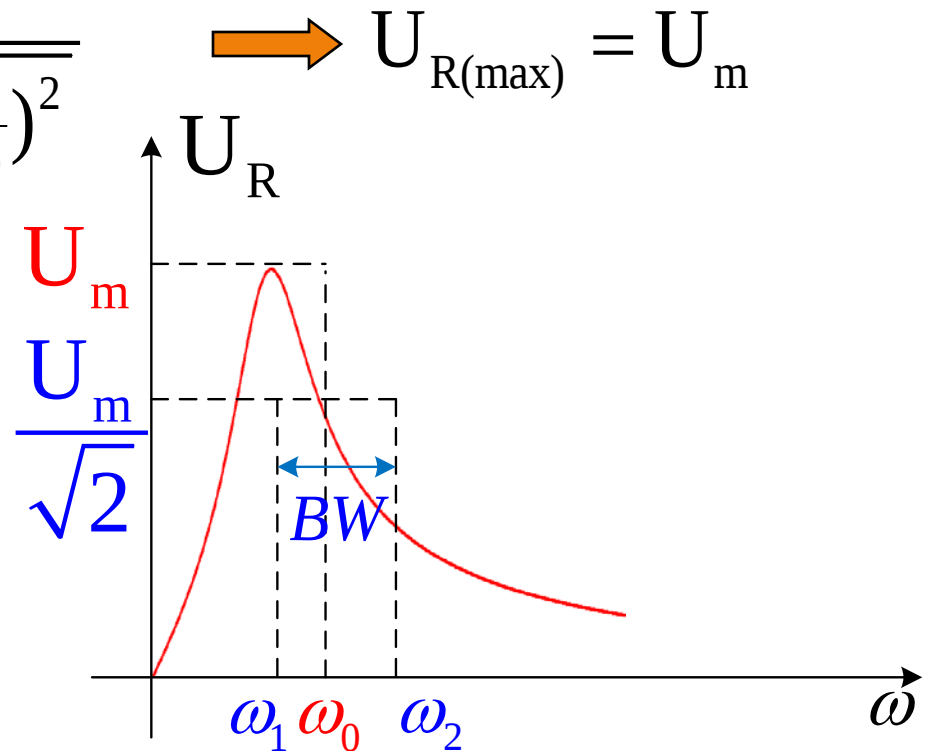
❖ Dòng qua nhánh $\leftrightarrow$ áp trên R, có module:

$$U_R = U_m \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \longrightarrow \quad U_{R(\max)} = U_m$$

❖ Tần số cắt : tần số khi

$$U_R = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{R(\max)}$$

- ω_1 : tần số cắt dưới.
- ω_2 : tần số cắt trên.



❖ Băng thông $BW = \omega_2 - \omega_1$ hay $BW = (f_2 - f_1) \text{ Hz}$

2.11 Mạch cộng hưởng

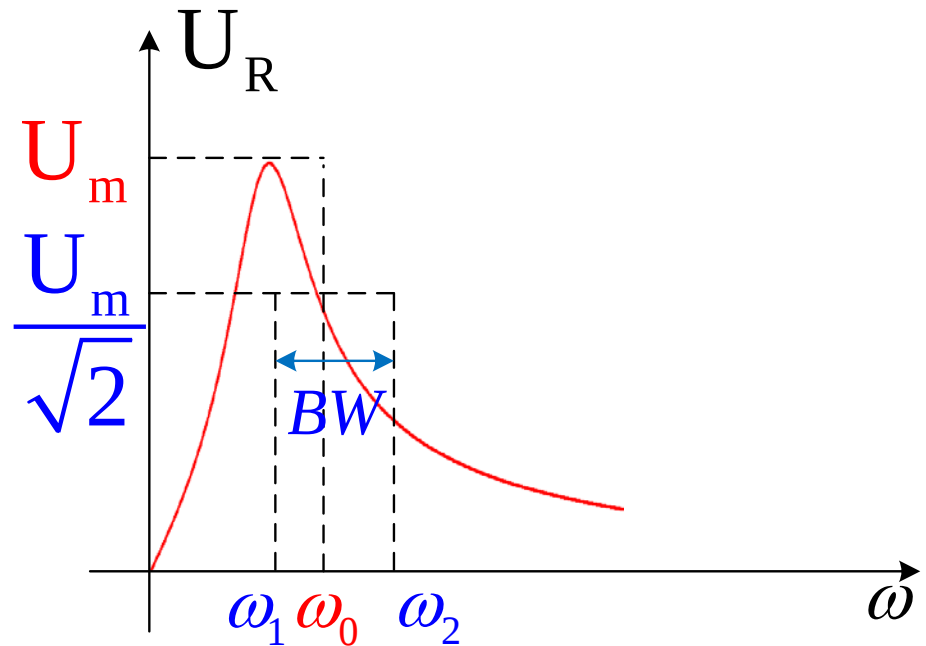
❖ Xác định các tần số cắt :

$$U_{R(\omega_1 \& \omega_2)} = U_m \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

→ $BW = \frac{R}{L} \text{ [rad / s]}$



2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Hệ số phẩm chất :

$$Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_T}$$

$W_{\max}$: năng lượng tích lũy max

W_T : năng lượng tiêu tán trong 1 chu kỳ

❖ Ở mạch cộng hưởng nối tiếp , người ta CM được :

$$W_{\max} = \max(W_L + W_C) = \text{const} = \frac{1}{2} L I_m^2$$

$$W_T = \frac{1}{2} R I_m^2 T = \frac{1}{2} R I_m^2 \cdot 2\pi / \omega_0$$



$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0}{BW}$$

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ **Tính tần số cắt theo hệ số phẩm chất :**

$$\omega_1 = \omega_0 \left[-\frac{R}{2\omega_0 L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2\omega_0 L} \right)^2 + \frac{1}{\omega_0^2 LC}} \right]$$



$$\omega_1 = \omega_0 \left[-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q} \right)^2 + 1} \right]$$

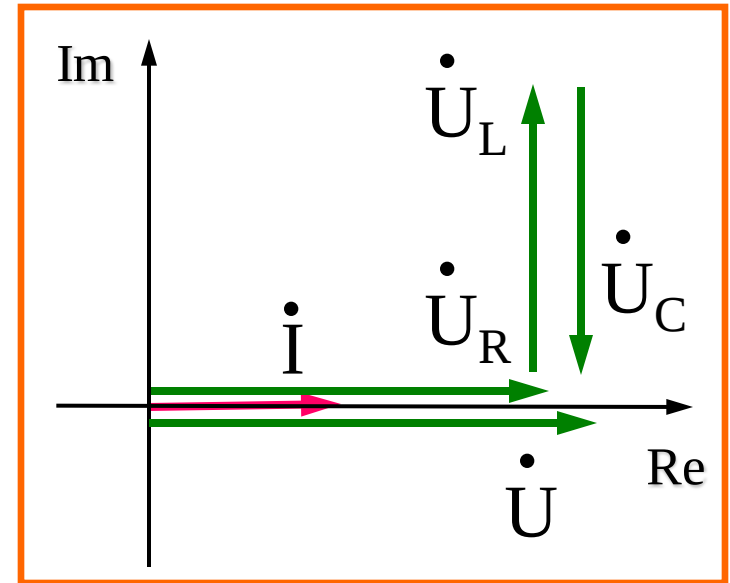
$$\omega_1 = \omega_0 \left[\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q} \right)^2 + 1} \right]$$

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Đồ thị vector tại cộng hưởng :

❖ Do: $U_{Lm} = U_{Cm} = \omega_0 L I_m = \frac{I_m}{\omega_0 C}$

→ $\frac{U_{Lm}}{U_m} = \frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{\omega_0 L I_m}{R I_m} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$



❖ Cộng hưởng nối tiếp gọi là cộng hưởng áp vì tại lân cận tần số cộng hưởng, áp trên các phần tử kháng rất lớn so với tín hiệu áp vào của mạch (Q lần).

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Ví dụ 1: Cộng hưởng nối tiếp

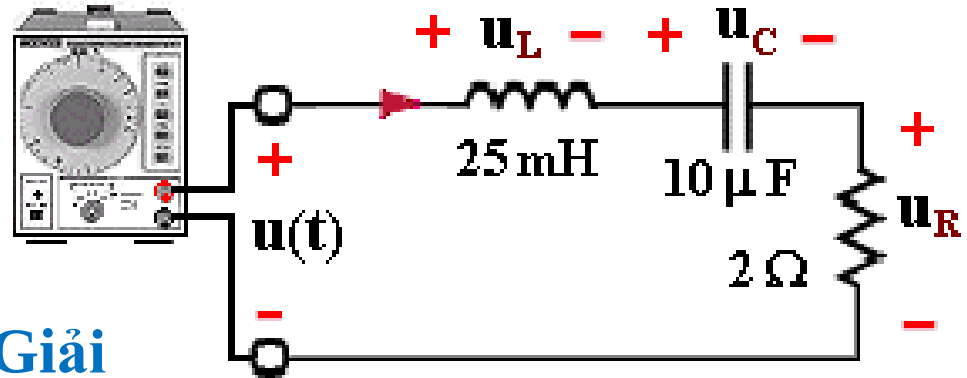
Tín hiệu ra máy phát sóng :

$$u(t) = 10\cos(\omega t) \text{ V}$$

Tìm : ω_0 ; BW; Q; U_{Lm}

và U_{Cm} tại lân cận ω_0 ?

Giải



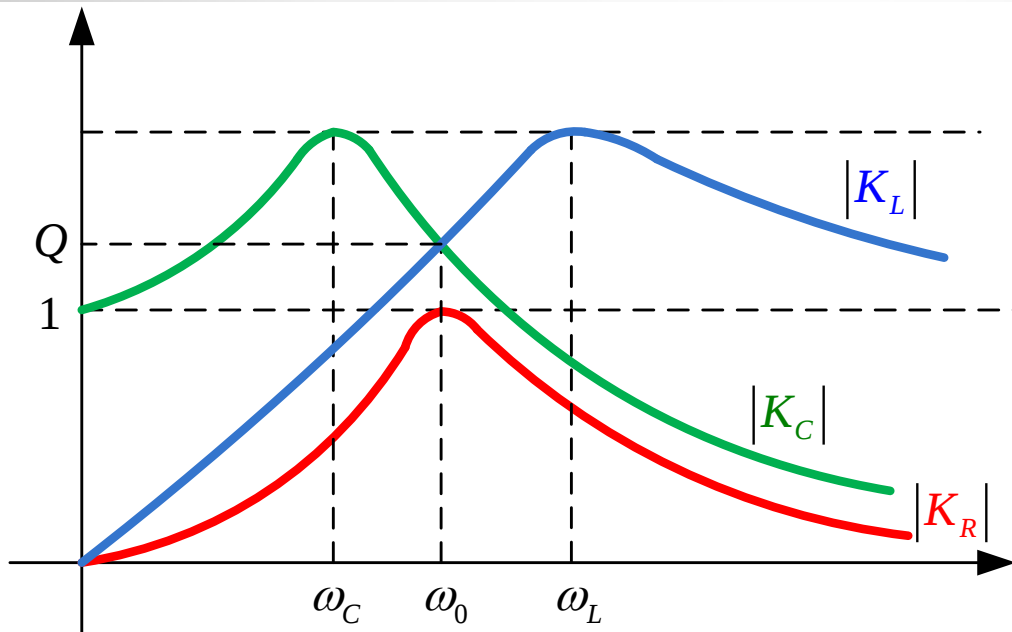
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-5}}} = 2000 \text{ (rad/s)}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2000 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2} = 25$$

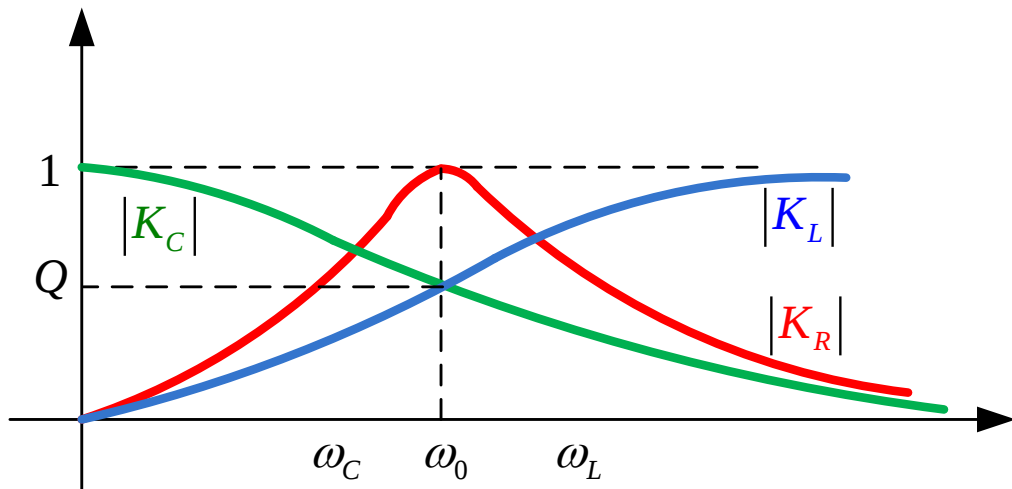
$$U_{Lm} = U_{Cm} = Q \cdot U_m = 250 \text{ (V)}$$

$$BW = \frac{R}{L} = \frac{2}{25 \cdot 10^{-3}} = 80 \text{ (rad/s)}$$

2.11 Mạch cộng hưởng



$$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2.11 Mạch cộng hưởng

Mạch cộng hưởng song song :

❖ Mạch RLC song song :
dòng vào $J(t)$ có biên độ cố định J_m , tần số ω thay đổi được.

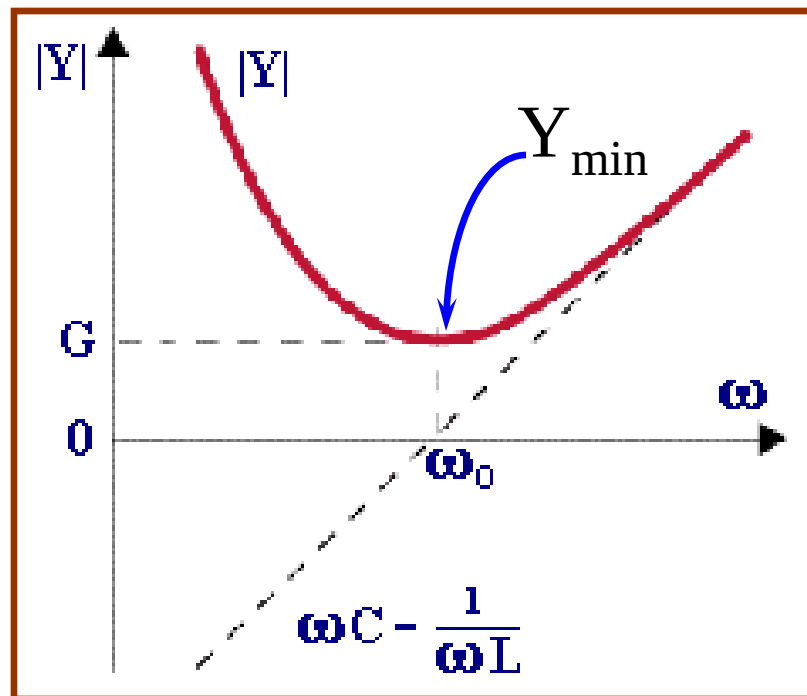
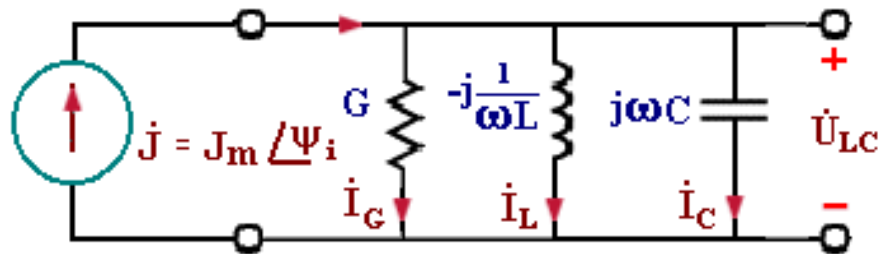
➤ Dẫn nạp nhánh :

$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

$$\rightarrow |Y| = \sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

$$\rightarrow \text{Im}\{Y\} = (\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

➤ Dẫn nạp nhánh thay đổi theo tần số ω .



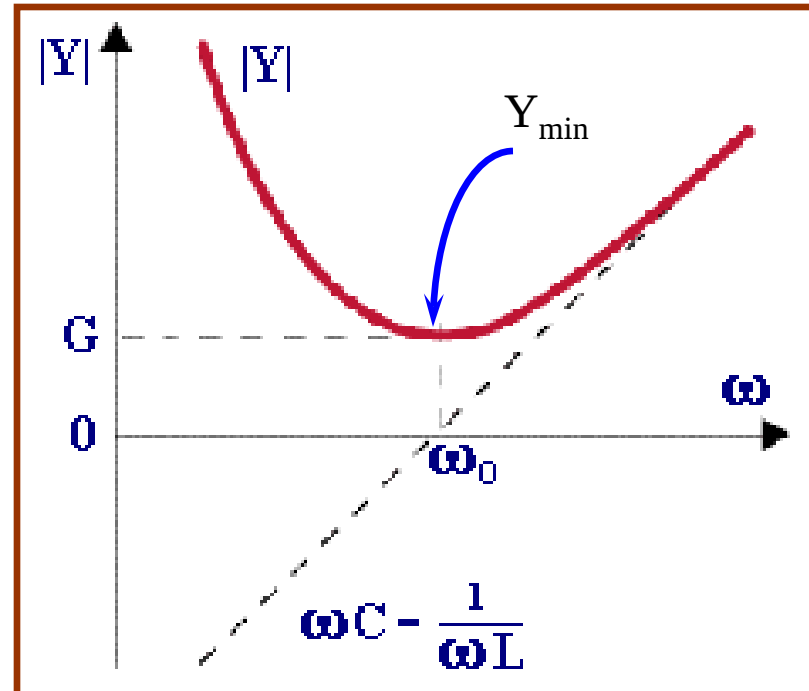
2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Tần số cộng hưởng song song:

❖ Là tần số ω_0 thỏa :

$$\text{Im}\{Y(\omega_0)\} = (\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}) = 0$$

➔ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



❖ Tại tần số cộng hưởng :
 $|Y| \rightarrow \min = G$ và nhánh thuần trở.

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Băng thông (BW) của mạch cộng hưởng:

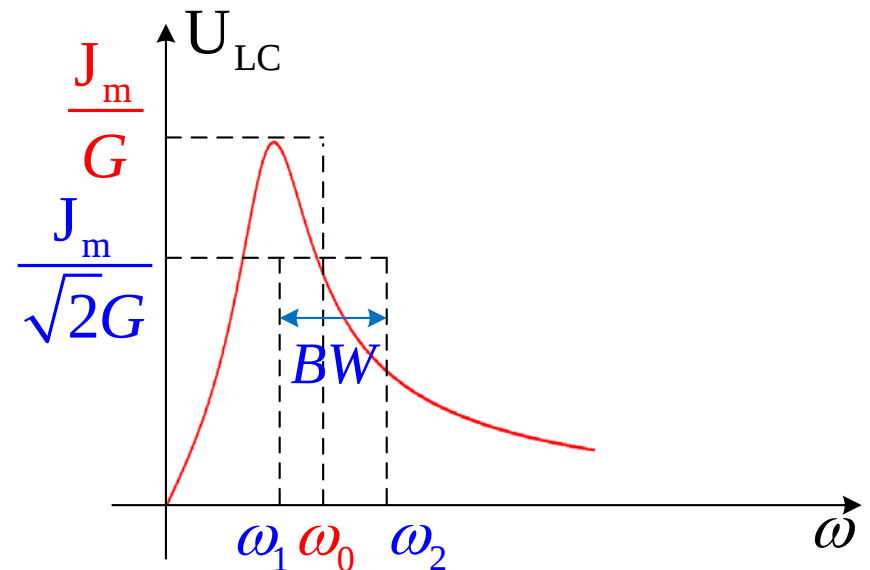
❖ Áp trên nhánh $\leftrightarrow$ áp trên khung LC, có module:

$$U_{LC} = \frac{J_m}{\sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}} \quad \longrightarrow \quad U_{LC(\max)} = \frac{J_m}{G}$$

❖ Tần số cắt : tần số khi

$$U_{LC} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{LC(\max)}$$

- ω_1 : tần số cắt dưới.
- ω_2 : tần số cắt trên.



❖ Băng thông : $BW = \omega_2 - \omega_1$

hay $BW = (f_2 - f_1) \text{ Hz}$

2.11 Mạch cộng hưởng

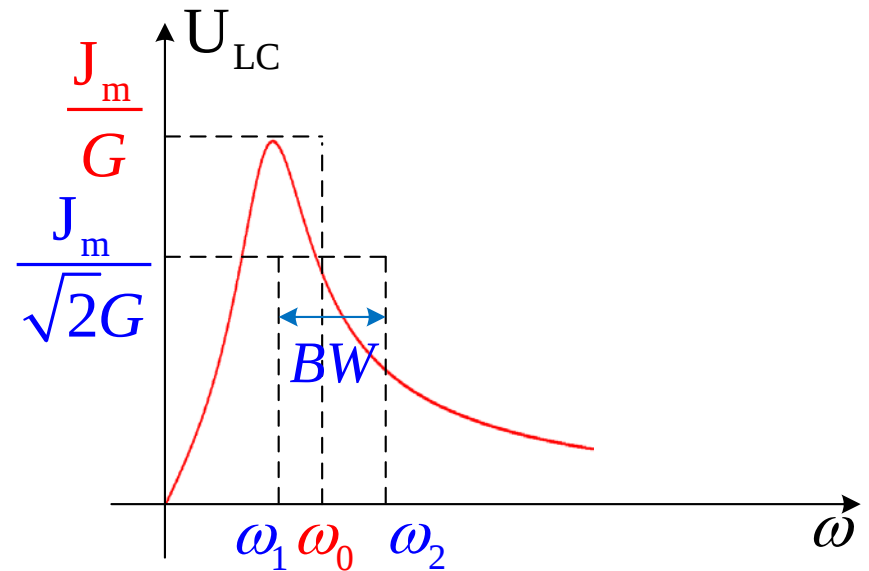
❖ Xác định các tần số cắt :

$$U_{LC(\omega_1 \& \omega_2)} = \frac{J_m}{\sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}} = \frac{J_m}{\sqrt{2}G}$$

$$\omega_1 = -\frac{G}{2C} + \sqrt{(\frac{G}{2C})^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{G}{2C} + \sqrt{(\frac{G}{2C})^2 + \frac{1}{LC}}$$

➔ $BW = \frac{G}{C} \text{ [rad / s]}$



2.11 Mạch cộng hưởng

❖ **Hệ số phẩm chất :**

$$Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_T}$$

❖ Ở mạch cộng hưởng song song , người ta CM được :

$$W_{\max} = \max(W_L + W_C) = \text{const} = \frac{1}{2} C U_{LCm}^2$$

$$W_T = \frac{1}{2} G U_{LCm}^2 T = \frac{1}{2} G U_{LCm}^2 \cdot 2\pi / \omega_0$$

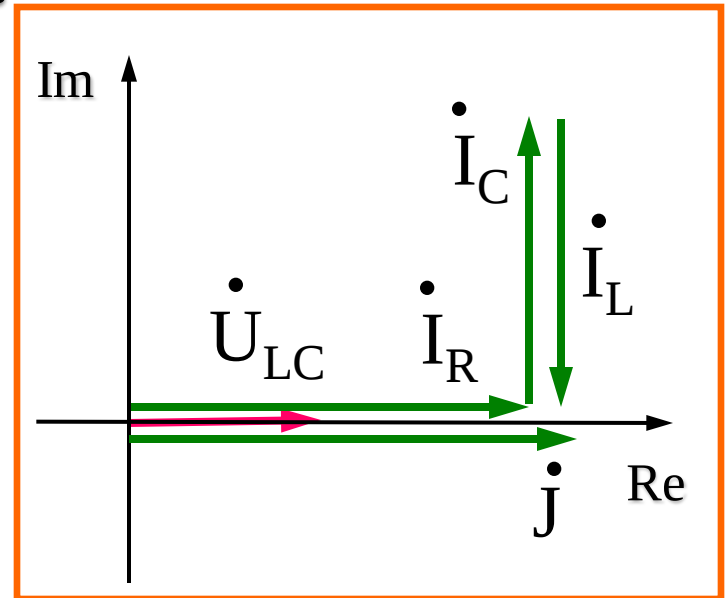
→
$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 L G} = \frac{\omega_0}{BW}$$

2.11 Mạch cộng hưởng

❖ Đồ thị vector tại cộng hưởng :

$$\text{❖ Do: } I_{Lm} = I_{Cm} = \omega_0 C U_{LCm} = \frac{U_{LCm}}{\omega_0 L}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{Lm}}{J_m} = \frac{I_{Cm}}{J_m} = \frac{\omega_0 C U_{LCm}}{G U_{LCm}} = \frac{\omega_0 C}{G} = Q$$



❖ Cộng hưởng song song gọi là cộng hưởng dòng vì tại lân cận tần số cộng hưởng, biên độ dòng qua các phần tử kháng rất lớn so với biên độ tín hiệu dòng đưa vào mạch (Q lần).